

< 논문 >

## 정자장 문제의 균질화 기법의 비교

최재석\* · 유정훈† · 西脇眞二\*\* · 寺田賢二郎\*\*\*  
(2006년 10월 31일 접수, 2007년 2월 13일 심사완료)

### Comparison of Homogenization Techniques in Magnetostatic Field Problems

Jae Seok Choi, Jeonghoon Yoo, Shinji Nishiwaki and Kenjiro Terada

**Key Words :** Homogenization(균질화), Magnetostatic Field(정자장), Unit-cell(단위셀), Anisotropic(이방성), Magnetic Permeability(자기투자율), Magnetic Reluctivity(자기저항율), Finite Element Analysis(유한요소해석)

#### Abstract

Many engineering problems require the calculation of effective material properties of a structure which is composed of repeated micro-structures. The homogenization method has been used to calculate the effective (homogenized) properties of composites and several homogenization procedures for different physical fields have been introduced. This research describes the modified homogenization technique for magnetostatic problems. Assuming that the material is periodically repeated, its effective permeability can be prescribed by calculating the homogenized magnetic reluctivity using the finite element analysis of the micro unit cell. Validity of the suggested method is confirmed by comparing the results by the energy based method as well as the widely known homogenization method.

#### 1. 서론

매크로 스케일(typical length scale)에 비해 매우 작은 마이크로 스케일 영역에서 주기적인 변화를 갖는 재료들로 구성된 물질이나 구조를 해석함에 있어서, 단위셀(unit-cell) 각각의 특성을 고려하여 구조물 전체의 거동을 수치해석으로 해결하기 위해서는 매우 많은 자유도가 요구된다. 이러한 서로 다른 물성치를 가진 재료들로 이루어진 복합재료의 등가의 물성치를 계산할 수 있다면, 시스템 자유도의 수를 극적으로 줄이면서 효과적인 해석과 설계가 가능하다.

탄성 문제와 마찬가지로, 정자장 문제의 등가

물성치 추정을 위한 연구는 전기기기의 효과적인 설계 또는 이질적인 매질 내에서의 전자파 거동의 해석을 위해 20세기 초반부터 오랜 기간 동안 진행되어 왔다. Maxwell-Garnett, Bruggeman 등의 공식들은 등가의 자기 투자율을 계산하기 위한 고전적인 대표적 기법들이다.<sup>(1)</sup> 그러나, 고전적인 방법들은 단위셀에서 내재된 이종물질의 부피비가 커질 수록 정확도가 낮아지며, 내재물의 형태도 구형이나 타원형으로 제약적이다.

균질화 이론(homogenization theory)은 주기적인 배열을 가진 재료 혹은 복합체의 유효 물성치를 엄밀하게 계산하기 위해 개발되었으며, 이는 구조물이 무한히 작은 단위셀의 연속적인 연결로 이루어졌다는 가정하에 계산된다. 일반적으로 많이 알려진 균질화 이론은 섭동법(fluctuation method)의 일종인 멀티 스케일법을 이용한 균질화 이론으로 자기장 뿐만 아니라 열전도, 탄성 문제 등 다양한 물리계의 등가 물성치를 도출하는데 널리 이용되고 있다.<sup>(2,3)</sup> 특히 Bendsøe 등<sup>(4)</sup>은 탄성 구조물의

† 책임저자, 회원, 연세대학교 기계공학부

E-mail : yoojh@yonsei.ac.kr

Tel : (02) 2123-2859, Fax : (02) 362-2736

\* 연세대학교 대학원 기계공학부

\*\* 회원, 京都大学 工学系研究科

\*\*\* 회원, 東北大学 工学系研究科

위상최적화를 위해 단위셀의 밀도에 따른 등가의 탄성계수를 구하는데 균질화 기법을 이용하였다.

최근 Waki 등<sup>(5,6)</sup>은 자기장 내의 복합재료 단위셀의 에너지를 유한요소해석으로 계산하여 등가의 자기 투과율(magnetic permeability)을 유도하는 방법인 HME(Homogenization Method based on Energy)를 제시하였다. 이 방법은 섭동법에 근거한 균질화 이론에 비해 쉽게 등가 물성치를 얻을 수 있으며 비선형 해석을 통한 비선형 등가 물성치를 얻을 수 있는 장점이 있다.

