

■ 論 文 ■

# 통합거리비례요금제와 차내혼잡을 반영하는 통합대중교통망 통행배정 모형 구축

Development of Transit Assignment Model Considering an Integrated  
Distance-Based Fare System and In-Vehicle Congestion

**박 준 환**

(서울시정개발연구원 도시교통부 초빙부연구위원)

**신 성 일**

(서울시정개발연구원 도시교통부 연구위원)

**임 용 택**

(전남대학교 교통물류학부 부교수)

**임 강 원**

(서울대학교 환경대학원 교수)

## 목 차

- I. 서론
    - 1. 연구의 배경 및 목적
    - 2. 연구의 내용 및 절차
  - II. 이론적 배경 구축
    - 1. 대중교통 통행배정 모형
    - 2. 통합대중교통망에서의 최적경로탐색
  - III. 모형 구축을 위한 기본 사항 정의
    - 1. 비용함수의 정의
    - 2. 버스의 링크 통행시간 산출
    - 3. 통합거리비례요금제에서의 요금산출모형
    - 4. 차내혼잡에 따른 비용 고려 방안
  - IV. 통합대중교통망 통행배정모형 구축
    - 1. 모형의 개요
    - 2. 대중교통 통행배정 모형의 구축
  - V. 모형의 적용 및 검증
    - 1. 분석 네트워크 정의
    - 2. 결과 도출 및 시사점 제시
  - VI. 결론
    - 1. 연구 결과 요약
    - 2. 향후 연구과제
- 참고문헌

Key Words : 통합교통망, 대중교통, 거리비례요금제, 차내혼잡, 대중교통통행배정  
Integrated network, transit, distance-based fare, in-vehicle congestion, transit  
assignment

## 요 약

대중교통 통행배정과 관련하여 현재까지 제시된 연구들은 버스, 지하철 등 다양한 수단별 특성을 함께 고려하지 못한다는 한계가 있다. 또한, 통합거리비례요금제도의 요금에 대한 연구는 필요성에 비해 그 성과가 미미할 뿐만 아니라, 노선별 용량에 대한 고려도 미흡하다. 이외에 과거 대중교통 용량에 대한 연구가 존재하긴 하였으나 용량에 접근하면서 느끼는 혼잡도를 함께 고려하지 못했다는 한계가 있다. 이러한 문제들로 인해 현재의 대중교통 통행배정을 이용한 대중교통 정책 분석이나 노선평가는 한계를 지닌다.

본 연구는 대중교통 노선에 대한 선택 및 통행배정에 관한 기존 연구들의 한계를 극복하기 위해 앞서 언급한 여러 문제점을 고려하는 대중교통 통행배정 모형의 구축을 목적으로 한다. 이렇게 구축된 모형을 해석하기 위해 Column Generation을 기반으로 한 heuristic한 기법을 적용하였다. 그 결과 통행시간 뿐 아니라 요금, 용량 등을 반영할 수 있는 보다 개선된 대중교통 통행배정모형을 제시하였다.

Previous studies on the transit assignment hardly show its achievement in research but have many limitations not only in theory but also in practice. This paper presents an integrated transit assignment model taking into account cost functions of multiple modes, such as auto, bus and subway, which represent an integrated network. An integrated transit network including cost functions and in-vehicle congestion needs to be developed. In addition, a link fare calculation model needs to be developed and applied to the model to calculate path travel costs. Based on these sub-models, a path-based traffic assignment model, which considers in-vehicle congestion and an integrated distance-based fare system in the integrated traffic network, is developed.

# 1. 서론

## 1. 연구의 배경 및 목적

대중교통의 중요성과 역할에 대한 인식이 증가하면서 대중교통에 대한 연구가 늘어나고 있다. 그러나 대중교통 통행배정에 관한 기존 연구는 연구성과가 많지도 않을뿐더러 이론적 측면이나 현실적용성 측면에서 많은 한계를 가지고 있다.

현재의 대중교통 통행배정과 관련된 연구 중 개선이 필요한 테마로 우선 버스, 지하철 등의 다양한 수단별 특성을 함께 고려하지 못한다는 점이다. 버스와 지하철은 차내시간, 환승, 차내 용량 등의 여러 측면에서 다른 수단임에도 불구하고 이런 차이를 고려한 통합대중교통망에 대한 연구가 필요하다. 둘째, 지하철은 별도의 궤도를 통해 이동하므로 표정속도를 통해 비교적 정확한 차내시간의 도출이 가능하지만, 일반 버스의 경우 승용차와 혼재된 도로의 혼잡으로 인해 버스의 통행속도 및 차내시간의 변화가 발생한다. 따라서 버스의 차내시간은 도로의 혼잡을 고려한 별도의 모형을 통해 산출하여 적용할 필요가 있다. 셋째, 통합거리비례요금제도 하에서의 요금에 대한 고려를 포함한 연구는 그 필요성에 비해 그 연구성과가 여전히 미미하다. 현재의 수도권 대중교통요금제도는 아직 정확한 분석이 부족한 실정이다. 즉, 요금 수준의 변화에 따라 일정한 O/D별 승객의 노선 및 수단 변화 등에 대한 분석을 위해서는 현재의 서울에서 사용되는 요금제도에 대한 정확한 구현이 필요하다. 끝으로, 노선별 용량에 대한 고려가 필요하다. 과거 대중교통 용량에 대한 연구가 존재하긴 하였으나 용량으로 인한 대기시간의 증가와 더불어 용량에 접근하면서 느끼는 혼잡도를 함께 고려하지 못했다. 이러한 한계들로 인해 현재의 대중교통 통행배정 알고리즘을 이용한 대중교통 정책의 분석이나 노선평가는 많은 문제점을 안고 있다.

본 연구는 대중교통 노선의 선택 및 통행배정에 관한 기존 연구들의 한계를 극복하기 위해 앞서 언급한 여러 문제점, 수단별 비용함수의 구분, 승용차와 혼잡된 버스 구간의 차내시간 산출, 통합거리비례요금에 대한 고려, 용량 혹은 혼잡에 대한 고려를 포함하는 대중교통 통행배정 모형의 구축을 목적으로 한다.

## 2. 연구의 내용 및 절차

본 연구에서는 경로기반통행배정모형을 바탕으로 노

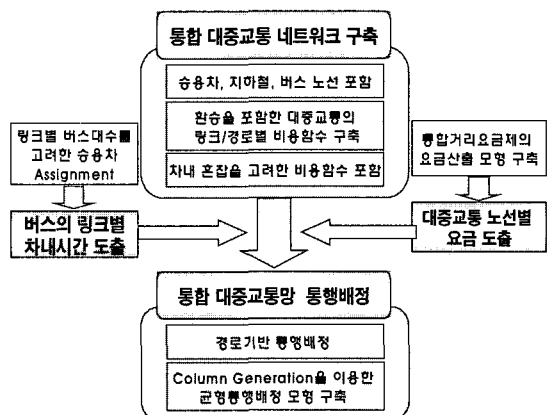
선별 혼잡과 거리비례요금제를 반영할 수 있는 대중교통 통행배정모형을 제시한다.

