韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 21집 제 2호, 2007. 5. 153-176

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 21, No. 2, May. 2007. 153-176

초등 영재 교육에서의 구성주의 교수·학습 모형 적용 연구
- 알고리즘 문제를 중심으로 -

최 근 배 (제주교육대학교)
김 홍 선 (의귀초등학교)

본 연구는 제 7차 교육과정이 도입되면서 수학교육에서 중요성이 증가하고 있는 구성주의 교수·학습 모형을 초등 수학영재 교육 프로그램에 적용한 결과를 분석한 것이다. 일반적으로, 영재들은 활발한 의사소통을 통하여 더 많은 지식을 구성해 나갈 수 있으며 또한 왕성한 호기심으로 스스로 문제를 해결하고 원리를 발견하고자 하는 욕구가 크다. 영재들의 이러한 특성을 살려 서로간의 의사소통과 합의를 통하여 보편적인 지식을 구성해가는, 사회적 구성주의를 그 이론적 배경으로 하고 있는 수업 모형을 바탕으로 개인적인 원리를 구성하고 발표와 질문을 통해 오류를 수정하여 보편적인 수학적 원리를 찾아가는 방식으로, 네트워크 문제와 관련된 3가지의 주제를 중심으로 구성주의 교수·학습 모형을 적용하여 학생들의 알고리즘적 사고 능력이 어느 정도인가를 분석하였다.

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

초등 영재교육 프로그램을 개발 또는 적용할 때, 문제해결을 위한 '귀납적사고 활동'과 절차적 지식으로서 알고리즘 그 자체가 아니라 '알고리즘을 발견할 수 있는 능력'은 수학적 사고능력을 향상시키기 위하여 고려해야할 것들이다. 이러한 점을 염두에 두고 본 연구에서는 초등 영재 교육에 구성주의 교수·학습 모형을 적용하여 학생들이 네트워크와 관련된 알고리즘 사고-귀납적 사고 활동을 통해 알고리즘을 발견하는 능력-가 가능한가를 분석하는 것이다.

지식과 정보가 넘쳐나는 지금, 얼마나 많은 정보를 갖고 있는가 하는 것은 더 이상 중요하지 않다. 많은 지식과 정보 중 자신에게 필요한 것을 선택하여 응용할 수 있는 능력이 더욱 중요하게 되었다. 그런 만큼 교육에서 다루어야 할 것도 어떤 지식을 줄 것인가가 아니라 어떻게 지식을 구성하게 할 것인가로 변해야 한다.

수학 교과에서 지식을 구성해 나가는 것은 더욱 중요한 문제이다. 수학을 암기 과목이 아니라 이

---

* ZDM 분류 : D43
* MSC2000 분류 : 97D40
* 주제어 : 영재교육, 구성주의, 알고리즘적 사고

해과목이라 말하는 것도 자신이 알고 있는 것을 어떻게 응용하고 적용하고 있는가가 수학 문제를 해결하는 핵심이기 때문이다. 7차 교육과정에서도 이를 반영하여 '왜 그렇게 생각하는가?'라는 발문을 넣었다. 예전이라면 가르쳐 주고 끝낼 수학 공식들을 학생들로 하여금 다시 생각하고 자신의 것으로 구성해 나가도록 한 것이다. 물론 모든 문제 상황에 '왜 그렇게 생각하는가'라고 물을 수는 없다. 그러나 수학적 원리에서 중요한 것은 단순히 공식에 따라 문제를 푸는 것이 아니라 과정을 생각하고 자신의 방법을 찾아가는 것임을 말해주고 있다. 이런 의미에서 영재들을 위한 교육 프로그램이라면 더욱 구성주의적 교수 학습 방법이 필요하다. 그것은 영재아들이 갖고 있는 특성에서 그 이유를 찾을 수 있다.

첫째, 영재아들은 과제집착력을 갖고 있다. 즉 문제가 주어졌을 때 스스로 해결하고자 하는 욕구가 강하다. 답을 알려달라고 요구하기 보다는 자신이 답을 찾고자 노력한다. 때문에 스스로 해결 방법을 구성해 나갈 수 있도록 프로그램을 짠다면 영재아의 욕구를 충족시켜줄 수 있다.

둘째, 영재아들은 수학 원리를 잘 이해하고 있다. 자신의 나이에 맞는 교육과정의 내용 뿐 아니라 더 많은 수학적 내용을 알고 있으면 그 원리를 이해하고 있는 경우가 많다. 즉 그와 비슷한 문제상황 또는 그 전에 배운 것을 응용해서 해결할 수 있는 문제 상황에서 다른 학생들보다 스스로 문제를 해결할 수 있는 능력이 뛰어나다는 것이다. 자신이 갖고 있는 지식을 활용해서 새로운 지식을 만들어 갈 수 있는 것이다. 그런 능력을 더욱 키워주기 위해서는 해결 방법을 설명해주기 보다는 이미 갖고 있는 지식을 가지고 스스로 구성해나가도록 지도할 필요가 있다.

셋째, 영재아들은 서로의 의사소통을 통해 더 발전할 가능성이 높다. 우선 자신이 알고 있는 것을 차근차근 설명할 수 있다. 그리고 다른 사람이 문제 해결을 하는 과정에서 잘못된 점이나 보충하고 싶은 점을 잘 찾는다. 또한 자신이 생각하지 못했던 것이 무엇이었는지를 알고 스스로의 원리에 보충할 줄 안다. 즉 서로의 의사소통으로 자신의 지식을 더 풍부하게 만들 수 있는 능력을 갖고 있다. 사회적 구성주의는 서로의 의사소통을 강조한다. 그 속에서 지식을 구성해가는 것이다. 구성주의 교수 학습을 통한 의사소통은 영재아들끼리 발전할 수 있도록 충분히 도와줄 것이다.

본 논문에서는 사회적 구성주의를 그 이론적 배경으로 하고 있는 수업 모형을 바탕으로 개인적인 원리를 구성하고 발표와 질문을 통해 오류를 수정하고 보편적인 수학적 원리를 찾아가는 방식으로, 네트워크 문제와 관련된 3가지의 주제를 중심으로 구성주의 교수·학습 모형을 적용하여 학생들의 알고리즘적 사고가 가능한지 또는 어느 정도인가를 분석하고자 한다. 또한 구성주의 교수·학습 모델과 관련된 약간의 시사점을 얻고자한다.

2. 연구 내용

본 연구는 구성주의 교수 학습 모형을 중심으로 네트워크와 관련된 알고리즘 문제를 초등 영재교육 프로그램으로 개발하고 실제 수업에 적용하여 학생들의 알고리즘적 사고능력과 사고과정을 알아

보는 것을 초점에 두고 있다. 실제로, 학교수학에서 학생들은 많은 알고리즘을 경험하고 있으며, 알고리즘의 의미를 이해하기보다는 알고리즘을 단지 기계적으로 적용하여 답을 얻는 것에 초점이 되는 경향이 있다(조완영, 2000). 따라서 본 논문에서는 연구의 목적에 맞게 좀더 심화된 알고리즘 문제를 선택하여 학생 스스로 알고리즘의 원리를 찾아갈 수 있는지 살펴보았다. 여기서 선택된 알고리즘 문제는 비교적 생소하거나 수학적 원리보다도 퍼즐처럼 다루는 경향이 있는 이산수학 분야에서 네트워크와 관련된 문제들이다. 이 논문의 3가지의 알고리즘과 관련된 문제(한붓그리기, 최소연결문제, 최단경로문제)는 고등학교 이산수학 이상에서 다루어지는 문제로 실제로 초등에 적용하기는 쉽지는 않다. 따라서 초등학교 영재아들의 직관적 사고능력으로 그 알고리즘적 사고능력을 파악하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 구성주의

구성주의에 의한 교육은 학습자가 지식을 외부로부터 수용하여 습득하는 것이 아니라, 활발한 내적 인지적 활동을 통해 스스로 구성하는 것이다. 즉 지식의 전수에 의한 것이 아니라 내적 인지구조를 재구조화함으로써 학생 스스로 구성해 간다는 관점이다(강옥기, 2003, p.9). 구성주의의 관점으로 본다면 학생 스스로 지식을 구성해가기 때문에 교사의 역할은 미비할 것으로 생각하기 쉽다. 그러나 구성주의에서는, 지식이란 적절한 환경에서 교사의 안내 또는 도움을 받음으로써 더 잘 구성되어질 수 있는 것으로 보고 있다. 따라서 학생에 의한 수학 지식의 자주적 구성이란 바로 '교사의 안내에 의한 자주적 구성'이라 할 수 있다(박영배, 2004, p.2).

