韓國數學敎育學會誌 시리즈 C
<初等數學敎育>
2007. 5. 제 10권, 제 1호, 29-39

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
May. 2007, Vol. 10, No. 1, 29-39

초등 4학년 도형 영역의 수학 수업에 나타난 은유 사례 연구

김 상 미 (서울정목초등학교)
신 인 선 (한국교원대학교)

I. 서 론

은유는 수사학의 전통에 뿌리를 두고 있으며 플라톤과 아리스토텔레스의 뒤를 이어 수많은 철학자들이 관심을 가져왔다. 최근 20여년의 은유에 대한 관심은 단지 수사학이나 비유법의 문제로서가 아니라, 지금까지의 평가 절하되어왔던 은유를 재평가하고 동시에 서양 철학이 가정하는 인식론적이고 존재론적인 쟁점을 제기한다. 은유를 수사적 효과로서만이 아니라 개념적 은유로 보려는 은유에 대한 관점은 이미 수학교육연구에서도 나타나고 있다.

은유는 일종의 이해 방식으로서, 어떻게 사물을 보고, 실재를 인식하는가를 말하며 사물을 보는 관점이나 방식이다(Schön, 1979). 한 사물을 그 자체로 보지 않고 다른 사물의 관점에 입각하여 보는 태도를 말하는 것으로, 예를 들면, 사물, 패턴, 상황, 구조, 자연, 사람, 대상, 행동, 역할, 과정, 사건 등을 '특성'이라 부른다면, 은유란 한 특성을 그 자체로 언급하지 않고 다른 특성의 관점에서 언급하는 것이다(Burke, 1945). 즉, B(근원)에서 A(목표)를 보며, 또한 A를 보기 위해 B를 이용한다. 은유가 되기 위해서는 '유사성'과 '긴장'이 동시에 작용한다. 원관념과 보조 관념 사이의 유사성을 기반으로 하고, 동시에 둘 간의 차이가 긴장을 준다(Ortony, 1975, 1993). 이 때의 긴장은 문자적 해석과 은유적 해석 사이의 긴장을 말하는 것으로 같음과 다름의 긴장이며, 은유의 의미에서 핵심적이다.

그러나 은유가 이용될 때 종종 그 효과만이 아니라, 은유의 부각과 은폐가 주는 문제점을 동시에 가지게 된다. 은유의 부각으로 수학에 생생함을 던져주기도 하지만 은폐되었던 또는 부각되었던 부분들이 종종 이후의 개념형성에서 결정적인 걸림돌이 되기도 한다. 말하자면 학생들의 이해를 위하여 은유로서 수학의 한 측면을 부각하여 개념의 이해를 촉진하기도 하지만 이것이 또 한편으로는 뿌리 깊은 오해를 만들 수도 있다는 것이다. 이는 은유가 갖고 있는 강력한 힘이면서 동시에 난점이기도 하다.

학생들의 수학 개념에 대한 은유 분석은 은유가 주는 부각과 은폐를 통하여 수학 교수 학습의 측면에서 시사점을 줄 수 있으며, 수학 교육을 보는 여러 관점들의 은유를 분석하는 것은 수학 및 수학 교육이 뿌리를 두고 있는 깊은 가정이나 문화에 대한 이해를 넓혀줄 수 있을 것이다.

본 연구는 첫째로 은유의 개념 변화 및 최근 인지 은유이론을 통하여 수학교육에서 보는 은유의 개념을 밝혀보고, 둘째로 수학적 은유에 대한 연구 및 수학교육적 의의를 논의한다. 셋째로 초등학교 4학년 수학 수업에서 나타난 수학적 은유의 사례를 분석하기로 한다. 본 연구는 학생들이 수학수업에서 보이는 은유를 분석하는 새로운 시도를 통하여 초등학생들의 수학적 개념을 이해하는 하나의 단서를 찾아가고자 한다.

II. 은유에 대한 개념

전통적으로 은유에 대한 기본적인 관점은 예외가 있기는 하지만 다음과 같이 요약된다(김태헌, 2001). 은유는 문체론적, 수사학적, 교수학적 목적에 유용한 것으로서 일종의 생략된 직유이며, 또한 인지적 내용의 손실이 없이 문자적 어구로 번역될 수 있다는 것이다. 이러한 가정은 아리스토텔레스 이후 2천년에 걸쳐 Reddy(1979) 이전까지 은유의 논의에서 지배적이었다. 또한 지금까지의 은유에 관한 많은 논의들도 문자적 의미와 은유적 의미 사이에는 근본적으로 차이가 있음

* 2006년 11월 투고, 2007년 5월 심사 완료.
* ZDM 분류: D22
* *MSC2000 분류: 97C50*
* 주제어: 수학적 은유, 은유, 도형 영역

을 가정해 왔으며, 문자적 의미에 비하여 열등한 것으로 또는 이탈된 것으로 다루었다.

그러나 1960년대 일상 언어에 나타나는 은유에 관심을 갖기 시작하여, 1970년대 후반에 대두된 '인지언어학'은 은유에 대한 전통적인 정의에 큰 변화를 가져온다. 최근의 Lakoff(1987, 1993, 1994), Lakoff 와 Johnson(1980, 1999), Indurkhya(1992) 등에 의해 시도되고 있는 인지적 은유 이론에서는 인간의 개념체계는 본질적으로 은유적이며 일상 언어의 은유는 일탈된 표현이 아니라 자연스럽고 정상적이라고 주장한다. 은유는 목표 영역에서 다른 개념 영역 즉 근원 영역으로 사상하여 그 목표 영역을 이해하고 경험하는 것이라고 말한다. Lakoff는 Langacker, Fillmore, Sweetser, Talmy 등의 연구와 지향점을 공유하면서 '인지언어학'의 새로운 주류로 성장하고 있다. 이들의 은유이론은 인지적 은유이론 또는 개념적 은유이론이라고 불리며, 철학적 토대로서 체험주의를 주장한다. 체험주의란 사고와 이해의 뿌리가 신체적 활동에 있다는 것으로서, 인지적 은유이론자들은 이를 토대로 복잡하고 추상적인 사고는 은유적 확장을 통해서 이루어진다고 가정한다.