본 연구에서는 섭동법에 근거한 균질화 이론을 바탕으로 정자장 문제의 등가 물성치를 구하는 수정된 방법을 제시하고 이 결과를 기존의 방법과 비교하고자 한다. 기존의 균질화 이론은 자기 투자율에 대한 셀 문제(cell/local problem)를 해결하여 등가의 자기 투과율을 산출한다. 이러한 방법을 HMP(Homogenization Method based on Permeability)라 부른다면, 본 연구에서 제시하는 방법은 자기 저항율에 대한 셀 문제를 해결한 후 물성치 텐서의 조정을 통해 등가의 물성치를 구하는 방법으로 HMR(Homogenization Method based on Reluctivity)로 명칭하고자 한다. 이러한 경우 균질화법의 적용을 위한 지배 방정식은 기존의 탄성이나 열전달 문제에서와 동일한 형태를 가지므로, 자기장의 물리적 현상에 대한 이해 없이도 단순히 변수의 치환만으로 등가의 물성치를 구할 수 있다. 몇 가지 형태의 단위셀을 대상으로 HMR에 의한 등가 물성치를 산출하고 기존의 방법들(HMP, HME)과 그 결과를 비교 검증하였다. 또한 상용패키지인 COMSOL을 이용하여 균질화 기법의 유용성을 확인하였다.

## 2. 이방성 물질의 정자장 해석

등방성(isotropic) 물질과 달리 이방성(anisotropic) 물질의 유한 요소해석은 열 전도나 탄성 문제와 다르다. 자계  $\mathbf{H}$ , 전속 밀도  $\mathbf{D}$ , 전류 밀도  $\mathbf{J}$ 의 관계를 나타낸 맥스웰 방정식과 적합 방정식(constitutive equation)은 다음과 같다.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{H} \quad (2)$$

여기에서  $\mathbf{B}$ 는 자속 밀도를 뜻하며 2차원의 경우 자기 포텐셜(magnetic vector potential)  $A_z$ 와 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$\mathbf{B} = \frac{\partial A_z}{\partial y} \hat{i} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \hat{j} \quad (3)$$

정적인 문제의 경우 식 (1)의 우변의 둘째항은 소거되어 다음과 같이 표시된다.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times (\boldsymbol{\mu}^{-1} \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J} \quad (4)$$

자기 투과율  $\boldsymbol{\mu}$ 과 자기 저항율  $\mathbf{v}$ 는  $\mathbf{v} = \boldsymbol{\mu}^{-1}$ 의 관계에 있으며, 2차원의 문제의 경우  $\mathbf{A}_x = \mathbf{A}_y = 0$ ,  $\mathbf{J}_x = \mathbf{J}_y = 0$ ,  $\partial_x A_z = 0$ 의 가정을 적용하여 식 (4)를 정리하면 다음과 같은 정자장 문제의 지배방정식을 얻게 된다.

$$\partial_x (\mathbf{v}_{21} \partial_y A_z) - \partial_x (\mathbf{v}_{22} \partial_x A_z) - \partial_y (\mathbf{v}_{11} \partial_y A_z) + \partial_y (\mathbf{v}_{12} \partial_x A_z) = \mathbf{J}_z \quad (5)$$

식 (5)로부터 다음과 같은 물성치 텐서를 정의할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{22} & -\mathbf{v}_{21} \\ -\mathbf{v}_{12} & \mathbf{v}_{11} \end{bmatrix} \quad (6)$$

정자장 문제를 자기 포텐셜을 기준으로 하는 포아송 방정식(Poisson's equation)의 형태로 해석하게 되면 자기 저항율은 단순히 자기 투과율의 역수의 형태로만 표시되므로 식 (6)의 결과와는 완전히 다른 결과를 얻을 수 있음에 유의할 필요가 있다.

## 3. 균질화 기법

### 3.1 HMP 방법

맥스웰 방정식에 관한 균질화 이론은 Sanchez-Palencia<sup>(2)</sup>와 Bensoussan 등<sup>(3)</sup>에 의해 잘 알려져 있다. 이 균질화 이론은 섭동법의 일종인 멀티 스케일법을 공간에 적용하여 매크로 스케일  $x$ 와 마이크로 스케일  $y (=x/\epsilon)$ 의 두 개의 좌표계를 이용한다. Fig. 1과 같이 한 변의 길이가  $\epsilon$ 인 단위 입방체가  $\mathbf{R}^3$ 에서 주기적으로 배열되어있다고 가정한다.