구성주의는 크게 Piaget가 제시한 조작적 구성주의, von Glasersfeld 등이 주장하는 급진적 구성주의, sal Restivo, Paul Ernest 등이 주장하는 사회적 구성주의로 분류할 수 있다(강옥기, 2003, p.9). 그러나 본 논문에서는 사회적 구성주의를 중심으로 프로그램을 구성하였기에 사회적 구성주의에 대한 내용을 구체적으로 다루고자 한다.

사회적 구성주의는 급진적 구성주의의 내용을 수정, 보완한 것이라 할 수 있다. von Glasersfeld(1990)는 급진적 구성주의의 기초 원리로 세 가지를 제시하고 있다.[1] 첫 번째는 자주적 구성의 원리이다. 지식은 감각이나 의사소통에 의해 수동적으로 받아들여지는 것이 아니라 인식 주체가 능동적으로 구성한다는 말이다. 수학적 이론이 이미 존재하고 그것을 교사가 학생들에게 주입하여 지식을 아는 것이 아니라 학생 스스로 자신이 갖고 있는 지식을 바탕으로 새로운 수학적 이론을 구성해나간다는 말이다. 두 번째는 생장지향성의 원리이다. 인식의 기능은 적응적이며, 실세계에 적합하도록 생장할 수 있는 가능성을 지향한다. 수학 이론을 알고 있다고 해도 그것을 계속적으로

1) 박영배(2004)는 이 세 가지의 기초 원리를 각각 '자주적 구성의 원리', '생장 지향성의 원리', '비객관성의 원리'라고 명명하고 있다.

사용하지 않으면 곧 잊어버리게 된다. 그러나 실세계에서 반복적으로 사용하고 응용할 수 있는 지식은 계속 남게 된다. 우리의 인식 기능은 생장지향적이라는 말이다. 세 번째는 급진적 구성주의의 핵심으로 비객관성의 원리이다. 인식은 주체가 경험세계를 조직하는 데 도움을 주는 것이지, 객관적인 실재를 발견하는 데 도움을 주는 것이 아니다. 즉 객관적 지식의 존재를 부정한다.

사회적 구성주의는 급진적 구성주의의 내용을 대부분 동의하면서도 객관성을 다르게 해석한다. 급진적 구성주의에서 객관성은 바로 '주관 독립성'을 의미하기 때문에 객관적 지식은 존재하지 않는다. 그러나 사회적 구성주의에서는 모든 사람들의 공통 주관적인 '합의'의 바탕 위에서 이 객관성을 해석한다. 다시 말해, 사회적 구성주의자들은 '공통 주관성'을 객관성으로 보고 있다. 공통 주관적인 의미의 객관적 지식은 존재한다고 보는 것이다(박영배, 2004, p.37).

2. 구성주의 수학 교수 학습 모형

가. 박영배의 구성주의적 수학 수업 모델(박영배, 2004)

반영적 추상화

(도입) → 의미 지향적 활동 → 발문 중심적 상호 작용 → (정리 및 발전)

학생 중심적 개별화

<그림 1> 구성주의 교수 · 학습 모형

- 학생 중심적 개별화의 원리: 학생 한 사람 한 사람의 각기 서로 다른 생각을 소중히 다루어 가장 좋은 방법을 찾아낼 수 있도록 하는 원리이다.
- 발문 중심적 상호작용의 원리: 학생으로 하여금 수학적 사고 활동을 할 수 있도록 동기를 유발하고 스스로 지식을 구성하도록 하는 교사나 학생 간 의사소통을 중심으로 하는 원리이다.
- 의미 지향적 활동의 원리: 수학자들처럼 연구하게 하는 것으로 사회적 상호 작용을 통해 수학 지식을 재발명하는 원리이다.
- 반영적 추상화의 원리: 어떤 과제를 끝냈을 때 자신들의 활동에 대해 숙고하도록 하는 원리로 자신만의 내적인 방법을 통해 자신의 행동 그 자체를 사고 대상으로 삼도록 한다.

나. CPMP가 개발한 구성주의적 수학 교육과정(강옥기, 2003, 재인용)

구성주의, 특히 사회적 구성주의에 의한 학습지도의 방법은 미국의 수학교육 개혁을 선도하고 있는 CPMP(Core-Plus Mathematics Project; Hirsch 1997)가 개발한 교육과정과 교과서에 잘 나타나 있다. 이 교과서의 학습 단위인 각 단원은 다음과 같은 순서로 구성되어 있다.

첫째, 새로운 개념을 도입하기 위한 문제 상황을 제시하고 그것이 우리의 생활에 미치는 영향을 토론해 봄으로써 학습의 동기를 부여한다. 이때는 학급 전체가 함께 문제 상황을 토론한다.

둘째, 소집단으로 구성된 학생들이 탐구학습을 통하여 새로운 수학적 개념을 탐색하고 구성하여 주관적 지식을 형성한다.

셋째, 각 소집단이 탐구하여 발견한 개념들을 전체 학급에 발표하고 토론함으로써 주관적 지식을 객관적 지식으로 전환한다.

넷째, 소집단 활동을 통하여 획득한 지식을 개별적으로 반성하고 적용하는 학습을 한다.

다섯째, 다양한 수준의 연습문제를 개인의 능력에 맞게 학습하게 한다.

위의 학습지도의 특색은 소집단 활동을 통하여 탐구한 지식을 전체 학생들에게 공개하고 토론함으로써 지식에 대한 확신감과 객관성을 가지게 하는 것이다.

다. 일본 이시다의 협정적 구성주의 모델(윤숙희, 1998)

· 의식화 : 제 1단계는 아동이 해결하고자하는 수학적 문제를 의식화하고, 그 해결로 향해 계획을 세우는 단계이다. 여기에서 교사가 해야 할 것은 아동들의 흥미, 관심을 높이고, 문제로 의식이나 주의를 초점화하는 것이다.

· 조작화 : 이 단계에서는 문제에 대한 계획에 기초해서 그 해결을 목표로 해서 조작적 활동을 하고 구성하고자 하는 지식의 원형을 만들어내는 단계이다.

· 매개화 : 매개화는 교재나 어린이에 맞게 필요한 경우 설치하는 단계이다. 실태에 따라 여러 가지 학습활동을 설정한다. 원문제와 관련해 있지만 새로운 내용을 동시에 문제로 취하려 한다든지, 조작화의 단계에 유사한 활동을 한다든지, 반성화의 단계에 가까운 활동을 한다.

· 반성화 : 다음은 조작화나 매개화의 단계에 대한 활동을 되돌아보고 수학적 추상화를 이해하고, 수학적 지식을 구성하는 단계이다. 따라서 교사는 발문을 의미 있게 사용하거나, 상호작용의 장을 설계할 것을 구할 수 있다.