일반적으로 전통적인 통행배정에서는 통행자 경로 선택이론에 근거하여 구간 교통량(link flow)와 지체함수로 구성된 수학적모형을 이용하는 모형을 사용하였다. 이러한 방법은 통행비용을 바탕으로 구간교통량을 구하는 통행배정문제를 활용하므로 링크기반 통행배정라 한다. 그러나 이 구간기반 모형은 이용자의 전체 경로를 파악하기 어려울 뿐 아니라 요금 적용 등의 교통관리의 다양한 정책을 반영하는데 있어서 제한적이다.

이에 반해 경로기반통행배정(Path Based Traffic Assignment)은 개별기종점 간에 사용된 모든 경로(path)에 대한 정보를 유지하므로 링크기반통행배정에 비해 노선별 특성에 대한 분석이 용이하고, 활용성이 뛰어나다. 특히 요금산정방법이 균일요금제(버스)나 구간구역제(지하철)가 아닌 대중교통 통합거리비례제도로 바뀐 이후에는 요금에 대한 분석을 위해서는 수단간 통합 대중교통망을 바탕으로 한 경로기반 통행배정의 필요성이 더욱 증대되었다.

한편, Spiess & Floiran(1989)의 연구를 비롯한 초기 대중교통 분석에서 고려하던 통행비용함수는 차내시간을 비롯하여 대기시간과 접근시간을 포함한 기종점 사이의 링크 통행시간이었다. 그러나 보다 현실성있는 대중교통 분석을 위해서 노선별 혼잡이나 경로에 따라 결정되는 요금을 고려한 분석이 필요하다.

이를 위해 본 연구에서 제안하는 모형은 <그림 1>과 같은 과정을 통해 구축된다. 우선 차내혼잡을 고려하는 비용함수를 포함시킨 통합대중교통 네트워크를 구축한다. 이 때 버스의 링크 통행시간을 산출하기 위해 링크별



<그림 1> 모형 구축의 내용 및 절차

버스타행량을 고려한 승용차통행배정을 수행하고, 이 결과를 본 모형에 적용한다. 또한, 대중교통의 통합거리비례요금제 하에서의 경로별 요금을 산출하기 위해 대중교통 노선별 요금 산출 모형을 구축하여 적용한다.

이렇게 구축된 네트워크와 세부모형을 바탕으로 통합 대중교통망에서 차내혼잡과 통합요금 등을 고려할 수 있는 경로기반의 균형통행배정 모형을 구축한다.

그리고, 이 문제를 해석하기 위해 Column Generation 방법을 응용한 heuristic method를 적용하였다. 이렇게 정의된 문제를 통합대중교통망에 적용하여 본 모형의 적용성과 설명력을 검증한다.

## II. 이론적 배경 구축

### 1. 대중교통 통행배정 모형

최근까지 대중교통 통행배정에 관한 연구는 용량제약에 대한 고려 여부, 비용의 확정적/확률적 고려 여부, 경로 중복성 고려 여부, 사용자 평형에 대한 가정 여부가 주요 연구 테마였다.

#### 1) 최적 전략에 의한 통행배정

대중교통 다중경로 통행배정 기법 중 가장 대표적인 것으로 Spiess & Florian(1989)에 의해 개발된 최적 전략에 의한 통행배정 기법이 있다.

이는 출발지에서 목적지까지의 "최적전략"이라는 개념을 도입하여 승객들의 통행비용을 최소화시키는 것으로 현재 널리 사용되고 있는 교통계획 소프트웨어인 EMME/2에 내장되어 있는 기법이다. 이 때 사용되는 전략이란 승객이 목적지까지 갈 수 있도록 해주는 방법들의 집합으로 정의된다. 전략의 수와 종류는 승객이 통행 중에 얻은 정보에 의해 결정된다. 이 전략에 의한 통행배정은 용량제약, 용량을 고려한 대기시간의 증가, 대중교통 요금에 대한 고려가 부족하다.

#### 2) 용량제약에 대한 고려

대중교통의 통행배정에서 과거에는 용량에 대한 고려는 하지 않았다. 대중교통은 운행빈도의 증가가 용이하여 추가적인 용량이 필요한 경우 운행대수의 증가를 통해 쉽게 해결할 수 있다고 보았기 때문이다.

이러한 형태의 대표적 통행배정 형태가 전략배정방법이다. 이 방법은 출발지와 목적지사이의 단일 최단 경로를 찾고, 그 경로 위에 수요를 전략배정하는 방법이다.

그러나 현실적으로 대중교통의 용량 증대는 쉽지 않은 일이기도 할 뿐더러 대중교통 경로별 승객수 추정이 현실설명력을 가지기 위해서는 대중교통의 용량 고려는 반드시 필요하다.

이러한 필요성에 대한 인식은 Cea & Fernandez (1993)의 연구에서 쉽게 찾아볼 수 있다. 그가 제시한 용량에 대한 고려는 아래에서 제시한 비용함수의 형태에서 드러난다.

$$C_s + \bar{t}_s + \left(\frac{\alpha}{f_s}\right) + \beta \left(\frac{V^2}{K_s}\right)^n \quad (1)$$

- 여기서,  $\bar{t}_s$  : 경로구간 s의 차내 통행시간
- $f_s$  : 경로구간 s의 frequency
- $V^s$  : 경로구간 s에 승차하는 총통행량
- $K_s$  : 경로구간 s의 용량
- $\alpha, \beta, n$  : 파라메타

이 때 용량제약에 따른 대기시간 증대를 고려하기 위해 혼잡정도에 따른 "effective frequency"를 설정하여 적용하였다.

Wu(1994)의 경우 통행배정에 용량을 고려할 수 있는 모형으로 통행자의 대기시간에 따라 교통량이 영향을 받는 균형모형을 개발하였다. 여기서, 대기시간은 네트워크가 혼잡하지 않을 때의 대기시간과 교통량이 증가함에 따른 추가적인 대기시간을 의미한다. 또한 보행에 따른 시간은 교통량에 독립적인 값으로 설정하고 대기시간은 교통량과 같은 방향의 목적지를 가진 통행자들의 수에 영향을 받는다고 설정하였다.

