한국수학사학회지 제20권 제2호(2007년 5월), 47-58

고대 그리스 수학과 동양 수학*

관동대학교 수학교육과 김종명
jmkim@kwandong.ac.kr

본 논문에서는 동양수학과 고대 그리스 수학을 비교한 결과, 동양수학은 엄밀한 논리적 체계를 갖추지는 못했지만 양적이고 계산적이며 어떤 원리를 가지고 문제를 해결한 반면, 고대 그리스에서는 완전한 학문으로써의 공리적이고 연역적인 전개로 이루어진 수학의 특성을 가지고 있음을 고찰하였다. 이는 동양과 고대 그리스의 수학적 특성과 장점들을 결합하여 연구하면 미래의 수학교육과 수학발전에 원동력이 될 것으로 기대된다.

주제어 : 연역적 수학, 동양수학, 실제주의, 문제해결, 구장산술, 주비산경.

0. 서론

본 논문에서는 고대 그리스와 중국의 각 지역 자연환경과 문화적, 사회적 영향과 그들의 수리 철학적 사고가 수학에 어떤 방식으로 연구 성과를 이뤄내었는지, 어떤 형태의 학문과 과학기술이 수학에 영향을 주었는지 살펴보고, 수학적 특성과 장점들을 연구하여 변화하는 현대 정보화 시대에 수학과 수학교육의 방향을 모색하고자 한다.

고대 그리스와 동양의 수학적 발전은 각 지역의 자연과 사회 환경이 다르므로 문화가 다르게 형성되었으며, 수학과 과학기술을 다루는 방식 또한 매우 독특하게 발달하였다. 기원전 6세기이후 그리스의 학문적 발전으로 수학을 집대성한 유클리드 기하학 원론(Element, BC. 300년경)과 중국의 구장산술(九章算術, BC. 250년경), 주비산경(周髀算經, BC. 100년경)을 통해 기록된 수학 내용에서 가장 두드러진 이론과 원리들을 조사하여 비교한 결과, 서로 대조적인 형태로 발전하였고, 수학의 특성에서 본질적인 차이가 있음을 알 수 있었다.

두 지역의 문화적 특징이 어떻게 학문으로서 수학과 기술로서의 수학으로 발전하였는지, 또한 수학과 과학의 결과들의 차이점과 공통점은 무엇인지 연구한 결과, 고대 그리스의 수학은 철학적인 학문 활동의 영향으로 공리적이고 연역적인 방법으로 전개

* 본 논문은 2006학년도 관동대학교 학술연구비 지원에 의한 결과임.

되어 연구의 내용이 이론적이고 체계적으로 구성되었다. 특히 그리스는 천재적인 철학자들의 개인적 활동이 활발한 반면, 중국의 과학 기술 활동은 경험적이고 실험적이었으며 산발적으로 이루어진 특성을 갖고 있었다.

그리스인들은 이 세계가 어떻게 시작되었으며, 하늘과 우주는 어떤 원리로 운행되는지, 만물의 본질과 근원은 무엇인지 등 철학적 물음을 가지고 있었다. 그들은 이러한 생각을 신화적인 표현이 아니고 구체적인 언어로 논리적이고 합리적인 절차에 따라 분명하게 표현하기 위해서 수학을 시작하였다. 철학인 수학은 진리이기 때문에 절대적으로 변하지 않으며 정확하고 완전한 논리적 체계와 모순이 없어야 한다고 생각하였다. 이러한 사고방식은 중국의 수학과 비교할 때 현실생활에서의 필요성에 무관하게 순수학문으로 즉 '지식을 위한 지식'으로 발전하였다.

동양의 중국수학은 생활에서 필요한 현실적인 문제를 해결하는 기술로써 수학을 연구하였다. 그러나 경험적 기술로서의 실용성만을 강조한 이론체계가 아니고 문제들을 합리적으로 해결하기 위하여 문제를 만들어서 해결하는 체계적인 구조를 가지고 있었다. 수학의 구조를 이해하여 세상의 이치를 깨달아 만물의 구조를 밝혀내는 일반적인 원리와 진리를 추구하였던 문제해결의 학문이었던 것이다.