· 협정화 : 최후의 협정화에 있어서는 반성화의 단계로 구성한 수학적 지식을 정리, 검토하고, 명분화해서 협정한다. 여기서는 학급의 어린이들에 의한 협의가 중심이 된다.

라. 사회적 구성주의에서 수학 영재 수업 단계(서동엽, 2005)

첫째 단계는 주관적 지식 형성 단계이다. 이 단계에서는 주어진 과제에 대한 개인적 활동이나 경험을 통하여 개인적인 지식을 형성하는 단계이다.

둘째 단계는 객관화 단계이다. 이 단계에서는 Lakatos의 발견의 논리에 따라 논의가 진행된다.

셋째 단계는 객관적 지식의 형성 단계이다. 학생 전원이 합의에 이르는 단계로 여기서 형성되는 지식은 주어진 상황에서는 가장 개선된 추측이 될 수 있으나, 나중에 반례가 다시 등장할 가능성은 여전히 존재한다.

넷째 단계는 개인적 재형성 단계이다. 셋째 단계에서 합의에 이른 지식을 개인에 따라 의미 있게 형성하는 일이 이루어지게 된다.

마. 수학과 구성주의 교수·학습 모형

위의 4가지 모형들의 공통적인 특징을 살펴보면 구성주의 교수·학습 모형은 개인적인 탐구과정을 기초로 하여 사회적 합의-토론, 토의, 협의 등의 방법으로-를 통해 수학적인 원리를 찾아가도록 하고 있다. 이러한 기본개념을 바탕으로, 박영배(2004)의 구성주의적 수학수업 모델과 CPMP가 개발한 구성주의적 수학 교육과정을 통합하여 <표 1>과 같은 구성주의 교수·학습 모형을 추출할 수 있다.

<표 1> 구성주의 교수·학습 모형

학습단계	활동 내용
실생활 문제 도입	실생활 문제를 도입하여 전체적으로 토론한 후 문제를 이해한다.
개인적 원리 구성	문제를 개별적으로 탐구하면서 주관적인 지식을 형성한다.
발문중심 상호작용 (전체발표와 질문)	소모임별로 혹은 전체적으로 문제에 대한 발표, 질문, 토론을 하면서 주관적인 지식을 수정해 나간다.
사회적 원리 구성	앞에서 이루어진 상호작용을 토대로 객관적인 원리를 구성한다. 이때는 전체가 합의한 내용으로 자신의 수학적 지식을 구성하는 것이다.
원리 적용, 심화 (응용문제 해결)	사회적으로 약속된 원리를 다시 문제에 응용하면서 자신의 지식으로 만들어 간다.
개별 과제 해결 후 확인, 반성	개별적으로 응용문제를 해결하면서 얻게 된 지식을 재점검하고 수업에 대해 반성한다.

첫 번째 단계는 실생활 문제를 도입하여 전체적으로 문제 상황에 대해 토론한 후 이해하는 과정이다. 두 번째 단계는 개인적 원리를 구성하는 단계로 문제에 대한 개별 탐구가 이루어지고 주관적인 지식을 형성한다. 세 번째 단계는 주관적으로 형성된 지식을 객관적인 지식으로 만들어 가기 위해 서로 상호작용을 하는 단계로 소모임 별로 토론을 하고 전체 앞에서 발표를 하거나 전체적으로 질문하고 발표하는 과정이다. 네 번째 단계는 앞에서 이루어진 상호 작용을 통해 객관적인 원리를 구성하는 단계로 그것은 학생들이 알아야 했던 수학적 원리를 구성하는 것이다. 다섯 번째 단계는 사회적으로 약속된 원리를 다시 문제에 응용하면서 자신의 지식으로 만들어 가는 단계이다. 마지막 단계는 수업 후에 이루어지는 것으로 개별적으로 문제를 해결해보면서 수업을 통해 획득한 지식을 재점검하는 단계이다. 또 수업에 대한 자신을 반성하는 과정이 될 수도 있다.

3. 영재의 특성

1972년 Marland가 의회에 제출한 보고서를 바탕으로 미국 교육부가 1978년에 내린 영재성은 ① 일반 지적 능력(General Intellectual Ability), ② 특수 학문 적성(Specific Academic Aptitude), ③ 창의적이고 생산적인 사고(Creative and Productive Thinking), ④ 지도력(Leadership Ability), ⑤ 시각

및 공연 예술(Visual and Performing Arts), ⑥ 정신운동 능력(Psycho-motor Ability) 이 6가지 분야에서 이미 성취를 나타내거나 성취할 잠재 능력이 있는 아동들이라고 하였다.(이상헌·김도현, 2005) 그리고 미국 코네티컷 대학 교수인 Renzulli는 영재는 '평균 이상의 능력', '높은 창의성', '높은 과제 집착력'을 갖고 있다고 하였으며 미국 존스홉킨스대학의 수학 영재아 프로그램(Study of Mathematiacally Precocious Youths: SMPY)에서는 수학 영재란 '뛰어난 정보처리 속도, 기초수학 정보의 파지 능력, 새로운 개념을 새로운 과제에서 적용하는 능력을 소유하고 있는 자'라고 정의하고 있다.(이상헌·김도현, 2005)

한편 영재아들은 일반적으로 <표 2>와 같은 심리적 특징과 욕구를 지니고 있다고 한다.(박종률·임재훈, 2002)

<표 2> 영재아의 심리적 특성과 욕구

심리적 특징	욕구
추상적 개념을 다루는 능력	단순 반복적인 활동보다 고급 사고를 즐길 수 있는 게임을 더 좋아한다.
문제 해결 능력	구조화된 문제, 비구조화된 문제를 모두 해결해 보고자하며, 실제적인 문제와 가설적인 문제를 모두 해결하고 싶어 한다.
창의성	자기 자신을 다양한 형태와 독창적인 방법을 통해서 표현하고 싶어 한다.
비판력	건설적인 목적을 위하여 비판과 평가를 자주 하고 즐긴다.
독서능력	독서, 토론, 언어 학습을 하고 싶어한다.
주의 집중 능력	시간이 오래 걸려야 하는 프로젝트와 의미 있는 활동에 참여하는 것을 싫어하지 않는다.
호기심	우연히 접하게 된 많은 현상들을 더 깊고 자세히 탐색하고 싶어 한다.
독립심	혼자서 자발적으로 노력하고 싶어 한다.

이상에서 살펴본 영재아의 특성을 바탕으로, 알고리즘적 사고에 영향을 줄 수 있는 점을 구성주의 교수·학습 방법과 관련하여 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 구성주의는 스스로 지식을 구성해나가는 과정이 중요하기 때문에 영재아가 갖고 있는 문제에 대한 집착력과 자발적으로 해결하고자 하는 독립심을 더욱 키워줄 수 있다. 즉 자기 스스로 문제를 해결하는 기회를 많이 줌으로써 지식을 스스로 만들어 가고 알고 있는 지식을 확장시킬 수 있게 한다.

둘째, 구성주의에서의 의사소통은 자기 자신을 표현하고 싶어 하고 지도력을 갖고 있는 영재들의 능력을 향상시킬 수 있다. 즉, 자신이 알고 있는 것을 다른 사람에게 표현하게 함으로써 수학적인 표현력을 향상시키고 또한 다른 사람을 논리적으로 설득하는 기회를 통해 수학적 사고능력이 향상된다.

셋째, 구성주의에서의 원리 발견 과정은 영재아가 갖고 있는 창의성을 발현할 수 있는 기회가 된다. 자신의 생각과 다른 사람이 생각이 모아져 더 좋은 아이디어를 만들어 낼 수 있는 기회를 얻을 수 있으며 수학자처럼 사고하는 과정을 통해 다양한 생각을 하게 만들어 준다.

