

PID제어를 위한 실용적인 기준 모델 제안과 성능개선 Proposal of Practical Reference-Model and It's Performance Improvement for PID Control

허정규 · 양경욱
J. G. Hur, K. U. Yang

Key Words : Reference Model(기준 모델), Performance Index(성능지수), PID Controller(비례-적분-미분 제어기), ITEA(절대 오차 시간곱 적분)

Abstract : This study proposed new method to decide the reference model necessary for design PID controller. In generally, control design problems using the reference model have the following two factors. One factor is that numerical model of the controlled system can be obtained extremely, and the other is that specification for the closed-loop dynamic performance is pure moderate. Therefore, the control design procedure is essentially based on the partial reference model matching which offers a reasonable method to simplify the design and the controller configuration under the controlled system uncertainty. ITAE(Integral of time-multiplied absolute error) performance index and Kitamori method etc. which were used a reference model method had a limit to settling time and rising time of reference model that it arrived to steady state response according to the controlled system. On this study, if it only knew peak time of overshoot and settling time by measurement signal of the controlled system, it can be made the reference model easily. We proposed new method to improve performance index of the reference model superior to existing reference model index and illustrate the numerical simulation results to show the effectiveness of proposed control method design.

1. 서 론

현대 산업 현장에 사용되어지고 있는 장치들을 제어함에 있어 가장 많이 이용하는 제어 방법 중 하나는 PID제어법이다. 제어 대상의 강인성 등을 고려한 현대 제어 이론의 등장에도 불구하고 고전 제어인 PID제어법을 사용하는 이유는 산업 현장에서 요구하는 제어 목적에 어느 정도 만족할 수 있고, 광범위한 운용조건에서도 비교적 안정한 결과를 얻을 수 있기 때문이다. 또한, 제어기에 적분 성분을 갖고 있어 계단 입력에 대하여 정상 상태에서 오차 없이 추종할 수 있는 장점이 있으므로 일정한 부하 외란(load disturbance)을 제거할 수 있다는 것이다. 무엇보다도 고전 제어 기법으로

구한 PID제어기가 산업현장에 보편화되어 있는 가장 큰 이유는 제어기 설계가 쉽고 간단한 구조로 되어 있어, 현장의 실무자들에게 쉽고 친숙하게 사용되어져 왔기 때문일 것이다.

최근 불확실한 외부 환경의 변화에 대해서도 원하는 제어 목표에 만족되도록 PID 제어 계인을 최적화시키는 방법¹⁾ 등이 제시되고 있지만 현장에서 이용되기엔 제어기 구조의 복잡성에 의하여 실무자가 제어 대상을 제어하고 운용하기에는 어려움이 있다. 특히, 현대 제어에서는 제어 대상에 대한 모델링이 매우 중요하므로 전문적인 제어 이론을 필요로 하게 된다. 이러한 점들을 고려하여 현장 실무자들이 쉽게 제어 계인을 구할 수 있도록 도와주는 컴퓨터 프로그램^{2,3)}이 상용화되고 있으며, 제어 기법으로 극배치 방법을 기반으로 하는 기준 모델법이 많이 이용되고 있다. 기준 모델법은 제어 대상의 극점과 영점을 제어 목표인 기준 모델의 극점과 영점으로 귀착되도록 제어 계인을 구하는 것으로, 기존의 연구^{4,6)}에 의하여 제시된

접수일 : 2007년 6월 13일, 채택일자 : 2007년 8월 28일
양경욱(책임저자) : 전남대학교 해양기술학부
E-mail : yangku@chonnam.ac.kr
Tel : 061-659-3134
허정규 : 전남대학교 대학원 동력시스템공학과

방법이며 간단한 수학적 계산을 통하여 쉽게 제어 계인을 구할 수 있는 장점을 가지고 있다. 다만, 기준 모델에 따라 제어 대상의 목표 값이 결정되므로 기준 모델의 설정은 매우 중요하다. 기존의 연구^{5,6)}에 의하여 제시된 기준 모델은 설계 목표에 따라 제어 대상의 정착 시간을 결정하고 성능 지수가 제시한 조건에 일치하는 고유 주파수를 결정하게 되므로 임의적인 기준 모델을 결정하는 자유도에 한계를 가지고 있다. 따라서 제어 대상에 대한 모델링 정확도가 요구되고 제어 대상의 고유 주파수에 능동적으로 대처할 수 없기 때문에 상대적으로 상승 시간(rise time)이 빠른 제어 대상의 기준 모델을 선정하기엔 어려움을 가지고 있으므로, 현장의 실무자가 쉽게 제어 대상을 모델링하고 기준 모델을 쉽게 얻을 수 있는 제어 기법이 요구된다.