1. 동양수학의 문화적 배경

기원전 3000년경부터 인류는 수의 계산이나 날짜 계산, 토목공사의 측량 등에 수학적 활동을 하였던 기록들이 남아있다. 대표적인 것이 고대문명의 발상지인 이집트, 메소포타미아, 인도, 그리고 중국의 문명이다. 중국은 논농사의 발생지로 수천 년간 농경문화로 발전하였다. 이러한 문화는 세밀하고 섬세한 기술이 필요하였다. 주어진 좁은 땅에서 최대의 수확을 얻기 위하여 숙달되고 효율적인 기술이 요구되었다. 또한, 관료들을 선발하는 시험제도의 오랜 전통으로 시험문제를 효율적으로 풀어서 답을 찾아내는 방법을 생각하고 연구하게 되었다. 이러한 영향은 수학문제를 해결하기 위한 능숙한 숙달과 연습이 중요하였으므로, 중국의 수학교육과 수학은 전통적으로 문제해결을 가장 중요한 핵심과제로 생각하였다.

또한, 중국의 황하지방은 봄에는 몹시 가물고 여름에는 홍수가 심하여 풍토와 기후가 거칠고 혹독하였다. 자연현상들은 혼돈과 어떤 불가지(不可知)의 힘에 의해서 결정되기 때문에 규칙과 질서가 있는 대상으로 볼 수 없었다. 따라서 자연세계를 체계적으로 탐구하거나 연구하여 설명할 수 있는 대상이 아니었다. 자연현상 앞에서 인간은 나약한 존재였다. 이러한 기후와 풍토 속에서 인간은 자연에 순응하는 천명(天命)사상과 겸양과 인내심의 기질을 갖게 되었으며, 거칠은 자연의 품안에서 자연의 은총을 기원하는 겸허함을 가질 수밖에 없었다. 하늘을 대신하는 천황에게 복종하는 것은 하늘의 뜻을 따르는 것이었다([3]).

중국철학의 기본인 음양오행설과 역(易)은 우주가 음양의 변화와 주기적인 순환 속에서 조화와 균형이 유지된다는 사상이다. 이런 철학의 영향으로 인생의 문제와 미래를 점치는 형이상학적 관점으로 산학(算學)에 관한 문제를 많이 다루었다. 변화가 심한 자연현상의 본질을 꿰뚫어 본다는 직접적인 관찰보다는 궁극적인 존재로서 보이지 않는 기(氣)를 상정하여 기의 철학과 음양오행설로 설명하였다. 산학에서는 음양(-, +)을 도입한 수학과 방정식이 서양보다 먼저 발전하였다. 자연과 인간의 조화 그리고 인간관계를 중요시하고 중용(中庸)을 강조하는 인문학의 숭상으로 기술로써의 수학은 천시되었다.

중국은 지리적으로 고립되어 타문화와 접촉이 힘들었고, 수학적 기호의 발전도 없었다. 수학 문제집인 산학책이 한자로 되어있기 때문에 일반인에게는 어려웠으며, 산학은 산학자 집안에서만 배우고 전수 받을 수 있는 중인들끼리 세습하는 독점적인 전문 지식이었다. 수학문제의 풀이법은 일반인들에게는 비밀스런 비법으로 여겨지는 전문기술이기도 했다.

수학의 내용은 실제생활에서 경험할 수 있는 수학문제들로 구성되어 있다. 수학적 지식은 실생활에 활용되고 적용되는 객관적이고 구체적인 지식의 집합체로 보았다. 수학 책의 구성은 문제의 성격에 따라 체계적으로 분류하고 선택하여 만든 수학문제집이다. 중국의 대표적인 수학 책으로 구장산술의 내용은 구체적이고 특별한 경우를 다룬 문제집으로 논밭의 측량, 곡물교환, 비례계산, 방정식, 토목공사 등 문제의 종류에 따라 모아서 편집하여 만든 책이다. 또한 수학의 내용은 실제생활에서 경험할 수 있는 수학문제들로 문제의 답만 있거나, 기능적인 풀이 방법만 제시되어 있다. 일반적인 이론을 전혀 다루지 않은 기능적인 풀이 방법을 전수하기 위한 문제집으로 책의 내용만으로는 왜 그렇게 되는지 쉽게 알 수 없는 난해한 책이다. 그러나 이런 문제를 풀기위해서는 일반적인 원리들이 숨어있었다([12]).

2. 고대 그리스의 수학

현대과학의 전통은 고대 그리스로부터 시작되었다. 인간과 자연에 대한 호기심에서 시작된 진리탐구는 질서와 규칙이 있는 자연 현상을 체계적이고 보편적인 방식으로 설명하기 위해서 수학이 필요하였다. 이때 수학적인 도구는 진리탐구의 과정과 학문의 체계를 과학으로 바꾸어 놓았던 것이다.

