



얇은 쉘의 실시간 시뮬레이션을 위한 모달 와핑 기법의 확장

최민규⁰, 우승용*, 고희석**,
{광운대학교}^{0,*}, 서울대학교**
mgchoi@kw.ac.kr⁰, sywoo@cs.kw.ac.kr*, ko@graphics.snu.ac.kr**

An Extended Modal Warping Approach to Real-Time Simulation of Thin Shells

Min Gyu Choi⁰, Seung Yong Woo*, Hyeong-Seok Ko**
{Kwangwoon University}^{0,*}, Seoul National University**

요약

본 논문에서는 큰 변형이 일어나는 얇은 쉘을 실시간에 시뮬레이션하는 기법을 제안한다. 쉘이란 나뭇잎이나 종이와 같이 이차원 구조라 할 수 있는 얇은 물체이다. 얇은 쉘의 시각적으로 사실적인 애니메이션을 실시간에 생성하는 것은 컴퓨터 그래픽스 분야에서 오랫동안 주요한 도전 과제였다. 본 논문에서는 연속체 역학에 있어서 가장 복잡한 쉘 이론에 의존하는 대신 Grinspun 등이 제안한 이산 쉘 에너지 함수를 채용하고, 지배방정식의 실시간 적분을 위해서는 쉘 구조를 위한 모달 와핑 기법을 개발한다. 이와 같은 새로운 시뮬레이션 기법은 삼차원 솔리드를 위해 개발된 종전의 모달 와핑 기법을 확장한 것이다. 본 논문에서 제안한 방법은 매우 많은 정점으로 이루어진 메쉬 구조의 큰 휨과 큰 꼬임 변형도 실시간에 사실적으로 생성할 수 있다.

ABSTRACT

This paper proposes a real-time simulation technique for thin shells undergoing large deformation. Shells are thin objects such as leaves and papers that can be abstracted as 2D structures. Development of a satisfactory physical model that runs in real-time but produces visually convincing animation of thin shells has been remaining a challenge in computer graphics. Rather than resorting to shell theory which involves the most complex formulations in continuum mechanics, we adopt the energy functions from the discrete shells proposed by Grinspun et al. For real-time integration of the governing equation, we develop a modal warping technique for shells. This new simulation framework results from making extensions to the original modal warping technique which was developed for the simulation of 3D solids. We report experimental results, which show that the proposed method runs in real-time even for large meshes, and that it can simulate large bending and/or twisting deformations with acceptable realism.

Keyword : Physically Based Modeling, Deformation, Thin Shell

본 연구는 서울시 산학연 협력사업, 정보통신부 대학 IT 연구센터 육성지원 사업, 과학기술부 국가지정연구실사업(M1060000232-06J0000-23210), 교육인적자원부 BK21, 서울대학교 자동화시스템 공동연구소의 지원으로 수행되었다.

1. 서론

나뭇잎이나 종이와 같이 얇고 구부리기 쉬운 물체는 컴퓨터 그래픽스를 이용하여 만든 장면들에 흔히 등장한다. 이러한 물체들의 두께는 매우 얇기는 하지만 영(zero)은 아니며, 이와 같은 얇은 두께가 그 물체들의 동적인 움직임에 영향을 미치는 주요한 요인이다. 그럼에도 불구하고, 이러한 물체들은 흔히 두께가 영인 이차원 물체로 간략하게 표현된다. 이와 같이 이차원 물체로 간략하게 표현할 수 있는 얇고 구부리기 쉬운 물체를 얇은 셸(thin shell)이라고 하며, 본 논문은 얇은 셸의 물리 기반 시뮬레이션(physically-based simulation)을 다룬다.

삼차원 솔리드(solid)의 시뮬레이션은 컴퓨터 그래픽스 분야에서 활발히 연구되어 왔다[1, 3, 8, 9, 10]. 얇은 셸은 삼차원 솔리드의 특별한 경우이므로 삼차원 솔리드를 위해 개발된 기술을 얇은 셸에 적용하여 시뮬레이션 할 수도 있다. 하지만, 이러한 접근 방식은 만족할만한 결과를 내지 못한다. 삼차원 탄성 솔리드로 모델링한 얇은 셸에서 전역 휨(global bending)을 포함한 변형을 올바르게 얻기 위해서는 매우 촘촘한 유한요소법 메쉬(FEM mesh)가 필요하기 때문이다. 삼차원 솔리드가 아닌 이차원 메쉬로 셸을 표현하고 시뮬레이션하는 접근 방식도 있다. 하지만, 얇은 셸을 적당한 개수의 정점(vertex)을 가진 이차원 메쉬로 정확히 모델링하고 시뮬레이션하는 것은 연속체 역학(continuum mechanics)에서도 가장 복잡한 셸 이론(shell theory)[6]을 필요로 한다.