이 연구에서는 쉽게 제어 대상의 동적 모델을 설정하는 방법을 제안하고 제어 대상의 상승 시간에 근접하면서 피크 시간(peak time)을 기점으로 하는 기준 모델 설정방법을 제안하였다. 즉, 제어 대상의 단위 계단 입력(unit step input)에 대한 출력 신호에서 단순히 피크 시간과 정착 시간(settling time)만을 파악하면 쉽게 제어 대상의 동적 모델인 전달 함수를 구할 수 있게 하였다. 또한 이것을 바탕으로 설계한 기준 모델은 기존의 ITAE 방법⁷⁾과 Kitamori 방법⁶⁾에 비해 정상 상태에서 떨림 현상(hunting)을 최소화할 수 있었으며 응답성이 우수한 기준 모델 설정이 가능하였다. 따라서 제안된 방법을 이용하면 쉽게 전달 함수 형태로 나타낼 수 있게 함으로써 제어 대상의 모델링 작업을 대폭 간소화할 수 있다. 또한 간단히 기준 모델의 감쇠비만 조정하면 기준 모델을 만들 수 있으므로 안정적이고 응답성이 우수한 제어 결과를 얻을 수 있다.

이 연구에서 제안한 방법의 유용성을 검증하기 위하여 기존의 성능 지표를 사용하는 방법⁶⁾으로 구현된 기준 모델과 그 응답특성을 수치 해석을 통하여 비교하고 제어기 설계를 수행함으로써 제안된 방법의 우수성을 증명하고자 한다.

2. 기준 모델의 설정 방법

일반적으로 제어 대상이 선형 시불변 시스템(linear time-invariant system)일 경우, 고차 시스

템(higher order system)은 2차계 전달 함수로 선형화시킬 수가 있다. 제안하는 기준 모델은 제어 대상이 2차계인 경우를 대상으로 하였으며 단위 계단 입력에 대한 응답의 표준 형태는 Fig. 1과 같다. 그림에서 피크 시간인 t_p 는 제어 대상 응답의 최초 과응답(overshoot)일 때의 시간을 나타내고 정착 시간인 t_s 는 제어 대상의 응답이 정상상태 범위에 들어가는 최초의 시간을 의미한다.

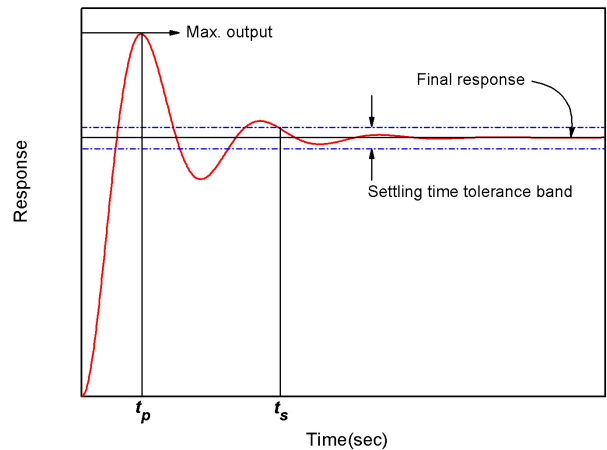


Fig. 1 Step response of two order system applied to unit step input

2차 제어 대상의 전달 함수($G(s)$)는 다음과 같은 표준형으로 나타낸다.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

여기서, ζ 와 ω_n 는 제어 대상의 감쇠비와 고유 주파수이다.