이러한 선행연구들은 우선 경로구간에 있어서 두개 이상의 수단을 고려하지 못하였기 때문에 현재의 지하철과 버스로 구성된 통합대중교통망에의 적용이 어렵고, 동시에 혼잡에 대한 비효용의 발생을 고려하지 못하였다.

#### 3) 균형통행배정

Wardrop의 균형원리를 대중교통 통행배정에 적용하는 균형통행배정 모형이 J. Cea & E. fernandez (1993)에 의해 제안되었다.

$$C_{ijr} \begin{cases} = u^*_{i,j}, T_{ijr} > 0 \\ = u^*_{ij}, T_{ijr} > 0 \end{cases} \quad (2)$$

여기서  $C_{ijr}$  : 존  $i, j$  간 경로  $r$ 의 통행비용  
 $u^*_{ij}$  : 존  $i, j$  간의 최소통행비용  
 $T_{ijr}$  : 존  $i, j$ 간 경로  $r$ 의 통행량

즉, 사용된 경로의 통행비용  $C_k^m(f_k^m)$ 가 최소경로통행비용  $C_{rs}^m$ 와 같으면, 그 경로에 통행  $f_k^m$ 가 발생하고, 그렇지 않으면 통행이 발생하지 않는다. 위 조건을 변동부등식(Variational Inequality)으로 모형화하면 식(3)과 같아진다.

$$\begin{aligned} c(x^*)(x-x^*) &\geq 0 & (3) \\ \text{s.t. } \sum_k f_k &= q_{rs} \quad \forall r, s \\ f_k &\geq 0 \quad \forall k \\ x_a &= \sum_k f_k \delta_{ak} \quad \forall a \end{aligned}$$

여기서,  $x_a$  : 링크  $a$  통행량  
 $f_k$  : 경로  $k$  통행량  
 $q_{rs}$  : 기종점  $rs$ 간 OD통행량  
 $c_a$  : 링크  $a$  통행비용

본 연구는 일정한 기종점을 갖는 모든 대중교통 경로들의 통행비용이 균형을 이루는 균형통행배정을 기초로 통행배정을 수행한다.

## 2. 통합대중교통망에서의 최적경로탐색

통합교통망은 다수의 교통수단이 함께 존재하는 교통망으로, 통합교통망에서의 최적경로의 탐색을 위해서는 링크기반 알고리즘을 적용해야 한다. 이 문제는 복수의 교통수단이 운영되면 환승 시 각각의 수단에 의한 환승시간이 다르게 고려되어야 하는 이유 때문에 최단경로 탐색 시 최적 해를 탐색하지 못할 가능성이 있기 때문에 발생한다. 이 문제를 해결하기 위하여 기존의 여러 연구에서 교통망을 확장(De Cea & Fernandez, 1989)하거나 확률적 방법(Tong & Richardson, 1984)을 이용하였으나 알고리즘의 비효율성을 증가시키거나 추가적인 계산비용을 요구하게 되었다.

동일한 링크를 통행하는 복수수단을 표현하기 위해 본 연구에서는 이미영 외(2005)에서 제안한 바와 같이 동일링크에 통행하는 모든 수단을 링크로 처리하는 방안을 적용한다. 이 방법은 복합교통망에서 출발노드와 도착노드가 동일하나 링크 속성이 다른 복수의 링크를 포함하게 된다. 이 방법은 링크의 수가 노선수에 비례하는 단점이 있으나 수단의 특성이 링크에 반영되고 합리적인 수단간 환승에 대한 다양한 분석이 가능해진다는 장점이 있다.

링크기반 최적경로알고리즘을 통합교통망에 활용하는 방안에 대한 연구로서 통합교통망에서 환승비용을 고려하여 통행배정모형에 적용하기 위하여 링크기반 최적경로알고리즘에 대해 연구되었고, 장인성(2000)은 통합교통망에서 수단간 환승 시 발생하는 자기 다른 환승시간을 고려하기 위하여 링크기반알고리즘을 적용하였다.

본 연구에서는 합리적인 통행배정, 복수속성을 갖는 최적경로탐색 등을 고려하기 위해 통합교통망에서의 K 최단경로탐색알고리즘을 적용한다.

## III. 모형 구축을 위한 기본 사항 정의

본 연구의 수행을 위해서는 몇가지 세부모형과 전제들에 대한 정의가 필요하다. 본 장에서는 모형에 포함되는 비용함수, 버스 차내시간, 요금, 혼잡비용에 대한 내용을 정의한다. 그리고 이를 기반으로 하여 다음 장에서 본 연구의 목적인 대중교통 통행배정 모형을 제시한다.

### 1. 비용함수의 정의

#### 1) 경로 통행비용의 정의

본 연구는 경로기반 통행배정을 기초로 하므로 각 경로별 일반화비용의 정의가 중요한 의미를 가진다.

각 경로별 일반화비용을 정의함에 있어서 몇가지 명시해야 할 전제가 있다. 우선, 통합대중교통망의 경로통행비용은 버스비용, 지하철 비용, 환승비용, 통합거리비례계의 대중교통요금으로 구성된다. 이 때 버스와 지하철의 통행비용은 차내통행시간과 차내 혼잡도를 함께 고려하여 산출한다. 버스의 차내통행시간은 해당도로링크 상에 존재하는 것으로 가정된 승용차 대수와 버스 대수를 고려한 링크통행시간을 적용하고, 지하철은 별도의 통행권을 가지므로 표정속도로의 운행 시 통행시간을 적용한다.

환승비용은 최초탑승의 경우와 환승의 경우를 함께 고려하게 되는데 최초탑승 및 환승을 위한 이동시간과 대기 시간으로 구성된다. 통합거리비례제에서의 요금은 고려해야 할 요소가 많으므로 다음 절에 별도로 제시한다.