최근 인지 은유 이론 또는 개념적 은유의 시작으로서 널리 알려진 예로는 Reddy(1978, 1993)의 <도관은유(CONDUIT METAPHOR)>가 있다. 의사소통의 영역을 운송의 영역으로 투사한 것이다. 체계적인 개념적 사상을 통하여 <도관(CONDUIT)>이라는 은유를 밝혔으며, 이러한 개념적 사상을 통한 은유는 '개념적 은유'라는 거대한 탐구를 만들고 있다(Johnson, 1987; Lakoff, 1987, 1993; Lakoff & Johnson, 1980; Sacks, 1978).

인지 은유 이론은 다음 세 가지를 토대로 주장한다. 첫째로 마음은 본유적으로 신체화되어 있다. 즉, 마음과 몸은 분리할 수 없으며, 마음과 몸은 두 개의 독립적인 개체가 아니다. 마음은 우리가 우리의 경험과 관련시키기 위해 불러오는 어떤 신비로운 추상적 개체가 아니다. 오히려 마음은 우리 자신과 이 세계와의 상호작용에 대한 바로 그 구조 자체의 일부이다. 둘째로 사고는 대부분 무의식적이다. 이때의 무의식이란 억압되어 있음이라는 프로이트적 의미가 아니라, 너무나 빠르게 작용하여 집중할 수 없는 방식으로 인지적 의식 층위 아래에서 작용한다는 의미이다. 셋째로 추상적 개념들은 대체로 은유적이다. 근본적인 개념들은 은유적이므로 은유를 제거한다는 것은 철학을 제거하는 것과 같으며, 철학은 물론 과학에서도, 모든 추상적 사고는 은유를 피할 수 없다. 만약 은유의 제거가 가능하다면 남아있는 골격 개념은 너무나 빈약하여 사유작용을 할 수 없을 것이다(Lakoff & Johnson, 1980, 1999).

개념적 은유론은 신체화된 마음, 인지적 무의식, 은유적 사고라는 주장을 경험적 자료를 기초로 인간 본성을 이해하는 새로운 방식을 말한다. 관용적 은유(conventional metaphor)는 언어 표현에 스며들어서 관습화되어진 은유로, 이들은 문화의 일상적 개념 체계를 조직한 것이다. 이들은 시나 문학에 한정되는 것이 아니라 일상 언어의 많은 부분을 차지하고 있다. Lakoff(1987)는 관용적 은유를 기본적인 개념적 은유(basic conceptual metaphor)로 보고, 이를 밝히는 연구를 통하여 은유론의 새로운 장을 열어 놓았다. 은유를 이미 존재하는 인지 모델에서 새로운 인지 모델을 사상하는 개념적 전략이라고 보고, 은유를 단지 낱말의 문제로 보는 데에서 벗어나서 개념적 층위에서 사고와 행위에 영향을 주는 인지 양식으로 설명한다.

따라서 인지적 은유 연구는 자기 사회의 정신과 문화의 숨은 측면들에 직면하게 되는 일이라고 말한다(Lakoff & Turner, 1989). 은유적 개념은 체계적이며, 우리의 일상적 삶에서 단지 언어뿐만 아니라 사고와 행위에 넓게 퍼져 있다. 더 나아가 은유는 우리가 세계를 지각하고 경험하는 개념 체계를 변화시킴으로써 우리의 지각과 행동까지 변화시키는 실천적 기능을 수행한다(Lakoff & Johnson, 1980). 즉, 은유는 인간으로 하여금 생활의 모든 측면에서 현실을 축조할 수 있게 할 뿐만 아니라 은유에 근거해서 사고하고 행동하도록 해 준다(김경용, 1994). 은유는 단지 수사적 언어로서만이 아니라 문화적 사고와 행동을 요구하는 힘을 갖는 것이다.

Ⅲ. 수학적 은유

(1) 수학적 은유의 개념

Ortony(1975)는 은유의 속성을 세 가지의 면에서 즉, 간결성(compactness), 표현 불가능성(inexpressibility), 생생함(vividness)으로 말한다. 간결성은 대상의 특정 속성에 초점을 집중하여 은유를 이끌어내는 것으로, 대상에 대한 즉각적인 이해를 가능하게 한다. 표현 불가능성은 원관념과 보조 관념 사이의 긴장을 만들어가

는 것으로, 이름 짓기 어려운 특징간의 유사성을 창조하는 과정이며 언어의 다의성을 나타낸다. 생생함은 문자적 언어를 넘어서서 원관념과 보조관념이 동일한 실체가 아니며 일종의 가장(假裝, as if)임을 인식하는 것이다. 이 속성은 개념적 특성들을 은유를 통하여 지각적이고 감각적으로 체험할 수 있게 한다.

지금까지 은유의 모호성이나 애매함으로 인하여, 과학적인 연구에서 은유는 피해야 할 것으로 여겨져 왔으며, 수학에서도 수학자의 판단을 흐릴 수 있는 것으로 생각되어 왔다. 그러나 대부분의 수학사는 '은유와 엄밀성 사이를 휘젓는 담론(a discursive steering between metaphor and rigor)'으로 이루어지며, 은유는 수학자에게 새로운 여행을 시작하게 하는 단서를 제공한다(Sfard, 2000).

Lakoff와 Núñez(1997, 2000)는 은유 없이는 수학도 발달할 수 없다고 가정하고, 수학에 깔려있는 은유적인 토대 즉 그들의 용어로 '수학적 아이디어 분석(Mathematical Idea Analysis; MIA)'을 시도하였다. 자동적이고 무의식적인 수학적 이해를 결정짓는 메커니즘을 분석한다. 무의식적이고 일상적으로 주고받는 언어를 통하여 추상 개념에 대한 개념적 구조를 경험적으로 연구한다. 수학적 아이디어에 대한 연구로서, 관습화된 수학적 은유의 기원을 마치 고고학적으로 파헤쳐간다.