고대 그리스인들은 신(神)이 창조한 우주는 수학적인 질서와 조화를 지니고 있고 유한하며 일정한 형태를 가지고 있다고 생각하였다. 하늘에는 천상계(天上界)를 구성하는 물체가 이 지구상의 세계와는 다른 신적(神的)인 실체라는 것이다. 그 곳은 완전한 질서의 세계이고 따라서 균질적이고 영원히 계속되는 천체의 운동은 시작도 끝도 없이 완전한 원을 이루며 한결같이 계속되는 등속운동을 한다고 생각했다. 그들의 자

연관은 실체론적이고 목적론적이며 형이상학이었다. 자연은 합리적이며 조화로운 아름다움이 있고 완벽한 수학적 질서가 있다고 생각했다.

그리스인들의 진리와 학문은 자연을 대상으로 우주와 물질, 빛과 존재, 운동 등 자연의 연구가 철학의 일부분이었기 때문에 '자연 철학'이라고 한다. 이러한 학문적 전통이 생기게 된 이유는 여러 가지 요인이 있다. 먼저, 도시 국가라는 자유로운 정치체제 아래에서 토론하는 전통이 싹틀 수 있었고, 또한, 해상 무역 활동의 혜택으로 비실용적인 지식을 추구할 수 있을 만큼 경제적 여유가 있었기 때문이다.

고대 그리스인들은 깊은 사색과 관찰로 세상과 우주를 설명하려고 한 결과, 그들은 신(神)이 우주를 창조하였고, 창조된 완전한 세계는 완전한 이론과 질서로 구성되어 있다고 보았다. 세계를 이루고 있는 근본이 되는 물질과 이론을 찾았고, 또한 만물 전체의 현상과 변화를 어떻게 설명할 수 있으며, 자연의 복잡한 현상 속에는 어떤 확실한 원리와 근본이 되는 것이 숨어 있으며, 인간은 이것을 파악할 수 있다고 생각하였다. 그리스의 자연은 밝은 태양 빛에 모두 드러나고 있었다. 따라서 세계는 보이는 것으로 이루어져 있고 인간은 모든 것을 관찰하여 이해하고 파악할 수 있다는 인간중심주의로 인간과 신이 같이 호흡하는 이성적 철학관을 갖게 되었다[3].

그리스 최초의 자연철학자 탈레스(Thales, BC 624-546)는 이집트와 바빌로니아를 여행하면서 이집트의 기하학과 바빌로니아의 천문학을 배워, 기하학을 연역적 방법으로 연구한 최초의 학자이고 가장 뛰어난 최초의 철학자였다. 자연세계를 구성하고 있는 근본에 의해서 만물전체의 변화를 설명할 수 있으며, 자연의 복잡한 현상 속에는 어떤 확실한 원리와 근본이 되는 것이 숨어 있으리라고 생각하였다.

탈레스의 정신을 이어받은 피타고라스(Pythagoras, BC 572-492년)는 우주의 근원과 원질의 탐구에서 추상적인 양(量)인 수(數)에 의해 세계가 만들어져 있다고 주장하였고, '영원한 질서의 신(神)은 수학적으로 사고한다'라는 사상으로 영혼을 정화하여 신과 합일한다는 생각을 가지고 영혼의 정화를 위하여 수학을 연구하였다. 수학의 연구는 진리로써 연역적이고 논리적인 증명이 반드시 필요하였다. 그에게서 진리는 모든 현실을 초월하여 존재하는 영원하고 참된 존재이기 때문에 변할 수 없는 것이었으며, 모든 증명은 공리(Axiom)로부터 연역되고 이 공리는 일반적으로 이론 체계를 세우는 기초로 인식하였다.

피타고라스 학파는 만물을 구성하는 기본 요소는 '정수(整數)'라고 주장하면서, 이들 수와 점을 대응시켜 기하학적으로 수를 연구하였다. 자연의 세계는 이 수와 그 비례에 의해 성립되는 법칙으로 질서와 조화가 있는 존재로서 이해하였으며, 각 수에 의미를 부여하여 수와 그 관계로 세상의 모든 것을 설명하려고 하였다. 정수론으로는 형상수의 연구로 자연수열의 연속항의 임의의 항까지의 합은 삼각형수이고, 마찬가지로 홀수열의 합은 정사각형수임을 기하학적으로 보였다. 또한 완전수, 친화수, 인수의 합, 수의 비례와 평균의 연구, 상가평균, 조화평균 등도 분류하였고, 수학의

이론은 감각을 통한 관찰보다는 선험적인 지식인 논리로부터 이끌어 낼 수 있는 진리로 구성된다는 입장을 고수하였다([5]).