본 논문에서는 얇은 셸 구조의 큰 회전 변형(rotational deformation)을 실시간에 시뮬레이션하는 기법을 개발한다. 본 연구에서는 셸을 이차원 메쉬로 표현하지만 셸 이론 대신 보다 간단한 형태의 물리적 모델을 사용하여 지배 방정식(governing equation)을 세운다. 컴퓨터 그래픽스 분야에서 이러한 종류의 선구적인 연구로는 Grinspun 등이 제안한 이산 셸(discrete shell)이 있다[6]; 이들은 얇은 셸 구조의 동역학(dynamics)을 Cosserat 모델이 아닌 이산 모델(discrete model)로 기술하였다. [6]의 최종 지배 방정식은 삼차원 솔리드에서의 지배 방정식과 같은 형태가 되어 이해하고 구현하기 쉽다. 하지만 [6]에서는 지배 방정식을 실시간에 적용하기 위한 더 이상의 추가적인 노력을 기울이지 않았다.

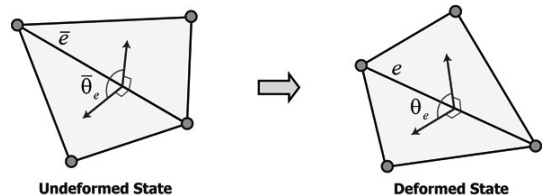
Choi와 Ko는 삼차원 탄성 솔리드의 큰 회전 변형을 실시간에 시뮬레이션 할 수 있는 모달 와핑(modal warping) 기법을 제안하였다[2]. 하지만 이 기법은 얇은 셸을 위한 것은 아니었다. Hauser 등은 얇은 셸을 실시간에 시뮬레이션 할 수 있는 기법을 제안하였지만, 이 기법은 큰 회전 변형이 있는 경우에는 사용될 수 없다.

본 연구는 이산 셸[6]과 모달 와핑[2]에 기반을 두고 있다; 이산 셸 기법의 에너지 함수를 채택하고 모달 와핑 기법을 확장하여 얇은 셸을 실시간에 시뮬레이션하는 프레임워크를 개발한다.

2. 얇은 셸의 동역학

본 논문에서는 2-다양체 삼각형 메쉬(2-manifold triangular mesh)를 사용하여 셸을 표현하고, 변형 전 메쉬와 변형 후 메쉬의 차이를 측정하는 비선형 막 에너지(membrane energy) 및 휨 에너지(flexure energy) 함수를 사용하여 셸의 동역학을 세운다. 본 절에 나오는 에너지 함수들은 다른 연구자들의 연구 결과이며 이러한 에너지 함수는 본 논문의 기여가 아니다. 본 논문에서 개발한 시뮬레이션 프레임워크는 특정 에너지 함수에 의존적이지 않으며, 다른 에너지 함수를 사용하더라도 유사한 결과를 얻을 수 있다.

2.1 막 에너지



[그림 1] 변형 전과 변형 후의 이면각.

막 에너지(membrane energy)는 셸이 고유 변형(intrinsic deformation)에 저항하는 것을 모델링하기 위한 것으로서 신장 에너지(stretch energy) 및 전단 에너지(shear energy)로 이루어진다. 신장 에너지로는 삼각형의 넓이 변화의 합에 기반을 둔 다음과 같은 함수를 사용한다:

$$E_A \doteq \sum_A \frac{(\|A\| - \|\bar{A}\|)^2}{\|\bar{A}\|}. \quad (1)$$

$\|A\|$ 와 $\|\bar{A}\|$ 는 각각 변형 전과 변형 후의 삼각형의 넓이다.

전단 에너지를 측정하기 위해서는 모서리(edge)의 길이 변화의 합에 기반을 둔 다음과 같은 함수를 사용 한다:

$$E_L \doteq \sum_e \frac{(\|e\| - \|\bar{e}\|)^2}{\|\bar{e}\|}. \quad (2)$$

$\|e\|$ 와 $\|\bar{e}\|$ 는 각각 변형 전과 변형 후의 모서리의 길이이다.

2.2 휨 에너지

셸의 휨 에너지(flexural energy)를 측정하기 위해서는 Grinspun 등이 제안한 다음과 같은 함수를 사용 한다(6):

$$E_B \doteq \sum_A 3(\theta_e - \bar{\theta}_e) \frac{\|e\|}{h_e}. \quad (3)$$

여기서 θ_e 와 $\bar{\theta}_e$ 는 각각 변형 전과 변형 후의 모서리의 이면각(dihedral angle)이다. h_e 는 모서리 e 를 공유하고 있는 두 삼각형의 변형 전 평균 높이이다. (그림 1 참조.) 위의 에너지 함수는 셸의 조각적 선형 메쉬(piecewise linear mesh) 상의 정점들에서 평균 곡률(mean curvature) 차의 제곱을 적분하고, 이를 이산화 하여 얻은 것이다. (자세한 유도 과정은 [6]을 참조.)