각 경로별 일반화된 통행비용은 식(4)와 같이 정의할 수 있다.

$$C_p = a_1 \sum_a C_a^s(x_p) \delta_{ap} + a_2 \sum_a C_a^b(x_p) \delta_{ap} + a_3 \sum_a C_a^t(x_p) \delta_{ap} + a_4 F_p \quad (4)$$

여기서,  $C_p$  : 경로 p의 일반화 통행비용

$C_a^s(x_p), C_a^b(x_p), C_a^t(x_p)$  : 노선 p의 승객  $x_p$ 에  
따른 지하철, 버스,  
환승의 링크 a의 통  
행비용

$a_1, a_2, a_3, a_4$  : 파라메타

$F_p$  : 경로별 요금

$\delta_{ap}$  : 경로 p에 링크 a의 포함여부(0, 1)

## 2) 링크 비용함수의 구성 및 정의

$\tilde{C}_i^*$ 로 표시되는 링크통행비용은 수단별로 통행비용의 정의가 다르기 때문에 버스링크, 지하철링크, 환승링크로 구분하여 고려할 필요가 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{C}_s^*(x) &= \alpha_1 T_{inveh}^s + \alpha_2 D^s(x) \\ &= \alpha_1 T_{inveh}^s + \alpha_2 \left(\frac{x}{S_{cap}}\right)^n \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_b^*(x) &= \alpha_1 T_{inveh}^b + \alpha_2 D^b(x) \\ &= \alpha_1 T_{inveh}^b + \alpha_2 \left(\frac{x}{B_{cap}}\right)^n \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_t^*(x) &= \alpha_1 T_{wait}^t + \alpha_2 T_{walk}^t \\ &= \alpha_1 \frac{2}{fr} + \alpha_2 \frac{L_{link}}{4.0} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $\tilde{C}_s^*(x), \tilde{C}_b^*(x), \tilde{C}_t^*(x)$  : 지하철, 버스, 환승 링크  
통행비용

$x$  : 수단별 승객

$\alpha_1, \alpha_2$  : 파라메터

$D^s, D^b$  : 지하철과 버스 차내 혼잡 볼  
편도

$T_{inveh}^s, T_{inveh}^b$  : 지하철, 버스 차내 통행시간

$S_{cap}, B_{cap}, Rd_{cap}$  : 지하철, 버스, 도로 용량

$fl^b, fl^{car}$  : 버스와 승용차 대수

$T_{wait}^t, T_{walk}^t$  : 최초승차 및 환승 대기시간,  
환승 이동시간

$fr$  : 배차간격

$L_{link}$  : 링크 길이

위 식에서  $S_{cap}$ 와  $B_{cap}$ 는 각각 지하철과 버스의 차량당 용량을 의미한다. 과거 대중교통 용량은 수요의 증가에 따라 수시로 변화시킬 수 있다는 가정 하에서 용량에 대한 제약을 고려하지 않았다. 그러나 최근 차량 내 혼잡을 통행비용 요소로 고려하고, 수단간 용량 차이반영하고, 노선별 용량제약에 따른 대중교통 수요 추정이 요구됨에 따라 본 연구에서는 수단별 차량당 용량을 고려하였다. 이 때 적용된 용량은 윤혁렬(2000)에서 제시한 바와 같이 지하철은 320인/차량, 버스는 80인/대를 적용하였다. 한편, 식(7)의 4.0은 도보 이동속도(km/hr)를 의미한다.

## 2. 버스의 링크 통행시간 산출

승용차 통행배정에서와 마찬가지로 대중교통 통행배정에서도 통행시간(혹은 차내시간)은 가장 중요한 변수라 할 수 있다. 따라서 대중교통 노선의 링크별 통행시간을 산출하는 것은 중요한 과정이다.

지하철의 경우는 별도의 궤도를 가지므로 표정속도를 적용하여 링크통행시간을 산출하는 것이 무리가 없는 가정이었지만, 버스의 경우는 일반도로를 승용차와 함께 통행하게 되므로 통행시간에 변화가 생기는 것이 당연하다.

본 연구에서는 이러한 버스 통행시간(차내시간)의 보다 현실적인 반영을 위해서 각 링크별 통과 버스대수를 고려하는 승용차 통행배정을 통해 링크통행시간을 도출하였다. 다시말해, 정규노선이 있는 버스의 경우 각 링크별 통과차량의 대수는 일정하게 정해져 있다. 따라서 링크별 버스 통행량인  $f_a^{bus}$ 는 상수로 고정되어 있고, 결국  $f_a^{auto}$ 만의 함수인 통행배정모형으로 생각할 수 있다. 그리고, 이렇게 산출된 통행시간을 대중교통 통행배정 모형 속의 차내시간 변수에 반영하여 도로의 혼잡을 고려한 버스 차내시간을 모형에서 구현하였다.

$$T_{inveh}^b = T_0 \left(1 + 0.15 \left(\frac{\alpha_1 f_a^{auto} + \alpha_2 f_a^{bus}}{C_a}\right)^4\right)$$

여기서,  $C_a$  : 링크 a의 도로용량  
 $T_a^{bus}$  : 링크 a의 승용차, 버스 통행시간  
 $\alpha_1, \alpha_2$  : 파라미터, 승용차환산계수  
 $f_a^{auto}, f_a^{bus}$  : 링크 a의 승용차, 버스 대수

위 식을 이용한 통행배정 결과가 식(6)의 버스 차내 시간으로 활용된다.

### 3. 통합거리비례요금제에서의 요금 산출 모형

현재 서울에서는 통합거리비례요금제를 시행하고 있지만, 이를 반영할 수 있는 통행배정 모형은 개발되어 있지 않아 현 대중교통체계의 분석에는 한계가 있다. 따라서 본 연구에서 이러한 한계를 개선하고자 통합거리비례요금제에 대한 개요와 본 연구에 적용 방안을 제시한다.

통합거리비례요금제도를 최단경로선택을 위해 모형화하여 K개의 요금경로를 탐색하는 연구가 이미영 외(2005)에 의해 이루어졌다. 이 연구에서는 요금을 최초 탑승수단의 이용에 대해 최저의 요금을 부과하는 기본요금(Basic Fare), 두 수단 이상 이용 시 발생하는 환승요금(Transfer Fare), 거리비례로 부여되는 할증요금(Premium Fare)의 세 가지 요금체계로 구분하여 적용하였다. 환승요금은 두 수단 이상 이용 시 발생하며, 기본요금의 차이가 큰 교통수단으로 환승이 발생하는 경우 두 수단의 기본요금의 차이만큼 환승요금이 부과된다. 이때 다수의 환승이 발생하면 새로운 환승수단의 기본요금과 이전에 탑승한 수단들 중 최고액의 기본요금의 차액만큼 환승요금은 반영된다고 정의하였다.

그러나 현재 시행되고 있는 통합거리비례요금제도의 시행내용은 몇가지 차이를 가지고 있다. 현재의 요금제도는 대중교통을 여러번 갈아타더라도 총거리가 기본거리를 10km 이내일 경우에 800원만 내고, 환승비용은 부과되지 않는다. 더불어 기본거리 이상 통행시에는 매 5km마다 추가요금을 내되 아무리 장거리를 이용한 교통수단의 각 요금의 합보다 많지 않게 부과하는 요금제도이다. 요금부과의 사례는 <그림 2>와 같은 형태가 된다.

이와는 별도로 지하철만을 이용하는 경우에는 최대 12km까지는 800원, 12~42km까지는 매 6km마다 100원, 42km 이상일 경우는 매 12km마다 100원을 부과한다.