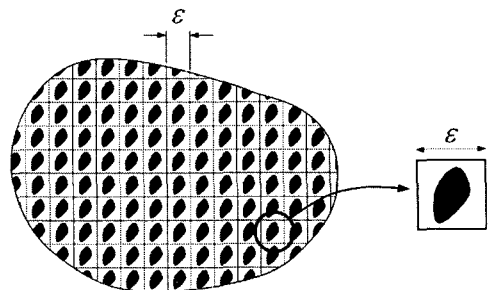


Fig. 1 Typical periodic geometry and unit cell structure

단위셀에서 평균화된 자기장은 다음 식과 같이 정의된다.

$$\mathbf{H}(x) = \langle \mathbf{H}_0(x, y) \rangle = \int_Y \mathbf{H}_0(x, y) dy \quad (7)$$

그리고  $\varepsilon$  이 0에 근접함에 따라 다음을 만족한다.

$$\mathbf{H}^\varepsilon(x) = \mathbf{H}_0(x, y) + \varepsilon \mathbf{H}_1(x, y) \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_0(x, y) = \mathbf{H}(x) + \nabla_y \Psi(x, y) \quad (9)$$

식 (9)에서  $\Psi$  은 스칼라(scalar) 장이며 마이크로 스케일에서 장의 거동에 대한 정보를 가지고 있으며, 맥스웰 방정식과 적합 방정식을 이용하면 셀 방정식과 마이크로 스케일의 교정장 ( $\chi$ , corrector field)을 얻을 수 있다.

교정장  $\chi$  를 얻기 위한 셀 문제는 다음과 같이 정의되며 본 연구에서는 유한요소해석을 이용하여 계산된다.

$$\frac{\partial}{\partial y_i} \left[ \mu_{ij} \frac{\partial \chi^k}{\partial y_j} \right] = \frac{\partial \mu_{ik}}{\partial y_i} \quad (10)$$

교정장  $\chi$  가 계산되면, 스칼라 장  $\Psi$  과 균질화된 물성치  $\mu^h$  는 다음과 같이 구한다.

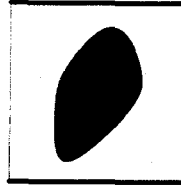
$$\nabla_y \Psi(x, y) = -\nabla_y \chi(y) \cdot \mathbf{H}(x) \quad (11)$$

$$\mu^h = \frac{1}{Y} \int_Y \mu_{ik} \left( \delta_k \delta_j + \frac{\partial \chi^j}{\partial y_k} \right) dy \quad (12)$$

### 3.2 HME 방법

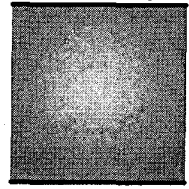
Waki 등은 복합재나 혹은 구멍을 가진 단위셀로부터 구한 자기 에너지와, 등가의 물성치로 가정된 단위셀의 자기 에너지가 동등하다는 점을 이용하여 등가의 자기 투과율을 산출하는 방법을 제시하였다.<sup>(5,6)</sup> Fig. 2는 실제 단위셀과 등가 물성치로 대표되는 단위셀의 형상과 경계조건을 보여준다. 단위셀의 양 끝 경계에 서로 다른 Dirichlet 경계조건을 부과하고 나머지 부분은  $\partial \mathbf{A} / \partial \mathbf{n} = 0$  인 Neumann 경계조건을 부과한다. 주어진 두 경계치 문제의 해를 구한 뒤에 원래 단위셀의 에너지  $U_{orig}$  와 균질화된 단위셀 에너지  $U_{homo}$  가 같다는 사실을 이용하여 등가 물성치를 계산한다. 자기계에서  $U_{orig}$  와  $U_{homo}$  는 다음과 같이 정의된다.

Dirichlet B.C:  $A_z = 1$



Dirichlet B.C:  $A_z = 0$

Dirichlet B.C:  $A_z = 1$



Dirichlet B.C:  $A_z = 0$

(a) Original unit cell (b) Homogenized unit cell

Fig. 2 Boundary condition of unit cell for HME

$$U_{orig} = \frac{1}{2} \int_{\Omega_{orig}} \frac{|\mathbf{B}_{orig}|^2}{\mu_{orig}} d\Omega \quad (13)$$

$$U_{homo} = \frac{1}{2\mu_{homo}} \int_{\Omega_{homo}} |\mathbf{B}_{homo}|^2 d\Omega \quad (14)$$

