Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering
Vol, 30, No. 1, pp.8－14, March 2007.

지정식 보관방식 창고시스템에서 보관위치 할당계획

장 석 화†

인천대학교 산업경영공학과

The Allocation Planning of Storage Location in a Dedicated Storage Method Warehouse System

Suk-Hwa Chang†

Dept. of Industrial and Management Engineering, University of Incheon

This paper addresses the allocation planning of the storage location in a warehouse system that the dedicated storage method is used. In the discrete finite time period model, the demands for storage location of products are dynamic for time periods. The planning is to determine the reallocation time period and the storage location of the products in reallocation time period, which minimizes costs. The cost factors are the reallocation cost, the travel cost within warehouse and the surplus storage location cost. A model is formulated, and the property of optimal solution is characterized. The dynamic programming algorithm is developed, and a numerical example is shown.

Keywords : Warehouse System, Allocation Planning of Storage Location, Dynamic Programming

1. 서 론

보관활동은 제품의 생산시점과 소비시점을 연결시켜 시간적 가치를 창출하는 것으로 물류영역에서 수송활동 다음으로 중요한 부분이다. 보관할동인 창고관리에서 발생하는 비용 중에서 가장 큰 비용을 차지하는 것은 고객 주문에 대한 인출활동이고, 인출활동 중에서 가장 높은 비중을 차지하는 것은 인출하기 위해 소요되는 이동시간이다[7]. 창고에서 이동시간을 줄일 수 있는 창고 설계 및 운영은 비용과 연관된 중요한 문제이다.

창고시스템에서 보관공간의 최적 사용은 창고의 효율을 높이고 생산성을 높이는데 있어 중요한 요인이다. 창고에 많은 제품이 입출고될 때 창고에서 제품의 보관위치는 창고 내에서 제품들의 이동시간을 줄일 수 있는 것과 밀접한 관련이 있다. 기존 연구된 보관위치 할당방법은 지정식, 무작위식과 구역분할식 보관 등이 있다[9, 10]. 지정식 보관은 각 제품의 보관위치를 지정하여 보관하는 것으로, 입출입빈도가 높은 제품을 출입구(I/O) 위치에 가까운 보관위치에 할당함으로서 이동시간을 줄이고 관리를 편리하게 할 수 있지만 많은 보관공간을 필요로 한다. 반면 무작위식은 제품의 보관위치를 무작위로 정하는 것으로 전체적인 보관공간을 적게 필요로 하지만 효율적인 관리 방법을 필요로 한다. 구역분할식은 보관공간을 몇 개의 구역으로 나누고, 보관될 제품도 몇 개의 그룹으로 나누어 제품그룹을 각 구역에 할당하고, 구역에서는 무작위식으로 보관하는 방식이다.

제품의 보관위치 할당방식으로 지정식을 적용하는 창고에서 제품의 보관위치를 정하는 문제를 창고공간의 재할당 계획과 함께 다룰 필요가 있다. 이산적인 유한기간 모형으로 보관될 제품 종류가 다수이고, 각 제품

---

† 교신저자 shchang@incheon.ac.kr
※ 본 연구는 2006년 인천대학교 교내연구비의 지원에 의한 것임.

의 최대재고량과 수요량이 기간에 따라 변화할 때, 적정한 시점에서 제품의 보관위치를 재할당할 필요가 있다. 여기서 최대재고량은 제품의 보관을 위해 동시에 필요한 보관위치의 수를 말하고, 수요량은 한 기간에 발생한 제품의 수요를 말한다. 계획기간 중에서 모든 시점이 재할당시점이 될 수 있을 것이다. 매 시점 재할당하면 보관공간을 최소화하고 이동거리를 최소화할 수 있지만 빈번한 재할당으로 많은 재할당비용을 발생시킬 수 있다. 반면 재할당을 드물게 하면 재할당비용을 줄일 수 있지만 창고에서 제품의 이동거리가 증가하고, 또한 잉여보관공간이 증가할 것이다.