식 (1)에서 감쇠비의 변화는 단위 계단 입력에 따른 제어 대상의 출력에 영향을 준다. 만약 감쇠비가 부족 감쇠($0 \leq \zeta \leq 1$)일 경우 전달 함수의 극점은 복소 극점(complex-conjugate poles)을 가지게 되므로, 식 (1)은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} \quad (2)$$

위 식은 s 평면에서 2개의 복소 극점 $s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d$ 을 가지게 된다. $\omega_d (= \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2})$ 는 감쇠 고유 주파수이고, $j (= \sqrt{-1})$ 는 허수를 표시한다. 식 (2)의 전달 함수에 단위 계단 입력을 인가한 결과로부터

피크 시간(t_p)과 정착 시간(t_s)은 아래의 식으로 표현 된다⁵⁾.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad (3)$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (4)$$

식 (3)과 (4)는 제어 대상의 감쇠비와 고유 주파수의 크기 변화에 의하여 영향을 받으므로, 식 (3)을 감쇠비와 고유 주파수의 함수로 표시하면 아래의 식으로 표시할 수 있다.

$$\omega_n^2(1-\zeta^2) = \frac{\pi^2}{t_p^2} \quad (5)$$

식 (4)을 식 (5)에 대입하여 제어 대상의 고유 주파수에 대한 함수로 표시하면 아래와 같다.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{t_p^2} + \frac{16}{t_s^2}} \quad (6)$$

따라서, 식 (4)과 (6)를 식 (1)에 대입하여 정리하면 아래와 같은 전달 함수를 구할 수 있다.

$$G(s) = \frac{\frac{\pi^2}{t_p^2} + \frac{16}{t_s^2}}{s^2 + \frac{8}{t_s}s + \left(\frac{\pi^2}{t_p^2} + \frac{16}{t_s^2}\right)} \quad (7)$$

결국, 단위 계단 입력에 대한 제어 대상 출력의 피크 시간과 정착 시간으로 표현되는 식 (7)을 통하여 제어 대상의 전달 함수 식 (1)의 파라미터(ζ, ω_n)를 쉽게 구할 수 있게 된다.

한편, 제어 대상의 기준 모델이 되는 일반적인 n 차 페루프 전달 함수($G_m(s)$)는⁶⁾,

$$G_m(s) = \frac{1}{1 + a_1\sigma^1s^1 + a_2\sigma^2s^2 + a_3\sigma^3s^3 + \dots + a_i\sigma^ns^n} \quad (8)$$

와 같이 표현되며, 분모의 각 항에 표시된 $a_i (i=1,2,\dots,n)$ 는 안정된 실근(b_i)과 복소근(c_i)의 합으로 이루어진 계수이다.

2차계 제어 대상의 기준 모델을 구하기 위해 식 (8)을 식 (9)과 같이 3차계 전달 함수($G_{3m}(s)$)로

설정하였다.

이 때, 식 (1)에 미소 극점이 첨가된다고 간주하고 식 (10)과 같은 3차 전달 함수로 표현하면

$$G_{3m}(s) = \frac{1}{a_3\sigma^3s^3 + a_2\sigma^2s^2 + a_1\sigma^1s^1 + 1} \quad (9)$$

$$G_r(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\alpha\zeta\omega_n} + 1\right)\left(\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_n} + 1\right)} \quad (10)$$

의 형태로 변형시킬 수 있다. 여기서 α 는 보정계수이다.

위 식을 정리하여 식 (9)의 형식으로 표현한 기준 모델은

$$G_r(s) = \frac{1}{\frac{1}{\alpha\zeta\omega_n^3}s^3 + \frac{\alpha+2}{\alpha\omega_n^2}s^2 + \frac{2\alpha\zeta^2+1}{\alpha\zeta\omega_n}s^1 + 1} \quad (11)$$

이며, 식 (4)과 (6)을 통하여 얻을 수 있는, ζ 및 ω_n 함수로 표현된다.

식 (9)과 식 (11)을 계수 비교하여 a_1, a_2, a_3 그리고 σ^n 의 관계식으로 나타내면,

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(2\alpha\zeta^2+1)}{2\alpha\zeta} \\ a_2 &= \frac{\alpha+2}{4\alpha} \\ a_3 &= \frac{1}{8\alpha\zeta} \end{aligned} \quad (12)$$

와 같이 나타낼 수 있으며, σ^n 은

$$\sigma^n = \left(\frac{2\alpha\zeta}{\alpha\zeta\omega_n}\right)^n$$

이다. n 은 s 항의 차수를 나타낸다.