고대 그리스의 학자들은 서로의 주장을 비판하여 더 나은 학문의 발전을 이끌었으며, 수학의 절대적인 기초와 존재성이 우주에 감추어져 있다고 보았다. 수학적 대상과 원리들은 시간과 공간을 초월하여 실재하며, 현실적인 사물들은 진정한 존재의 본질인 '이데아'의 그림자로서 존재하며 수학적 대상의 실재성은 진리인 이데아에 있다고 믿었기 때문이다. 그러므로 수학은 우주와 자연의 현상을 설명하는 가장 정확하고 객관적인 도구였다.

그리스의 수학자들은 '모든 진리는 증명되어야만 그 명제의 확실성을 보장받는다'는 생각 때문에 정확한 증명이 필요했으며, '신은 수학적으로 사고한다'는 철학을 가지고 플라톤의 이상적인 진리를 찾기 위해서는, 완벽한 공리와 체계의 수학이 필요하였다([5]). 우주에서 행성들은 완전한 원 운동을 하며, 지상에서는 물체들이 직선 운동을 하기 때문에 기하학을 연구할 때 컴퍼스와 눈금이 없는 자만을 가지고 기하학의 체계를 세웠다.

3. 동양의 전통적 실제주의 수학교육

고대 그리스의 연역적 수학은 절대적으로 변할 수 없는 고정된 불변의 진리로 논리적 체계로 구성되었으며 엄밀한 증명을 강조하였다. 그 결과 수학은 절대적이고 객관적인 완전한 공리적 진리 체계로 구성되었다. 따라서 수학교육도 절대적인 학문주의 교육관이 있었다. 한편, 동양에서는 수학적 지식을 실생활에 활용하고 적용되는 객관적이고 구체적인 지식의 집합체로 보았고, 수학의 내용은 실제생활에서 경험할 수 있는 문제들로 구성하였다. 즉, 수학 책의 구성은 문제의 성격에 따라 체계적으로 분류하고 선택하여 만든 수학문제집이었다.

동양의 교육에서는 이미 만들어진 문제와 지식을 전달하여 학생들로 하여금 단순하게 받아들이고 암기하도록 기능적인 지식을 전수하는 전통적 실제주의(realism)와 실용주의 수리철학이 있었다. 이러한 수학교육의 전통아래 수학의 단단한 기초와 개인적인 발전과 창의성을 강조하였다. 수학의 단단한 기초는 계산속도, 절차 외우기, 표현의 정확성, 연습문제 풀이 등이었다. 따라서 계산을 빠르고 정확하게 하고, 효율적으로 결과를 산출하기 위하여 '먼저 기억하게 되면 그 다음 이해하게 된다.'고 생각을 하였으며, 구체적인 접근방법으로 수학의 개념을 설명했다. 수학적 기능을 얻기 위해서는 자주 연습해야하고, 이러한 기초 없이는 창의성을 체득하기는 불가능하며 궁극적으로 학생들이 차별화된 개별성장을 이루는 것은 불가능하다고 생각한 것이다([20]).

중국의 전통적인 수학교육에서 학습내용과 지도방법은 수학교과서를 중심으로 지식

을 전수하는 교육을 하였는데, 이때 수학 교과서의 내용은 표면적으로는 실용수학의 내용이지만 정신 도야재의 성격을 가지고 있었다. 자연에서 실험과 실측을 통하여 검증된 수학을 활동적인 학습방법으로 수학의 문제들을 이해하도록 지도한다. 수학교육의 목표는 실생활에서 실제 활용도 중요하지만, 시험점수를 어떻게 높일 수 있는가에 있다. 따라서 어떻게 문제를 쉽게 문제를 잘 풀 수 있게 하느냐에 초점이 있고, 교육방법도 문제를 잘 풀 수 있는 방법과 기능을 강조하게 된다. 또한 교과서의 내용을 빠짐없이 가능한 많은 지식을 전달하고, 많은 문제를 접하여 풀어보도록 하여, 간단하고 정확한 공식과 풀이법을 제공한다. 평가에 있어서는 모든 학생들에게 똑같은 문제가 제공되며 중간의 풀이과정에 관계없이 정답만을 요구한다. 이러한 수학교육은 동양수학의 발전이 왜 침체되었는지 이해할 수 있게 한다. 그러나 이러한 교육도 기초를 튼튼히 해야만 창의적으로 수학문제를 풀 수 있는 능력이 길러지도록 하는 교육이었다. 기능과 기교만을 강조한 수학교육은 아니었다. 따라서 중국과 동양수학에서는 그리스의 엄밀한 증명을 요구하는 수학처럼 발전 할 수는 없었지만 수학적 문제를 해결하는 여러 가지 일반적인 원리들을 발견하여 활용하였다고 볼 수 있다.