기간에 대해 각 제품의 최대재고량과 수요량이 동적으로 변할 경우에 적절한 시점에서 보관위치를 조정하면 필요한 창고공간을 줄일 수 있어 공간이용률도 높이고 비용을 줄일 수 있다. 이와 같이 지정식을 적용하는 창고에서 모든 기간에 대해 보관위치를 동일하게 유지하기보다는 적절한 시점에서 제품의 보관위치를 조정하는 보관공간의 재할당을 필요로 한다. 보관위치를 재할당하면 재할당과 관련하여 비용이 발생한다. 재할당 비용은 기존에 보관된 제품을 이동시키고, 재할당을 위한 관리 작업을 필요로 하는 것과 같은 것으로 발생하는 비용이다. 창고의 보관위치 재할당으로 발생하는 재할당비용과 매 기간 지정식 보관방식을 적용할 때 제품의 보관위치에서 출입구(I/O) 위치까지의 이동거리로 발생하는 이동비용, 각 제품의 최대재고량에 비해 과다하게 보관공간을 할당하였을 경우 발생하는 잉여보관공간비용 등이 발생할 수 있다. 이러한 비용요소들을 고려하여 주어진 계획기간동안 창고시스템에서 발생하는 비용을 최소화하는 재할당 계획과 제품에 대한 보관위치를 구하는 문제를 연구한다.

창고에서 제품의 보관위치에 따라 인출시 이동거리가 결정되기 때문에 창고에 보관되는 제품들에 대해 최대재고량, 회전률 등의 특성을 고려하여 보관위치를 정한다. 그리고 제품의 보관위치 결정 방법은 인출시 이동거리와 필요한 보관공간의 수에 영향을 주게 된다. 보관에서 인출과 관련된 주요 연구내용은 제품을 창고의 보관위치에 할당하는 방법과 보관된 제품을 인출하는 방법에 관한 것이다[7].

Graves[3], Hausman[5] and Schwarz[6]는 보관시스템의 설계, 계획 및 통제를 새로운 연구주제로 도입하였다. 보관시스템의 운영에 관한 것은 이후 상당한 관심을 받아 왔다. 창고시스템의 계획과 통제에 관한 문헌에는 인출요청 순서를 정하는 것과 보관위치를 할당하는 것 등의 두 가지 주제에 초점이 맞추어져 왔다.

문헌에서 상당한 관심을 받은 주제중 하나는 창고에 들어오는 제품의 보관위치를 정하는 것이다. Hausman et al.[5]은 무작위식 저장, 구역분할식 저장과 지정식 저장 등 세 가지 보관위치 할당 정책을 나타내었다. 지정식과 무작위식은 구역분할식의 극단적인 방법이다. Bozer[1]는 팔레트 랙을 상단 보관구역과 하단 인출구역으로 나누는 문제를 고려하였고, Chebyshev 이동시간을 가정하였고, 그리고 이러한 분리된 보관구역방식이 언제 정당화될 수 있는지 보였다. Hackman and Rosenblatt[4]는 보관구역으로부터 주문인출이 가능한 모형을 나타내었다. Frazelle et al.[2]는 휴리스틱 방법으로 인출구역의 최적크기를 결정하는 내용을 연구하였다. Van den Berg et al.[8]은 보관구역인출이 가능한 바쁜 기간 및 쉬는 기간으로 된 창고를 생각하였고, 바쁜 기간동안 보충활동을 줄이기 위해 쉬는 기간동안 사전보충을 허용하였다. Van den Berg et al.[10]는 여러 보관위치 할당 정책을 비교하였고, 적은 수의 보관공간을 짧은 이동시간과 혼합하는 새로운 보관위치 정책을 연구하였다.

본 논문은 이산적인 유한기간에서 계획기간동안 제품의 보관을 위해 창고에서 필요한 보관공간의 최대재고량을 충족시키면서 재할당비용, 이동비용, 잉여보관공간비용 등의 합을 최소화하는 보관위치의 할당계획 문제를 다루고 있다. 지금까지의 문헌에서는 이러한 내용이 연구되지 않았다. 제 2장에서는 모형에 대해 설명하고, 제 3장에서는 최적해의 성질과 동적계획을 적용한 해법을 설명한다. 그리고 제 4장에서는 수치적 예제를 사용하여 문제를 설명한다.

2. 수리적모형 형성

이산적인 유한기간 동안 창고에 보관되는 제품의 최적 보관위치 할당계획문제를 고려한다. 여러 종류의 제품이 창고에 보관되고, 제품에 대한 수요량과 이를 보관하기 위한 보관공간에 대한 제품의 최대재고량(보관위치의 수)은 기간에 따라 동적으로 변한다. 동일한 종류의 제품도 기간에 따라 최대재고량이 동적으로 변하기 때문에 창고에서 필요한 보관공간의 수도 동적으로 변할 수 있다.