따라서, 제어 대상의 전달 함수는 간단히 식 (7)에 의해 구해진다. 또한, 기준 모델 설정은 식 (6)에서 얻어지는 고유 주파수를 구하고, 이 값을 식 (12)에 대입하여 얻은 계수 값들을 식 (11)에 대입함으로써 얻어진다. 결국, 이 연구에서 제어 대상의 단위 계단 입력에 대한 응답에서 쉽게 얻어지는 피크 시간과 정착 시간만을 이용하고, 감쇠비만 조정하면, 식 (7)에 의해 제어 대상의 모델링 작업을 대폭 간소화시킬 수 있으며 제안한 기준 모델인 식 (11)을 이용하여 쉽게 원하는 기준 모델을 얻을 수 있다.

이 연구에서 제안한 방법을 통하여 식 (8)의 각 s 항을 최적 계수화한 극점을 구하고 기존에 제안된 기준 모델⁷⁾의 최적 계수와 여기서 제안된 최적 계수를 Table 1에 표시하였다.

Table 1 The parameters of the reference model

Third order system	b_1	b_2	b_3
The binomial model	1.0	0.3333	0.03704
Third order system	c_1	c_2	c_3
The ITAE minimum model	1.0	0.3786	0.1006
The Kitamori model	1.0	0.5	0.15
The Proposal model	0.046	0.083	0.012

3. 제어기 설계

제어 대상에 적용하는 제어기는 산업 현장에서 많이 사용되고 있는 제어기에 주목하여 예비 필터(pre-filter)를 가진 PID제어기⁵⁾를 설계하였다. 이 연구에서 사용한 제어계를 Fig. 2에 나타내었다.

이 연구에서 제안한 기준 모델의 유용성을 검증하기 위하여 수치해석을 수행하였다. 제어 대상은 비례 전자 압력 제어 밸브를 장착한 유압 시스템⁸⁾을 대상으로 하였으며, 이 시스템을 2차계로 선형화시켜 아래와 같이 설정하였다.

$$G_p(s) = \frac{1691}{s^2 + 23s + 1691} \quad (13)$$

PID제어기의 전달 함수 $G_c(s)$ 는,

$$G_c(s) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \quad (14)$$

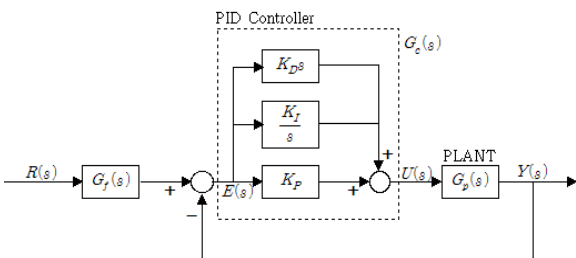


Fig. 2 PID controller structure including of the pre-filter

이며, K_P , K_I 및 K_D 는 비례, 적분 및 미분 계인이다.

예비 필터를 고려하지 않은 상태의 페루프 전달 함수($T_1(s)$)는,

$$T_1(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} \quad (15)$$

와 같이 표현된다.

제안한 기준 모델을 구하기 위해, 식 (6)을 이용하여 구한 고유 주파수(ω_n)값을 식 (12)을 통하여 a_1 , a_2 , a_3 및 σ^n 을 구하면 제안된 기준 모델의 특성방정식($d(s)$)은,

$$d(s) = s^3 + 174s^2 + 8968s + 175754 \quad (16)$$

로 계산된다. 여기서, PID 제어 계인을 구하기 위해 식 (15)의 분모 항과 식 (16)을 차수 비교를 통하여 $K_P = 4.304$, $K_I = 103.935$ 그리고 $K_D = 0.091$ 을 구할 수 있다.

따라서 식 (15)은 아래와 같이,

$$T_1(s) = \frac{151s^2 + 7277s + 175754}{s^3 + 174s^2 + 8968s + 175754} \quad (17)$$

으로 구할 수가 있다.