현대 은유이론은 '수학'을 보는 관점에 대한 변화를 요구한다. 수학에 대한 기존의 관점은 수학의 본질이 보편적이고 객관적이며 인간의 마음과는 무관하다고 가정한다는 점에서 '마음과 무관한 수학(mind-free mathematics)'이라고 규정한다. 이에 반하여, 수학이 수학답게 되는 것은 의미 있는 수학적 아이디어라고 강조하면서 '마음에 근거한 수학(mind-based mathematics)'을 주장한다(Lakoff & Núñez, 1997, p21). Lakoff와 Núñez(2000)는 '마음에 근거한 수학(mind-based mathematics)'이라는 토대에서 수학적 은유를 체계적으로 밝히려고 시도한다.

'마음에 근거한 수학(Mind-based mathematics)'은 예를 들면, 플라토니즘, 직관주의, 형식주의 등과 같은 기존의 수리 철학과도 일치하지 않는다고 주장한다. 또한 수학을 순수한 사회적 구성으로 설명하는 최근의 설명과도 일치하지 않는다고 말하고, 연구 결과를 통하여 기존의 수리 철학에 대하여 다른 접근을 하고 있다는 것을 보이려고 하였다. 자신들의 수리 철학은 Lakoff와 Johnson(1999)이 논의한 '신체화된 실재주의'와 '생태학적 자연주의(Lakoff & Núñez, 1997)'의 입장과 일치한다고 밝히고 있다.

수학은 인간의 수학이며 즉 인간 마음의 결과라고 말하면서, 책의 제목 'Where mathematics comes from?'에서 보여 주듯이 '수학은 어디에서 오는가?'에 대하여 답하는 것이었다. Lakoff와 Núñez(2000)의 대답은 바로 인간으로부터 온다는 것을 보이고자 한다. 인간은 수학을 만들었지만 그러나 수학은 임의적이지 않으며 즉, 단순히 역사적으로 우연적인 사회적 구성이 아니라는 것이다. 수학이 임의적이지 않다는 것은 신체화된 인간 마음의 개념적 메카니즘을 사용한다는 것으로 해석한다. 수학은 인간 뇌의 신경적 가능성의 결과이며, 우리 몸, 우리의 진화, 우리의 환경, 우리의 사회적 문화적 역사 등의 본성에 대한 결과라고 주장하고 있다.

수학에 대한 입장에 있어서도 현대 은유 이론의 기본적인 세 가지 주장을 그대로 받아들이면서 다음과 같이 밝히고 있다(Lakoff & Núñez, 2000). 첫째로 마음은 신체화되어 있다는 것이다. 세상을 살아가는 우리의 몸, 뇌, 일상 등의 세부적인 본성은 인간의 개념과 인간의 이성을 구조화하며, 이것은 수학적 개념이나 수학적 이성도 마찬가지라고 말한다. 둘째로 인지의 무의식성을 가정한다. 대부분의 사고는 무의식적이라고 가정하며, 이때의 무의식은 의식적인 내성과 직접 접하지 않는다는 점에서 무의식이다. 인간은 개념체계와 저층의 사고 과정을 직접적으로 볼 수 없으며, 대부분의 수학적 사고 과정도 마찬가지로 무의식성을 가정한다. 셋째로 은유적 사고를 주장한다. 대부분의 경우에 인간 존재는 추상적 개념을 구체 속에서, 감각운동적 체계를 근거로 개념화한다고 주장하면서, 추상이 구체 속에서 이해된다는 메커니즘을 은유적 사고라고 부른다. 예를 들면 수를 직선상의 한 점으로 개념화하는 것과 같이, 수학적 사고도 개념적 은유를 사용한다.

수학적 은유의 예를 들면, <변수는 수가 들어있는 상자이다(VARIABLES ARE BOXES WITH NUMBERS INSIDE)>(Chui, 1994)와 같이, 덜 친숙한 '목표상황(변수)'을 친숙한 '자원상황(상자)'을 통하여 보는 관점이다(Black, 1962; Lakoff & Johnson, 1980;

Johnson, 1987; Lakoff, 1987; Pimm, 1987). 은유는 공통의 경험에 토대를 두고 있기 때문에, 은유를 사용하는 수학적 아이디어는 대부분 일상적 용어의 관점에서 이해할 수 있다. Lakoff와 Núñez(1997)는 '산술의 은유', '집합론의 은유', '함수의 은유' 등의 사례를 들어서 수학적 은유를 은유적 사상으로 밝히고 있다. '산술의 은유'는 산술에서 주로 사용하는 <움직임(MOTION)> 은유로서 설명한다. 수는 수직선 위의 위치이며, 산술 연산은 수직선을 따라 움직이는 행위이고, 0은 출발점이며, 덧셈은 오른쪽으로 주어진 거리만큼 걸음을 옮기는 것으로 개념화한다. '집합론의 은유'는 집합을 <용기(CONTAINERS)>로 보는 은유로서, 집합의 원소는 그 안에 있는 대상으로 부분집합은 용기 내의 용기 등으로 개념화한다. '함수의 은유'는 함수를 <기계(MACHINE)>로 보는 은유로서, 함수의 정의역은 투입물의 집합이고 치역은 산출물의 집합이며, 함수의 조작은 각 투입물에서 유일한 산출물을 만드는 것으로 표현한다(Chui, 1996)(<표 1>).

'수학적 은유'는 수학의 개념을 일상의 친숙한 것으로 은유함으로써 수학적 개념을 이해하는 것으로, 그 은유들은 체계적이며 편재적이라는 점에서 일종의 개념적 은유이다. <선은 경로이다(LINES ARE PATHS)> (Chui, 1996)라고 말할 때, 그 은유를 이해하기 위하여 사람들은 근원인 운동을 사용한다. 사람들은 운동에 친숙하기 때문에, 여행자가 길을 따라서 전형적으로 한 방향으로 움직인다는 것을 안다. 이러한 은유를 사용하여 선을 경로와 같이 볼 수 있다. 또한 새로운 요소를 만들어내기도 하는데, 이 경우에는 경로를 따라서 움직이는 가상적인 여행자가 되는 것이다.

그러나 수학적 은유는 이후의 학습에서 다른 수학 개념과 서로 갈등하면서 어려움이 되기도 한다. 예를 들면, <산술은 대상을 조작하는 것이다(ARITHMETIC IS MANIPULATING OBJECTS)>(Chui, 1996)라는 은유를 통하여 뺄셈을 학습한다면, 뺄셈은 큰 수에서 작은 수를 빼는 것이라고 생각한다. '3−7'과 같은 것은 현재 물건의 수에서 더 이상 제거할 수 없기 때문에 불가능하다고 생각한다. 이와 같이 특정 은유를 통한 기존 지식은 다른 은유와 경쟁하며 적용이 어려움의 원인이 되기도 한다.