4. 중국수학의 원리들

서양의 수학사학자들은 중국수학은 단지 '이렇게 하면 이렇게 된다.'는 계산과 규칙만 있다고 비판하고 있다. 그러나 동양수학에서도 천문학을 연구할 때 필요한 삼각법, 삼각형의 닮음비, 피타고라스 정리, 그리고 방정식 풀이법, 음수의 계산 등이 있다. 이것은 고대 어느 문명보다 먼저 발전하였고 또 탁월한 방법이었다([19]).

중국의 대표적인 수학 책, 유휘(劉徽, 3세기)의 구장산술에서는 내접 6각형에서 나아가서 그 변의 수를 차례로 2배하여 이러한 정다각형의 극한으로 원주율을 구하였다. 무한 등비급수의 극한과 비슷한 생각을 바탕으로 원주율의 값을 3.1416이라는 값을 얻어 계산에서 3.14를 사용하였다. 소수(小數)를 쓰고, 입체를 분해해서 입체의 부피를 계산하고, 계산식을 유도하였다([8], [9], [10], [13]).

유휘의 구장산술의 서문에 다음과 같이 원리를 중요시하는 글이 있다([12]).

"昔在包犧氏始畫八卦, 以通神明之德, 以類萬物之情," (옛날에 포희씨는 처음으로 팔괘를 그려, 신명스러운 덕을 체득하고 만물의 실정을 헤아렸으며).

여기서 '類萬物'은 모든 만물의 구조는 수를 통하여 이해할 수 있다는 전통적인 수학관을 강조하고 만물을 분류하고 연구하여 그 구조를 알아낼 수 있다는 것을 말하고 있다([14]).

"又所析理以辭, 解體用圖 庶亦約而能周, 通而不黷, 覽之者思過半矣"
(말로써 이치를 분석하면서 원리, 응용, 밑그림을 파헤쳤으므로, 역시 간략하면서도 두루 적용되고, 널리 통용되면서도 지저분하지 않다고 이를 읽는 많은 사람들이 생각해주기를 바라게 된다).

주비산경의 내용에는 제자에게 주어진 수학문제를 이해하고 풀이를 할 수 없어서 그의 스승에게 질문을 하였는데 그의 답은 수학에 대한 인식과 연구 방법에 대한 이론으로 현재까지 통용되고 있다([14]).

"子之於數未能通類 是智有所不及而神有所窮 夫道術言約而用博者智類之明 問一類而以萬事達者爲之知道,"(너는 수학에서 그 분석과 종합의 구조를 통달하지 못하였다. 이는 바로 한계가 있는 지식과 불충분한 정신 때문이다. 무릇 도(道)라는 것은 간결하나, 그 응용은 넓다는 것이 수학의 구조임을 제대로 이해해야 한다. 한 가지 구조를 연구하면서 그것을 만사에 적용할 수 있으면 마땅히 도를 안다고 할 수 있다.)

중국의 수학은 귀납적 사고에 의해서 발전하였다. 여러 가지 현상들을 비교 분석하여 그 구조를 밝혀내는 일이다. 따라서 여러 종류의 문제들을 풀어서 자연히 세상의 이치와 만물들의 구조를 밝혀 낼 수 있다고 보았다. 그러나 인문학을 숭상하고 우대하는 전통에 반하여 산학은 배우기가 어렵고 실용성이 적었기 때문에 많은 사람들이 산학을 회피하여 깊이 이해하는 사람이 적었다.