한편, 예비 필터를 포함한 전체 페루프 전달 함수($T(s)$)는 기준 모델에 추종해야 하므로,

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G_p(s)G_f(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} \quad (18)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기서, 예비 필터 전달 함수($G_f(s)$)는 식 (17)과 (18)을 통하여 아래와 같이 구해진다.

$$G_f(s) = \frac{1162}{s^2 + 48s + 1162} \quad (19)$$

이 연구에서 제안한 기준 모델 특성 방정식에 사용된 고유 주파수(ω_n)는 41.5로 구해졌으며, 보정계수(α)와 감쇠비(ζ)는 3과 0.85로 설정하였다.

4. 시뮬레이션 및 고찰

이 절에서는 제안된 기준 모델과 ITAE 성능지수를 이용한 기준 모델과의 차이점을 비교하기 위하여, 각각의 방법으로 단위 계단 입력에 대한 응

답 결과를 확인하였다. 그리고 제안된 기준 모델을 사용하여 PID제어를 설계하고 그 결과를 고찰하였다.

Fig. 3은 ITAE 방법과 제안된 방법에 의해 구해진 기준 모델의 응답 결과이다. 제안된 방법에 의한 응답결과는 제어 대상의 상승 시간에 근접하면서 피크 시간을 기준으로 빠르고 안정한 정착 시간을 가지는 것을 확인할 수 있다. 하지만, ITAE 방법으로 구현한 기준 모델의 응답 결과는 제안된 방법의 정착 시간이 약 0.1초인데 반해 약 0.3초로 상당히 느린 정착 시간을 보였으며, 비록 2%내의 정착 시간 범위에서 안정된 결과를 나타내지만 떨림 현상을 확인할 수 있었다. 또한 원하는 정착 시간을 갖도록 하기 위해 보정계수를 조정하였지만, Fig. 6에 나타난 바와 같이 떨림 현상이 심화되거나 정착 시간이 느려지는 것을 알 수 있다.

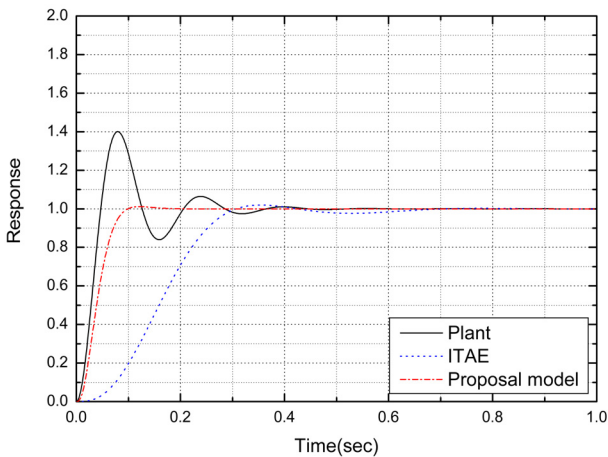


Fig. 3 Step response of the proposal model and ITAE

Fig. 4와 Fig. 5는 제어 대상의 고유 주파수를 변화시켜 응답이 느리거나 빠른 제어 대상을 임의로 선택하여 계단 응답 결과를 나타낸 것으로 고유 주파수는 6.5와 91을 선택하였다. 그림에서 알 수 있듯이 제어 대상의 특성이 바뀌더라도 제안된 방법으로 구현한 기준 모델은 최초 과응답이 발생하는 시점인 피크 시간 근방에서 정착 시간을 고정할 수 있는 안정된 기준 모델을 만들 수 있었으나, 기존의 방법은 어느 정도 안정된 정상 상태로 유지되지만 정착 시간이 상당히 늦어짐을 확인할 수 있다. 따라서 이 연구에서 제안한 기준 모델 설정방법은 제어 대상의 특성이 변화하더라도 최초

과응답에 맞추어 정착 시간을 갖는 기준 모델을 만들 수 있기 때문에 안정되게 제어를 설계할 수가 있다.