2.3 지배 방정식

얇은 셸의 전탄성 에너지(total elastic energy)는 다음과 같이 막 에너지 및 휨 에너지의 합으로 정의된다:

$$E \doteq k_A E_A + k_L E_L + k_B E_B. \quad (4)$$

여기서 k_A, k_L , 그리고 k_B 는 각각 신장, 전단, 휨에 대한 물성치(material constant)다. 위의 에너지 함수를 메쉬 노드들의 변위에 대해서 미분하면 탄성 포텐셜 에너지(elastic potential energy)에 의한 일반 탄성력(generalized elastic force)을 얻을 수 있으며 이는 다음과 같다:

$$\frac{\partial E(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{K}(\mathbf{u})\mathbf{u}. \quad (5)$$

여기서 $\mathbf{u}(t)$ 는 n 개의 노드의 원위치로부터의 변위를 나타내는 $3n$ 차원 벡터이다. 따라서 얇은 셸의 동적 움직

임을 기술하는 지배 방정식은 다음과 같이 쓰일 수 있다:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}. \quad (6)$$

\mathbf{M} 과 \mathbf{C} 는 각각 질량과 감쇠(damping) 행렬이며 $\mathbf{F}(t)$ 는 n 개의 노드들에 작용하는 외력을 나타내는 $3n$ 차원 벡터이다. 여기서 탄성력 $\mathbf{K}(\mathbf{u})\mathbf{u}$ 는 \mathbf{u} 에 대해 비선형적이다. 따라서 지배 방정식 (6)을 실시간에 적분하는 것은 쉽지 않은 일이다.

3. 셸을 위한 모달 외평

본 논문에서는 얇은 셸의 실시간 시뮬레이션을 위해 모달 외평[2] 프레임워크를 채택한다. [2]에 기술된 방법은 삼차원 솔리드를 위한 것이므로, 이를 셸에 적용 가능하도록 수정을 가해야만 한다. 이러한 수정들 중에서 각 메쉬 노드마다 정의되는 국지 좌표계(local coordinate frame)의 방향(orientation)을 추적하는 방법에 대한 수정이 가장 중요하며 이는 3.2절에 기술되어 있다.

3.1 모달 변위

작은 회전 변형만이 있을 때 식 (6)의 일반 탄성력 $\mathbf{K}(\mathbf{u})\mathbf{u}$ 를 $\mathbf{K}\mathbf{u}$ 로 선형적으로 근사할 수 있다. 여기서 \mathbf{K} 는 상수 행렬(constant matrix)이다. 이와 같은 간략화가 적용가능하다면, 일반 고유값 문제(generalized eigenvalue problem) $\mathbf{K}\Phi = \mathbf{M}\Phi\Lambda$ 를 풀어서 $\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}$ 와 $\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Lambda$ 를 만족하는 Φ 와 Λ 를 찾아 지배 방정식 (6)을 비연성(decoupled) 형태로 만들 수 있다. Φ 의 각 열(column)은 $3n$ 차원 공간의 기저(basis)를 형성하므로, \mathbf{u} 를 다음과 같이 열벡터의 선형 조합(linear combination)으로 표현할 수 있다:

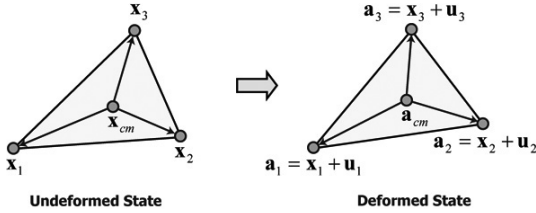
$$\mathbf{u}(t) = \Phi \mathbf{q}(t). \quad (7)$$

Φ 는 모달 변위 행렬(modal displacement matrix)이며, 이 행렬의 i 번째 열은 i 번째 진동 모드의 모양을 나타낸다. $\mathbf{q}(t)$ 는 각 진동 모드의 진폭에 해당하는 벡터이다. 고유값의 크기가 커서 눈에 띄는 주요한 변형을 야기하는 m 개의 진동 모드에 해당하는 열들만을 Φ 에서 뽑아냄으로써 계산량을 현저히 줄일 수 있다. 앞으로 Φ 는 이와 같이 형성

된 $3n \times m$ 크기의 부행렬(submatrix)을 의미한다. 식(7)을 지배 방정식 (6)에 대입하고 Φ^T 를 양변에 곱하면, 식 (6)을 다음과 같이 각 변수들이 서로 관련이 없는 비연성 형태로 만들 수 있다:

$$\mathbf{M}_q \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_q \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_q \mathbf{q} = \Phi^T \mathbf{F}. \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{M}_q = \mathbf{I}$, $\mathbf{C}_q = (\xi \mathbf{I} + \zeta \mathbf{A})$, $\mathbf{K}_q = \mathbf{A}$ 는 모두 대각 행렬(diagonal matrix)이고⁹⁾, $\Phi^T \mathbf{F}$ 는 모달 힘(modal force)이다. 식 (8)에서의 비연성화(decoupling)는 수치 계산 속도를 매우 크게 향상시킨다. 모달 외평 기법의 핵심은 큰 변형을 일련의 작은 변형으로 분해하여 위의 비연성화 절차를 적용하는 것이다. 자세한 내용은 3.3절에 기술 되어 있다.