제품의 보관위치 할당방식으로 지정식을 적용하는 창고에서 월 또는 계절에 따라 제품의 창고에 대한 최대재고량과 수요량이 동적으로 변할 때 주어진 유한기간동안 모든 기간에 대해 보관위치가 항상 고정된 것이 아니고, 매 기간 초에 제품의 보관위치를 재할당 할 수 있을 때 재할당 시점을 정하고, 그리고 각 제품의 보관위치를 정한다.

주어진 계획기간에서 적절한 시점에서 전체적인 비용을 최소화하도록 창고에서 제품의 보관위치를 재할당

할 때, 재할당 결정을 위한 기준으로 사용하는 비용요소로 재할당 시점에서 발생하는 재할당비용, 창고에서 제품의 입출고로 인한 이동시 발생하는 이동비용과 제품의 최대재고량을 초과하는 보관위치 할당으로 인한 잉여보관공간비용이 고려될 것이다. 공간 재할당비용, 이동비용 및 잉여보관공간비용의 합을 최소화하도록 재할당 시점을 정하고, 또한 재할당 시점에서 제품의 보관위치를 정한다.

수리적 모형을 나타내기 위해 가정과 부호를 정의한다.

1) 가정

① 시간은 이산적이고 유한하다.

② 제품의 창고공간에 대한 수요는 동적이고, 창고에서 제품의 보관위치를 지정식으로 정하고, 보관공간 부족은 발생하지 않는 것으로 한다.

③ 창고에서 제품의 보관위치 재할당은 매 기간 초에 가능하다.

④ 제품의 보관위치를 회전률이 높은 제품을 출입구에서 가까운 보관위치에 할당하는 방식으로 한다.

2) 부호

t = 기간을 나타내는 첨자

i = 품목을 나타내는 첨자

j = 창고에서 보관위치를 나타내는 첨자

r_{ti} = 기간 t에 품목 i의 최대재고량으로 창고에서 필요한 보관위치의 수

R_{ti} = 기간 t에 품목 i의 수요량

n_{ti} = 기간 t에 품목 i의 회전률, $n_{ti} = R_{ti} / r_{ti}$

q_{ti} = 기간 $t-1$로부터 기간 t로 제품 i의 최대재고량의 변화량, 즉, $q_{ti} = r_{ti} - r_{t-1,i}$, $r_{0i} = 0$

K_t = 기간 t에 창고의 보관위치 재할당비용

c_1 = 창고에서 이동거리당 비용

h_1 = 잉여보관공간비용/bin/단위기간

d_{oj} = 보관위치 j에서 I/O 위치까지 거리

I_{ti} = 기간 t말에 제품 i의 잉여보관공간의 수

D_t = 기간 t에서 창고에서 총 이동거리

y_{ti} = 기간 t에서 품목 i에 할당한 보관위치의 수

x_{ti} = 기간 $t-1$로부터 기간 t로 품목 i에 할당한 보관위치의 수의 변화량, 즉, $x_{ti} = y_{ti} - y_{t-1,i}$, $y_{0i} = 0$

$$x_t = \begin{cases} 1, & \text{보관위치가 기간 } t\text{에서 재할당이 이루어지면,} \\ 0, & \text{그렇지않으면} \end{cases}$$

창고시스템에서 발생하는 비용으로 보관위치 재할당비용, 이동비용과 잉여보관공간비용 등이 있다. 재할당비용은 매 기간 초에 창고에서 보관위치를 재할당하면 발생하는 비용이고, 계획기간 T동안 발생한 재할당비용은 다음 식 (1)과 같다.

$$\sum_{t=1}^{T} K_{tx_t} \quad \cdots\cdots (1)$$

창고에서 제품의 이동비용을 생각한다. 이동거리는 각 제품에 할당된 보관위치의 수와 제품의 입출고빈도인 회전률에 의해 정해진다. 창고의 I/O위치에서 보관위치 j까지 거리를 나타내는 d_{0j}을 가장 적은 값부터 큰 값의 순서로 나열하여 새로이 l번째인 보관위치의 거리 d_l로 정의한다. 제품을 회전률을 적용하여 회전률이 높은 제품부터 낮은 제품의 순서로 나열하였을때 B_{tk}를 k번째 제품까지 보관을 위해 할당한 누적 보관위치의 수로 정의한다. 그러면 $k=1$인 제품은 보관위치 1에서 B_{t1}까지 중에서 거리가 가까운 보관위치부터 최대재고량 만큼 보관위치를 사용하고, $k=2$인 제품은 보관위치 $B_{t1}+1$에서 B_{t2}까지 중에서 거리가 가까운 보관위치부터 최대재고량 만큼 보관위치를 사용한다. 최대 재고량을 넘는 보관위치는 비록 할당은 되었지만 기간 t에서는 사용하지 않는다. 이러한 절차로 모든 제품에 적용하여 보관위치에서 I/O까지 거리에 제품의 회전률을 곱하여 얻어진 값을 더하여 이동거리를 구한다. 왕복거리를 구하기 위해 여기서 구한 거리에 2를 곱한다. 이 왕복이동거리를 이동거리 D_t로 정의하고, 이동비용은 단위당 이동거리에 이동거리를 곱해 다음 식 (2)와 같이 나타낸다.