그 외에도 구성주의 교수 학습 방법을 통해 영재아들이 갖고 있는 비판능력이나 주의집중력, 문제해결력 등의 능력을 더욱 발휘할 수 있으리라 본다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

제주대학교 과학영재교육원 초등 수학 심화반 1개 학급으로 5, 6학년으로 구성된 17명(남 12명, 여 5명)의 학생을 대상으로-3가지 프로그램; 한붓그리기(2006년 9월 11일), 최소연결문제(9월 30일), 최단경로문제(10월 21일)-구성주의 교수·학습 모델에 입각한 수업을 실시하였다.

2. 연구 방법

가. 수학과 구성주의 교수·학습 모델 적용

본 연구에서 추구하는 수업의 방법은 학생들이 알아야할 수학적 원리를 개인적 탐구에서 시작하여 다양한 의사소통 과정을 통해 사회적 원리로 구성해 나가는 것이다. 이러한 구성주의적 모델을 가지고 이산수학 내용을 학생들 스스로 원리를 찾아 갈 수 있도록 하며 이 때 교사는 가르치고자 하는 목표를 가지고 학생들에게 질문이나 발문을 통해 안내자 역할을 하게 된다.

이산수학의 내용 중에서도 네트워크 문제를 중심으로 교수 학습 모델을 적용하였다. 네트워크 문제들이 갖고 있는 알고리즘을 분석하여 학생들이 그 알고리즘을 구성해나가는 과정을 분석하였다. 네트워크 문제는 다음(<표 3> 참조)과 같이 구성하였다.

<표 3> 프로그램 목록

일련번호	주제	활동내용
1	한 붓 그리기	우리 동네 산책하기
2	최소 연결 문제	최소 연결 비용의 길 만들기
3	최단 경로 문제	최단 경로 찾아가기

나. 수업 결과 해석 방법

질적 자료의 종류에는 관찰, 면담, 내용분석, 현장 조사 등이 있는데 본 연구에서는 수업 내용을 관찰하는 것과 학생들의 문제 해결 과정을 표현한 것에 바탕을 두어 자료를 정리하였다. 다만 학생을 관찰하는 데에 한계가 있어 수업 과정은 비디오 촬영을 하고 이를 통해 분석하였다.

이러한 일련의 절차를 거쳐 네트워크 문제를 가지고 총 3개 프로그램 9시간의 수업을 실시한 후 비디오 촬영 관찰 내용, 학생들이 정리한 내용을 분석하여 구성주의 교수학습 모형을 통해 영재들의 알고리즘 사고가 가능한가를 분석하고자 한다. 또한 기존의 틀에서 벗어나지 못한 교수학습 방법 내용과 구성주의 학습에 대해 학생들이 느낀 어려움을 생각하여 앞으로 구성주의 교수·학습 모델이 어떤 방향으로 나아가야 하는지에 대해 약간의 시사점을 찾고자 한다.

Ⅳ. 프로그램 적용 및 분석

1. 한 붓 그리기

가. 수업을 통해 구성해야 할 알고리즘 원리

· 홀수점이 0인 경우
- 어떤 점에서 출발해도 가능하며 출발한 점이 끝점이 된다.
- 출발한 이후부터 계속 회로[2]를 찾아간다. 회로가 끝난 후에 다른 회로가 시작되기도 하고 중간 중간에 회로가 있는 경우도 있다.

· 홀수점이 2인 경우
- 하나의 홀수점이 출발점이 되고 다른 홀수점이 끝점이 된다.
- 하나의 홀수점에서 출발하여 회로를 그려나가는데 기본 원리는 홀수점이 0인 경우와 같다. 다만 마지막에는 회로의 형태가 되지 못하고 끝나게 된다.
- 홀수점들을 연결하면 홀수점이 0인 그래프가 되어 출발한 곳으로 되돌아 올 수 있게 된다.

나. 수업 흐름

<표 4> 한붓그리기의 수업 흐름

단계		내용
한 붓 그리는 원리 알기	개인적 원리 구성	· 여러 그래프를 한 붓 그리기 하기 · 한 붓 그리기의 원리 찾아보기
	발문중심 상호작용	· 한 붓 그리기의 원리 발표하기
	사회적 원리 구성	· 전체 의견을 모아 원리로 정리하기
	원리 적용, 심화	· 한 붓 그리기 원리대로 문제 해결하기

다. 프로그램의 실제 (부록 참조)

라. 프로그램 분석

한 붓 그리기에서의 목표는 한 붓 그리기가 가능한 그래프의 조건을 알아보는 것과 그러한 그래프에서 한 붓 그리기 수순의 원리를 찾는 것이다.

한 붓 그리기를 할 때는 그래프를 만드는 점들이 홀수점인지 짝수점인지를 알아야 한다. 홀수점이란 그 점에 연결된 선분이 홀수 개인 점이고 짝수점은 연결된 선분이 짝수 개인 점이다. 한 붓 그리기에서 중요한 것은 홀수점의 개수로 그 수가 0이거나 2개인 경우에만 한 붓 그리기가 가능하다. 이

2) 여기서 회로는 '오일러회로(Eulerian circuit)'를 의미한다.

러한 조건을 학생들이 스스로 찾아가도록 하는 것이 수업의 한 가지 목표인 셈이다.

일반적으로 이렇게 홀수점의 개수를 찾고 나면 홀수점이 없는 경우는 어느 곳에서나 시작해서 우연적으로 길을 찾아간 후 다시 시작점으로 돌아오면 한 붓 그리기가 가능하다. 홀수점이 2개인 경우에는 하나의 홀수점에서 출발하여 다른 홀수점으로 나올 수 있는 길을 찾아가다 보면 한 붓 그리기가 가능하다. 그러나 이러한 방법은 우연에 의지하는 경향이 강하다. 즉 규칙성이 부족하다. 그래서 한 붓 그리기를 할 때의 규칙성을 찾는 것이 두 번째 목표이다.

학생들은 대부분 한 붓 그리기에 대한 선지식을 갖고 있었다. 이미 한 붓 그리기가 가능한 그래프의 조건(홀수점이 0개이거나 2개)을 알고 있었고 그 지식을 활용하여 문제를 해결하였다. 다만 한 붓 그리기의 알고리즘(수순)을 알고 있는 학생은 없었다. 대부분 한 붓 그리기의 조건을 알고 나서 우연적인 방법으로 길을 찾아 나갔다. 때문에 본 논문에서는 학생들이 한 붓 그리기 알고리즘을 어떻게 구성해 나가는지를 분석하고자 한다.

다음은 한 붓 그리기 알고리즘을 구성해 나가는 과정에서 학생, 교사 사이에 이루어진 발문이다.

T : 한 붓 그리기가 가능한 길은 어떻게 찾을 수 있을까요?
S : 한 점에서 출발해서 아무렇게나 그리면 돼요.
T : 수학에서 '아무렇게나'라는 것은 없어요. 어떤 규칙이 있지요.
 한 붓 그리기를 할 때 규칙은 뭘까요?
S : 출발한 점으로 되돌아오게 합니다.
T : 또 어떤 규칙이 있을까요?
S : 홀수점에서 시작합니다.

위에서 보면 처음에 학생들은 여러 그래프를 가지고 한 붓 그리기를 잘 해냈으나 한 붓 그리기의 알고리즘 원리를 생각하지는 못하였다. 학생들은 한 붓 그리기가 가능한 조건을 중심으로 규칙을 이야기 하는 수준에 머물러 있어 교사의 안내가 필요하다고 판단되었다. 다음은 교사의 안내를 받고 알고리즘적 사고를 형성해가는 과정이다.