[그림 2] $\mathbf{q}(t) \mathbf{u}_A = [\mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_2^T \mathbf{u}_3^T]^T$ 와 같은 변형이 있을 때 이에 따른 회전 성분 $\omega_A(\mathbf{u}_A)$

3.2 모달 회전

얇은 쉘을 위한 모달 외평 기법을 개발하기 위해서는 변형의 회전 성분(rotational component)을 $\mathbf{q}(t)$ 로 표현할 수 있어야 한다. 보다 자세히 말하면, 모든 메쉬 노드들의 삼차원 회전 벡터(rotation vector)로 구성된 $3n$ 차원 합성 벡터(composite vector)인 $\mathbf{w}(t)$ 에 대해서 식(7)과 비슷한 형태의 식이 필요하다. 삼차원 솔리드의 경우 변위의 회전(curl) $\frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{u}$ 으로 변형의 회전 성분을 얻을 수 있다. 하지만 쉘의 경우 이 방법을 적용할 수 없다. 회전 연산(curl operation)에 수반되는 미분을 자유로운 삼차원 공간 상이 아니라 쉘이 점유하는 이차원 정의역 상으로 제한해야 하기 때문이다.

본 절에서는 변형의 회전 성분을 계산하는 새로운 기법을 개발한다. 이 기법은 삼각형의 방향(triangle orientation)에 대한 자코비안(Jacobian)에 기반을 두고 있다. 삼각형

1) 흔히 채택하는 가정인 레일리 감쇠(Rayleigh damping)

$\mathbf{C} = \xi \mathbf{M} + \zeta \mathbf{K}$ 를 취하였다. ξ 와 ζ 는 스칼라 가중치(scalar weight)다.

\mathbf{A} 가 그림 2에서와 같이 변형되었다고 가정하자. \mathbf{x}_i 는 변형 전 정점의 위치를 나타내며 \mathbf{u}_i 는 변형에 따른 변위를 나타내고 \mathbf{a}_i 는 변형 후 정점들의 위치를 나타낸다. ω_A 를 이와 같은 변형에 의해 \mathbf{A} 에 발생한 방향의 변화(orientational change)를 나타내는 삼차원 회전 벡터(rotation vector)라 하자; ω_A 는 단위 축 $\omega_A / |\omega_A|$ 를 중심으로 각도 $|\omega_A|$ 만큼의 회전을 뜻한다. 이러한 회전 벡터는 반드시 삼각형의 세 노드(node)들의 변위 $\mathbf{u}_A = [\mathbf{u}_1^T \mathbf{u}_2^T \mathbf{u}_3^T]^T$ 에 의한 순수 기하 함수 $\omega_A(\mathbf{u}_A)$ 여야 한다. 그림 2의 삼각형에서 일어난 회전을 찾는 문제는 다음과 같이 공식화될 수 있다:

$$\arg \min_{\omega_A} \sum_{i=1}^3 \left\| (\mathbf{R}_A(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{cm}) - (\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_{cm})) \right\|^2. \quad (9)$$

\mathbf{R}_A 는 3×3 회전 행렬(rotation matrix)이고, $\mathbf{x}_{cm} = \frac{1}{3} \sum_i \mathbf{x}_i$, $\mathbf{a}_{cm} = \frac{1}{3} \sum_i \mathbf{a}_i$ 이다. 하지만 이 식은 회전 행렬을 포함하고 있어 미분하기 어렵다. 아주 미세한 회전이 일어났다고 가정하면, 회전 행렬 \mathbf{R}_A 는 $(\mathbf{I} + \omega_A \times)$ 로 근사될 수 있다[4]. 여기서 $z \times$ 는 벡터 z 의 반대칭 행렬(skew symmetric matrix)을 의미한다. 따라서 식 (9)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\arg \min_{\omega_A} \sum_{i=1}^3 \left\| (\mathbf{I} + \omega_A \times)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{cm}) - (\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_{cm}) \right\|^2. \quad (10)$$

표기법 $\mathbf{p}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{cm}$ 과 $\mathbf{q}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{a}_{cm}$ 을 사용 하여 위의 식을 아래와 같이 간략하게 적을 수 있다:

$$\arg \min_{\omega_A} \sum_{i=1}^3 \left\| \mathbf{p}_i + \omega_A \times \mathbf{p}_i - \mathbf{q}_i \right\|^2. \quad (11)$$

식 (11)의 목적함수(objective function)의 도함수(derivative)를 0으로 하는 식을 세우면 다음과 같은 결과를 얻는다:

$$\left(\sum_i \mathbf{p}_i \times \mathbf{p}_i \times \right) \omega_A = - \sum_i \mathbf{p}_i \times \mathbf{q}_i. \quad (12)$$

여기서 \mathbf{q}_i 와 ω_A 는 변위 \mathbf{u}_A 에 관한 함수이다. 식 (12)의 양변을 \mathbf{u}_A 에 대해서 미분하고 변형 전 상태에서의 도함수 값을 구하면 다음과 같은 3×9 자코비안 행렬(Jacobian matrix)을 얻을 수 있다:

$$\frac{\partial \varpi_A}{\partial \mathbf{u}_A} \Big|_0 = - \left(\sum_i \mathbf{p}_i \times \mathbf{p}_i \times \right)^{-1} [\mathbf{p}_1 \times | \mathbf{p}_2 \times | \mathbf{p}_3 \times]. \quad (13)$$

식 (13)은 매우 작은 회전 성분만을 포함한 변형에 대한 것이다. 3.3절에서 소개할 모달 외평 기법은 큰 회전 변형을 위의 결과를 적용할 수 있는 일련의 작은 회전 변형으로 분해하는 접근 방식을 취한다.