Fig. 2와 같이 Dirichlet 경계조건에 0과 1을 부과할 경우 균질화된 단위셀의 에너지는 해석적으로 아래와 같이 구할 수 있다.

$$U_{homo} = \frac{1}{2\mu_{homo}} \int_{\Omega_{homo}} I^2 d\Omega = \frac{1}{2\mu_{homo}} \quad (15)$$

$U_{orig} = U_{homo}$  을 이용하면 등가의 자기투과율  $\mu_{homo}$  을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_{homo} = \frac{1}{2U_{orig}} \quad (16)$$

2차원 이방성 문제의 경우  $x$  방향으로 Dirichlet 경계조건을 부과하면  $x$  방향의 포텐셜 구배만이 존재하므로 자속 밀도  $\mathbf{B}$  는  $y$ 방향 성분만 존재하게 되어  $\mu_{22}$  을 얻게 된다. 마찬가지로,  $y$  방향으로 Dirichlet 경계조건을 주면 자계 밀도  $\mathbf{B}$  는  $x$  방향 성분만이 존재하여  $\mu_{11}$  을 계산할 수 있다.

HME는 경계조건을 주는 방법의 한계로 인하여 자기 투과율 텐서  $\mu^h$  의 대각 항을 제외한 비대각 항은 구할 수 없다는 단점을 지니고 있다. 한편, HME는 에너지를 기반으로 계산되므로 자기 포화 효과(saturation effect)가 나타난  $\mathbf{B}-\mathbf{H}$  곡선을 이용하면 비선형 등가 물성치의 계산이 가능하다.

Fig. 3은 원래의 단위셀과 등가의 물성치로 가정된 단위셀의 자기 포텐셜  $A_z$  를 나타낸 그림이다. 그림에서 보듯이  $y=0$  과  $y=1$  인 영역에 각각

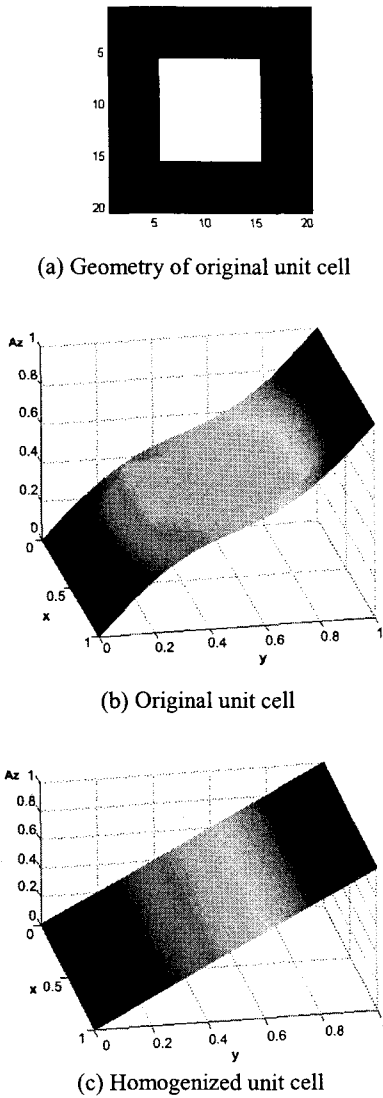


Fig. 3 Comparison of magnetic vector potential

$A_z = 0$  과  $A_z = 1$  인 Dirichlet 경계조건을 부과하였고,  $y$  방향의 구배만이 존재한다.

Fig. 3(a)는 기준이 되는 단위셀의 형상이다. 검은 부분은  $\mu_r = 2000$ 의 상대 자기 투과율을 가지며, 하얗게 표시된 부분은 탄성 문제와는 달리 상대 자기 투과율이 공기와 같은 1을 갖는다.

균질화된 단위셀의 자기 포텐셜은 Fig. 3(c)와 같이 평면으로 나타나는 반면, 원래의 단위셀 Fig. 3(b)의 공기 영역 자기 포텐셜은 변화가 거의 없는데, 이는 공기의 자기 저항율이 주변 물질에 비해 상대적으로 매우 크기 때문이다.

