

이산 시간 비선형 상호 결합 시스템의 T-S 퍼지 모델을 위한 분산 동적 출력 제한 제어기 설계

Decentralized Dynamic Output Feedback Controller for Discrete-time Nonlinear Interconnected Systems via T-S Fuzzy Models

구근범* · 김진규** · 주영훈** · 박진배*

Geun Bum Koo*, Young Hoon Joo** and Jin Bae Park*

* 연세대학교 전기전자공학과

** 군산대학교 전자정보공학부

요 약

본 논문은 Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델을 이용하여 이산 시간에서의 비선형 상호 결합 시스템에 대한 분산 동적 출력 제한 제어기를 제시한다. 이산시간 비선형 상호 결합 시스템의 각 하위 시스템에 대한 T-S 퍼지 모델링을 한 후, 각각에 대해 동적 출력 제한 제어기를 설계한다. 제어가 된 폐루프 하위 시스템들로 전체 시스템의 평형점이 안정화되는 선형 행렬 부등식 (LMI)을 구하고, 부등식을 이용하여 동적 출력 제한 제어기의 이득 값을 구한다. 마지막으로 모의실험을 통해 분산 동적 출력 제한 제어기의 효용성을 확인한다.

키워드 : 이산시간 비선형 상호결합 시스템, T-S 퍼지 모델링, 분산 동적 출력 제한, 선형행렬 부등식.

Abstract

This paper proposes the decentralized dynamic output feedback controller for discrete-time nonlinear interconnected systems using Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model. Through T-S fuzzy model of each subsystem, the decentralized dynamic output feedback controller is designed. By the closed-loop subsystems with controller, it represents the linear matrix inequality (LMI) for stability of whole interconnected system. The value of control gain are obtained by LMI. An example is given to show the experimentally verification discussed throughout the paper.

Key Words : Discrete-time nonlinear interconnected system, T-S fuzzy modeling, Decentralized dynamic output feedback, Linear matrix inequality.

1. 서 론

사회가 고도화되고 시스템이 복잡해지면서 각 시스템 사이에 상호 결합의 형태가 나타나게 되었다. 이렇게 서로의 상태변수에 영향을 주는 시스템을 묶어 상호 결합 시스템이라 한다. 이 상호 결합 시스템은 특히, 전력 계통 등과 같은 우리 생활과 밀접한 여러 시스템에 그 특성이 나타나게 되었고, 이에 상호 결합 시스템에 대한 사람들의 관심이 커지고,

연구 또한 활발히 진행되고 있다.[1-8]

상호 결합 시스템을 제어하는 방법에는 크게 중앙집중 제어, 분산(distributed) 제어, 분산(비집중, decentralized)제어, 이렇게 세 가지가 있다. 여기서, 중앙집중 제어는 확실한 제어는 가능하나, 경제성과 효율이 매우 떨어진다. 또한 분산 제어는 각 시스템을 독립시켜서 제어하는 기법으로 효율은 좋으나 서로의 상호 결합성을 무시하고 제어하기 때문에 정확한 제어는 불가능하다. 이러한 두 가지 방법의 단점을 보완한 것이 비집중 제어이다. 이는 상호결합성을 고려하면서 각 시스템에 대해 독립적인 제어를 가능케 한다. 하지만 상호결합성을 고려해야 하기 때문에 제어기를 설계하기에 매우 까다롭다. 뿐만 아니라, 시스템의 비선형성까지 고려한다면 더욱 제어기 설계는 어렵다고 할 수 있다.

접수일자 : 2007년 8월 28일

완료일자 : 2007년 11월 14일

감사의 글 : 이 논문은 2007년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

본 연구는 산업자원부 전력기반조성사업 센터의 고급인력양성사업을 통한 연세 대학교 계통적용 신전력기기 연구센터의 지원으로 수행되었습니다.

이러한 상호 결합 시스템의 제어에 대한 연구는 여러 연구자를 통해 진행되어 왔다. Tseng[1]은 비선형 상호 결합 시스템에 대한 퍼지 모델을 제시하고, 이를 통해 제어기를

설계하였다. 또한 Šiljak와 Stanković[2-3]는 비선형의 상호 결합성을 가지는 선형 상호 결합 시스템에 대한 출력 제한 제어기를 제시하였다. 이에 본 논문에서는 이산 시간에서의 비선형 상호 결합 시스템을 위한 동적 출력 제한 제어기를 설계한다.