T : 그럼, 선생님이 그리는 과정을 보고 어떤 규칙이 있는지 대답해보세요.
 (한 붓 그리기가 가능한 그림을 그려 나갔다가 지웠다가 다시 그린다.)
S : 사각형을 지워나갑니다.
T : 조금 더 생각해봅시다. 사각형은 어떤 그래프일까요?[3)]
S : 연결그래프입니다.
S : 한 점에서 출발해서 다시 그 점으로 돌아올 수 있는 도형입니다.
S : 회로입니다.

---

3) 한 붓 그리기의 기본 아이디어는 회로를 확장하는 것인데, 회로 중에서 가장 기본이 되는 도형이 삼각형 또는 사각형이다. 이러한 단순한 도형으로부터 일반적인 회로의 개념을 획득하게끔 하는 것이 중요하다.

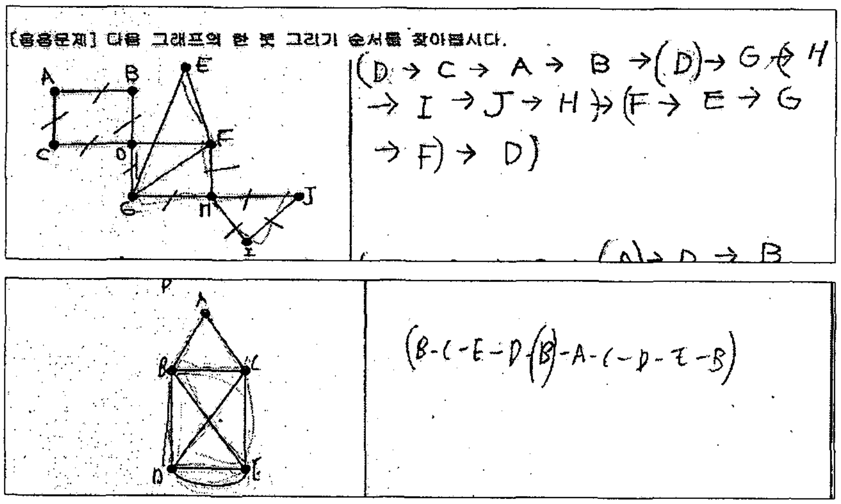
T : 그렇죠. 우리가 앞에서 배운 것을 생각해야 합니다. 그렇다면 어떤 규칙을 생각하면 될까요?
S : 회로를 찾습니다. 회로를 지워나갑니다.
T : 자, 그럼 여러분의 생각을 먼저 정리해보기 바래요.

<짝과 만든 가설> 한 붓 그리기 순서를 쉽게 찾으려면...
① 회로를 하나씩 지워나간다

T : 자신이 정리한 것을 바탕으로 문제를 해결하여 봅시다.

학생들은 앞서 연결그래프와 회로라는 말을 약속하였다. 그렇지만 그러한 용어를 즉시 문제 해결에 사용하지는 못하였다. 그것은 아마도 이미 선지식으로 알고 있는 한 붓 그리기의 내용에서 연결그래프나 회로를 사용한 원리 발견을 한 적이 없기 때문이라 생각한다. 그래서 처음에 한 붓 그리기의 규칙성을 물었을 때는 우연적인 사고에 의한 것으로 대답하는 학생이 있었다. 그러나 교사가 앞서한 내용을 생각해볼 수 있게 하고 정답이 아닌 힌트를 제시함으로써 배웠던 내용을 빠르게 상기해 나갔다. 그리고 한 친구가 '사각형' 형태의 회로를 찾기 시작하면서 다른 학생들도 회로에 대한 회상을 하고 한 붓 그리기 알고리즘에서 '회로'가 중요한 개념임을 인식하게 되었다. 회로를 인식하게 되자 대부분의 학생이 한 붓 그리기 문제를 해결하는 알고리즘은 쉽게 찾아 나갔다.

<그림 2>의 결과물은 한 붓 그리기의 기본 아이디어인 회로의 확장을 통한 수순을 찾기를 보여주고 있다.



<그림 2> 한붓그리기의 수순

2. 최소연결 문제

가. 수업을 통해 구성해야 할 알고리즘 원리

· Greedy 알고리즘
  - 주어진 그래프에서 찾을 수 있는 연결 직선 중 가장 짧은 것을 먼저 긋고, 다음으로 각 단계에서 가장 짧은 직선을 추가한다.
  - 순환길이 생기지 않도록 한다.
  - 선택한 최소거리의 변을 그룹화하여 출발점으로 인식한다.

· Prim의 알고리즘
  - 무게행렬을 찾는다.
  - 임의의 행을 지우고 최소값을 찾은 후 다시 선택된 행을 지워나간다.
  - 찾은 최소값들을 연결하면 된다.

나. 수업흐름

<표 5> 최소연결문제의 수업 흐름

단계	내용
도입(동기유발)	· 도로망 문제 "몇 개의 마을을 잇는 최단의 도로망을 찾아봅시다."
개별탐구	· 최소의 비용으로 각 도시를 연결하는 길을 찾아보기
모둠탐구	· 최소의 비용으로 각 도시를 연결하는 길을 찾는 방법에 대해 이야기하기
전체발표	· 모둠에서 나온 방법 발표하기 · 전체 의견을 정리하기: greedy 알고리즘과 prim 알고리즘
응용	· 여러 그래프에서 최소 연결 도로망을 찾아보기

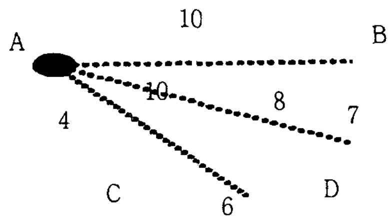
다. 프로그램의 실제 (부록 참조)

라. 프로그램 분석

최소연결 문제는 그래프에서 모든 점을 연결하는 가장 짧은 길, 혹은 가장 저렴한 비용을 생각하는 문제이다. 길만 찾는다고 본다면 쉽게 해결할 수 있는 문제이지만 이 수업에서의 목표는 길을 찾아가는 원리를 발견하는 것이다. 이미 답을 알고 있는 문제에서 그 원리를 어떻게 설명하고 있는지 또는 새로운 원리를 발견해 나갈 수 있는지를 분석하고자 한다.

다음은 최소연결문제 알고리즘을 구성해 나가는 과정에서 학생, 교사 사이에 이루어진 발문이다.

T : 이 그래프에서 모든 점을 연결하는 가장 짧은 길을 찾아보세요.



S : A-C-D-B입니다.

S : 4-6-7을 연결합니다.

T : 왜 그렇게 찾았죠?

S : 제일 작은 연결수를 찾아서 출발합니다. 그리고 두 번째 작은 수를 찾고 세 번째 작은 수를 찾아서 연결하면 됩니다.

S : A와 연결된 선은 세 개가 있는데 하나는 연결값이 10, 또 다른 하나도 10, 다른 하나는 4입니다. 그래서 가장 작은 4만 선택하고 나머지는 지웁니다. 그리고 나서 C와 연결된 값도 여러 개가 있는데 가장 작은 값을 선택하고 필요 없는 값은 지워나갑니다.

학생들은 이 문제를 아주 쉽게 해결했으며 직관적인 사고로 작은 값을 선택해 나가고 있었다. 다만 작은 값을 선택하는 과정이 매우 단순하였는데 그것은 문제가 쉬웠기 때문이라고 본다.

위의 문제만을 제시하는 것으로는 Prim의 알고리즘을 생각하기가 어려울 것으로 생각되어 교사가 먼저 문제를 제시하고 학생들이 어떻게 알고리즘을 찾아가는지 살펴보았다.

T : 그렇다면 혹시 이 문제를 표를 사용해서 풀 수 있을까요? 우선 개별로 문제를 해결하고 나서 모둠끼리 이야기를 해 봅니다. 그리고 가장 좋은 방법을 발표할께요.