식 (13)의 자코비안을 이용하여 $\omega_A(\mathbf{u}_A)$ 를 일차 테일러 전개(first-order Taylor expansion)로 근사할 수 있다:

$$\omega_A(\mathbf{u}_A) = \omega_A(\mathbf{0}) + \frac{\partial \varpi_A}{\partial \mathbf{u}_A} \Big|_0 \mathbf{u}_A + O(\mathbf{u}_A^2) \quad (14)$$

변형 전 상태에서는 삼각형이 회전하지 않았기 때문에 $\omega_A(\mathbf{0})$ 는 영벡터(zero vector)다. 위의 식은 삼각형의 회전 벡터를 얻기 위한 것이다. 메쉬 노드의 회전 벡터를 얻기 위해서는 그 메쉬 노드를 공유하고 있는 삼각형들의 회전 벡터의 평균을 취한다.

위의 논의를 바탕으로 이제 모든 삼각형들의 자코비안 $\omega_A(\mathbf{0})$ 를 조립(assembly)하여 $\mathbf{W}\mathbf{u}$ 가 3n차원 합성 벡터 \mathbf{w} 가 되는 전역 행렬(global matrix) \mathbf{W} 를 만들어 낼 수 있다. 마지막으로, $\mathbf{u}(t)$ 를 식(7)으로 전개하면 다음과 같다:

$$\mathbf{w}(t) \approx \mathbf{W}\Phi\mathbf{q} \hat{=} \Psi\mathbf{q}(t). \quad (15)$$

\mathbf{W} 와 Φ 둘 다 변형 전 상태의 얇은 셸에 의해 기술되므로 시간에 무관한 상수 행렬(constant matrix)이다. 따라서 Φ 를 미리 계산해둘 수 있다. 위의 식은 식 (7)에서의 변위 처럼 메쉬 노드의 국지 회전(local rotation)도 모달 진폭 $\mathbf{q}(t)$ 로 표현할 수 있다는 것을 보여준다. Ψ 를 모달 회전 행렬(modal rotation matrix)이라고 하겠다.

3.3 회전 요소들의 적분

식 (15)는 셸 노드의 회전을 추적하는 효율적인 방법을 제공한다. 하지만, 이러한 회전은 아직 변위장(displacement field) $\mathbf{u}(t)$ 의 계산에 반영되지 않았다. 또한, 3.1절과 3.2절에서 유도한 모달 변위 및 회전은 변형에서의 회전 성분이 다소 작은 경우에만 유효하다. 각각의 메쉬 노드마다 국지 좌표계를 도입함으로써 이러한 두 가지 문제를 해결할 수 있다.

각각의 노드 i 에 초기 상태에서는 전역 좌표계와 일치하

는 국지 좌표계 $\{i\}$ 를 달아 놓는다. 시각 t 에서의 국지 좌표계를 나타내기 위해 $\{i\}(t)$ 라는 표기법을 사용하겠다. $\mathbf{R}_i(t)$ 를 좌표계 $\{i\}(t)$ 의 방향을 나타내는 회전 행렬이라 하고, $\dot{\mathbf{u}}_i^L(t)dt$ 를 시각 $(t-dt)$ 에 좌표계 $\{i\}(t-dt)$ 에서 측정된 i 번째 노드의 미분 변위(differential displacement)라 하자. 그렇다면, 전역 좌표계에서 측정하유한 변위(finite displacement) $\mathbf{u}_i(t)$ 는 다음과 같이 계산될 수 있다:

$$\mathbf{u}_i(t) = \int_0^t \mathbf{R}_i(\tau)\dot{\mathbf{u}}_i^L(\tau)d\tau. \quad (16)$$

위의 적분은 모든 노드에서 수행되어야 한다. 식 (16)을 계산하는 자세한 과정은 [2]를 참조하기 바란다.

식 (16)을 계산하기 위해서는 식 (6) 대신 새로운 지배 방정식이 필요하며 이를 풀어서 시간에 따라 변화하는(time-varying) 국지 좌표계 상에서 계측한 일반 변위 벡터(generalized displacement vector) \mathbf{u}^L 을 구할 수 있어야 한다. 식 (6)의 양변에 \mathbf{R} 을 곱하고 촘촘한 메쉬에서의 교환성(commutativity in fine meshes) 및 뒤틀림 강성(warped stiffness)에 대한 가정을 하면 다음과 같은 지배 방정식을 얻을 수 있다[2]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}^L + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}^L + \mathbf{K}\mathbf{u}^L = \mathbf{R}^T\mathbf{F}. \quad (17)$$

\mathbf{K} 는 변형 전 상태의 $\mathbf{K}(\mathbf{u})$ 이고 \mathbf{R} 은 \mathbf{R}_i 들로 구성된 3×3 블록 대각 행렬(block diagonal matrix)이다.