먼저, 이산시간 비선형 상호 결합 시스템에 대한 Takagi-Sugeno(T-S) 퍼지 모델을 제시하고, 이를 바탕으로 동적 출력 제한 제어기를 설계한다. 모델링된 시스템의 설계된 제어기가 포함된 폐루프 시스템의 안정화 충분조건을 제시한다. 그리고 안정화 조건을 통해 동적 출력 제한 제어기의 이득값을 구하기 위한 선형 행렬 부등식(LMI)를 얻는다. 마지막으로 검증을 위해 간단한 예제를 제시하고 모의 실험을 통해 제어기가 됨을 증명한다.

2. 이산 시간 비선형 상호 결합 시스템의 T-S 퍼지 모델링

일반적인 이산시간에서의 비선형 상호 결합 시스템을 T-S 퍼지 시스템으로 모델링하기 위해서는 다음과 같은 규칙을 따르게 된다:

Plant Rule k:

IF x_{i1} is Γ_{i1}^k , ..., and x_{ip} is Γ_{ip}^k ,

THEN

$$\begin{cases} x_i(t+1) = A_{ik}x_i(t) + B_{ik}u_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^n A_{ijk}x_j(t) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

여기서, Γ_{iq}^k 는 $i \in I_n = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 i 번째 하위시스템의 $q \in I_p = \{1, 2, \dots, p\}$ 를 만족하는 k 번째 퍼지 규칙이다. $x_i(t)$ 와 $u_i(t)$ 는 i 번째 하위 시스템의 상태변수와 입력변수이고, A_{ik} 와 B_{ik} 는 시스템 행렬과 입력 행렬이다. A_{ijk} 는 i 번째와 j 번째의 하위 시스템 사이의 상호결합행렬을 나타낸다. $y_i(t)$ 는 출력변수, C_i 는 출력 행렬로 계산상의 편의를 위해 선형이고 선행계수라 가정한다.[9]

(1)을 이용하여 n 개의 하위 시스템을 가지는 이산시간에서의 비선형 상호 결합 시스템을 T-S 퍼지 시스템으로 모델링하면 다음과 같다:

$$\begin{aligned} x_i(t+1) &= \sum_{k=1}^r \mu_k(x_i(t))(A_{ik}x_i(t) + B_{ik}u_i(t)) \\ &\quad + \sum_{j=1, j \neq i}^n A_{ijk}x_j(t), \\ y_i(t) &= \sum_{k=1}^r \mu_k(x_i(t))(C_{ik}x_i(t)) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,

$$\mu_k(x_i(t)) = \frac{\omega_k(x_i(t))}{\sum_{k=1}^r \omega_k(x_i(t))}$$

$$\omega_k(x_i(t)) = \prod_{q=1}^p \Gamma_{ip}^k(x_{ip}(t)) \quad (3)$$

이고, $\Gamma_{ip}^k(x_{ip}(t))$ 는 소속함수의 소속정도를 나타낸다. 이

때, $\omega_k(x_i(t))$ 는 다음의 특성을 따르게 된다.

$$\begin{aligned} \omega_k(x_i(t)) &\geq 0 \\ \sum_{k=1}^r \omega_k(x_i(t)) &> 0 \end{aligned} \quad (4)$$

또한, $\omega_k(x_i(t))$ 의 특성에 의해서 $\mu_k(x_i(t))$ 역시 다음과 같은 특성을 따르게 된다.

$$\begin{aligned} \mu_k(x_i(t)) &\geq 0 \\ \sum_{k=1}^n \mu_k(x_i(t)) &= 1 \end{aligned} \quad (5)$$

모델링된 이산시간 비선형 상호 결합 시스템의 제어를 위해 분산 동적 출력 제한 제어기의 제어 규칙을 다음과 같이 제시한다:

Controller Rule k:

IF x_{i1} is Γ_{i1}^k and, ..., x_{iq} is Γ_{iq}^k ,

$$\text{THEN} \begin{cases} u_i(t) = C_{ik}^c z_i(t) + D_{ik}^c y_i(t) \\ z_i(t+1) = A_{ik}^c x_i(t) + B_{ik}^c y_i(t) \end{cases} \quad (6)$$