$$\sum_{t=1}^{T} c_1 D_t \quad \cdots\cdots (2)$$

기간 t에서 제품 i의 최대재고량 r_{ti}와 보관을 위해 할당된 보관위치의 수 y_{ti}의 사이에는 다음 식 (3)의 관계가 성립한다.

$$r_{ti} \leq y_{ti} \quad \cdots\cdots (3)$$

$I_{ti} = y_{ti} - r_{ti}$는 기간 t에서 제품 i의 잉여보관공간이 된다. 이 잉여보관공간은 현재기간에는 불필요한 공간일지라도 빈번하게 재할당하는 것이 경제적이지 못하거나 또는 보관공간의 수요가 증가되는 미래기간에 사용하기 위해 양의 상태를 유지할 수 있을 것이다. 여기서 잉여보관공간비용은 각 제품의 보관을 위해 할당된 보관위치 중에서 사용하지 않는 공간에 대해서만 부과하고, 보관위치 중에서 제품 보관을 위해 할당되지 않는 공간에 대해서는 비용을 부과하지 않는 것으로 한다. 잉여보관공간비용은 다음 식 (4)와 같다.

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N} h_1 I_{ti} \qquad (4)$$

계획기간 초에 각 제품의 잉여보관공간을 0으로 하고, 제품 i에 대해 기간 t에서 기초 잉여보관공간 $I_{t-1,i}$, 할당한 보관위치의 수의 변화 x_{ti}, 최대재고량의 변화 q_{ti} 등을 사용하여 기말 잉여보관공간 I_{ti}을 식으로 나타내면 다음 식 (5)와 같다.

$$I_{ti} = I_{t-1,i} + x_{ti} - q_{ti} \qquad (5)$$

매 시점에서 제품의 보관을 위한 보관위치의 수 의 변화와 재할당 여부 사이에는 다음 식 (6)과 같은 관계가 성립한다.

$$\sum_{i=1}^{N}|x_{ti}| = 0 \text{이면, } x_t = 0, \quad \sum_{i=1}^{N}|x_{ti}| > 0 \text{이면, } x_t = 1 \qquad (6)$$

창고에서 제품의 보관위치에 대한 수요를 만족시키면서 이산적인 유한기간 T동안 발생한 재할당비용, 이동비용과 잉여보관공간비용의 합을 최소화하는 재할당시점 x_t과 재할당 시점에서 각 제품에 할당한 보관위치의 수의 변화 x_{ti}을 구하는 수리적 모형은 다음과 같다.

$$\min \sum_{t=1}^{T} K_{tx_t} + \sum_{t=1}^{T} c_1 D_t + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N} h_1 I_{ti} \qquad (7)$$

$$\text{st.} \quad I_{ti} = I_{t-1,i} + x_{ti} - q_{ti}, \ \forall t, \ \forall i \qquad (8)$$

$$I_{ti} \ge 0, \ \forall t, \ \forall i \qquad (9)$$

$$x_t = 0 \ \text{ or } \ 1, \ \forall t \qquad (10)$$

$$I_{0i} = 0, \ \forall i \qquad (11)$$

$$\text{여기서, } x_t = \begin{cases} 1, \text{ if } \sum_{i=1}^{N}|x_{ti}| > 0 \\ 0, \ otherwise \end{cases}$$

본 모형의 의사결정 변수들 중에서 x_{ti}는 모든 범위의 수를 허용하고 x_t는 0, 1인 선형정수계획 모형이다. 이전기간에 비해 현 기간에 할당된 보관위치의 수가 증가하면 x_{ti}는 양수가 되고, 반대로 보관위치의 수가 감소하면 x_{ti}는 음수가 된다. 최적해를 구하기 위한 해법을 개발하기 위해 최적해의 성질을 설명한다.