위에서 설명한 바와 같이 통합거리비례요금제도에 따른 요금을 계산하기 위해서는 3가지가 정의되어야 한다.

이용수단, 환승횟수에 상관없이 10km 이내 통행시 기본요금 부과(무료환승)	
예 : 버스(4km) + 버스 또는 지하철(6km), 총 10km 통행시	
예전 800 + 800 = 1,600원	현행 : 800+무료 = 800원
갈아타면 대중교통 통합거리가 기본거리 이상일 경우 5km 마다 추가요금 부과	
예 : 버스(6km) + 지하철(13km), 총 19km 통행시	
예전 800 + 900 = 1,700원	현행 : 800+200(추가) = 1,000원
갈아타서 아무리 장거리를 가더라도 이용한 각 수단별 요금 합보다 적게 함	
예 : 버스 + 버스 총 67km 통행시	
예전 800 + 800 = 1,600원	현행 : 800+1,200(추가)-400(할인) = 1,600원

<그림 2> 통합거리비례요금제의 요금산정 예

우선 경로에 포함된 수단의 종류 및 환승여부, 총통행 거리, 기본요금 및 거리별 추가요금에 대한 정보를 바탕으로 요금산정과정을 모형화한다.

추가요금은 대중교통의 이용거리( $D_{tot}$ )가  $D_{bas}$ 보다 큰 경우에만 계산되는데 계산과정에서  $\epsilon, \xi$ 가 도입된 이유는 할증요금이 가산되는 경계지점에서의 정확한 계산을 위해서이다.(이미영 외, 2005) 예를 들어  $\epsilon$  이 없고  $\xi$ 만 존재한다면  $D_{tot}$ 가  $D_{bas}$ 과 동일하면 기본요금으로 계산되어야 하나,  $\xi$ 의 존재로 인해 1이상의 값을 갖게 되고, 따라서 추가요금이 부과되게 된다. 그러나  $\xi$ 이 존재하지 않는 경우 실수를 정수로 환산하는 연산( $\lceil \cdot \rceil$ )을 통한 연산)에 의해 한 단계 낮은 추가요금( $-1 * D_{more}$ )이 부과된다. 그리고, 지하철만의 통행인 경우에는 거리비례요금이 각 수단별 요금의 합보다 적어야한다는 원칙이 적용되지 않으므로  $\Delta$ 를 포함시켜 이를 구분·적용한다.

$$F_{tot} = \min \{ F_{basic} + F_{more} \lceil \text{int} \rceil \left( \frac{\max(D_{tot} - D_{bas}, 0)}{D_{more}} - \epsilon + \xi \right), F_{basic} \cdot T_r^{tot} \cdot \Delta \} \quad (8)$$

여기서,  $F_{tot}$  : 통합거리비례제의 대중교통 요금  
 $F_{basic}$  : 기본요금(800원)  
 $F_{more}$  : 거리증가에 따른 단위추가요금(100원)  
 $T_r^{tot}$  : 총환승횟수, 이 때 지하철간의 환승은 고려되지 않음  
 $D_{tot}$  : 대중교통이용 거리  
 $D_{bas}$  : 기본요금거리, 버스 포함시 10km, 지하철만의 통행시 12km  
 $D_{more}$  : 추가요금의 단위거리, 버스 포함시

5km, 지하철의 경우 통행거리 12~42km는 6km, 통행거리 42km이상 시 12km

$\xi$  : 1

$\epsilon$  : 작은 실수(예, 0.0001)

$\Delta$  : 버스포함통행 1, 지하철만의 통행 10000

[int] : 실수의 정수부분(integer)

$\min(, ), \max(, )$  : 괄호안의 두 연산결과 중 최소값, 최대값을 반환

#### 4. 차내혼잡에 따른 비용 고려 방안

대중교통 노선별 용량과 혼잡에 따른 비용을 고려해야 하는 이유는 TRB(2003), 윤혁렬(2001)의 연구에서 잘 드러나 있다. 그 내용을 간략하게 요약하면 용량은 승객의 노선 선택에 영향을 미치는 요소이고, 대중교통 수요추정의 현실성을 증대시키기 위해서 고려되어야 할 변수이기 때문이다.

널리 사용되고 있는 기존의 S/W인 EMME/2에서의 대중교통 통행배정모형은 최적전략에 의한 통행배정기법을 활용(Spiess & Florian, 1989)하기 때문에 용량을 반영하기에는 무리가 있다.

본 연구에서 제시하는 차내 혼잡으로 인한 비용은 2가지 측면의 의미를 가지고 있다.

첫째, 차량별 용량에 대한 제약을 가능하게 한다. 즉, 차량용량에 접근하게 되면 비용이 증가하게 되어 노선의 비효용자체가 높아져서 경로선택 확률이 낮아지게 된다. 이로 인해 용량제약의 기능을 하게 된다. 이런 특성은 침두시 버스나 지하철의 승객이 정해진 용량을 초과하는 경우가 빈번한 현실을 고려할 때, 일정한 값으로 용량을 제약하여 용량 이상의 승객 수 반영이 불가능한 경우보다 현실 설명력이 더 높다고 할 수 있다.

둘째, 실제 버스나 지하철 노선 선택에 있어서 차량내부의 혼잡은 통행의 일반화비용 항목 중 하나로 생각할 수 있는 요소이다. 즉, 대중교통 경로선택에서 차내 혼잡이 심한 경우, 노선을 변경하거나 시간대를 변경하는 현상을 고려하면 차내혼잡을 비용항목의 일부로 반영하는 것이 합리적이다.

본 연구에서는 식(9)의 두 번째 줄의 두번째 항과 같

은 형태로 반영하게 된다.

$$\begin{aligned} \tilde{C}_b(x) &= \alpha_1 T_{inveh}^b + \alpha_2 D^b(x) \\ &= \alpha_1 T_{inveh}^b + \alpha_2 \left(\frac{x}{B_{cap}}\right)^n \end{aligned} \tag{9}$$

각 Notation은 앞 절에서 제시한 바와 같고,  $\alpha_2$ 와  $n$ 은 계수인데 용량이하에서는 혼잡비용이 '0'에 가까운 값을 갖게 되지만 용량에 거의 도달하면서부터 비용이 급격히 증가하는 형태를 갖는 값을 적용한다.

### IV. 통합대중교통망 통행배정모형 구축

#### 1. 모형의 개요

##### 1) 개요

본 모형은 통합거리비례 요금제를 고려하고, 다양한 대중교통 수단 특성을 반영하기 위한 경로기반 통행배정 모형이다.