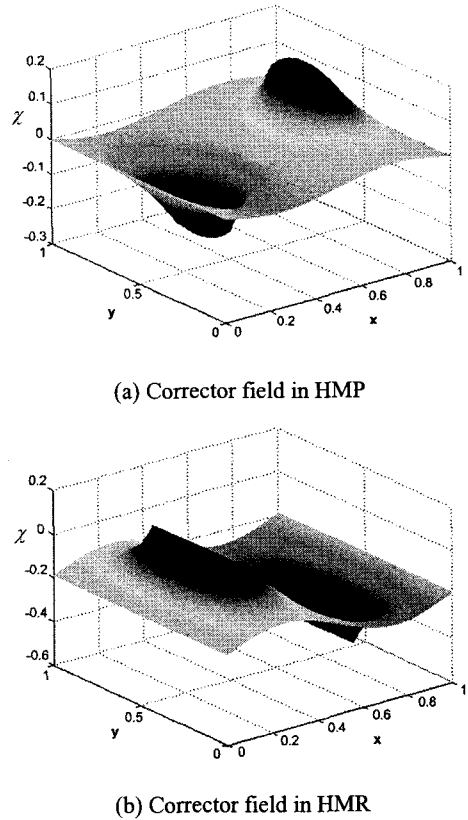


Fig. 4 First order corrector field  $\chi$  of a cell problem

### 3.3 HMR 방법

본 연구에서 제안하는 HMR은 HMP와 마찬가지로 섭동법에 근거하여 셀 문제를 해결하여 균질화된 등가의 물성치를 산출한다. 3.1절에서 소개된 HMP는 자기 투과율에 관한 단위셀 문제를 해결한 후에 등가의 자기 투과율을 얻게되지만, 여기서 제안하고자 하는 HMR에서는 자기 저항율에 관한 단위셀 문제를 해결함으로써 등가의 자기 저항율을 산출해내고자 한다.

HMR의 기본적인 착안은 2장에 나타난 정자장 문제의 지배 방정식인 식 (5)로부터 시작된다. 이 식은 Poisson 방정식의 형태와 유사하기 때문에 다음과 같이 새로운 물성치 텐서  $\mathbf{D}$ 를 정의하고자 한다.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{22} & -\mathbf{v}_{21} \\ -\mathbf{v}_{12} & \mathbf{v}_{11} \end{bmatrix} \quad (17)$$

이를 이용하여 지배방정식을 다시 구성하면 아래와 같다.

$$\partial_x (\mathbf{D}_{12} \partial_y \mathbf{A}_z) + \partial_x (\mathbf{D}_{11} \partial_x \mathbf{A}_z) + \partial_y (\mathbf{D}_{22} \partial_y \mathbf{A}_z) + \partial_y (\mathbf{D}_{21} \partial_x \mathbf{A}_z) = -\mathbf{J}_z \quad (18)$$

식 (18)은 기존에 알고 있는 Poisson 방정식과 같은 형태를 갖는다. Poisson 방정식에 대한 균질화 이론은 열전도나 탄성문제에서 이미 많이 사용되어왔기 때문에 자기장에 대한 물리적 이해가 없어도 동일한 방법으로 등가의 물성치를 산출할 수 있다.<sup>(2,3)</sup>

HMR의 단위셀 문제와 등가의 자기 투과율 텐서는 다음의 식으로 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial y_i} \left[ \mathbf{D}_y \frac{\partial \chi^k}{\partial y_j} \right] = \frac{\partial \mathbf{D}_{jk}}{\partial y_i} \quad (19)$$

$$\mathbf{D}^h = \frac{1}{Y} \int_Y \mathbf{D}_{jk} \left( \delta_k \delta_j + \frac{\partial \chi^j}{\partial y_k} \right) dy \quad (20)$$

최종적으로, 등가의 자기 투과율은 식 (20)으로부터 얻은  $\mathbf{D}^h$  와 식 (17)을 이용해 등가의 자기 저항률  $\mathbf{v}^h$  을 얻은 후 역행렬을 취함으로써 산출해낸다.

Fig. 4는 HMP와 HMR의 단위셀 문제의 해인 교정장  $\chi$  를 나타낸 그림이다. 비교를 위해 사용된 단위셀은 Fig. 3(a)와 동일하다. HMP에서는 공기의 자기 투과율이 작기 때문에 Fig. 4(a)와 같이 공기 영역이 매우 유연한 형상을 띄게된다. 그러나 HMR에서는 HMP와 반대로 공기의 자기 저항률이 상대적으로 크기 때문에 Fig. 4(b)의 공기 영역은 교정장  $\chi$  의 변화가 거의 없는 형상을 보여준다.