구장산술에는 정사각형, 직사각형, 이등변삼각형, 사다리꼴, 원, 호시(弧田, arc) 등의 넓이, 정육면체, 등변사다리꼴기둥, 사각기둥, 정사각뿔대, 원뿔연못, 구덩이 등 여러 가지 입체의 부피, 분수의 계산, 비율과 비례식 문제, 등차와 등비수열, 급수에 관련된 문제들을 구하는 문제들이 많이 있다. 이런 문제들의 답을 구하는 방법들은 합리적인 설명과 원리가 필요했다. 문제풀이를 공식에 적용한다고 해도 산학을 가르치는 교사들은 공식의 유도과정이 비법으로 전해졌으리라 생각된다. 이 비법이란 다름 아닌 원리를 이해하고 가르치는 것이었다. 다음 구장산술의 방정장의 1차 방정식의 예를 들어보자.

今有上禾三秉, 中禾二秉, 下禾一秉, 實三十九斗, 上禾二秉, 中禾四秉, 實三十四斗, 上禾一秉, 中禾二秉, 下禾三秉, 實二十六斗, 問, 上, 中, 下, 下禾實一秉各幾何. (벼 상품 3단, 중품2단, 하품 1단은 알곡 39말이며, 상품 2단, 중품 3단, 하품 1단은 알곡이 34말이고 벼 상품 1단, 중품 2단, 하품 3단은 알곡이 26말이다. 상, 중, 하품 1단의 알곡은 각각 얼마인가?)

答曰, 上禾一秉, 九斗四分斗之一, 中禾一秉, 四斗四分斗之一, 下禾一秉, 二斗四分斗之一. (상품 1단은 $9\frac{1}{4}$ 말, 중품 1단은 $4\frac{1}{4}$ 말, 하품은 $2\frac{1}{4}$ 말).

이 문제를 풀기 위해서는 3원1차 방정식을 풀어야한다. 산목(算木)에 의해서 풀어내는 방법을 제시하고 있다. 이런 방법은 본질적으로 소거법을 활용한 것으로 그 계산의 원리가 내재되어있다고 보아야한다.

구고(句股)장의 문제들은 모두 피타고라스 정리를 활용하고, 닮음비 등으로 문제를 풀고 있음을 알 수 있다. 문제 6의 예를 들어보자.

今有竹高一丈, 末折抵地, 去本三尺, 問折者高幾何. (지금 높이가 1장 짜리 대나무가 있는데, 꺾여져서 끝이 땅에 닿았다. 뿌리로부터 거리가 3자이다. 꺾여진 높이는 얼마인가?).

答曰, 四尺, 二十分尺之一十一($4\frac{11}{20}$ 자).

이 문제의 풀이법도 공식에 의해서 풀이법을 제시하고 있지만 일반적인 원리인 피타고라스의 정리(句股法)를 이용하지 않고는 도저히 풀 수 없는 문제이다. 주비산경에는 다음과 같이 구고법에서 파생된 20가지 원리들이 나오고 있다. 몇 가지 예를 들어보자[12]. 단, 직각삼각형의 밑변, 높이, 빗변의 길이를 각각을 a, b, c라 표시한다.

1) 句股各自乘, 幷之爲弦實, 開方除之, 卽弦. (밑변과 높이의 각각의 제곱을 더하면 빗변의 묶이 되는데, 그것의 제곱근을 구하면 곧 빗변이 된다. $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{c^2}=c$).

2) 案弦圖又可以句股相乘爲朱實二, 倍之爲朱實四. 以句股之差自相乘, 爲中黄實. 加差實一, 亦成弦實.

$$(2ab+(b-a)^2=a^2+b^2=c^2).$$

3) 以差實減弦實, 半其餘, 以差爲從法, 開方除之, 復得句矣.

$$(\sqrt{(\frac{c^2-(b-a)^2}{2})(\frac{a}{b})}=\sqrt{(\frac{2ab}{2})(\frac{a}{b})}=\sqrt{a^2}=a).$$

4) 加差於句卽股 $(a+(b-a)=b)$.

5) 凡幷句股之實 $(a^2+b^2=c^2)$.

6) 或方於內, 或矩於外. 形詭而量均, 體殊而數濟. 句實之矩, 以股弦差爲廣, 股弦幷爲袤.

$$((c-b)(c+b)=c^2-b^2=a^2).$$

7) 減矩句之實於弦實, 開其餘卽股($\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{b^2}=b$).

8) 倍股在兩邊爲從法, 開矩句之角卽股弦差. 加股爲弦.

($(c-b)^2$의 제곱근이 $c-b$이다).

9) 以差除句實得股弦幷($\dfrac{a^2}{c-b}=\dfrac{c^2-b^2}{c-b}=c+b$).

10) 以幷除句實, 赤得股弦差($\dfrac{a^2}{c+b}=\dfrac{c^2-b^2}{c+b}=c-b$).