하지만 또 한편으로 새로운 은유를 통하여 재해석이 가능해지기도 한다. 예를 들어 위의 예에서 <산술은 움직임이다(ARITHMETIC IS MOTION)>(Chui, 1994, 1996)라는 은유를 통하여 수를 움직임으로 해석하는 것을 배운다면, '3−7'과 같은 것은 '−4' 또는 '원점으로부터 4 이전에 있는 것'이다. 즉, 이해가 쉽지 않았던 수학 개념은 또 다른 수학적 은유를 통하여 이해가 가능하다.

수학적 은유는 단편적 개념이 아니라 체계적이다. 예를 들면, <등식은 양팔 저울이다(EQUATIONS ARE SCALES)>(MacGreger, 1991; Chui, 1994)에서 등식(저울)의 양변은 같은 값(무게)을 가져야만 한다. 양변에서 같은 값(무게)을 더하고(올려놓고) 빼는(덜어

<표 1> 함수는 기계이다(FUNCTIONS ARE MACHINES> (Chui, 1996, p. 144)

근원 영역(Source Domain) 기계(Machines)		목표 영역(Target Domain) 함수(Function)
각 입력물에서 출력물을 만드는 것	→	함수의 행동
물리적으로 기계에 알맞은 입력물	→	정의역의 원소
가능한 입력물의 모임	→	정의역
출력물은 기계에 의하여 특정한 입력물로부터 일관되게 생산된다.	→	치역의 원소는 함수에 의하여 특정한 정의역의 원소로부터 일관되게 생산된다.
가능한 출력물의 모임	→	치역
공학적인 부분들은 관련된 기계와 공통적이다.	→	절차적 구성요소들은 관련된 함수와 공통적이다.
기계 G는 다른 기계 F의 출력물을 다시 각각 원래 입력물로 되돌리는 것이다.	→	함수 F의 역함수 G
각 입력물로부터 유일한 출력물을 만드는 기계	→	일대일 함수
모든 가능한 출력물을 만드는 기계		전사 함수
가능한 입력물로부터 나온 실제적인 출력물의 모임	→	상

<표 2> <산술은 경로를 따라가는 움직임(MOTION ALONG A PATH)이다>(Chui, 1994, p.37)

근원 영역 움직임(Motion)		목표 영역 수(Number)
원점/출발점	→	0
원점으로부터 상대적인 위치	→	수
위치 N은 원점에서 오른쪽으로 가는 것이다.	→	양의 정수 N
위치 N은 원점에서 왼쪽으로 가는 것이다.	→	음의 정수 −N
운동량	→	양
원점에서 거리	→	절대값
방향을 바꾸어 원점으로 돌아와서 반대로 가는 것이다.	→	덧셈의 역원
위치 N은 위치 M의 오른쪽편이다.	→	N은 M보다 더 크다
위치 N은 위치 M의 왼쪽편이다.	→	N은 M보다 더 작다.

내는) 것은 같음(균형)을 변화시키지 않는다. 값(무게)의 반사, 대칭, 변환이 적용된다. 이와 같이 수학적 은유는 체계적으로 두 영역을 관련짓는다.

한편 수학적 은유들은 서로 결합하면서 또 다른 수학적 은유들은 낳는다. 이는 '개념적 혼성'이라고 불리우며, 은유의 최근 연구 주제이기도 하다. 예를 들면, 움직임의 은유와 경로의 은유가 결합된 형식으로서, <산술은 경로를 따라가는 움직임(MOTION ALONG A PATH)이다>(Chui, 1994)(<표 2>)를 들 수 있다.

그러나 은유적 추론은 근원에서 목표로 투사되는 특정한 요소, 행동, 특성 등에 달려있다. 곱셈의 경우에 양이 관련되지만, 크기는 나눗셈에서 관련된다. 따라서 근원과 목표 현상은 반드시 유일한 은유를 나타내는 것은 아니다.

(2) 수학적 은유의 유형

수학적 은유를 본격적으로 논의한 연구로 Chui (1994, 1996), Lakoff와 Núñez(1997, 2000)등의 연구를 들 수 있다. 이들 연구에서는 수학적 은유를 수학적 아이디어를 형성하는 은유로 보고, 현대 은유 이론의 관점에서 기초 은유(grounding metaphor)와 연결 은유(linking metaphor)를 논의한다.

기초 은유는 일상 경험을 근원 영역으로 하여 수학을 대상 영역으로 옮겨가는 관계로서, 예를 들면, <산술은 사물의 구성이다(ARITHMETIC IS OBJECT COLLECTION)>(Lakoff & Núñez, 1997, Lakoff & Núñez, 2000, p.55), <산술은 움직임이다(ARITHMETIC IS MOTION)>(Chui, 1994, 1996) 등이다. 연결 은유는 수학의 한 영역을 다른 영역으로 연결시키는 은유로서, 예를 들면, <산술은 기하이다(ARITHMETIC IS GEOMETRY)>(Chui, 1996)로서 기하의 직선 위의 점을 수로, 원점으로부터의 거리를 양으로 나타내는 것을 들 수 있다.

기초 은유는 <집합은 용기이다(CLASSES ARE CONTAINERS)>와 같은 기초적인 것으로서, 인간의 지각적 경험을 근원으로 한다. 이때의 지각적 경험은 이미지 스키마(Johnson, 1987; Lakoff, 1987)를 비롯한 여러 가지 이름이 있다(Chui, 1996). 은유적 추론을 타당한 것으로 보면 기초 은유는 체계적이다. 학생은 직관적으로 기초 은유의 근원을 이해할 수 있기 때문에 은유를 사용하여 수학적 아이디어를 구성할 수 있다. 결과적으로 교사는 은유를 효과적으로 사용하여 새로운 수학적 주제를 도입한다. 예를 들어 <집합은 용기이다(CLASSES ARE CONTAINERS)>(Lakoff & Núñez, 2000)라는 기초 은유는 다음 <표 3>과 같이 사상된다.