우선, 대중교통 차내시간 도출을 위한 승용차와 버스의 다중수단 통행배정을 수행하여 버스 차내 시간을 산출·적용한다. 이와 함께 경로별 요금을 고려하기 위해 통합거리비례제 하에서의 요금 산출 모형을 별도로 정의하여 본 모형에 반영하였다.

앞서 언급한 바와 같이 경로기반 통행배정의 구축 및 해석을 위해서 Column Generation을 이용한 heuristic 모형(M.H. Xu, et. al, 2006)을 적용하였다. Column Generation의 특징으로는 첫째, 경로 열거(path enumeration) 과정이 필요 없으므로 서울과 같은 많은 기종점과 대규모 네트워크 분석에 용이하다. 둘째, 네트워크가 균형을 이루게 되면 사용된 경로, 경로 교통량, 링크 교통량 등을 동시에 도출된다. 셋째, Frank-Wolfe 알고리즘과 같은 일반적인 최적화 알고리즘에 비해 빠르고 명확하게 수렴에 이르게 된다.

##### 2) Column Generation의 개요

Column Generation이 갖는 일반적인 알고리즘 형태는 두단계로 구성된다. 첫째, 원래 문제는 알려진 변수의 집합으로 풀고, 둘째, 이렇게 구해진 해는 제한된 주 문제의 해를 향상하기 위해 변수를 발생시키는 하위문제

를 구성하는데 기초가 된다.

본 연구에서는 M.H. Xu, et. al.(2006)에서 제안한 Column Generation 기반의 heuristic algorithm을 대중교통망의 균형상태를 도출하기 위한 알고리즘에 적용한다. 이 모형은 초기화 단계를 포함하여 4단계로 구성되는데, 간략히 요약하면 다음과 같다.

초기화 단계인 첫단계는 네트워크, 수렴조건, 비용함수 등에 대해 정의하고, 첫 번째 부분 네트워크에 대해 초기화하는 단계이다.

두 번째 단계에서는 부분 네트워크를 확장하는 단계인데, 각 O/D 쌍을 연결하는 새로운 최단경로를 검색하여 추가하는 단계이다. 이 때 추가될 새로운 경로가 없는 경우 알고리즘은 종료된다.

세 번째 단계는 부분 복합대중교통망에 대한 경로별 균형통행배정량을 산출하는 단계이다. 이 때 하위문제의 최적화과정을 포함한다.

마지막단계는 각 부분네트워크의 경로 교통량 중 통행량이 '0'으로 배정되는 경로는 attractive path에서 제외하여 삭제한 후 첫 번째 단계로 돌아간다.

다음 절에서는 위의 과정을 보다 구체적인 알고리즘으로 제시한다.

3) Notation 정의

본 모형의 Notation에 대해 정의한다.

- G : Network
- N : O/D 쌍의 개수
- w : O/D쌍,  $w = 1, 2, \dots, N$ .
- $d_w$  : O/D쌍 w 간의 통행수요.
- $P_w^k$  : w의 k번째 iteration의 path 집합
- $P^k = \cup_{w=1}^N P_w^k$
- $G^k$  : k번째 iteration의 부분 네트워크
- $f_w^k$  : 경로교통량벡터,  $f_w^k = [f_{w_1}^k, f_{w_2}^k, \dots, f_{w_{|P_w^k|}}^k]^T$
- $f_{w_p}^k$  : 경로P의 교통량  $P \in P_w^k$
- $d_w = \sum_{p=1}^{|P_w^k|} f_{w_p}^k, w = 1, 2, \dots, N$
- $A_w^k$  : link-path matrix.  $w = 1, 2, \dots, N$
- $A^k = [A_1^k, \dots, A_w^k, \dots, A_N^k]$
- $\overline{A_w^k}$  :  $A_w^k$ 의 sub-matrix
- $X^k$  : 링크 교통량벡터  $X^k = A^k \cdot f^k$

- $\tilde{C}_l^k$  : 링크 l 의 통행 비용
- $\tilde{C}_l^k = g_l(X^k) \quad l = 1, 2, \dots, n_L$
- $C_w^k = [C_{w_1}^k, C_{w_2}^k, \dots, C_{w_{|P_w^k|}}^k]^T$ : 경로비용벡터
- $C_w^k = (A_w^k)^T \tilde{C}^k \quad w = 1, 2, \dots, N$
- $J^k$  : Jacobian matrix
- $\| * \|$  : Euclidean Norm

2. 대중교통 통행배정 모형의 구축

지금까지 제시한 세부적인 모형들을 고려하여 일반적인 대중교통 통행배정모형의 구성요소와 요금, 혼잡 등을 종합한 알고리즘은 다음과 같다.

1) 대중교통 통행배정 알고리즘 정의

Step 0 : 최초 부분 네트워크의 초기화  $G^k$

- Set  $k = 0, \epsilon > 0$ , 종료 기준 설정
- 전체 네트워크의 모든 O/D쌍 w를 연결하는 각 링크의 승객 '0'의 통행비용을 기준으로 최단경로  $p_w$  산출,  $P_w^k := \{p_w\}$

• 초기부분네트워크  $G^k := \text{span} \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 에서 link-path matrix  $A_w^k$ 와  $A^k$  생성

- 모든 O/D쌍의 각 경로  $p_w$ 에 수요  $d_w$ 의 배정, 경로별 교통량  $f_w^k := d_w$ .

- 링크별 교통량 벡터  $x^k$  산출  $x^k = A^k f^k$ ,  $f^k = [\dots f_{w_1}^k, f_{w_2}^k \dots f_{w_{|P_w^k|}}^k \dots]^T$  (10)

- 통행비용 벡터  $\tilde{c}_l^k$  산출  $\tilde{c}_l^k = g_l(x^k), \quad l = 1, 2, \dots, n_L$  (11)

- $C_w^k = (A_w^k)^T \tilde{C}_w^k, \quad w = 1, 2, \dots, N$  (12)
- 그리고,  $\lambda_w^k := C_w^k, \quad w = 1, 2, \dots, N$

이 때 식(11)나 식(12)에서 제시된 링크비용함수, 경로비용함수는 제3장 제1절에서 제시한 비용함수를 의미하는 것으로 이 절에서는 단순한 함수형태로만 표시한다.

다음 단계인 Step 1은 O/D쌍별로 하나의 경로가 연결되어 있는 초기화된 네트워크에 경로를 추가하면서 네



트위크를 확장하는 과정이다. 이때 추가되는 경로는 기존 경로의 통행비용을 감소시킬 수 있어야 하며, 더 이상 통행비용감소를 기대할 경로가 없는 경우에 전체 알고리즘이 종료된다.