3. 최적해의 성질과 해법

3.1 최적해의 성질

창고에서 제품의 보관위치를 재할당할 때 보관위치를 정하는 해법을 개발하기 위해 모형의 최적해의 성질을 밝힌다. 수리적 모형에 대해 최적해의 성질을 밝히기 위한 정리들을 정의한다.

제품 i에 대해, 기간 1에서 t까지 할당 보관공간의 누적 변화량, 보관공간요구량인 최대재고량의 누적 변화량과 잉여보관공간사이에 관계가 다음 식 (12)를 만족해야 한다.

$$I_{ti} = I_{0i} + \sum_{s=1}^{t} x_{si} - \sum_{s=1}^{t} q_{ti} \ge 0 \qquad (12)$$

정리를 정의하기 위해 $O_t = \min_i I_{ti}$로 정의한다. 그리고 I_t을 기간 t에서 품목의 보관공간에 대한 잉여보관공간에 대한 벡터로 다음 식 (13)과 같이 정의한다.

$$I_t = [I_{t1}, I_{t2}, \cdots, I_{tN}] \qquad (13)$$

정리 1 : 모든 계획기간에 대해, 기간 t에서 $O_{t-1}x_t = 0$을 만족하는 최적계획이 존재한다.

증명 : 만일 최적계획이 기간 t초에서 창고에서 모든 제품의 보관공간에 대해 양의 잉여보관공간이 있고, 또한 보관위치를 재할당하는 시점이라면 $O_{t-1}x_t > 0$이며, 이는 $I_{t-1} > 0$이고, $x_t > 0$이 된다. 그러면 기간 t초의 잉여보관공간을 기간 $t-1$말의 잉여보관공간으로 계속하여 유지하는 것보다 이 잉여보관공간을 기간 t에서 재할당하여 x_t에 포함시키는 것이 비용이 적게 들거나, 아니면 기간 t에 재할당이 필요하지 않을 정도로 기간 $t-1$말에 잉여보관공간을 충분히 크게 유지하는 것이 비용이 적게 들 것이다. ∎

기간 u초에서 $v(u < v)$초까지 품목 i의 보관공간에 대한 최대재고량의 누적변화량, $r_i(u, v) = \sum_{j=u}^{v-1} q_{ji}$로 정의한다. 만일 기간 u초에 잉여보관공간 $I_{u-1,i}$일 때, 기간 u에서 기간 v초까지 문제가 실현가능한 보관공간의 수를 구한다. 기간 u와 v초에 재할당이 이루어지는 인접한 두 시점이라면, 기간 $u+1, \cdots, v-1$에서는 재할당이 발생하지 않는다. 모든 제품에 대해 기간 $s(u \le s < v)$말에서 잉여보관공간은 비음이 된다. 즉 $I_{si} \ge 0$, $u \le s < v$, $\forall i$이 된다. 그리고 기간 u에서 재할당이 이루어지면 다음 식 (14)를 만족시켜야 한다.

$$I_{ti} = I_{u-1,i} + x_{ui} - \sum_{s=u}^{t} q_{si} \ge 0, \ t = u, \cdots, v-1 \qquad (14)$$

그러므로 x_{ui}는 다음 식 (15)를 만족시킨다.

$$x_{ui}= max_{u \le t \le v-1}\left\{ \sum_{s=u}^{t} q_{si} - I_{u-1,i}\right\} \quad \cdots\cdots (15)$$

그리고 식 (15)을 다음 식 (16)과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} x_{ui} &= ar_i(u, v) \\ &= max_{\ u \le t \le v-1}\{r_i(u,t+1) - I_{u-1,i}\} \end{aligned} \quad \cdots\cdots (16)$$

의사결정 변수 x_{ui}는 기간 u에 재할당이 이루어져 기간 v초까지 제품 i의 보관을 위한 보관공간 변화량에 대응하기 위해 필요한 보관공간의 수의 변화량을 의미한다. 이 변수의 값이 양수이면 보관공간의 수를 증가시키는 것이고, 음수이면 보관공간의 수를 감소시키는 것이다.

재할당과 관련하여 최적계획의 재할당 크기와 관련하여 다음 정리 2와 정리 3을 정의한다.

정리 2 : 기간 t에서 기간 $k\,(t \le k \le T)$초까지, 품목 i의 재할당과 관련한 가능한 대안으로 $x_{ti}=ar_i(t, k)$을 만족하는 최적계획이 존재한다.