<모둠 1>

	A	B	C	D
A		2	1	2
B	3		2	1
C	1	3		2
D	3	2		

S : 각 점에서 가장 적은 값으로 연결된 점은 1, 두 번째로 적은 값으로 연결된 점은 2, 세 번째로 적은 값으로 연결된 점은 3이라고 쓰고 1이라고 쓰인 것끼리 연결하면 됩니다.

<모둠 2>

	A	B	C	D
A				
B	10			
C	④	8		
D	10	⑦	⑥	

S : 두 점을 연결하고 있기 때문에 반쪽에만 표시를 합니다. 그리고 가장 작은 값을 찾는데 점이 4개이기 때문에 3개의 연결선만 있으면 된다. 따라서 3개의 작은 값을 찾아 연결하면 됩니다.

<모둠 3>

	A	B	C	D
A	0	10	④	10
B	10	0	8	⑦
C	4	8	0	⑥
D	10	7	6	0

S : 가장 윗줄에서 가장 작은 값을 찾는다. 두 번째 줄에서 가장 작은 값을 찾습니다. 세 번째 줄에서 가장 작은 값을 찾는데 이미 찾아서 같은 선분인 경우는 제외하고 찾습니다. 마지막 줄에서는 이미 다 찾았기 때문에 찾을 필요가 없습니다.

<모둠 4>

	비용	필요한수
선분 AC	4	1
선분 CD	6	1
선분 DB	7	1
선분 BA	10	0
선분 AD	10	0
선분 BC	8	0

S : 선분끼리 연결된 비용을 우선 찾습니다. 그리고 나서 필요한 수를 생각한 후 필요한 선분만 표시해서 이으면 됩니다.

T : 자, 그렇다면 여기 있는 방법 중에 어떤 것이 이해하기 가장 쉬운가요?
S : 두 번째 모둠, 세 번째 모둠입니다.
T : 왜 그렇죠?
S : 그래프를 보고 바로 표로 옮긴 것이기 때문입니다.
S : 그래프의 값을 그대로 썼기 때문입니다.
T : 여러분의 해결 방법이 아주 훌륭합니다. 그렇다면 어떻게 해결할 수 있는지 차근차근 정리해 볼게요.

학생들은 최소값을 찾아야 한다는 사실을 분명히 알고 문제를 해결하였다. 그래서 대부분의 해결 방법의 핵심은 최소값을 찾아 연결한다는 것이었다. 그리고 점들을 연결함에 있어 순환길이 불필요하다는 것은 생각하고 있으나 그것을 잘 표현하지는 못하였다. 순환길이라는 용어를 떠올리지 못하고 있기 때문이라 생각한다. 또한 Greedy 알고리즘에서 중요한 개념 중 하나인 그룹화 과정은 잘 생각하지 못하였다. 각 점들을 따로따로 생각해서 연결선의 값이 가장 작은 것을 찾아 잇는 것으로 문제를 해결하는 경우가 많았다.

Prim 알고리즘은 모둠별 토의를 거쳐 전체 발표를 하는 형태로 진행하였는데 선지식이 없었음에도 불구하고 표로 나타내어 보라고 했을 때 학생들의 문제 해결 능력 수준이 뛰어났다. 다만 행을 지우는 과정(실제로 Greedy 알고리즘에서 순환길이 생기지 않도록)을 생각하지는 못하였는데 행을 지우지 않아도 이미 겹치는 선분에 대해서 배제하고 문제를 해결하였다.

학생들이 방법을 찾은 후 교사가 정리를 해주고 다시 각자 정리하도록 활동을 진행시켰는데 시간이 되었다면 각 모둠에서 찾은 방법으로 다양한 문제를 풀어보도록 한 후 어떤 해결방법이 오류가 없는지를 판단하게 했다면 학생 스스로 더 많은 알고리즘을 분석하고 구성해 나갈 수 있었으리라 본다.

3. 최단경로 문제

가. 수업을 통해 구성해야 할 알고리즘 원리

- 딕스트라(Dijkstra) 알고리즘
  - 출발점을 0으로 보고 출발점에서 갈 수 있는 모든 점의 무게를 찾는다.
  - 찾은 무게 중 가장 작은 값을 선택해서 처음값과 그 값을 출발점으로 묶고 다시 갈 수 있는 모든 점의 무게를 찾는다. (이 때, 출발점으로 묶인 곳으로 되돌아오는 경우 그 값을 생각하지 않는다.)
  - 만약 무게 값이 여러 개인 지점이 있다면 그 중 최소값만을 표시한다.
  - 도착점에 이루는 여러 경로 중 가장 작은 값으로 도착할 수 있는 경로를 역 추적하여 표시한다.

나. 수업흐름

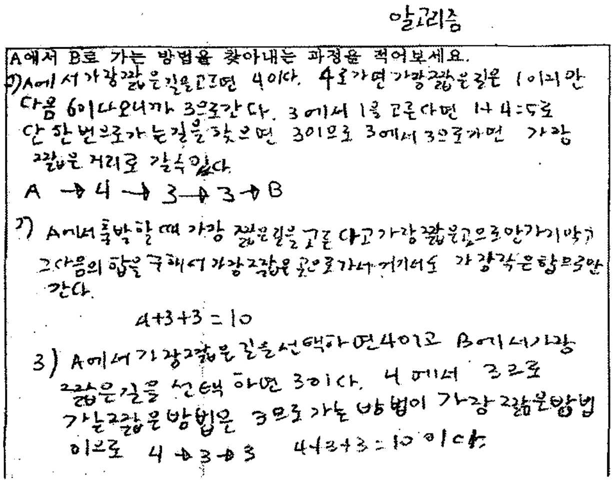
<표 6> 최단경로 문제의 수업흐름

단계	내용
도입(동기유발)	· A마을에서 B마을까지 가는 가장 짧은 길 찾아보기
개별탐구	· 출발점에서 도착점까지 최단경로를 찾아보고 그 방법 생각하기
전체발표	· 개인이 생각하는 최단경로의 원리를 발표하기 · 전체 의견을 정리하기
응용	· 여러 그래프에서 최단경로를 찾아보기

다. 프로그램의 실제 (부록 참조)

라. 프로그램 분석

최단경로 문제가 주어졌을 때 대부분의 학생들은 그 다음 경로를 읽어서 문제를 해결하고자 하였다. 예를 들어 <그림 3>의 결과물을 보면, 이 학생이 갖고 있는 기본 아이디어는 다음 과정을 예상하여 문제를 해결하는 것이다. 이러한 생각은, 출발점에서 짧은 길을 선택하는 것과 각 점에서 최단경로 값을 찾으려고 하려는 점에서는 닥스트라 알고리즘과 유사하나, <그림 4>와 같은 문제의 경우에 오류의 가능성을 야기할 수 있다. 실제로, <그림 4>에서 점선은 학생의 아이디어로 결정된 최단경로이지만, 실재 A에서 B로의 최단경로는 굵은 실선이 된다.


알고리즘

A에서 B로 가는 방법을 찾아내는 과정을 적어보세요.

1) A에서 가장 짧은 길을 고르면 4이다. 4로 가면 가장 짧은 길은 1이지만 다음 6이 나오니까 3으로 간다. 3에서 1를 고른다면 1+4=5로 단 한번으로 가는 길을 찾으면 3이므로 3에서 3으로 가면 가장 짧은 거리로 갈 수 있다.

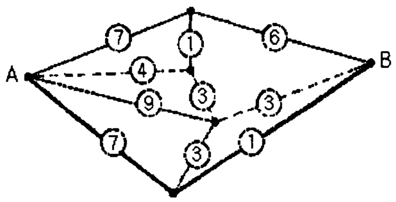
A → 4 → 3 → 3 → B

2) A에서 출발할 때 가장 짧은 길을 고른 다고 가장 짧은 곳으로 안가기 때문 그 다음의 합을 구해서 가장 짧은 곳으로 가서 거기서도 가장 작은 합으로만 간다.