마지막으로, 다음 두 가지 사실에 주목하여야 한다: (1) 시간이 흐름에 따라 발생한 메쉬 노드에서의 회전이 이제는 식 (16)의 결과에 반영되고 있다는 것과, (2) 작은 회전들을 적분하기 때문에 3.1절과 3.2절에서 유도한 식을 적용하여 얇은 셸의 큰 회전 변형을 시뮬레이션 할 수 있다.

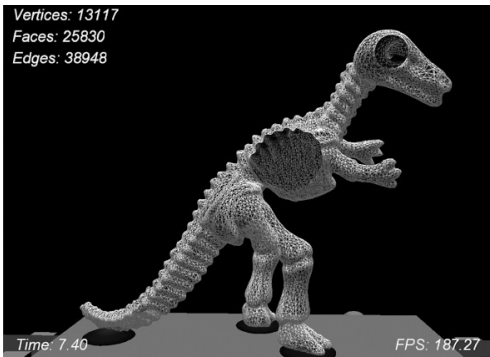
4. 실험

본 논문에서 제안한 기법은 Microsoft Windows 환경에서 Autodesk Maya 플러그인(plugin)으로 구현되었다. 크기가 큰 희박 사각 행렬(large sparse square matrix)에서 m 개의 주요한 고유값과 그에 따른 고유벡터를 빠르게 얻기 위해서는 MathWorks Matlab의 내장(built-in) C++ 수학 함수 `eigs`를 사용하였다. 에너지 함수의 자코비안은 Waterloo Maple을 사용하여 기호적(symbolic)으로 계산하였다. 본 절

의 모든 실험은 인텔 펜티엄 D 3.46GHz 프로세서와, 2GB 메모리, nVIDIA GeForce FX 8800 GTX 그래픽 카드를 탑재한 PC에서 수행되었다. 모든 실험에서 시뮬레이션 시간 간격을 $h = 1/30$ 초로 고정하였지만 어떠한 불안정성 (instability) 문제도 야기되지 않았다.

4.1 많은 정점을 가진 메쉬

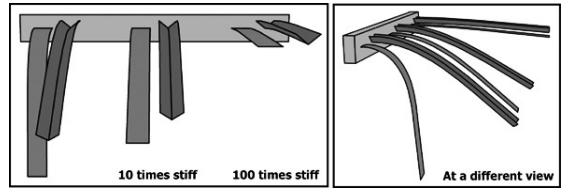
본 논문에서 제안한 기법으로 25,830개의 삼각형(13,117개의 정점과 38,948개의 모서리)으로 이루어진 3D 공룡 모양의 쉘을 시뮬레이션 하였다. 4개의 진동 모드로 시뮬레이션 하였으며 전처리(preprocessing) 시간으로는 대략 18초가 걸렸다. 공룡 모델을 자극(excitation)하기 위하여 지지대를 비등속(non-uniform velocity)으로 움직였다. 그림 3은 실험 중에 찍은 스톱 사진이다. 시뮬레이션은 초당 약 200 프레임의 성능을 냈다.



[그림 3] 많은 정점을 가진 메쉬의 실시간 변형.

4.2 평면빔과 V빔

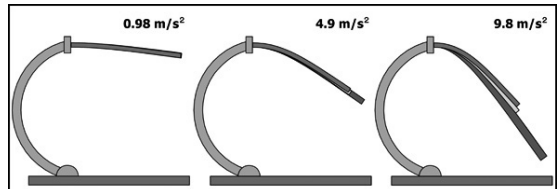
본 실험에서는 중력장(gravity field) 하에서 평면빔(flat beam)과 V빔(V-beam)의 휨을 시험한다. 그림 4는 8개의 진동 모드로 세 쌍의 빔들을 시뮬레이션 하여 얻은 평형상태(equilibrium state)를 보여준다. 나란히 비교를 하기 위해 평면빔과 V빔으로 이루어진 각각의 쌍이 똑같은 휨 강성을 가지도록 하였다. 왼쪽에서 오른쪽으로 갈수록 각 쌍들의 휨 강성이 더 커진다; 가운데 쌍의 강성은 가장 왼쪽 쌍보다 10배 크고 가장 오른쪽 쌍의 강성은 가장 왼쪽 쌍에 비해서 100배 크다. V빔은 평면빔과 다른 휨 거동(bending behavior)을 가지고 있고 그 차이는 휨 강성이 작을수록 더 두드러진다는 것을 그림을 통해 확인할 수 있다.