여기서, $z_i(t)$ 는 제어기의 상태변수로 동적성이 존재하여 제어 입력값을 결정하게 된다. 퍼지 규칙의 전제부는 플랜트 시스템의 퍼지 규칙 전제부와 동일하게 된다. 또한 A_{ik}^c , B_{ik}^c , C_{ik}^c , D_{ik}^c 는 제어기의 이득값이 된다. 퍼지규칙을 통해 동적 출력 제한 제어기를 구하면 다음과 같다:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \sum_{k=1}^r \mu_k(x_i(t))(C_{ik}^c z_i(t) + D_{ik}^c y_i(t)) \\ z_i(t+1) &= \sum_{k=1}^r \mu_k(x_i(t))(A_{ik}^c z_i(t) + B_{ik}^c y_i(t)) \end{aligned} \quad (7)$$

제어기의 이득값을 구하기 위한 선형 행렬 부등식의 도출해야 한다. 하지만 상호 결합 시스템에서는 다른 시스템과의 상호 결합성을 항상 고려해야 하기 때문에 선형 행렬 부등식을 구하기가 어렵다. 또한 동적 출력 제한 제어기 자체도 매우 복잡한 형태이기 때문에 선형 행렬 부등식을 구하기가 매우 어렵다고 할 수 있다.

3. 동적 출력 제한 제어기의 설계를 위한 선형 행렬 부등식

여기서는 동적 출력 제한 제어기의 이득 값을 구하기 위해 이산 시간의 상호 결합 T-S 퍼지 시스템을 안정화 시키는 충분조건을 구한다. 이를 위해 먼저 다음의 보조 정리가 필요하다.

보조 정리 1 [10] 적합한 차원의 어떤 상수 대칭 행렬 N , O , L 이 주어졌을 때 다음의 두 개의 부등식은 서로 필요충분조건이 된다:

$$O > 0, \quad N + L^T O L < 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} N & L^T \\ L & -O^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad \text{or} \quad \begin{bmatrix} -O^{-1} & L^T \\ L & N \end{bmatrix} < 0. \quad (9)$$

설계된 제어기 (5)를 상호 결합 시스템인 (2)에 대입하면 다음의 폐루프 시스템을 구할 수 있다:

$$\begin{bmatrix} x_i(t+1) \\ z_i(t+1) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^r \sum_{m=1}^r \mu_k(x_i(t)) \mu_m(x_i(t)) \times \left(\begin{bmatrix} A_{ik} + B_{ik} D_{im}^c C_{ik} & B_{ik} C_{im}^c \\ B_{im}^c C_{ik} & A_{im}^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(t) \\ z_i(t) \end{bmatrix} + \sum_{j=1, j \neq i}^n \begin{bmatrix} A_{ijk} \\ 0 \end{bmatrix} x_j(t) \right) \quad (10)$$

$$u_i(t) = \sum_{k=1}^r \mu_k(x_i(t)) (C_{ik}^c z_i(t) + D_{ik}^c y_i(t)) \quad (11)$$

$$y_i(t) = C_{ik} x_i(t) \quad (12)$$

다음의 정리에서 위의 폐루프 시스템의 안정화 조건을 만족하는 충분조건을 구하게 된다:

정리 1 만약 다음의 선형 행렬 부등식과 특정한 조건을 만족하는 양한정 행렬 P_i 와 어떤 행렬 $A_{im}^c, B_{im}^c, C_{im}^c, D_{im}^c$ 가 존재하게 된다면, 동적 출력 제한 제어기에 의해 제어된 이산 시간 비선형 상호 결합 시스템 (10)은 점근적으로 안정하게 된다.

$$\begin{bmatrix} (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk})^T P_i & (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk})^T P_i \\ \times (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk}) - 4P_i & \times (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm}) \\ (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm})^T P_i & (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm})^T P_i \\ \times (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk}) & \times (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm}) \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

여기서,

$$\Gamma_{ikm} = \begin{bmatrix} A_{ik} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ik} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{im}^c & C_{im}^c \\ B_{im}^c & A_{im}^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{ik} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$\Theta_{ijk} = \begin{bmatrix} A_{ijk} \\ 0 \end{bmatrix}$$

증명 상호결합 시스템을 안정화 시키는 이득값을 구하기 위해 다음의 Lyapunov 함수를 고려한다.

$$V(t, x) = \sum_{i=1}^n V_i(t, x_i)$$

$$V_i(t, x_i) = \begin{bmatrix} x_i(t) \\ z_i(t) \end{bmatrix}^T P_i \begin{bmatrix} x_i(t) \\ z_i(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