4+3+3=10

3) A에서 가장 짧은 길을 선택하면 4이고 B에서 가장 짧은 길을 선택하면 3이다. 4에서 3으로 가는 짧은 방법은 3으로 가는 방법이 가장 짧은 방법이므로 4 → 3 → 3 4+3+3=10이다.

<그림 3> 최단경로 문제



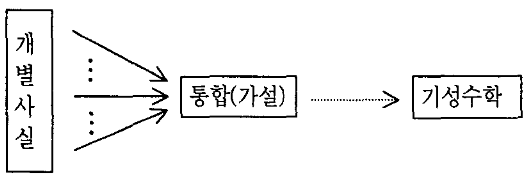
<그림 4> 오류발생 가능성이 있는 최단경로 문제

여기에서 우리가 주목해야 할 점은 간단한 형태의 그래프에서는 경로의 단순함으로 인하여 학생들의 오류가 드러나지 않을 가능성이 매우 크다. 따라서 알고리즘적 사고를 기르기 위해서는 오류 가능성을 지니고 있는 문제유형을 제시하여야 할 것이다.

V. 결론 및 제언

수학적 지식은 정해져 있는 것이 아니라 얼마든지 새롭게 변해갈 수 있다. 특히 영재아들에게 이미 정해져 있는 내용을 일률적으로 주입하는 것은 그들의 수학적 능력을 퇴보시키는 결과를 가져올지도 모른다. 스스로가 생각하고 지식을 구성해 나갈 때 성취감과 함께 자신의 능력을 더욱 발휘할 수 있으리라 본다.

이를 위해 본 연구에서는 구성주의 교수·학습 모형을 영재수업에 적용하였다. 특히 이산수학 내용 중에서 네트워크 문제를 엮어 수업 모형에 따라 학생들이 지식을 구성해 나가는 과정을 관찰하였다. 네트워크 문제를 선택한 이유는 학생들에게는 다소 생소한 문제가 많고 이미 전에 그래프 내용을 배웠었기 때문에 어느 정도의 선지식을 갖고 있으리라 판단했기 때문이다. 또한 네트워크는 실생활과 관련성이 깊지만 그 원리는 어려운 내용이 많아(실제로, 초등교사의 경우도 학습경험이 많지 않다) 대부분 알고리즘을 소개하고 학생들로 하여금 알고리즘에 따라 문제를 해결하게 하는 프로그램이 대부분인데, 영재의 특성을 감안하면 스스로 알고리즘을 찾아가는 구성주의적 수업 방법이 사고력 신장을 위해 필요하다고 보았기 때문이다. 실제로, 분석에 사용한 주제들은 이미 기성수학에서 잘 알려진 정리들이며, 일반적으로, 이와 같은 주제를 대상으로 한 수업에서 정리(theorem)화된 내용을 교사가 학생들에게 소개하고, 학생들은 피상적 활동(퍼즐처럼)을 하는 양상을 흔히 본다. 학생들에게 중요한 점은 기성수학의 내용이 아니라 수학자가 수학을 하듯이 수학화의 경험이 필요하다는 것이다. 이러한 관점에서 사회적 구성주의가 학생들의 수학화의 경험에 유용한 모델이 될 수 있다. 즉, 하나의 정리를 만들기 위하여 수학자는 수많은 귀납적 사고활동을 하는데, 크게 보면 학생 개인별 사실(개별사실)들에 대응한다고 볼 수 있다. 학생들은 그들의 수학적 사고를 발표함으로써 다양한 귀납적 사실을 통한 사고실험을 경험할 수 있다(<그림 5> 참조).



<그림 5> 수학화의 경험

구성주의 교수·학습 모형을 영재교육 프로그램에 적용한 후 학생들이 네트워크와 관련된 알고리즘을 찾아가는 과정을 살펴보고 분석하여 다음과 같은 몇몇 시사점을 도출하였다.

첫째, 선택한 네트워크 문제 각각은 알고리즘 원리가 다양하여 학생들의 생각의 폭을 넓혀주는 과정이 되었다. 학생들에게 익숙하지 않은 문제들을 제시하고 해결방법을 스스로 찾아보게 함으로써 수학적 사고를 많이 하게 하였고 또한 서로 관련성이 있는 문제를 하나의 범주(네트워크 문제)로 묶

어서 제시함으로써 알고리즘적 사고를 보다 쉽게 구성해 나갈 수 있었다.

둘째, 구성주의 수업 모형은 사고실험의 다양성을 제공한다. 스스로 지식을 구성하는 과정과 소집단 별로 혹은 전체 발표와 토론을 통해 다른 사람과 의사소통을 하는 과정 등으로 한 가지 사고에 머무르지 않고 다채로운 사고 활동이 가능하다.

셋째, 네트워크 문제를 통해서 학생들의 알고리즘적 사고력을 신장시키기 위해서는 더 다양한 유형의 문제패턴이 필요하다. 일반적으로 학생들은 네트워크 문제를 단순한 퍼즐로 생각하는 경향이 있으며, 또한 학생들에게 주어지는 문제의 대부분은 간단한 형태의 그래프로 제공되므로 약간의 시행착오 끝에 우연히 문제가 해결되기 때문이다.

끝으로, 구성주의 수업 모형이 영재 프로그램에 적용되기 위해서는 교사의 수업 연구가 더욱 요구되며 또한 보통의 수업보다도 많은 시간적인 여유를 필요로 한다. 학생들의 사고력을 더 많이 이끌어 내기 위해서는 교사의 안내가 필요하고 그만큼 수업 연구를 철저히 할 필요가 있다. 또한 수학자들처럼 문제에 대해 생각하고 토론하고 어떤 결론에 이르기 위해서는 학생들에게 충분한 시간이 보장되어야 한다고 본다.

참 고 문 헌

강옥기 (2003). 수학과 학습지도와 평가론, 경문사.

박영배 (2004). 수학 교수·학습의 구성주의적 전개, 경문사.

박종률·임재훈 (2002). 수학 영재 아동의 특성에 대한 연구, <과학교육연구>, **26(1)**, pp.87-94, 전남대학교

서동엽 (2005). 수학 영재 수업에서 사회적 구성주의 적용 방안, 대학수학교육학회지 <학교수학>, **7(3)**, pp.237-252, 대한수학교육학회

왕경수·정혜영·김계연 (2004). 사회적 구성주의 수학 수업 모형 개발 및 적용 연구, <초등교육연구>, **17(2)**, pp.389-417, 한국초등교육학회

윤숙희 (1998). 구성주의적 수학 교수·학습의 전개. 석사학위논문. 부산대학교 대학원

이상헌·김도현 (2005). 수학 영재아들의 특성과 실태분석. 대학과 중등 교육 현장 간의 연계 교육 세미나 특집 논문, pp.193-208.

조완영 (2000). 알고리즘, 어떻게 가르칠 것인가? 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육 논문집>, **39(1)**, pp.44-58.

최근배·안선영 (2005). 초등 영재교육에 적용 가능한 이산수학 프로그램 개발 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **19(1)**, pp.167-189.

Von Glasersfeld (1990). An Exposirion of Constructivism: Why Some Like It Radical, *J. R. M. E: Monograph 4*, pp.19-29.