**Step 1 : 부분 네트워크  $G^k$ 의 확장**

- 모든 O/D쌍에 대해 새로운 최단경로의 비용이  $c_w$  보다 적다면 이 경로를 O/D쌍  $w$  를 연결하는 경로 집합  $P_w^k$ 에 포함
- $k := k + 1, A_w^k, A^k$ 와  $G^k$  업데이트
- 새로운 경로가 부분 네트워크  $G^k$ 를 확장시킬 수 없다면 알고리즘 종료, 아니면 step 2로 이동.

다음 단계에서는 추가된 O/D별 경로들에 통행량을 배정하는 과정인데, Euclidean Norm을 이용한 부분최적화를 통해 균형통행배정해를 도출하게 된다.

**Step 2 : 새로운 부분네트워크  $G^k$ 의 균형해 도출**

**2.1. 초기화**

- 모든 O/D쌍에 대해 수요  $d_w$ 를  $P_w^k$ 의 모든 경로에 동일하게 배정하여  $f_w^k$ 의 초기화

**2.2 부분최적화를 통한 재통행배정**

- 모든 O/D쌍에 대해  $x^k, c_w^k, \delta c_w^{-k}$  산출
- $$\min \| (A_w^k)^T J^k A_w^k \delta f_w^k - \delta C_w^k \| \quad (13)$$

여기서,  $\delta f_w^k \in f_w^k$ , 계산 후  $\delta f_w^k$ : 산출

- $f_{w_i}^k := f_{w_i}^k + \delta f_{w_i}^k, \quad i = 1, 2, \dots, n$ 를 이용하여  $f_w^k$  업데이트

Euclidean Norm으로 표현된 식(13)을 통해 각 O/D쌍들을 잇는 경로들간의 통행배정이 이루어진다. 위 식을 풀어 경로들간에 균형을 이루는  $\delta f_w^k$ 를 도출하여 업데이트한다. 이 문제는 일반적인 선형대수방정식의 형태를 가지므로 가우스소거법이나 LU분해법을 이용하여 쉽게 풀 수 있다.

**2.3 Verify**

$$\sum_{w=1}^N \sum_i | \delta f_{w_i}^k | / d_w < \epsilon \quad (14)$$

- 를 만족하면 균형해 도출, 그리고 step 3로 이동
- 위 조건을 만족시키지 못하면 step2, 2.2로 이동

**Step 3 : 교통량이 '0'인 경로를 부분 네트워크  $G^k$ 의 attractive line에서 제외**

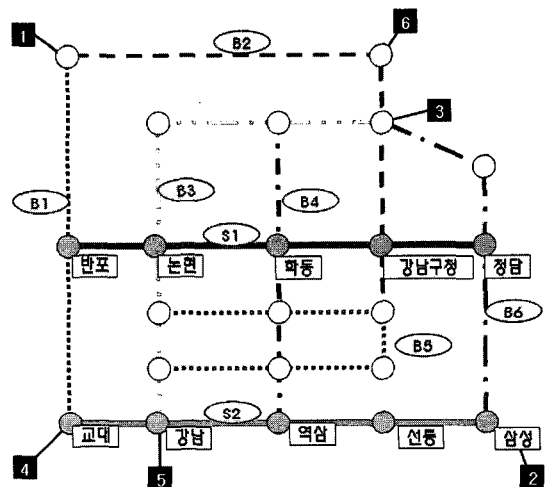
- 모든 O/D쌍에 대해  $f_{w_i}^k = 0$ ,이면 경로집합  $P_w^k$ 에서  $p_w$  삭제
- link-path matrix  $A_w^k, A^k$  업데이트 후 step 1으로 이동

**V. 모형의 적용 및 검증**

**1. 분석 네트워크 정의**

본 연구에서 제시된 모형을 실제 네트워크에 적용하여 분석하였다. 대상네트워크는 강남구 일부지역의 지하철 및 버스의 통합네트워크이다. <그림 3>과 같은 형태인데, 점선은 버스, 실선은 지하철의 노선이다. 같은 색과 모양의 점선은 같은 노선을 의미한다.

위의 네트워크를 이용한 통행배정에 적용될 OD는 <표 1>에 제시된 바와 같다



<그림 3> 적용 대중교통 네트워크

〈표 1〉 OD별 통행량 정의

O	D	수요	O	D	수요
1	2	5,000	5	6	5,000
3	4	5,000	2	1	5,000

식(6)에서 정의되는 버스 통행시간을 도출하기 위해서는 링크 자유속도인  $T_0$ 에 대한 설정이 필요하다. 본 연구에서는 버스 노선에 있어서  $T_0$ 는 일반적 간선도로의 제한속도인 60km/hr로 가정하였다.

2. 결과 도출 및 시사점 제시

위의 네트워크와 O/D를 이용한 분석의 결과로 〈표 2〉와 같이 각 경로별 통행량과 통행비용이 도출되었다.

위 결과에서 볼 때 각 경로별 비용은 동일하여 균형통행배정의 해를 도출한 것을 알 수 있고, 모든 통행이 2개 이상의 노선을 이용하였다. 이는 경로별 혼잡비용에 대한 고려로 인해 시간이나 요금의 최단경로에 모든 통행량이 배정되기 보다는 여러 개의 노선별로 나뉘었기 때문이다. 예를 들어 존 ①에서 존 ②로 가는 통행의 경우, 최적전략 통행배정과 같이 통행시간비용을 중심으로 최단경로에 수요가 배정된다면 ①→(B1)→(S2)→②에 모든 수요가 배정되었을 것이다. 그러나 노선집중에 따른 혼잡 비용이 반영되어 ①→(B2)→(S1)→(B6)→②로 Attractive Line이 추가로 이용되고 있음을 알 수 있다.