위의 Lyapunov 함수 $V(t, x)$ 의 값은 언제나 양수가 된다. 이때, Lyapunov 함수의 변화율이 언제나 음수가 된다면, 평형점 $x(t)=0$ 는 언제나 점근적으로 안정하게 된다. 결국 $\Delta V(t, x)$ 는 아래 (15)식과 같이 전개 될 때, 마지막 수식을 통해서 정리 1이 도출되게 된다. 수식 (17)에서 $x_{id}(t)$ 는 다음과 같이 정의된다:

$$x_{id}(t) = \begin{bmatrix} x_i(t) \\ z_i(t) \end{bmatrix}$$

정리 1에서 유도된 행렬 부등식을 만족하는 값을 찾는 것은 매우 어렵다. 따라서 이득값을 보다 쉬운 방법으로 구하기 위해서 정리 1의 부등식을 선형 행렬 부등식으로 바꿔줄 필요가 있다.

정리 2 만약 다음의 선형 행렬 부등식과 특정한 조건을 만족하는 양한정 행렬 Q_i 와 어떤 행렬 N_{ik} 가 존재하기 된다면, (13)의 부등식은 항상 만족하게 된다.

$$\begin{aligned} \Delta V(t, x) &= \sum_{i=1}^N V_i(t+1, x_i) - V_i(t, x_i) \\ &= \sum_{i=1}^N \left(\begin{bmatrix} x_i(t+1) \\ z_i(t+1) \end{bmatrix}^T P_i \begin{bmatrix} x_i(t+1) \\ z_i(t+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_i(t) \\ z_i(t) \end{bmatrix}^T P_i \begin{bmatrix} x_i(t) \\ z_i(t) \end{bmatrix} \right) \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{k=1}^L \sum_{m=1}^L \sum_{n=1}^L \sum_{l=1}^L \mu_k(x_i(t)) \mu_m(x_i(t)) \mu_n(x_i(t)) \mu_l(x_i(t)) \\ &\quad \times \left(\left(\begin{bmatrix} A_{ik} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ik} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} K_{ik} \begin{bmatrix} C_{ik} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_i(t) \\ z_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{ijk} \\ 0 \end{bmatrix} x_j(t) \right)^T P_i \\ &\quad \times \left(\begin{bmatrix} A_{in} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{in} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} K_{in} \begin{bmatrix} C_{in} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_i(t) \\ z_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{ijm} \\ 0 \end{bmatrix} x_j(t) - P_i \\ &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{k=1}^L \sum_{m=1}^L \sum_{n=1}^L \sum_{l=1}^L \mu_k(x_i(t)) \mu_m(x_i(t)) \mu_n(x_i(t)) \mu_l(x_i(t)) \\ &\quad \times \left((x_{id}(t))^T \Gamma_{ikm}^T + x_{id}(t)^T \Gamma_{imk}^T + x_j(t)^T \Theta_{ijk}^T + x_j(t)^T \Theta_{ijm}^T \right) P_i \left(\Gamma_{inl} x_{id}(t) + \Gamma_{iln} x_{id}(t) + \Theta_{ijn} x_j(t) + \Theta_{ijl} x_j(t) - 4P_i \right) \\ &\leq \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{k=1}^L \sum_{m=1}^L \mu_k(x_i(t)) \mu_m(x_i(t)) \\ &\quad \times \left((x_{id}(t))^T \Gamma_{ikm}^T + x_{id}(t)^T \Gamma_{imk}^T + x_j(t)^T \Theta_{ijk}^T + x_j(t)^T \Theta_{ijm}^T \right) P_i \left(\Gamma_{ikn} x_{id}(t) + \Gamma_{imk} x_{id}(t) + \Theta_{ijk} x_j(t) + \Theta_{ijm} x_j(t) - 4P_i \right) \\ &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \sum_{k=1}^L \sum_{m=1}^L \mu_k(x_i(t)) \mu_m(x_i(t)) \begin{bmatrix} x_{id}(t) \\ x_j(t) \end{bmatrix}^T \\ &\quad \times \begin{bmatrix} (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk})^T P_i (\Gamma_{ikn} + \Gamma_{imk}) - 4P_i & (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk})^T P_i (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm}) \\ (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm})^T P_i (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk}) & (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm})^T P_i (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{id}(t) \\ x_j(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} -4Q_i & * & * \\ 0 & 0 & * \\ A_{ik}^d Q_i + B_{ik}^d N_{im} C_i^d & \Theta_{ijk} + \Theta_{ijm} & -Q_i \\ + A_{im}^d Q_i + B_{im}^d N_{ik} C_i^d & & \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