18) 加差於幷而半之, 爲股($\dfrac{(a+b)+(b-a)}{2}=\dfrac{2b}{b}=b$).

19) 其倍弦爲廣袤.合. 今句股見者自乘, 爲其實. 四實以減之, 開其餘, 所得爲差.

$$(2c)^2-4b^2=4\times 2b(c-b)+4(c-b)^2$$

이러한 원리들은 직각 삼각형에서 각각의 변이 3 : 4 : 5인 원리를 말하고 있지만 실용성이나 활용보다는 이론적인 원리에 더 관심을 가지고 접근했음을 볼 수 있다.

다음은 위의 원리들을 가지고 실생활에 활용한 예들이다.

당나라 때 천문기관에 종사했던 왕효통(王孝通, 625년경)의 3차 방정식 풀이 법이다.

직각을 끼고 있는 두 변의 곱이 706.02이고, 빗변이 한 변보다 36.9만큼 긴 직각삼각형이 있다. 세 변의 길이를 각각 구하여라([15]).

해설) 직각삼각형의 각 변을 x, y, z라 하자. $xy=706.02$이고, $z=x+36.9$이다. 즉 $x^2+(\dfrac{706.02}{x})^2=(36.9+x)^2$의 실수해가 해이다.

다음은 중국의 순체(筍彘, 400년 경)의 '나머지 정리'에 관한 문제이다.

3으로 나누면 나머지가 2이고, 5로 나누면 나머지가 3이며, 7로 나누면 나머지가 2인 수는 무엇인가?

중국뿐만 아니라 동양수학에서는 인도수학에도 주목해야한다. 인도의 브라마굽타는(Brahmagupta, 628)는 중국의 음수 계산과 마찬가지로 음수의 처리규칙을 체계적으로

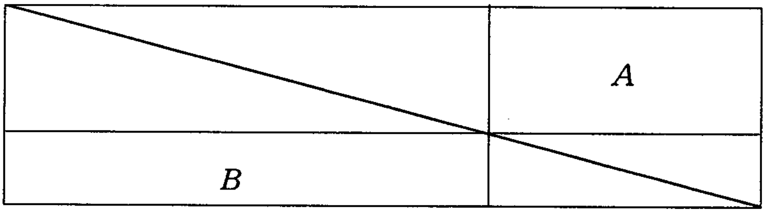
제시하였으며, 피타고라스 정리와 네 변이 a, b, c, d 인 볼록 사각형(원에 내접)의 넓이를 구하는 공식을 구하였다[15]. 즉 '헤론의 공식'을 더욱 확장한 것이다.

$$\text{넓이 } A=\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}\text{, 단, } s=\frac{1}{2}(a+b+c+d).$$

이외에 동양수학에서 서양수학에 필적할만한 수학의 중요 원리들을 들자면 다음과 같다.

① **조각 상보의 원리** : 어떤 도형이나 입체를 조각으로 나누든가 결합하든가 그 넓이나 부피는 변함이 없다(유휘).

② **양휘의 기초원리** : 같은 넓이에서 같은 넓이를 제하면 같다(그림 참조, A = B)



③ **유휘의 2:1 원리** : 육면체의 부피 = 3×사각뿔
사각뿔 : 삼각뿔 = 2 : 1

④ **주공의 원리** : 넓이가 같은 상태에서 높이가 같으면 부피는 같다.

수학의 체계를 크게 두 가지로 나눈다면 고대 그리스의 공리적 체계의 연역적 증명 수학과 계산 중심적이며 문제해결(Algorithm; 규칙들을 순서대로 나열한 유한 단계의 과정)의 체계로 이루어진 중국의 양적인 수학이 있다. 그런데 오늘날 현대생활의 필수품인 컴퓨터의 과학은 문제해결(Algorithm)의 체계이다([19]). 따라서 과학기술의 발전이 절실히 요구되는 시대에 여러 가지 문제해결의 체계를 풀어가기 위해서는 그리스의 수학보다는 오히려 중국의 수학과 수학체계에 주목할 필요가 있다고 생각된다.