<표 3> <집합은 용기이다(CLASSES ARE CONTAINERS)>
(Lakoff & Núñez, 2000, p. 123)

근원 영역 용기(Container)		목표 영역 집합(Classes)
용기의 내부	→	집합
내부의 사물	→	집합의 원소
내부에 물건이 존재	→	구성원의 관계
큰 용기 안에 있는 용기 내부	→	큰 집합의 부분 집합
두 용기 내부의 겹침	→	두 집합의 교집합
두 용기 내부의 총합	→	두 집합의 합집합
용기의 외부	→	여집합

연결 은유는 전형적으로 수학의 한 분야에 대한 이해를 다른 분야로 투사한다(Lakoff & Núñez, 2000). 기초 은유와 마찬가지로, 수학에서 연결 은유는 목표영역의 수학을 체계적으로 타당한 수학적 추론을 바탕으로 하며, 기초 은유와는 달리 지각적 경험을 근원으로 하여 직관적으로 이해하는 것은 아니다. 여러 가지 은유를 통하여 근원 영역을 이해하고, 은유적이지 않은 관계나 알고리듬을 조정하는 것도 가능하다. 연결 은유는 전형적으로 잘 이해된 수학 분야의 이해를 다른 분야로 투사하여 양자 간의 새로운 통찰을 만든다. 결과적으로 교사는 근원 영역과 목표 영역 두 영역 모두에 대한 학생들의 이해를 따라 연결 은유를 제시한다.

<수는 집합이다(NUMBERS ARE SETS)>라는 연결 은유를 살펴보면, 집합에 대한 사람들의 이해는 <집합은 용기이다(SETS ARE CONTAINERS)>라는 기초 은유, 집합 표현에 대한 수학적 관계, 집합 연산(여집합, 교집합 등)의 절차 등을 포함하여 다양한 이해로 구성된다. 이러한 은유를 통한 개인의 추론은 집합에 대한 이해에서 수에 대한 이해로 투사된다.

기초 은유나 연결 은유 이외에 또 다른 유형의 은유로서, 예를 들면, <소수는 원색이다(PRIME NUMBERS ARE PRIMARY COLORS)>(Nolder, 1991)와 같은 은유는 수학적으로 허용되는 추론을 포함하지 않으면서 수학적 속성이나 관계를 나타낸다고 지적한다. Chui(1994)는 이를 '특이(singular) 은유'라고 명명하였다. <소수는 원색이다>라는 은유는 한 가지 원색을 섞어서 같은 원색이 되지만, 소수를 곱하면 합성수가 된다. 교사나 학생은 특정한 수학적 관점에서 특이 은유를 사용하지만, 이러한 특이 은유는 수학적 이해를 구성하는 토대라고 가정하지 않는다고 말한다(Chui, 1996, p.136). 신체화된 은유에 관심을 두었던 Lakoff와 Núñez(2000)는 이러한 은유가 수학 구조의 면에서 또는 수학적 추론이라는 점에서 신체화된 수학을 체계적으로 밝혀주지 못한다는 점을 지적하고, 그들의 주된 관심사는 아니라고 말한다.

그러나 본 연구는 Chui(1994)가 '특이 은유'라고 불렀던 것이나, Lakoff와 Núñez(2000)에서 '그 밖의 은유'라고 그들 연구에서 제외시켰던 것들은 수학 교수학적 측면에서 보면 하나의 의미있는 단서가 될 수 있다고 생각한다. 수업에서 나타나는 이러한 은유들은 특정한 관점에서 수학적 이해를 드러내는 것으로서 학생의 은유의 세계를 말해주며, 교사가 사용하는 은유가 학생에게 읽히는 방식을 말해 준다. 따라서 교사나 학생이 수업에서 사용하는 이러한 은유들은 특정한 면에서 본 추론이라고 할 수 있으며, 이는 교사나 학생이 추론을 말해주는 단서가 되는 주요한 은유라고 볼 수 있을 것이다.

(3) 수학교육에서 은유 연구

수학교육의 연구에서 이미 기호화 과정이나 개념을 연구하면서 은유와 환유가 이미 하나의 관심사로서 등장하였다(Presmeg, 1997; Sfard, 1994; 1997). Presmeg(1997)는 은유와 환유의 과정을 맥락이나 구조를 이해하기 위해서는 핵심적이라고 말한다. 기호와 그 지시는 환유의 축이며, 예를 들어 'x를 정수라고 하면 ……', 'ABC를 임의의 삼각형이라고 하면 …… ' 등의 수학적 진술은 그 진술의 기호들이 집합, 원리, 수학적 개념 등을 대표하는 환유를 사용하는 진술이다. 환유는 모든 수학적 기호화의 토대가 된다(Presmeg, 1997). 이에 반하여 은유는 비교되는 구조나 원리에 대하여 매체를 찾는 것으로서 수학적 구조나 원리에 의미를 주는 데 사용된다(Walkerdine, 1988). 따라서 은유와 환유는 의미화와 기호화와 관련하여 수학적 이해에서 중요한 요소이다.

Chui(1994)는 미시적인 차원에서 초보자와 전문가가 음수 관련 문제를 은유적으로 해결하는 것을 분석하였다. (ⅰ)은유적 추론은 수학적 발달에 어떤 공헌을 하는가? (ⅱ)사람들은 음수 관련 문제에서 어떤 유형의 은유를 사용하는가? (ⅲ)연구 대상자들은 어떻게 은유적으로 추론하는가? 등을 주요 질문으로 하였다.

은유적 추론으로 복잡한 활동에서 추상적인 표현을 어떻게 해석하고 어떻게 새로운 문제에 적용하는가에 대하여 Chui(1994)는 다음과 같은 방식이 있음을 알아내었다. 말하자면, 은유적 추론은 (ⅰ)수학 연산을 직관적으로 정당화함으로써, (ⅱ)수학적 지식을 통합함으로써, (ⅲ)계산 환경을 향상시킴으로써, (ⅳ)회상을 개선시킴으로써, 개념적 이해와 문제 해결 모두를 촉진시킨다고 주장하였다.