증명: 일반성을 잃지 않으면서, 기간 t에 재할당을 한다고 가정한다. 정리에서 언급하지 않은 x_{ti}의 다른 값은 기간 t에서 기간 k까지 사이의 어떠한 기간 s에 대해 $O_{t-1}x_s > 0$이 존재함을 의미한다. 그러나 정리 1에 의하면 최적계획은 $O_{t-1}x_s > 0$을 발생시키지 않는 계획이어야 하기 때문에 정리가 성립한다.■

정리 3 : 기간 u, v가 인접한 두 재할당시점이라면, 최적계획은 제품 i에 대해 다음을 만족하는 기간이 존재한다.

$$I_{ti} = 0, \text{ for some } t,\ u \le t < v,\ \ \forall i$$

증명 : 정리를 만족하는 기간이 존재하지 않는다고 하면, $I_{ti} > 0$, for all t, $u \le t < v$이 된다. $I_{ti}{}' = 0$, for some t, $u \le t < v$이 되도록 재할당 시점 u에서 $I_{ti}{}' = I_{ti} - \delta$인 δ만큼 제품 i에 대한 보관공간의 수를 줄여 잉여보관공간비용을 감소시킬 수 있기 때문에 $I_{ti} > 0$, for all t, $u \le t < v$인 계획은 최적계획이 될 수 없다.■

기간 u초에서 v초까지 기간에 대한 보관공간의 변화량을 충족시키기 위해 기간 u에서 재할당을 한다면 기간 u초에서 기간 v초까지 발생한 비용 C_{uv}는 다음 식 (17)과 같다.

$$C_{uv} = K_u + \sum_{t=u}^{v-1} c_1 D_t + \sum_{t=u}^{v-1} \sum_{i=1}^{N} h_1 I_{ti} \quad \cdots\cdots (17)$$

기간 t가 계획기간동안 마지막으로 이루어진 재할당 시점이라면, 문제를 기간 1에서 $t-1$까지 부분문제와 기간 t이후 부분문제로 나누어 고려하는 최적해를 구할 수 있다. F_t을 기간 1, 2, $\cdots$, t동안 최적 할당과 관련된 비용이라 하자. 최적해를 구하는 과정은 식 (18)의 순환 관계식을 갖으며, 순환관계구조 문제의 최적해는 동적 계획으로 구한다[11, 12].

$$\begin{aligned} &F_0 = 0, \\ &F_t = min_{\ 1 \le u \le t}\{C_{u,t+1} + F_{t-1}\},\ t = 1, \cdots, T \end{aligned} \quad \cdots\cdots (18)$$

여기서 $C_{u,t+1}$는 기간 $u, u+1, \cdots, t$에 대한 최적계획과 관련된 비용이다.

동적계획을 적용하는 본 알고리듬에서 재할당계획의 해를 구하는데 있어 알고리듬의 계산상의 크기는 품목의 수, N와 계획기간의 크기, T에 가장 크게 관련되어 있다. 알고리듬의 계산상의 크기는 NT^2에 비례하여 증가할 것이다.

재할당 시점에서 제품의 보관위치를 정하기 위해 회전률을 새로이 정의한다. 인접한 두 재할당점 u와 v에 대해 기간 $u, u+1, \cdots, v-1$에 제품을 보관하기 위해 기간 u에서 제품의 보관위치를 구하기 위해 평균회전률을 구하여 적용한다. 평균회전률 $atr_i(u, v)$은 기간 u에서 $v-1$기간 동안 총수요량의 합을 할당된 최대 재고량의 합으로 나누어 구한 것으로 다음 식 (19)와 같이 구한다.

$$atr_i(u, v) = (\sum_{t=u}^{v-1} R_{ti}) / (\sum_{t=u}^{v-1} r_{ti}) \quad \cdots\cdots (19)$$

기간 $u, u+1, \cdots, v-1$동안 평균회전률을 구하고, 이 기간동안의 재품의 보관위치는 기간에 관계없이 고정된다. 회전률이 높은 제품부터 낮은 제품의 순서로 출입구에서 가까운 보관위치부터 필요 보관공간의 수만큼 할당한다. 실질적으로 기간마다 회전률이 다를지라도 $u, u+1, \cdots, v-1$에서는 제품에 대해 고정된 보관위치를 적용한다.

3.2 해를 구하는 단계

(1) $u=1$, $u=2$으로 놓는다.