5. 맺는 말

고대 그리스의 수학은 신(神)의 뜻을 발견한다는 학문과 진리탐구로써의 엄밀한 논리적 전개에 의해서 수학을 기하학을 중심으로 전개하였다. 특히 수학의 연구는 천재적인 철학자들의 학문 활동으로 이론적, 조직적, 체계적으로 이루어졌다. 반면, 중

국을 포함하여 동양의 과학기술 활동은 경험적이고, 실험적이었으므로, 산발적으로 이루어진 특성을 갖는다. 수학이 체계적인 학문이라기보다는 세상의 이치를 깨닫고 만물의 구조를 밝혀내는 원리를 발견하는 문제해결에 관심이 많았기 때문에 수학의 엄밀성을 강조하지 않았다. 동양수학의 지리적 풍토와 문화적인 배경에서 수학적 증명을 정확하게 전개하는 엄밀한 체계를 갖추지는 못했지만 일반적인 원리를 가지고 문제를 해결하였다. 그리스에서는 완전한 학문으로써의 체계를 중요시한 반면 동양에서는 실생활에 관련된 문제들의 문제해결에 중점을 두었으며, 실생활에 유용하게 활용하여 그 시대에 맞게 기여하였다. 연역적인 전개로 이루어진 그리스 수학이 공리적이고 연역적인 학문의 전반적인 체계에 기여했음은 엄연한 사실이다. 그러나 오늘날 문제해결을 중요시하는 현대과학에 있어서 실용성을 강조한 동양수학의 문제해결에 대한 알고리즘 또한 그 가치를 인정하고 더욱 연구해야만 한다.

참고 문헌

1. 김용국, 數學과 論理學, 한국수학사학회지 제6권 제1호(1990), 17-31.
2. 김용운, 김용국, 한국수학사, 열화당, 1982.
3. 김용운, 이창구, 東洋數學과 西洋數學의 自然的 背景, 한국수학사학회지 제6권 제1호(1990), 46-64.
4. 김응태, 박한식, 우정호, 수학교육학개론, 서울대학교 출판부, 1984.
5. 김종명, 고대 그리스의 수리철학과 수학교육관, 한국수학사학회지 제12권 제2호(1999), 83-97.
6. 박문환, 수학교육의 철학적 기초에 대하여, 서울대학교 대학원 석사논문, 1989.
7. 유휘(김혜경, 윤주형 역), 구장산술, 서해문집, 1998.
8. 이종희, 구장산술에 포함된 증명의 유형과 역할, 한국수학사학회지 제16권 제2호(2003), 11-22.
9. 이창구, 東洋에서의 級數硏究 參考, 한국수학사학회지 제1권 제1호(1984), 9-11.
10. 장혜원, 중국 및 조선시대 산학서에 나타난 원주율과 원의 넓이에 대한 고찰, 한국수학사학회지 제16권 제1호(2003), 9-16.
11. 장혜원, 산학서로 보는 조선수학, 경문사, 2006.
12. 차종천, 구장산술 · 주비산경, 범양사, 2000.
13. 허민, 묵사집산법의 수열, 한국수학사학회지 제17권 제1호(2004), 15-32.
14. 홍성사 외12명, 수학과 文化, 도서출판 祐成, 2005.
15. Anglin(류희찬, 류성림 역), 수학의 철학과 역사, 경문사, 2003.
16. Devlin(허민, 오혜영 역), 수학 : 양식의 과학, 경문사, 1996.
17. Eves(이우영, 신항균 역), 수학사, 경문사,1995.

18. Ronan(이면우 역), 중국의 과학과 문명, 까치글방, 2000.
19. W. Wu, *"A tentative comparative study of mathematics developments in ancient China and ancient Greece"*, The Beijing Intelligencer, Chinese Math. Soc., ICM 2002 in Beijing.
20. D. Zhang, *"The "Two basics" mathematics teaching approach and open ended problem solving in China"*, J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E: Comm. Math. Ed. Vol.18(3)(2004), 1-21.

Ancient Greece Mathematics and Oriental Mathematics

Department of Mathematics Education, Kwandong Univ. **Jong Myung Kim**

In this paper, we shall try to give a comparative study of mathematics developments in ancient Greece and ancient Oriental mathematics. We have found that the Oriental Mathematics is quantitative, computational and algorithmetic, but the ancient Greece is axiomatic and deductive mathematics in character. The two region mathematics should be unified to give impetus to further development of mathematics in future times.

Key word: Deductive mathematics, Oriental Mathematics, Realism, The Solving of problem, The Proving of Theorem, Nine Chapters of Arithmetic(九章算術), Zhou Bi Suan Jing(周脾算經).

2000 Mathematics Subject Classification : 01A13, 01A15, 01A25, 01A72

ZDM Classification : A30

논문 접수 : 2007년 3월 심사 완료 : 2007년 4월