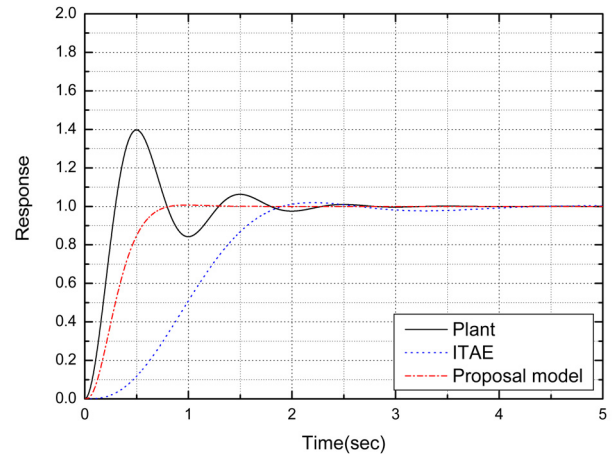


Fig. 4 Step response of the proposal model and ITAE for control plant($\omega_n = 6.5$)

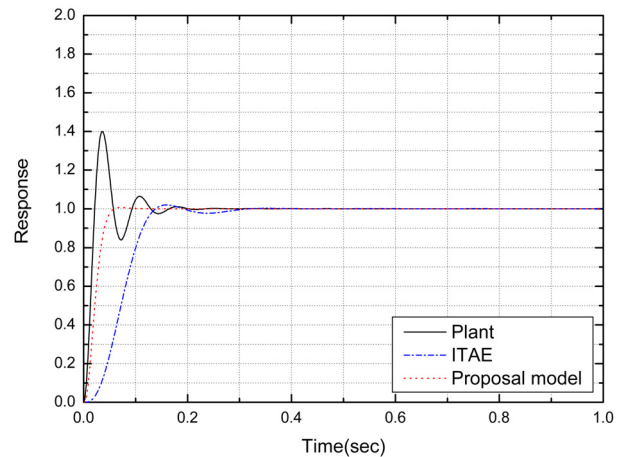


Fig. 5 Step response of the proposal model and ITAE for control plant($\omega_n = 91$)

Fig. 6은 ITAE 성능 지수를 이용하여 얻어진 기준 모델을 나타낸 것이다. 제어 목표를 제안된 기준 모델의 정착 시간인 약 0.1초 이하의 정착 시간에 만족하도록 기준 모델을 설정하려고 하였으나 원하는 기준 모델을 얻을 수 없었다. 따라서 보정 계수를 조정하더라도 과응답이 심화되거나 떨림 현상이 발생되고 정착 시간도 늦어지는 현상이 발생하였다.

Fig. 7은 제안된 기준 모델의 응답으로써 제어 대상의 고유 주파수 변화에 따른 각각의 응답 변화를 표시한 것이다. 기존의 방법으로는 원하는

정착 시간을 얻을 수 없었지만 이 연구에서 제안한 방법은 제어 대상의 고유 주파수를 임의로 조정하더라도 과응답이 없는 안정한 기준 모델을 얻을 수 있음을 확인하였다.

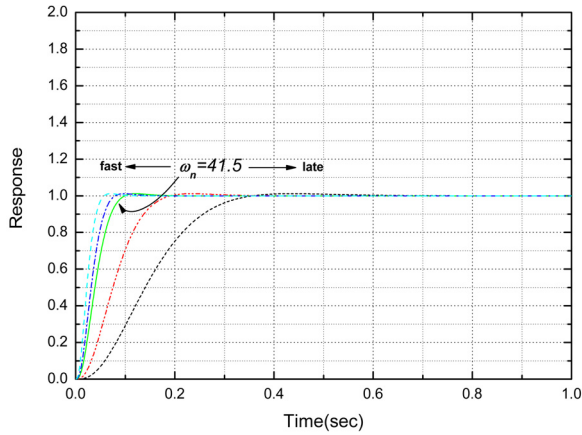


Fig. 6 Step response of ITAE performance index by the ratio of control parameter(α) change