12명의 중학생 초보자와 5명의 석사과정 전문가에게 음수 관련 3가지 과제를 해결하게 하고 인터뷰 녹화하여 분석하였는데, 두 집단 모두 공간적이고 양적

인 다양한 은유를 통하여 문제를 이해하고 해결할 뿐만 아니라 풀이를 정당화하는 데에서도 은유적으로 추론하였다고 보고하였다. 연구 결과에서 전문가들에게 보다 많은 은유가 나타났으며, 은유를 통하여 선택적으로 추론하였다. 반면에 초보자들은 은유적 추론을 능숙하게 사용한 것은 아니지만 보다 자주 은유를 사용하는 것으로 나타났다고 밝히고 있다.

Ⅳ. 초등 4학년 수학수업에 나타난 삼각형에 대한 은유 사례

(1) 사례 수집 과정

본 연구의 사례는 2003년 S초등학교 R교사의 4-가 '4. 삼각형' 7차시 수학 수업을 녹화한 자료와 학생들이 작성한 수학 일기에서 <표 4>와 같이 수집하였다. R교사는 수학 수업 후에 주 1회 정도 배운 내용을 중심으로 일기 과제를 제시하였으며, 수학 수업 뿐만 아니라 다른 교과 수업에도 종종 일기를 활용하여 학습 주제에 대한 글쓰기 과제를 제시하였다. 학습한 수학 내용과 관련하여 제목이 주고 학생들은 자신의 일기장에 자유로운 형식으로 일기쓰기를 하였다. 수집한 일기 부분은 수학 수업을 녹화한 날에 가정학습 과제로 작성되었으며, 본 연구에서는 수학수업 녹화와 수업한 날에 작성된 학생들의 수학 일기 3회를 중심으로 수학적 은유를 분석하였다.

<표 4> 수학수업 녹화 및 수학일기 주제

날짜	차시	수학수업 주제	수학일기제목
5/26	1	이등변삼각형 알아보기	이등변 삼각형
5/30	2	정삼각형 알아보기	정삼각형과 이등변삼각형
5/31	3	예각과 둔각 알아보기	·
6/2	4	예각삼각형과 둔각삼각형 알아보기	예각삼각과 둔각삼각형
6/3	5	재미있는 놀이, 문제해결	
6/9	6	다시 알아보기, 좀 더 알아보기	

(2) 삼각형에 대한 수학적 은유 사례 결과

<u>수학수업1. 이등변삼각형</u>

학생들의 수학 일기에 나타난 이등변삼각형을 나타내는 용어로는 '젓가락 삼각형, 가위 벌린 삼각형, 메트로놈 삼각형, 옷걸이 삼각형, 부부 삼각형, 짝궁 삼각형, 쌍둥이 삼각형'이 있었다. 주로 이등변삼각형의 두 변이 같음을 양쪽이 같은 모양의 사물에서 찾았다. 젓가락 삼각형, 가위 벌린 삼각형, 메트로놈 삼각형 등은 이등변삼각형에서 두 변이 중심점을 중심으로 회전하는 사물들에서 찾아냈다. 학생들은 이등변삼각형이 두 변이 같음을 주목하면서, 한 꼭지점을 중심으로 중심각을 양쪽이 대칭되도록 벌려가는 형태로 이등변삼각형을 나타내었다. <표 5>는 이등변삼각형을 두 선분의 이동으로 은유하는 표현들이 나타났다.

<표 5> <이등변삼각형은 두 선분의 이동이다>

근원 영역 선분의 이동		목표 영역 이등변삼각형
길이가 같은 긴 사물	→	길이가 같은 두 변
두 선분을 만나는 곳	→	꼭지점
선분의 벌려진 정도	→	꼭지각
추와 같은 움직임	→	꼭지각의 이등분
선분의 겹쳐짐	→	두 변의 합동

이등변삼각형을 '부부 삼각형, 짝궁 삼각형, 쌍둥이 삼각형'이라는 표현을 사용하면서 색종이를 오려서 두 직각삼각형을 합성하는 활동을 빗대어 나타냈다. 밑각의 개념을 설명하기 위하여 겹침을 이용하였는데 학생들에게 이등변삼각형의 시각적 이미지는 이등변삼각형을 합동인 두 개의 직각삼각형의 합성으로 형성되었음을 보여준다. <표 6>은 이등변삼각형을 두 직각삼각형의 합성으로 은유하는 것을 나타낸 것이다.

<표 6> <이등변삼각형은 두 직각삼각형의 합성이다>

근원 영역 두 직각삼각형의 합성		목표 영역 이등변삼각형
합동인 두 각	→	두 밑각
두 각의 겹침	→	두 밑각의 합동
두 변의 겹침	→	두 변의 합동
접는 선	→	꼭지점에서 내린 수직이등분선

수학 수업2. 이등변삼각형과 정삼각형의 관계

세 변의 길이를 재어보고 정삼각형을 약속한 다음 컴퍼스로 그리는 활동이 전개되었다. 활동으로 알게 된 것을 이야기하는 것에서 '정삼각형은 이등변삼각형이라고 말할 수 있는가?'라는 질문이 나오자 한 학생은 말할 수 없다고 주장하면서 생각을 굽히지 않았다. R교사는 '친구설득하기'라는 제목으로 글쓰기 주제를 과제로 제시하였다. 학생들의 글쓰기에는 '정삼각형을 자식으로 이등변삼각형을 부모로 비유하여 자식은 부모를 닮았으므로 정삼각형은 이등변삼각형이라고 말할 수 있다.', '이등변삼각형에서 머리 스타일이 다른 쌍둥이가 있다고 하면', '정삼각형에서 한 변을 없다고 생각하면 된다.', '쌍둥이가 태어났는데 이등변삼각형을 형제라고 하고 서로 다른 한 변을 안경 쓴 것이라고 생각한다.' 등의 설명이 나타났다. 많은 학생들은 도형의 포함관계를 가족관계로 설명하려고 하였고, 정삼각형과 이등변삼각형이 모두 두 변이 같다는 것을 가족들의 모습이 서로 닮음으로 나타내고자 하였다. <표 7>은 도형의 포함관계를 가족관계로 은유하는 사례이다.