그리고

$$C_i Q_i = M_i C_i \quad (17)$$

여기서,

$$Q_i = P_i^{-1}, \quad N_{ik} = K_{ik} M_i, \quad K_{ik} = \begin{bmatrix} D_{ik}^c & C_{ik}^c \\ B_{ik}^c & A_{ik}^c \end{bmatrix}$$

$$A_{ik}^d = \begin{bmatrix} A_{ik} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{ik}^d = \begin{bmatrix} B_{ik} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad C_{ik}^d = \begin{bmatrix} C_{ik} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

이고, *는 행렬에서의 전치요소를 의미한다. 제어기 이득값은 다음을 통해 구한다.

$$K_{ik} = N_{ik} \{ C_i Q_i C_i^T (C_i C_i^T)^{-1} \}^{-1} \quad (18)$$

증명 정리 1에서 제시된 부등식은 아래의 수식 (19)와 같이 나타낼 수 있다. (19)에 보조 정리 1을 사용하게 되면 다음과 같이 전개된다:

$$\begin{bmatrix} -4P_i & 0 & (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk})^T \\ 0 & 0 & (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm})^T \\ (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk}) & (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm}) & -P_i^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

위의 부등식을 선형행렬 부등식으로 바꾸기 위해서 다음과 같은 행렬을 정의한다.

$$\begin{bmatrix} P_i^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

그리고 위의 행렬을 이용해서 식 (20)을 합동치환하면 아래와 같은 전개가 진행된다.

$$\begin{bmatrix} P_i^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -4P_i & 0 & (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk})^T \\ 0 & 0 & (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm})^T \\ (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk}) & (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm}) & -P_i^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_i^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4P_i^{-1} & 0 & P_i^{-1}(\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk})^T \\ 0 & 0 & (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm})^T \\ (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk})P_i^{-1} & (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm}) & -P_i^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

위의 수식에서 (17)를 이용하여 치환하고, $Q_i = P_i^{-1}$ 와 $N_{ik} = K_{ik} M_i$ 를 이용하게 되면 정리 2에서의 선형행렬 부등식을 얻을 수 있다.

참조 1 비선형 상호 결합 시스템에서 출력행렬 C_i 의 경우

역행렬을 가지고 있을 필요는 없다. 하지만, 선행계수는 항상 만족해야 한다. 즉, 선행계수라는 가정을 통해 $C_i C_i^T$ 의 역행렬은 항상 존재해야 한다.

참조 2 선형 행렬 부등식을 통해 K_{ik} 를 통해서 동적 출력 제한 제어기의 이득값을 구할 수 있다. 이 때, D_{ik}^c 값을 제외한 나머지 이득값들이 모두 0이 될 수도 있다. 이때는 정적 출력 제한 제어기가 설계된 것으로, 이것만을 통해 제어가 가능하게 될 수도 있다.

4. 모의 실험

4.1 Lorenz 시스템의 퍼지 모델링

논문에 대한 예제로 다음과 같은 이산시간 chaotic Lorenz 시스템을 고려한다[11].

$$\begin{bmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \\ x_3(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\sigma T)x_1(t) + \sigma T x_2(t) \\ r T x_1(t) + (1-T)x_2(t) - T x_1(t)x_3(t) \\ T x_1(t)x_2(t) + (1-bT)x_3(t) \end{bmatrix} \quad (22)$$

여기서 T 는 샘플링 시간으로 그 값을 0.002로 한다. 또한 각 파라미터의 값들을 다음과 같이 잡는다.

$$\sigma = 10, \quad r = 28, \quad b = \frac{8}{3}$$

위의 식을 $\chi_1^T = [x_1 \ x_2]^T$ 와 $\chi_2 = x_3$ 의 두 개의 하위 시스템으로 이루어진 상호 결합 시스템으로 간주한다. 그리고 T-S 퍼지 모델링을 하면 다음과 같다:

Plant Rule 1:

IF $x_1(t)$ is about M_1

$$\text{THEN} \begin{cases} \chi_i(t+1) = A_{i1} \chi_i(t) + B_{i1} u_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^n A_{ij1} \chi_j(t) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) \end{cases}$$