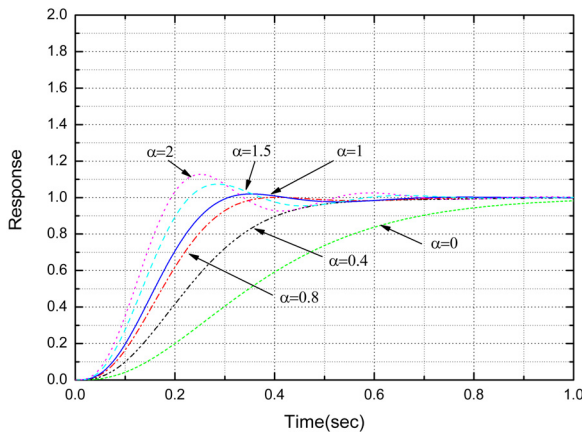


Fig. 7 Step response of the proposal model by the ratio of natural frequency(ω_n) change

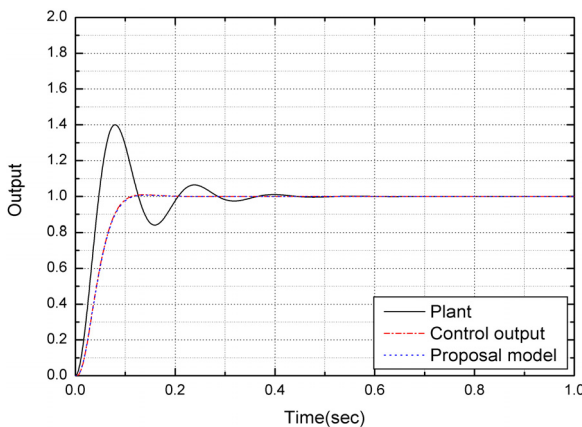


Fig. 8 Step response of PID control system based on the proposal model

Fig. 8은 이 연구에서 제안한 기준 모델을 이용하여 PID제어기를 설계한 후에 단위 계단 응답 결과를 표시한 것으로써, 제어 대상이 제안된 기준 모델에 따라 안정하게 추종하는 것을 확인할 수 있다.

따라서, 제안한 기준 모델은 기존의 방법보다 안정된 정상 상태 특성을 가지고 있기 때문에 특히 극배치 방법을 응용한 제어기 설계 기법에 안정되게 사용될 수 있을 것으로 생각한다.

5. 결론

이 연구에서는 새로운 기준 모델 설정 방법을 제시하였다. 이것은 단위 계단 입력으로부터 얻어지는 제어 대상의 결과에서 피크 시간과 정착 시간만을 파악하면 손쉽게 기준 모델을 만들 수 있는 장점을 가지고 있다.

제안한 기준 모델 설정 방법은 기존의 ITAE 성능 지수에 의하여 만들어진 기준 모델보다도 우수하다는 것을 확인할 수 있었으며, 제어기 설계에 있어서도 만족할만한 응답특성을 얻을 수 있었다. 무엇보다도 제어 대상에 대한 모델링의 번거로운 절차를 거치지 않고 설계하고자하는 제어 대상에서 측정 신호의 최초 피크 시간과 정착 시간만을 알고 있으면 안정성과 응답성이 우수한 기준 모델을 구할 수 있고 쉽게 제어기를 설계할 수 있다. 이것은 쉽고 간편한 방법을 선호하는 산업 현장에서 손쉽게 실용적으로 사용할 수 있을 것으로 사료된다.

참고 문헌

1. Tore J. Hagglund, et al., 2001, "Advances in PID Control", Springer-Verlag.
2. Mathworks Inc., 2004, "MATLAB".
3. Visual Solutions Inc., 2001, "VisSim-version".
4. Graham D. and Lathrop R. C., 1953, "The Synthesis of "Optimum" Transient Response; Criteria and Standard Forms", AIEE Trans, Vol. 72, No. 9, pp. 273~288.
5. 박홍배, 이균경 역, 1998, "최신제어시스템", 반도체출판사, pp. 273~280, 791~796.
6. Kitamori T., 1979, "A Method of Control System Design Based upon Partial Knowledge about Controlled Processes", T. SICE. Japan, Vol. 15, No. 4, pp. 549~555.

7. Shigemasa T., Takagi Y., et al, 1983, "A Practical Reference Model for Control System Design", T. SICE. Japan, Vol. 19, No. 7, pp. 592~595.
8. Yang K. U., I. H. Oh and I. Y. Lee, 1999. "Pressure control of hydraulic servo system using proportional control valve", KSME International Journal, Vol. 13, No. 3, pp. 229~239.