A Study on Application of Teaching-Learning Program based on Constructivist Views for Mathematically gifted Students in Primary School

Choi, Keunbae

Department of Mathematics Education, Jeju National University of Education, Jeju 690-781, Korea
E-mail: kbchoe@jejue.ac.kr

Kim, Hong-seon

Euigwi primary shool, 1483-3, Euigwi-ri, Namwon-eup, Seogwipo-si, Jeju Special Self-Governing Province 699-802, Korea

The purpose of this paper is to analyze teaching-learning program which can be applied to mathematically gifted students in primary school. Our program is based on constructivist views on teaching and learning of mathematics. Mainly, we study the algorithmic thinking of mathematically gifted students in primary school in connection with the network problems; Eulerian graph problem, the minimum connector problem, and the shortest path problem. The above 3-subjects are not familiar with primary school mathematics, so that we adapt teaching-learning model based on the social constructivism. To achieve the purpose of this study, seventeen students in primary school participated in the study, and video type(observation) and student's mathematical note were used for collecting data while the students studied. The results of our study were summarized as follows: First, network problems based on teaching-learning model of constructivist views help students learn the algorithmic thinking. Second, the teaching-learning model based on constructivist views gives an opportunity of various mathematical thinking experience. Finally, the teaching-learning model based on constructivist views needs more the ability of teacher's research and the time of teaching for students than an ordinary teaching-learning model.

* ZDM Classification : D43

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D40

* Key Words : mathematically gifted, constructivism, constructivist views, algorithmic thinking

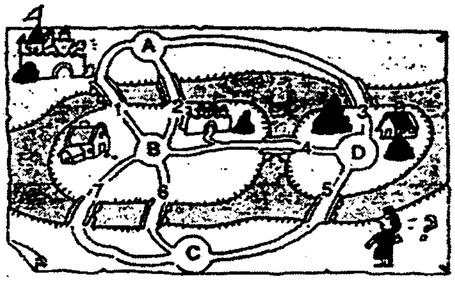
<부 록>

한 붓 그리기

탐구주제	
	1. 한 붓 그리기의 조건을 알 수 있다.
	2. 한 붓 그리기 순서를 찾을 수 있다.

<생각하기>

쾨니히스베르크의 다리 문제



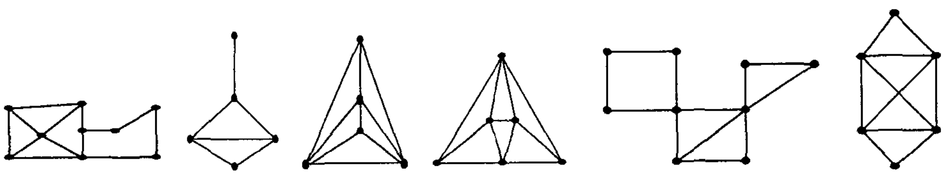
오일러가 살던 마을에는 다리가 여러 개 있는 산책길이 있었다. 어느 날 한 사람이 오일러를 찾아와 같은 다리를 두 번 이상 건너지 않고 모든 다리를 산책할 수 있을지를 물었다. 이것이 그 유명한 '쾨니히스베르크의 다리 건너기 문제'이다. 오일러는 이 문제를 어떻게 해결했을까?

[활동1] 한 붓 그리기의 조건을 알아봅시다.

[탐구문제 1] 위의 산책길을 그래프로 나타내어 보고 그 특징을 찾아봅시다.

[약속하기] 그래프를 살펴보면서 알게 된 내용을 약속하기로 정리하여 봅시다.

[개별탐구] 한 붓 그리기가 가능한 그래프들의 조건을 알아봅시다.

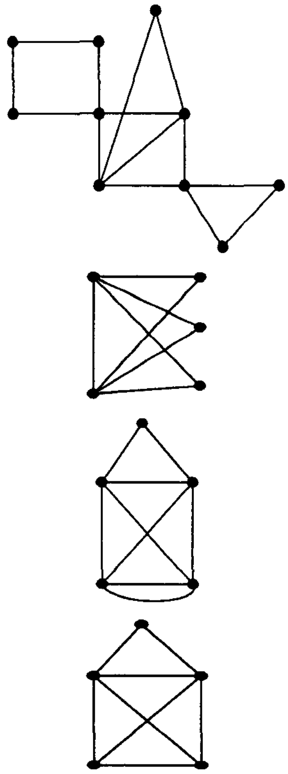


〔활동2〕 한 붓 그리기의 순서를 알아봅시다.

〔짝탐구〕 한 붓 그리기의 순서를 알아봅시다.

1) 한 붓 그리기가 가능한 그래프를 그려봅시다.
2) 짝끼리 서로의 그래프를 보고 한 붓 그리기 순서를 찾아봅시다.
3) 순서를 쉽게 찾을 수 있는 방법을 짝과 생각하여 정리하여 봅시다.

〔응용문제〕 다음 그래프의 한 붓 그리기 순서를 찾아봅시다.



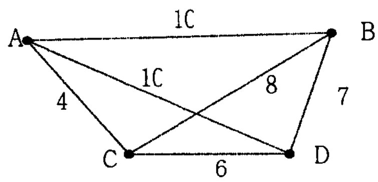
응용문제를 해결하면서 새롭게 알게 된 내용은?

최소연결문제

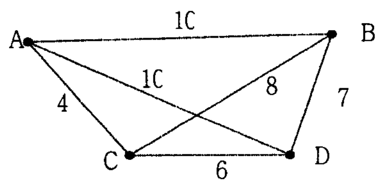
탐구 주제
1. **최소연결도로망을 찾는 방법을 알 수 있다.**
2. **최소연결도로망을 찾을 수 있다.**

[활동1] 각 마을을 연결하는 최소연결 도로망을 찾아 방법을 정리하여 봅시다.

[탐구문제 1] 어떤 도시 A, B, C, D를 모두 지나쳐 가려고 한다. 이때 각 도시를 연결하는 거리값은 아래의 그림과 같다. 어떻게 하면 최소의 거리로 각 도시를 지나갈 수 있을까?



[탐구문제 2] 어떤 도시 A, B, C, D를 모두 지나쳐 가려고 한다. 이때 각 도시를 연결하는 거리값은 아래의 그림과 같다. 어떻게 하면 최소의 거리로 각 도시를 지나갈 수 있을까? (표를 이용하여 해결해보시오.)

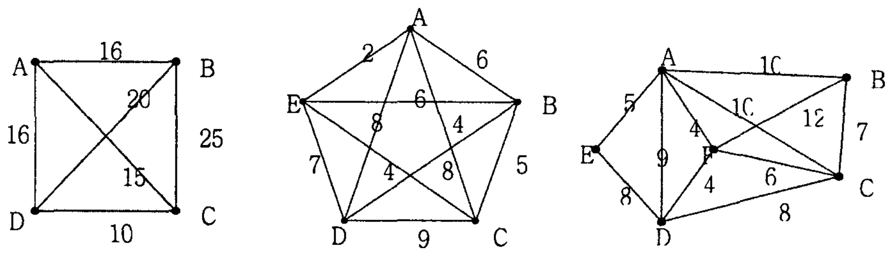


탐구문제 1, 2를 생각할 때, 고려해야 할 것은 무엇인가?

[전체생각정리] 탐구문제 1, 2를 해결하는 방법을 정리하여 적으시오.

〔활동2〕 각 마을을 연결하는 최소연결 도로망을 찾아봅시다.

〔응용문제〕 각 도시를 모두 지나쳐 가려고 한다. 이때 각 도시를 연결하는 거리값은 다음과 같다. 어떻게 하면 최소의 거리로 각 도시를 지나갈 수 있을지 해결해보시오.



최단경로 문제

탐구 주제 **최단경로에 대하여 알아봅시다.**

[활동] 최단경로에 대하여 알아봅시다.

[탐구문제] 어떤 도시 A에서 B로 이동하려고 한다. 이때 도시 A에서 B로 가는 경로별 시간은 다음과 같다. 어떻게 하면 가장 빠른 시간에 도시 A에서 B로 갈 수 있을까?