Plant Rule 2:

IF $x_1(t)$ is about M_2

$$\text{THEN} \begin{cases} \chi_i(t+1) = A_{i2} \chi_i(t) + B_{i2} u_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^n A_{ij2} \chi_j(t) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) \end{cases}$$

여기서,

$$A_{11} = A_{12} = \begin{bmatrix} 0.98 & 0.02 \\ 0.056 & 0.998 \end{bmatrix},$$

$$A_{121} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.04 \end{bmatrix}, \quad A_{122} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.06 \end{bmatrix},$$

$$B_{11} = B_{12} = \begin{bmatrix} 0.002 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = [1 \ 1]$$

$$A_{21} = A_{22} = 0.9947, \quad A_{211} = [0 \ -0.04],$$

$$\begin{bmatrix} (\Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk})^T \\ (\Theta_{ijk} + \Theta_{ijm})^T \end{bmatrix} P_i \begin{bmatrix} \Gamma_{ikm} + \Gamma_{imk} & \Theta_{ijk} + \Theta_{ijm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4P_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

$$A_{212} = [0 \ 0.06],$$

$$B_{21} = B_{22} = 0.002, \ C_2 = 1$$

$$M_1 = -20, \ M_2 = 30.$$

이때, M_1 와 M_2 의 값은 $x_1(t)$ 의 대략적 경계값으로 잡아 준 것이다.

여기서 각 시스템의 소속함수는 다음과 같다.

$$\mu_{11}(x(t)) = \mu_{21}(x(t)) = \frac{-x + M_2}{M_2 - M_1}$$

$$\mu_{12}(x(t)) = \mu_{22}(x(t)) = \frac{x - M_1}{M_2 - M_1}$$

위의 퍼지 모델링을 통해서 제어되지 않은 시스템의 그래프를 나타낸 것이 아래의 그림 1이 된다.

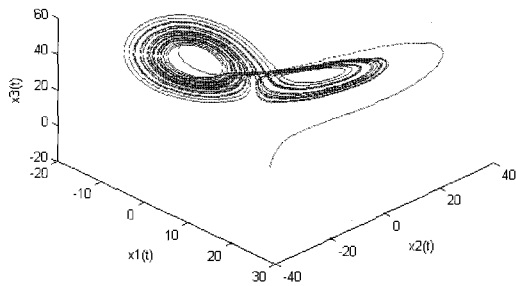


그림 1. 제어되기 전의 Lorenz 카오스 시스템
Fig. 1. Chaotic Lorenz system without dynamic output feedback controller

위의 비선형 상호 결합 시스템의 제어를 위해 동적 출력 제한 제어기를 다음과 같이 설계한다.

Controller Rule 1:

IF $x_1(t)$ is about M_1 ,

THEN $\begin{cases} u_i(t) = C_{i1}^c z_i(t) + D_{i1}^c y_i(t) \\ z_i(t+1) = A_{i1}^c x_i(t) + B_{i1}^c y_i(t) \end{cases}$

Controller Rule 2:

IF $x_1(t)$ is about M_2 ,

THEN $\begin{cases} u_i(t) = C_{i2}^c z_i(t) + D_{i2}^c y_i(t) \\ z_i(t+1) = A_{i2}^c x_i(t) + B_{i2}^c y_i(t) \end{cases}$

정리 2를 통해서, 제어기의 이득 값을 구하면 다음과 같이 나타난다.

$$K_{11} = \begin{bmatrix} -236.6703 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_{12} = \begin{bmatrix} -144.4024 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_{21} = \begin{bmatrix} -497.3500 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K_{22} = \begin{bmatrix} -497.3500 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

선형 행렬 부등식을 통해 구한 이득값에서는 D_{ik}^c 의 값만 존재하고 나머지는 모두 0으로 나왔다. 이는 이 시스템에 정적 출력 제한 제어기만으로도 제어가 가능하다는 것을 보여

주며, 또한, 제어기의 이득값을 동적 출력 제한 제어기의 방법으로 구할 수 있음을 보여준다. 그림 2은 상태변수의 초기 값이 $[10 \ -10 \ -10]$ 일 때의 제어기가 포함된 폐루프 시스템의 상태변수를 나타낸 것으로 보는 것과 같이 0으로 수렴하고 있음을 알 수 있다.