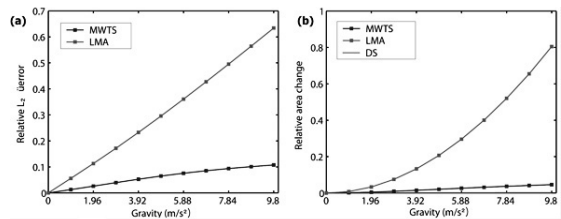
[그림 4] 중력에 의해 변형되는 평면빔과 V빔의 시뮬레이션

4.3 다른 기법들과의 비교

본 실험은 선형 모달 해석(linear modal analysis, LMA)과, 얇은 쉘을 위한 모달 외평(modal warping for thin shells, MWTS), Grinspun 등[6]의 비선형 이산 쉘(discrete shells, DS) 기법들을 이용하여 시뮬레이션 한 결과를 비교하기 위한 것이다. 세 가지 방법으로 각기 다른 중력 하에서 V빔의 변형을 시뮬레이션 하였다. LMA와 MWTS를 이용한 시뮬레이션 둘 다 8개의 모드를 사용하였다. DS를 위해서는 오일러 적분(Euler integration)을 사용하였고 수치적 안정성을 위해 $h = 1/30,000$ 초의 시간 간격을 사용하였다. 그림 5는 평형상태에서의 스톱 사진을 보여준다.



[그림 5] 각기 다른 크기의 중력에서 선형 모달 해석(적), 얇은 쉘을 위한 모달 외평(청), 이산 쉘(녹)로 변형한 V빔.



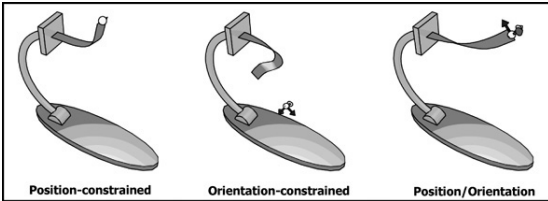
[그림 6] 그림 5에 나타난 V빔의 오차 분석. (a) 변위장 L_2 의 상대오차. (b) 상대적 넓이 변화: DS의 넓이 변화는 거의 영에 가까워서 그 곡선을 수평 축과 구별하기 힘들다.

그림 6 (a)는 중력의 크기에 따른 변위장의 L_2 상대오차 (relative L_2 displacement field error) 그래프를 보여준다. DS로 생성한 결과를 지상검증 자료(ground truth)로 취하였 다.²⁾ MWTS의 오차는 LMA의 오차보다 작다.

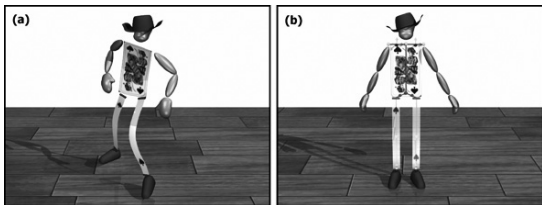
중력장의 크기가 증가함에 따라 둘 다 오차가 증가하지만 말이다. 그림 6 (b)는 넓이의 변화를 초기 넓이에 대해서 상

대적으로 보여주는 그래프다. 이 그래프를 보면 MWTS에서의 넓이 변화가 DS에서의 넓이 변화와 거의 동일하다는 것을 알 수 있다. 그림 6 (a)에서 MWTS가 결코 무시할 수 없는 L_2 변위장 오차를 가지고 있다는 것을 알 수 있기는 하지만, MWTS의 결과와 DS의 결과를 겹쳐서 보여주지 않는 한 이들을 시각적으로 분간하기는 쉽지 않다.

4.4 조작 제약조건



[그림 7] 위치 제약조건으로(왼쪽), 방향 제약조건으로(가운데), 위치 및 방향 제약조건 모두(오른쪽)로 조작한 평면법. (위치 제약 조건은 노란색 구, 방향 제약조건은 RGB 축으로 표현)



[그림 8] 얇은 쉘(모자, 몸통, 양다리)로 이루어진 캐릭터의 제약조건에 따른 애니메이션.

삼차원 탄성 솔리드를 위한 모달 외평[2]에서 도입된 조작 제약조건(manipulation constraint)은 얇은 쉘에도 적용 가능하다. 그림 7은 평면법을 위치 및 방향 제약조건으로 조작하는 도중에 찍은 스냅 사진을 보여준다. 얇은 쉘로 이루어진 변형 캐릭터(deformable character)의 애니메이션을

만드는 데에도 조작 제약조건을 사용 할 수 있다. 그림 8 (a)는 상체와 다리가 얇은 쉘들로 이루어진 캐릭터를 시뮬레이션한 예제를 보여준다. 캐릭터가 춤추는 동안 쉘은 캐릭터의 몸동작에 의한 자극(excitation)을 받아서 그에 따른 수동적인 동적 변형(passive dynamic deformation)을 보여준다. 그림 8 (b)에 보이는 것처럼 쉘들은 관절에 달린 위치 및 방향 제약조건(RGB 축)들을 가지고 있다.