#### 4. 결과의 비교

4장에서 앞서 소개한 균질화 기법들을 이용해 몇 가지 단위셀에 대해서 등가 물성치를 산출한 후 결과를 비교하고자 한다. 모든 해석결과는 쌍선형(bi-linear) 형상함수의 2차원 4절점 요소를 사용한 유한요소해석에 의해 산출되었으며, 단위셀은 40×40 개의 요소로 구성된다.

##### 4.1 예제 1 : 정사각형 구멍 형태의 단위셀

결과의 비교를 위해 사용된 첫 번째 단위셀은 Fig. 3(a)와 같이 균질화법을 이용한 구조물의 위상 최적화에 널리 이용되는 정사각형 빈 공간(void)을 가진 형상으로, Fig. 5(a)는 밀도에 따른 다양한 모양의 단위셀을 보여준다. 검은 영역과 흰 영역의

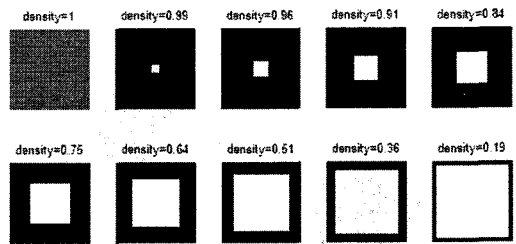
상대 자기 투과율은 각각 2000과 1로 3장에서 소개된 단위셀과 동일하다.

Fig. 5(b)는 밀도의 증가에 따른 상대 자기 투과율의 변화를 나타내며, HME와 HMR에 의한 결과들이 정확히 일치함을 보여주고 있다. 기존에 널리 사용되어온 HMP는 다른 두 방법보다 밀도의 전 영역에 걸쳐 최대 0.9% 큰 것으로 확인되었다. 한편 이 그래프는 이미 알려진 밀도와 탄성 계수의 관계 그래프와 형상이 다소 다르다.<sup>(8)</sup>

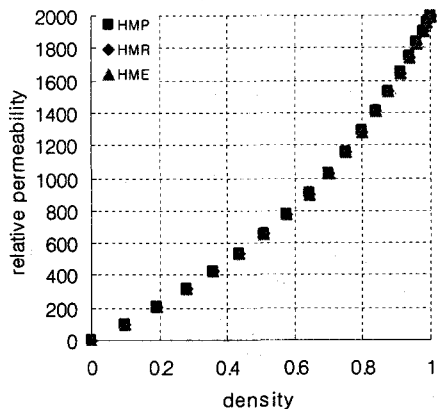
위상최적화 방법으로 널리 사용되는 밀도법(density method)의 경우 탄성계수는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{E}(\rho) = \mathbf{E}_0 \rho^p \quad (21)$$

탄성계수는 밀도  $\rho$  의  $p$  (penalization parameter)승에 비례하게 되며, 일반적으로  $p=3$ 을 취한다.<sup>(8)</sup> 그러나 자기장 문제에서 밀도에 따른 등가의 자기 투과율은 Fig. 5(b)에서 보는 바와 같이  $p=1$ 에 근접한 직선적인 형태가 됨을 알 수 있다. 이는 기존의 연구<sup>(9)</sup>에서 밀도법을 이용한 자기장 내 구조



(a) Shape of unit cells



(b) Density vs. homogenized relative permeability

Fig. 5 Homogenized permeability according to density

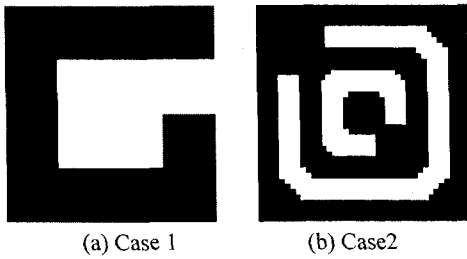


Fig. 6 Unit cells with off-diagonal terms

Table 1 Homogenized relative permeability of unit cells with off-diagonal terms

	case 1	case 2
HMP	$\begin{bmatrix} 1107.96 & 68.7204 \\ 68.7204 & 752.836 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 515.186 & 20.3708 \\ 20.3708 & 515.186 \end{bmatrix}$
HMR	$\begin{bmatrix} 1103.97 & 68.2163 \\ 68.2163 & 746.560 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 509.761 & 20.5696 \\ 20.5696 & 509.761 \end{bmatrix}$