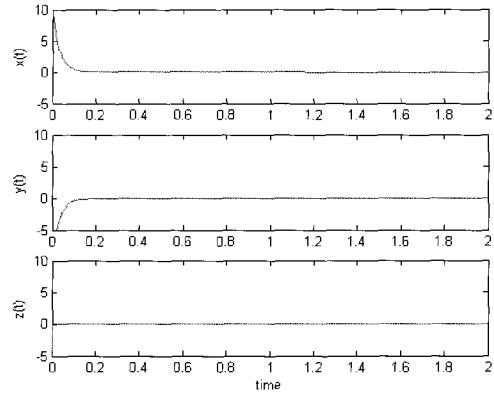


그림 2. 제어된 chaotic Lorenz 시스템
Fig. 2. chaotic Lorenz system with dynamic output feedback controller

5. 결론

본 논문에서는 이산시간에서의 비선형 상호 결합 시스템을 위한 동적 출력 제한 제어기를 설계하였다. 비선형 상호 결합 시스템에 대한 T-S 퍼지 모델을 제시하였고, 제약 조건이 있는 선형 행렬 부등식을 통해 상호 결합 시스템을 안정화 시키는 제어기를 설계하였다. 그리고 이를 모의실험을 통해 제어기의 우수성을 증명하였다. 앞으로 더욱 복잡한 비선형 상호 결합 시스템에 대한 제어기 설계 연구가 의미있으리라 생각된다.

참고 문헌

- [1] C. S. Tseng, " H_∞ decentralized fuzzy model reference tracking control design for nonlinear interconnected systems," *IEEE Transactions on fuzzy Systems*, Vol. 9, No. 6, pp. 795-809, 2001.
- [2] S. S. Stanković, "Decentralized dynamic output feedback for robust stabilization of a class of nonlinear interconnected systems," *Automatica*, Vol. 43, pp. 861-867, 2007.
- [3] D. D. Šiljak, "Design of robust static output feedback for large-scale systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 49, pp. 2040-2044, 2004.
- [4] C. W. Chen, "Stability analysis of T-S fuzzy models for nonlinear multiple time-delay interconnected systems," *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 66, pp. 523-537, 2004.
- [5] X. G. Yan, "Decentralized robust sliding mode for

a class of nonlinear interconnected systems by static output feedback," *Automatica*, Vol. 40, pp.613-620. 2004.

- [6] R. J. Wang, "Nonlinear decentralized state feedback controller for uncertain fuzzy time-delay interconnected system", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 151, pp. 191-204, 2005.
- [7] M. Benyakhlef, "Decentralised nonlinear adaptive fuzzy control for a class of large-scale interconnected systems", *International Journal of Computational Cognition*, Vol. 4, No. 2, pp. 14-19, 2006.
- [8] F. H. Hsiao, C. W. Chen, Y. W. Liang, S. D. Xu, and W. L. Chiang, "T-S fuzzy controllers for nonlinear interconnected systems with multiple time delays", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol. 52, No. 9, pp. 1883-1893, 2005.
- [9] W. Chang, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Static output-feedback fuzzy controller for Chen's chaotic system with uncertainties," *Information Sciences*, Vol. 151, pp. 227-244, 2003.
- [10] L. Xie, "Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainties," *Int. J. Contr.*, Vol. 63, No. 4, pp. 741-750, 1996.
- [11] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 9, No. 2, pp. 369-379, 2001.



김진규(Jin Kyu Kim)
2007년 2월 : 군산대학교 전자정보공학부 졸업.
2007년 3월~현재 : 군산대학교 전자정보공학과 석사 과정

관심분야 : 지능제어, 얼굴 인식, Human-robot Interaction
Phone : 063-469-4706
Fax : 063-469-4706
E-mail : kjk3242@kunsan.ac.kr



주영훈(Young Hoon Joo)
제17권 5호(2007년 10월호) 참조



박진배(Jin Bae Park)
제17권 5호(2007년 10월호) 참조

저 자 소 개



구근범(Geun Bum Koo)
2007년 2월 : 연세대학교 전기 전자 공학부 졸업.
2007년 3월~현재 : 연세대학교 전기 전자 공학과 석사 과정

관심분야 : 퍼지 이론, 강인 제어.
Phone : 02-2123-2773
Fax : 02-362-4539
E-mail : milbam@yonsei.ac.kr