(2) $x_{ui} = ar_i(u, v)$와 $atr_i(u, v)$을 구하여 회전률이 큰 제품부터 출입구에서 가까운 보관위치에 할당한다.

(3) C_{uv}을 구한다.

(4) $u = u+1$로 놓고, $u < v$이면 단계 (2)로 가고, 그렇지 않으면 다음으로 간다.

(5) $v = v+1$로 놓고, $v \le T$이면 $u=1$로 놓고 단계 (2)로 가고, 그렇지 않으면 다음으로 간다.

(6) $n=1$, $F_0=0$으로 놓는다.

(7) 다음 F_n을 구한다.

$$F_n = \min_{1 \le m \le n}[C_{m,n+1} + F_{m-1}]$$

(8) $n \le T$이면 $n=n+1$로 놓고 단계 (7)로 가고, 그렇지 않으면 다음으로 간다.

(9) $n=T$일 때 F_T가 최적해가 되고, 이 최적해를 갖게 하는 의사결정변수의 값을 동적계획 backward 절차에 따라 찾는다.

4. 수치적 예제

5-기간 10개의 품목을 보관하는 하나의 창고시스템을 생각해보자. 제품에 대한 최대재고량과 수요량은 임의로 작성된 것으로 <표 1>과 같다. 실제 창고에는 보관되는 품목은 수백, 수천 종류가 될 정도로 많을 수 있고, 창고의 보관공간의 수도 매우 많을 것이다. 그러나 여기서는 적은 규모의 문제로 재할당 계획에 대한 예를 들고자 한다. 보관공간의 재할당비용은 250,000이고, 이동비용은 10/m이고, 공간의 잉여비용은 2000/bin 이다. 잉여보관공간비용은 각 제품의 보관을 위해 지정식으로 할당된 공간 중에서 사용하지 않는 공간에 대해서만 고려된다. 창고시스템은 최대 공간이 800개이고, 5개의 통로를 갖고 있고, 각 통로는 마주보고 있는 두개의 rack이 있고 총 10개의 랙으로 이루어져 있다. 각 rack에는 높이 4단이고, 가로 20개씩 80개의 bin이 있다. bin의 크기는 가로 2.0m, 높이 2.0m, 깊이 2.0m 이다. 통로의 폭은 3m이고, 출입구에서 랙까지의 거리는 3m이다. 각 bin까지 거리를 측정하는 위치를 아래면의 중앙으로 한다.

랙은 왼쪽에서 오른쪽으로 번호 a를 부여하고, 높이는 4단에서 1단으로 번호 b을 부여하고, 가로는 출입구에서 가까운 곳부터 먼 곳으로 번호 c을 부여한다. a번째 랙에서 b번째 층의 c번째 열의 출입구에서 거리는 다음과 같다.

$$D(a,b,c) = 7\,|\,int(a/2+0.55)| + 2.5 + 2(4-b) + (2c-1) + 3,$$
$$a=1,2,\cdots,8,\ b=1,\cdots,4,\ c=1,2,\cdots,20$$

Matlab을 사용하여 해를 구하는 프로그램을 개발하여 최적해를 구하였다. 기간 m초에 창고공간을 재할당하여 기간 n초(기간 $n-1$말)까지 창고공간을 사용할 경우에 발생하는 비용표 C_{mn}는 <표 2>와 같다. 그리고 이 자료를 사용하여 동적계획을 적용하면 $F_1=627{,}000$, $F_2=1{,}349{,}500$, $F_3=2{,}207{,}500$, $F_4=3{,}163{,}100$, $F_5=3{,}982{,}000$이다. 5 기간 말에 최소 비용은 $F_5=3{,}982{,}000$이고, 이 해를 나타내는 재할당시점은 $x_1=1$, $x_2=0$, $x_3=1$, $x_4=1$, $x_5=0$이다. 재할당 시점인 기간 1, 3, 4에서 제품을 보관하기 위한 보관위치의 수의 변화량은 <표 3>과 같다. 재할당 시점에서 각 품목의 보관위치는 <표 3>의 결과와 <표 1>의 수요량을 고려하여 회전률을 구한 후에 회전률을 적용하여 쉽게 구할 수 있다.