<표 7> <도형의 포함관계는 가족 관계이다>

근원 영역 가족 관계		목표 영역 이등변삼각형과 정삼각형
부모와 자식	→	이등변삼각형과 정삼각형
쌍둥이 형제	→	이등변삼각형과 정삼각형
가족 닮음	→	두 변이 같다는 성질

수학 수업3. 예각삼각형과 둔각삼각형

각의 크기로서 예각, 둔각, 직각을 학습하고 각의 크기에 따라서 삼각형을 여러 종류로 나눌 수 있음을 학습하였다. 학생들에게 주어진 글쓰기 과제는 예각삼각형과 둔각삼각형을 비교하는 것이었다.

수업시간에 R교사는 삼각형의 이름이 주는 것에서 '예각'을 예리하다는 것으로, '둔각'을 둔하다는 것으로, '직각'을 정직하다라는 것으로 설명하였다. 이에 대한 영향인지 많은 학생들이 주로 각의 크기에 대한 느낌으로 성격을 들어서 표현하였다. 예각삼각형은 각의 예리함에 주목하면서 '예각삼각형은 탐정이고, 성격이 좁고 예리하다'라고 하고, 둔각삼각형은 '둔하다, 마음이 넓다, 어리석은 사람이다.'로 표현하였다. 직각삼각형은 '곧고 정직하다'라고 나타냈다. <표 8>은 사람의 성격을 삼각형의 각으로 은유하는 사례이다.

<표 8> <각의 크기는 사람의 성격이다>

근원 영역 사람의 성격		목표 영역 각의 크기
예리하다, 좁다	→	예각삼각형
둔하다, 어리석다, 넓다	→	둔각삼각형
곧다	→	직각삼각형
사람의 성격	→	각의 크기

V. 논의 및 결론

수학 수업에 나타난 은유 사례 결과를 살펴보면, 학생들의 일지에 나타난 은유들은 수업시간의 활동이나 R교사의 설명과 깊은 관련을 보이고 있다. 수업 활동과 교사의 설명은 학생들의 은유 형성에 큰 영향을 주고 있었다. 개념 형성의 측면에서 다른 한편으로는 개념을 특정 부분에만 초점을 둠으로써 다른 측면을 간과할 수 있는 여지를 남기고 있다.

수학수업1. 이등변삼각형

이등변삼각형 수업에서는 색종이를 반으로 접어서 펼치는 활동을 통하여 이등변삼각형의 두 밑각이 같음을 경험하도록 하였다. 이등변삼각형의 두 밑각이 같다는 개념을 이등변삼각형을 만드는 활동을 통하여 도입하였는데 합동인 두 삼각형의 두 밑각이 같음을 경험하는 것이었다.

이등변삼각형이 직각이등변삼각형의 합성으로 이루어질 수 있다는 생각은 두 변의 합동, 두 밑각의 합동 등을 설명하는 데 효과적이다. <이등변 삼각형은 두 직각삼각형의 합성이다>라는 은유는 학생들에게 합동인 두 삼각형은 직각삼각형이어야만 이등변삼각형이 생성되므로, 이등변삼각형을 전형적인 하나의 모양으로 고정할 위험이 있었다. 이등변삼각형의 위치나 꼭지각을 다양하게 변화하는 활동을 추가하여 이등변삼각형을 전형적인 한 예로 고정화시키지 않을 수 있는 추가적인 활동도 필요하다.

수학 수업2. 이등변삼각형과 정삼각형의 관계

이등변삼각형과 정삼각형의 관계를 R교사는 예시적으로 가족 관계로 표현하였다. 도형의 포함관계를 가족에서 '부모나 자식' 또는 '쌍둥이 형제' 각각을 정삼

각형과 이등변삼각형으로 배치하여 설명함으로써 포함 관계를 각 범주에 있는 구성원으로 설명하였다.

그러나 도형의 포함관계는 범주간의 포함 관계를 말하고 있으므로, 학생들이 정삼각형과 이등변삼각형을 서로 같은 조건을 갖고 있는 별개의 두 종류로서 말하는 것은 둘 간의 포함관계를 보여주는 데에는 미흡하다. 많은 학생들은 정삼각형과 이등변삼각형이 모두 두 변이 같다는 두 삼각형의 성질은 파악하고 있는 반면에, 둘 간의 포함관계를 드러내지는 못하고 있었다.

수학 수업3. 예각삼각형과 둔각삼각형

대부분 학생들의 수학 일기에서 교사의 설명을 언급하면서 그 특징을 묘사하였고 'OO삼각형이 되고 싶다'라고 하면서 도형과 성격을 연결지었다. R교사는 도형을 성격에 은유하는 과정을 통하여 다양한 측면에서 삼각형에 접근하였으며, 이 사례는 교사가 수업시간에 사용하는 은유들은 학생들이 개념 이미지을 형성하는 데 있어서 결정적임을 보여주고 있다. 또한 도형의 은유를 통하여 학생들이 자신이 추구하는 도덕성을 관련짓고 있다는 점은 수학적 정서와 관련짓고 있음을 보여준다.

본 연구는 수학 수업에 나타난 개념적 은유를 통하여 학생들의 수학 개념을 이해하는 단서를 찾고자 하는 새로운 시도이다. 이는 은유가 단지 일종의 수사로서뿐만 아니라 개념적 근원의 풍부한 자료를 보여줄 수 있음을 가정한다. 동시에 수학은 메마른 수와 기하의 모임이 아니라 인간 삶에 뿌리 깊이 연결되어있음을 가정하는 것이었다. 수학을 가르치고 배우는 수학 교실에서 은유는 피할 수 없는 문제이며, 학생들의 수학 개념 형성에 도움이 되기도 하고 한 편으로 걸림돌이 되기도 한다. 학생들이 수학 개념에 대하여 구체적으로 어떤 은유를 갖는가를 파악함으로써 학생들의 개념 형성을 이해하고 동시에 수학 개념 지도에 있어서 교수학적 정보를 얻을 수 있을 것이라고 기대한다.

참 고 문 헌

김경용 (1994). 기호학이란 무엇인가. 서울: 민음사.

김태헌 (2001). 은유의 신체적 경험과 문화와의 관련성 연구. 계명대학교대학원 박사학위논문.