또하나의 예로 존 ③에서 존 ④로 가는 통행에 있어서 최소요금과 관련한 경우를 살펴본다. 이 존 쌍의 경우, ③→(B2)→(B5)→(B3)→(S2)→④노선이 현행 요금제도

〈표 2〉 모형의 적용 결과

O-D	경로별교통량/ 일반화 비용	경로
1→2	3156.6 / 47.4	①→(B1)→(S2)→②
	1843.4 / 47.3	①→(B2)→(S1)→(B6)→②
3→4	934.6 / 55.6	③→(B2)→(B5)→(S2)→④
	2410.1 / 55.4	③→(B3)→(B4)→(S2)→④
	650.2 / 56.0	③→(B3)→(S1)→(B1)→④
	1005.2 / 55.6	③→(B2)→(B5)→(B3)→(S2)→④
5→6	1519.9 / 136.9	⑤→(B3)→(B5)→(B2)→⑥
	853.7 / 136.9	⑤→(S2)→(B1)→(B2)→⑥
	1028.2 / 136.9	⑤→(S2)→(B4)→(B3)→⑥
	1598.1 / 136.9	⑤→(B3)→(B2)→⑥
2→1	1877.5 / 534.9	②→(B6)→(S1)→(B2)→①
	3122.5 / 534.9	②→(B6)→(S1)→(B1)→①

로 인해 환승은 많지만 가장 싼 경로이다. 따라서 요금만 고려한 통행배정이라면 이 노선에 대부분의 승객이 배정되었을 것이다. 그러나 도출된 노선과 노선별 수요를 볼 때 보다 다양한 노선을 이용한 것을 알 수 있다. 즉, 통행시간이 적고, 환승횟수가 적은 ③→(B3)→(B4)→(S2)→④노선이 추가적으로 이용되고 있다. 더불어 혼잡비용을 감소시키는 다양한 노선들이 함께 이용되는 것을 알 수 있다.

이러한 결과를 살펴볼 때 본 모형은 대중교통 노선을 선택할 때 고려하는 다양한 비용요소들을 반영하고 있음을 알 수 있고, 혼잡으로 인한 수요의 노선별 분산도 확인할 수 있었다.

Ⅵ. 결론

1. 연구 결과 요약

본 연구는 기존의 대중교통 통행배정에서 간과하고 있던 요금 및 혼잡, 환승 등에 대한 고려를 포함한 경로 기반 통행배정 모형을 제시하였다. 구성된 모형을 Column Generation을 통해 해석하고, 네트워크에 적용하였다. 이 때 요금은 기존의 요금제도가 아닌 통합거리비례제를 적용하여 보다 현실적인 요금 반영이 가능하도록 하였다. 더불어 수단별 용량을 고려하여 각 노선의 용량을 제약하면서, 혼잡으로 인한 불편을 비용으로 반영하였다.

그 결과 본 모형의 결과에서 나타난 바와 같이 각 존 쌍을 연결하는 경로들 중 최단시간이나 최근요금 경로에만 배정되는 것이 아니고 혼잡으로 인한 비용을 고려하여 여러 노선으로 나누어 배정되는 것을 확인할 수 있었다. 이러한 모형을 통해 다양한 수단과 노선이 포함되어 있는 통합대중교통망에서 통행시간뿐만 아니라 다양한 요금제도의 변화를 고려하고, 수단별 용량과 혼잡을 반영할 수 있는 대중교통 통행배정 모형을 제시하였다.

2. 향후 연구과제

본 연구의 과정에 있어서 드러나 새로운 과제는 우선 환승비용에 대한 좀 더 실증적인 연구가 필요하다는 점이다. 이와 함께 다양한 형태의 버스 링크에 대한 적용도 고려할 필요가 있다. 즉, 버스 전용차로의 경우이거나 교차로 신호시간 등을 고려한 링크통행시간 산출 및 적용

에 관한 향후 연구도 필요하다.

더불어 현재 대부분의 대중교통 통행배정 모형에서 경로를 선택하는 통행자의 특성을 동일하게 인식하여 모든 통행자의 일반화 통행비용 가중치가 동일한 것으로 가정한다. 이런 문제로 인해 대중교통의 정책에 대한 평가가 계층별로 구분된 세밀한 평가가 이루어지지 못하고, 평균적인 평가만 수행된다고 할 수 있다. 따라서 향후 대중교통 이용자의 계층별 특성에 따른 통행배정 및 정책 평가의 틀이 마련될 필요가 있다. 그리고 본 모형은 경로의 정보를 연산과정 전체에서 저장하여야 하기 때문에 대규모 네트워크에서의 적용에 있어서는 데이터 처리에 주의를 기울여야 할 필요가 있다.

이러한 한계는 본 모형의 결과에서 제시한 문제점 즉, 노선별 혼잡이나 요금의 전체 일반화비용에서 차지하는 비중에 대한 연구와 더불어 향후 대중교통 통행배정에서 반드시 필요한 과제라고 판단된다.

### 참고문헌

1. 윤혁렬(2000), "용량을 고려한 대중교통 통행배정 모형 구축에 관한 연구", 서울대학교 토목공학과 박사학위논문.
2. 이미영·백남철·문병섭·원의(2005), "거리비례제 요금정책에 따른 K요금경로탐색", 대한교통학회지, 제23권 제1호, 대한교통학회, pp.103~114.
3. 신성일·노현수(2004), "K 링크 비루프 최적경로 탐색알고리즘과 복합대중교통망에의 활용", 교통정책연구, 제11권, pp.83~103.
4. 신성일·노현수·조종석(2005), "수도권 도시철도 수입금 정산 분석모형," 대한교통학회지, 제23권 제5호, 대한교통학회, pp.157~167
5. 임강원·임용택(2003), "교통망 분석론", 서울대학교 출판부
6. 장인성(2000), "서비스시간 제약이 존재하는 도시부 복합교통망을 위한 링크기반의 최단경로탐색 알고리즘", 대한교통학회지, 제18권 제6호, 대한교통학회, pp.111~121.
7. De Cea, J. and J.E. Fernández(1989) "Transit Assignment for Minimal Routes: An Efficient New Algorithm", Traffic Eng. and Control, pp.492~494.
8. Cea & Fernandez(1993), "Transit assignment for congested public transport systems : An Equilibrium model", Transpn. Science, Vol. 27, No. 2
9. M.H. Xu, William H.K. Lam, H. Shao, G.F. Luan(2006), "A heuristic algorithm for network equilibration", Applied mathematics and computation, 174, pp.430~446.
10. Spiess & Florian(1989), "Optimal strategies : A new assignment model for transit networks", Transpn. Res.-B, Vol 23B, No 2, pp.83~102.
11. TCRP Report 100(2003), "Transit capacity and quality of service manual", TRB
12. Tong C.O. and Richardson A.J.(1984), "A Computer Model for Finding the Time Dependent Minimum Path in Transit Systems with Fixed Schedules", Journal of Advanced Transportation 18, pp.145~161.
13. Wu H., M. Florian & P. Marcotte(1994), "Transit equilibrium assignment: A model and solution algorithms", Tr. Sci. 28

✉ 주 작성자 : 박준환  
 ✉ 교신저자 : 박준환  
 ✉ 논문투고일 : 2006. 10. 28  
 ✉ 논문심사일 : 2006. 12. 26 (1차)  
                   2007. 2. 1 (2차)  
                   2007. 3. 9 (3차)  
 ✉ 심사판정일 : 2007. 3. 9  
 ✉ 반론접수기한 : 2007. 8. 31