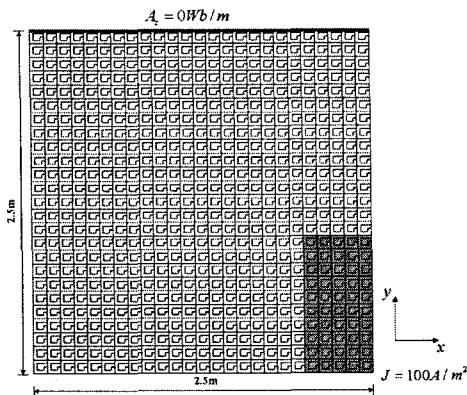


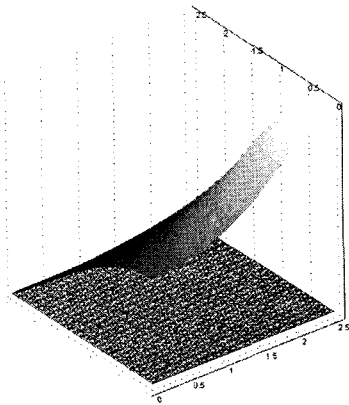
Fig. 7 Detailed original model

물의 위상최적설계의 경우에 탄성체의 위상최적설계와는 달리,  $p=1$ 의 경우에 우수한 결과를 나타내는 이유를 설명하고 있다.

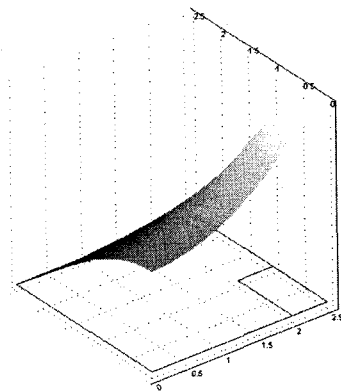
4.2 예제 11 : x, y축 비대칭 형태의 단위셀

Fig. 6은 앞에서 소개된 단위셀보다 복잡한 구조를 갖는 형태를 보여주고 있다. Fig. 6의 Case 1, 2 모두 x, y축 대칭이 아니며 따라서 등가의 투과율 텐서  $\mu^h$ 는 비대각 원소를 갖게 된다. 3.2절에서 설명한 바와 같이 이러한 경우에는 HME를 이용하여 등가의 물성치 계산이 불가능하다. 검게 표시된 부분과 하얗게 표시된 상대 자기 투과율은 각각 2000, 1을 갖는다.

Table 1에서 확인할 수 있듯이 Case 1과 Case 2는 HMP기준으로 1.05% 미만의 오차를 갖는다. 특히



(a) Original model



(b) Homogenized model(HMR)

Fig. 8 Vector potential of original and homogenized model

한 점은 Case 1은 대각항과 비대각항 모두 HMP가 HMR에 비해 큰 반면, Case 2는 대각항만이 크다. HMR과 HMP 두 균질화 기법은 위의 예제에서 약 1% 미만의 오차를 가지며 이러한 오차는 실제 공학적인 문제를 해결하는데 있어 무시할 수 있는 오차라고 판단된다.

4.3 COMSOL에 의한 HMP와 HMR의 검증

균질화 기법을 통한 등가의 자기투과율의 정확도를 판단하기 위해서 단위셀을 주기적으로 배열시킨 실제 모델과 등가의 물성치를 이용한 모델의 유한요소해석을 통하여 균질화 기법의 유용성을 확인하고자 한다. 상용 패키지인 COMSOL 3.2를 기반으로 해석모델의 특정 지점에서의 벡터 포텐셜 값을 비교하였다. 사용된 요소는 2차 형상함수를 갖는 삼각형 요소이다.

해석하고자 하는 모델은 Fig. 7에서 보는 바와 같이 4.2절의 case 1의 단위셀을 25 x 25개로 배열

**Table 2** Comparison between original and homogenized model

	original model	homogenized model	
		HMP	HMR
요소 수	67348	7737	7737
$A_2(0,0)$	4.14003e-2	4.16961e-2	4.15993e-2

한 모델이다. 해석 영역은  $2.5m \times 2.5m$  의 정사각형 영역이고 오른쪽 하단영역 ( $0.5m \times 1m$ ) 에 전류밀도  $100A/m^2$  을 가하였다. 상단부분에  $A_2 = 0Wb/m$  인 Dirichlet 경계조건을 인가하였고, 나머지 부분은  $\partial A_2 / \partial n = 0$  인 Neumann 경계조건을 주었다. 벡터 포텐셜의 크기를 비교하기 위해 모델의 왼쪽 하단 지점 (0, 0) 을 선택하였다.