5. 결론

본 논문에서는 얇은 쉘을 실시간에 시뮬레이션하는 기법을 제안하였다. [6]에서 제안된 에너지 함수를 사용하여 얇은 쉘의 동역학을 공식화하였고, 삼차원 탄성 솔리드를 위해 제안된 모달 외평 기법에 수정을 가하여 얇은 쉘을 시뮬레이션하는데 적용 가능하도록 하였다. 이는 모달 진폭을 통해 변형의 회전 성분을 찾는 새로운 기법 개발을 수반하였다. 또한, [2]에 소개된 조작 제약조건을 얇은 쉘에도 확장할 수 있음을 보였다. 본 논문에서 제안한 기법은 시간 간격을 $h = 1/30$ 초로 고정하여도 안정적이었으며 시각적으로도 사실적인 시뮬레이션 결과를 생성할 수 있었다.

본 연구는 현재 2절에 기술된 에너지 함수로 구현되어있지만 다른 임의의 동역학 공식에 대해서도 적용 가능하다. 본 연구에서 제안한 기법은 컴퓨터 게임과 캐릭터 애니메이션을 포함한 여러 응용 분야에서 유용하게 사용 될 것으로 기대된다.

2) MWTS와 DS는 똑같은 에너지 함수를 사용하지만, MWTS는 DS에는 없는 몇 가지 간략화 및 가정을 했다. 따라서 MWTS는 DS보다 정확할 수 없다. 이는 실시간 알고리즘인 MWTS가 처리야하는 대가다. 원칙적으로 쉘 이론에 기반을 둔 비선형 FEM 시뮬레이션의 결과를 지상검증 자료로 취해야 한다. 하지만 이러한 방식을 취하지 않은 이유는 (1) 쉘 이론에 기반을 둔 비선형 FEM 시뮬레이션의 구현은 너무 어렵고, (2) 본 논문의 중점은 동역학 공식의 정확성보다는 주어진 동역학 공식을 실시간에 결점 없이 시뮬레이션하는 것에 있기 때문이다. 이를 위해서는 MWTS와 DS의 결과를 비교하는 것만으로도 충분한 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] J. Barbic and D. L. James. Real-time subspace integration for st. venant-kirchho[®] deformable models. ACM sactions on Graphics (Proc. ACM SIGGRAPH 2005), 24(3):982 { 990, 2005.
- [2] M. G. Choi and H.-S. Ko. Modal warping: Real-time simulation of large rotational deformation and manipulation. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1(1):91 { 101, 2005.
- [3] S. Gibson and B. Mirtich. A survey of deformable modeling in computer graphics. Technical Report TR-97-19, Mitsubishi Electric Research Lab., Cambridge, MA, 1997.
- [4] H. Goldstein. Classical Mechanics, Addison-Wesley, 1983.
- [5] A. E. Green and W. Zerna. Theoretical Elasticity. Oxford University, 1968.
- [6] E. Grinspun, A. N. Hirani, M. Desbrun, and P. Schoder. Discrete shells. In Proc. ACM SIGGRAPH/Eurographics Symp. Computer Animation, pages 49 { 54, 2003.
- [7] K. K. Hauser, C. Shen, and J. F. O' Brien. Interactive deformation using modal analysis with constraints. In Proc. Graphics Interface, pages 247 {255, 2003.
- [8] D. L. James and K. Fatahalian. Precomputing interactive dynamic deformable scenes. ACM Transactions on Graphics (Proc. ACM SIGGRAPH 2003), 22(3):879 { 887, 2003.
- [9] M. MAuller, J. Dorsey, L. McMillan, R. Jagnow, and B. Cutler. Stable real-time deformations. In Proc. ACM SIGGRAPH Symp. Computer Animation 2002, pages 49 { 54, 2002.
- [10] D. Terzopoulos, J. Platt, A. Barr, and K. Fleischer. Elastically deformable models. Computer Graphics (Proc. ACM SIGGRAPH '87), 21(4):205 { 214, 1987.



최민규 (Min Gyu Choi)

1996년 한국과학기술원 전산학과 학사
1998년 한국과학기술원 전산학과 석사
2003년 한국과학기술원 전산학과 박사
2003년-2005년 서울대학교 전기컴퓨터공학부 박사 후 연구원
2005년-현재 광운대학교 컴퓨터과학과 교수

관심분야: 변형체 애니메이션, 동작 계획, 동작 편집, 영상처리.



우승용 (Seung Yong Woo)

2006년 2월 광운대학교 컴퓨터소프트웨어학과 학사
2006년 3월-현재 광운대학교 컴퓨터과학과 석사과정

관심분야: 변형체 애니메이션, 동작 편집.



고형석 (Hyeong-Seok Ko)

1985년 서울대학교 계산통계학과 학사
1987년 서울대학교 계산통계학과 석사
1994년 미국 펜실바니아 대학교 박사
1994년 - 1995년 미국 아이오와 대학교 조교수
1996년 - 2000년 서울대학교 전기컴퓨터공학부 조교수
2000년 - 2005년 서울대학교 전기컴퓨터공학부 부교수
2005년 - 현재 서울대학교 전기컴퓨터공학부 교수

관심분야: 의복 애니메이션, 유체 애니메이션, 머리카락 애니메이션,
변형체 애니메이션, 동작 편집