Black, M. (1962). *Models and metaphors.* Ithaca, NY: Cornell University Press.

Burke, K. (1945). 김종갑(역) (1997). 네 가지 비유법. 석경징 · 여홍상 · 윤효녕 · 김종갑(편) (1997). 현대 서술이론의 흐름. 서울: 솔 출판사.

Chiu, M. M. (1994). Metaphorical reasoning in mathematics: Experts and novices solving negative number problems, *Paper Presented at the Annual Meeting of the American Education Association, April,* 4-8. LA: New Orleans (ERIC Document Reproduction Service No. ED 374-988).

_____ (1996). *Building mathematical understanding during collaboration: Students learning functions and graphs in an urban, public high school.* Ph. D. diss., Berkeley: University of California.

Indurkhya, B. (1992). *Metaphor and Cognition.* Boston: Kluwer Academic Publishers.

Johnson, M. (1981). Introduction: Metaphor in the philosophical tradition. In M. Johnson (Ed), *Philosophical perspectives on metaphor* (pp.3-47). Minneapolis: The University of Minnesota Press.

_____ (1987). *The body in the mind: The Bodily basis of meaning, reason and imagination.* Chicago: University of Chicago Press. 이기우(역) (1992). 마음 속의 몸. 서울: 한국문화사.

Lakoff, G. (1987). *Woman, fire, and dangerous: What categories reveal about the mind.* Chicago: University of Chicago Press. 이기우(역)(1994). 인지의미론. 서울: 한국문화사.

_____ (1993). The contemporary theory of metaphor. In A. Ortony (Ed.), *Metaphor and Thought* (2nd ed.) pp.202-251, NY: Cambridge University Press.

_____ (1994). What is metaphor? In J. A. Bamden & K. J. Holyoak (Eds.), *Advances in connectionist and neural computation theory,* **3** pp.258-283, NJ: Ablex.

Lakoff, G. & Johnson, M. (1980). *Metaphors we live by.* Chicago and London: University of Chicago Press. 노양진 · 나익주(역) (1995). 삶으로서의 은유. 서울: 서광사.

______ (1999). *Philosophy in the flesh: The embodied mind and its challenge to western thought.* Brockman: Basic Books. 임지룡 · 윤희수 · 노양진 · 나익주(역)(2002). 몸의 철학: 신체화된 마음의 서구 사상에 대한 도전. 서울: 도서출판 박이정.

Lakoff, G. & Núñez, R. E. (1997). The metaphorical structure of mathematics: Sketching out cognitive foundations for a mind-based mathematics. In L. D. English(ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* pp.21-89, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

______ (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being.* NY: Basic Books.

Lakoff, G. & Turner, M. (1989). *More than cool reason.* Chicago: University of Chicago Press. 이기우 · 양병호(역) (1996). 시와 인지. 서울: 한국문화사.

MacGregor, M. (1991). Metaphorical models of equations. *Paper presented at the Fifth International Conference on Theory of Mathematics Education* (June 20-27). Instituto Filippin, Parderno del Grappa, Italy.

Nolder, R. (1991). Mixing metaphor and mathematics in the secondary classroom. In K. Durkin & B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education: Research and practice* (pp. 561-578). Open University Press.

Ortony, A. (1975). Why metaphors are necessary and not just nice. *Educational Theory*, **25,** pp.45-53.

______ (Ed.) (1993). *Metaphor and thought* (2nd ed.). New York: Cambridge University Press.

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically.* NY: Routledge and Kegan.

Presmeg, N. C. (1992). Prototypes, metaphor, metonymies, and imaginative rationality in high school mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, **23,** pp.595-610.

______ (1997). Reasoning with metaphors and metonymies in mathematics learning. In L. D. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* pp.267-279, Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Reddy, M. (1979, 1993). The conduit metaphor: A case of frame conflict in our language about language. In A. Ortony(Ed.) (1993), *Metaphor and Thought* (2nd ed.) (pp. 164-201). NY: Cambridge University Press.

Sacks, S. (Ed.) (1977). *On metaphor.* Chicago: University of Chicago Press.

Schön, D. (1979, 1993). Generative metaphor: A perspective on problem solving in social policy. In A. Ortony (Ed.) (1993), *Metaphor and Thought* (2nd ed.). NY: Cambridge University Press.

Sfard, A. (1994). Reification as the birth of metaphor. *For the Learning of Mathematics*, **14(1)**, pp.44-54.

______ (1997) Commentary: On the metaphorical roots of conceptual growth. In L. D. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* pp.339-371, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

______ (2000). Steering (dis)course between metaphor and rigor: Using focal analysis to investigate and emergence of mathematical objects. *Journal for Research in Mathematics Education*, **31(3)**, pp.296-327.

Walkerdine, V. (1988). *The mastery of reason.* London: Routledge.

On the Mathematical Metaphors in the Mathematics Classroom

Kim, Sang Mee
Seoul Jeongmok Elementary School, Mok-Dong, Yangcheun-Gu, Seoul 158-753, Korea
E-mail: metaphora@dreamwiz.com

Shin, In Sun
Department of Mathematics Education, Korea National University of Education, Chungbuk 363-791, Korea
E-mail: Shinis@knue.ac.kr

This paper is to give a brief introduction to a new discipline called 'conceptual metaphor' and 'mathematical metaphor(Lakoff & Núñez, 2000) from the viewpoint of mathematics education and to analyze the metaphors at 4th graders' mathematics classroom as a case of conceptual metaphors.

First, contemporary conception on metaphors is reviewed. Second, it is discussed on the effects and defaults of metaphors in teaching and learning mathematics. Finally, as a case study of mathematical metaphors, conceptual metaphors on the concepts of triangles at 4th graders' mathematics classrooms are analyzed.

Students may reason metaphorically to understand mathematical concepts. Conceptual metaphor makes mathematics enormously rich, but it also brings confusion and paradox. Digging out the metaphors may lighten both our spontaneous everyday conceptions and scientific theorizing(Sfard, 1998). Studies of metaphors give us the power of understanding the culture of mathematics classroom and also generate it.

* ZDM Classification: D22
* 2000 Mathematics Subject Classification: 97C50
* Key Words: metaphor, mathematical metaphor, mathematics classroom