<표 2> 비용 C_{mn}

m \ n	2	3	4	5	6
1	627,000	1,349,500	2,679,900	4,122,100	4,996,200
2		725,000	1,767,300	3,037,300	3,894,600
3			858,000	2,000,900	2,837,600
4				955,600	1,775,400
5					932,100

<표 1> 품목의 최대재고량과 수요량

기간	1		2		3		4		5	
품목	최대 재고량	수요량	최대 재고량	수요량	최대 재고량	수요량	최대 재고량	수요량	최대 재고량	수요량
1	30	100	40	150	60	160	20	80	30	100
2	50	140	70	200	60	170	80	240	80	220
3	20	30	30	50	50	80	30	50	40	70
4	40	80	40	80	20	40	50	110	40	80
5	80	140	90	180	70	120	50	120	60	100
6	60	200	50	140	90	280	70	220	80	250
7	20	70	30	100	60	210	90	250	80	220
8	100	180	80	150	80	160	70	120	60	100
9	60	160	50	130	80	190	60	160	80	190
10	40	110	60	170	40	150	80	180	70	160

<표 3> 최적 할당 계획, x_{ti}

제품, i	x_{ti}		
	$t=1$	$t=3$	$t=4$
1	40	20	-30
2	70	-10	20
3	30	20	-10
4	40	-20	30
5	90	-20	-10
6	60	30	-10
7	30	30	30
8	100	-20	-10
9	60	20	0
10	60	-20	40

5. 결 론

본 연구는 지정식 보관방식을 적용하는 창고시스템에서 이산적인 유한기간에서 제품의 보관을 위한 창고공간의 수요가 동적으로 발생할 때 창고공간의 효율을 높이기 위해 비용을 최소화할 수 있도록 보관위치 재할당 시점과 재할당 시점에서 제품의 보관위치를 정하는 것이다. 지정식 보관방식을 사용할 때 주어진 모든 계획기간동안 제품에 대해 동일한 수의 보관공간을 할당하면 동적인 수요에 대해 공간이용률이 떨어지고 경제적이 못하기 때문에 적절한 시점에서 재할당하여 비용을 줄일 수 있다. 최적 재할당을 위한 최적해의 성질을 연구하였고, 최적해를 구하기 위한 동적 순환관계식을 개발하였다. 최적 재할당 계획을 설명하기 위해 적은 규모의 수치적 예제를 제시하였지만 연구결과는 문제의 규모에 관계없이 동일하게 적용될 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] Bozer, Y. A.; Optimizing throughput performance in design order picking system, PhD thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA., 1995.

[2] Frazelle, E. H., Hackman, S. T., Passy, U., and Platzman, L. K., "The forward reserve problem," in Optimization in Industry 2, Cirani, T. A. and Leachman, R. C. (eds), John Wiely : 43-61, 1994.

[3] Graves, S. C., Hausman, W. H., and Schwarz, L. B.; "Storage-retrieval interleaving in automat ic warehousing systems," *Management Sci.*, 23(9) : 935-945, 1977.

[4] Hackman, S. T. and Rosenblatt, M. J.; "Allocating items to an automated storage and retrieval system," *IIE Transactions*, 22(1) : 7-14, 1990.

[5] Hausman, W. H., Schwarz, L. B., and Graves, S. C.; "Optimal storage assignment in automatic warehousing systems," *Management Sci.*, 22(6) : 629-638, 1976.

[6] Schwarz, L. B., Graves, S. C., and Hausman, W. H.; "Scheduling policies for automatic warehousing systems: simulation results," *AII Transactions*, 10(3) : 260-270, 1976.

[7] Tompkins, J. A., White, J. A., Bozer, Y. A., Fraselle, E. H., Tanchoco, J. M. A. and Trevino, J.; *Facilities Planning*, John Wiley & Sons, Inc, NY, 1996.

[8] Van Den Berg, J. P., Sharp, G. P., Gademann, A. J. R. M. and Pochet, Y., "Forward reserve allocation in a warehouse with unit-load replenishments," *European J. of Operational Research*, 111 : 98-113, 1998.

[9] Van Den Berg, J. P.; "A literature survey on planning and control of warehousing systems," *IIE Transactions*, 31 : 751-762, 1999.

[10] Van Den Berg, J. P. and Gademann, A. J. R. M.; "Simulation of an automated storage/ retrieval system," *Int. J. Prod. Res.*, 38(6) : 1339-1356, 2000.

[11] Taha, H. A.; *Operations Research 6th edition*, Prentice-Hall, International, Inc, 1997.

[12] Wagner, H. M. and Whitin, T. M.; "Dynamic version of the economic lot size model," *Management Sci.*, 5 : 89-96, 1958.