Fig. 8의 (a), (b)는 원래의 모델과 HMR에 의한 등가 물성치로 치환된 모델의 벡터 포텐셜을 각각 나타낸다. 실제 모델의 결과를 나타낸 (a)는 단위 셀 내부에서의 굴곡이 보이지만 (b)와 전체적인 형상은 거의 유사하다. HMP에 의한 결과는 HMR과 육안으로 구별이 불가능하였으므로 생략하였다.

Table 2를 보면, 원래 모델의 자유도가 HMP, HMR에 의해 등가 물성치로 치환된 모델보다 약 9배 크며  $A_2(0,0)$  은 실제 모델 기준으로 약 0.72% 이내의 오차를 보인다. 그리고 HMR의  $A_2(0,0)$  이 HMP보다 원래 모델에 좀 더 가깝다. 균질화 이론은 기본적으로 단위셀의 크기가 해석 대상보다 무한히 작다고 가정하는데, Fig. 7의 원래 모델은  $25 \times 25$ 의 주기적 배열만을 갖는다. 따라서 위의 결과만으로 HMR이 HMP보다 더 정확한 방법이라 할 수는 없다.

5. 결론

본 연구에서는 맥스웰 방정식과 자기장의 적합 방정식으로부터 Poisson 방정식 형태의 지배 방정식을 유도하고, 이에 대한 균질화 기법을 이용하여 2차원 정자장 문제의 등가 물성치를 산출할 수 있는 기법인 HMR을 제안하였다. HMR을 이용하면 열전도나 탄성문제의 균질화 기법과 동일한 과정으로 기존의 방법에 변수만을 치환하여 등가의 물성치를 얻을 수 있으므로 자기장의 균질화 이론에 대한 추가적인 이해를 필요로 하지 않는 장점을 가진다.

자기 투과율 텐서의 대각항만이 존재하는 단위 셀에 대하여 등가의 물성치를 산출한 결과, HMR

은 Waki 등이 제안한 HME와 정확히 일치하는 결과를 보여주며, HMP에 의한 결과는 약간 큰 값을 나타내지만 실제의 응용에 있어서는 무시할 수 있을 정도의 작은 차이를 보여주고 있다. 물성치 텐서의 비대각항이 존재하는 단위셀의 경우에도 HMR과 HMP의 결과는 비슷한 양상을 보여주고 있다.

또한 밀도에 변화에 따른 균질화된 자기 투과율의 변화를 HMP, HME, HMR에 의해 살펴보았으며 탄성계수와 달리 거의 선형적인 관계에 가까움을 확인하였다.

후기

이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었습니다. (KRF-2003-042-D00009)

참고문헌

- (1) Sihvola, A., 1999, *Electromagnetic Mixing Formulae and Applications*, IEE Electromagnetic Waves Series 47, Institution of Electrical Engineers.
- (2) Sanchez-Palencia, E., 1980, *Non-homogeneous Media and Vibration Theory*, Number 127 in Lecture Notes in Physics. Springer-Verlag, Berlin.
- (3) Bensoussan, A., Lions, L. and Papanicolaou, G., 1978, *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*, North-Holland, Amsterdam.
- (4) Bendsøe, M. P. and Kikuch, N., 1988, "Generation Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, No. 6, pp. 197~224.
- (5) Waki, H., Igarashi, H. and Honma, T., 2005, "Estimation of Effective Permeability of Magnetic Composite Materials," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 5, pp. 1520~1523.
- (6) Waki, H., Igarashi, H. and Honma, T., 2006, "Estimation of Non-linear Effective Permeability of Magnetic Materials with Fine Structure," *Physica B*, Vol. 372, pp. 383~387.
- (7) Kristensson, G., 2002, *Homogenization of Spherical Inclusions*, Technical Report LUTEDX/(TEAT-7102)/1-22/(2002), Lund Institute of Technology, Department of Electroscience, P.O, Box 118, S-211 00 Lund, Sweden.
- (8) Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., 1999, "Material Interpolation Schemes in Topology Optimization," *Archives of Applied Mechanics*, Vol. 69, pp. 635~654.
- (9) Yoo, J. and Hong, H., 2004, "A Modified Density Approach for Topology Optimization in Magnetic Field," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 41, No. 9-10, pp. 2461~2477.