韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 21집 제 2호, 2007. 5. 177-197

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 21, No. 2, May. 2007. 177-197

문제해결력 향상을 위한 실생활 문제의 개발과 적용

- 중학교 수학과 교육과정의 도형 영역을 중심으로 -

표 용 수 (부경대학교)
이 지 원 (부경대학교 교육대학원)

본 연구에서는 문제해결력, 수학화 및 실생활 문제에 대한 이론적 배경을 살펴보고, 중학교 수학교사와 일반계 고등학교 1학년 학생들을 대상으로 중학교 수학의 도형 영역에 속하는 각 단계별 주요 내용과 관련하여 실생활 문제에 대한 인식을 조사하여 문제점을 알아본다. 그 결과에 따라 8단계와 9단계 수학의 도형 영역을 중심으로 교과서에 제시되어 있는 실생활 문제를 분석하여 문제점을 제시하고, 문제해결력 향상을 위한 실생활 문제의 개발과 함께 그 적용에 대해 제안한다.

I. 서 론

현행의 수학과 교육과정에는 새로운 내용이나 개념을 처음부터 형식적으로 제시하는 것을 지양하고 있다. 예를 들어 중학교 교육과정 해설 III(교육부, 1999)에서는 중학교 1학년에서 집합을 지도할 경우 집합을 구체적인 예를 통하여 이해하도록 하고 있으며, 문자와 식에서도 일상생활에서 발생하는 현상들을 일반화, 수학화하여 형식화의 능력을 기를 수 있도록 하고 있다. 또한, 교수·학습 방법에서도 유의사항에서 실생활 소재를 도입하고, 생활 주변이나 타 교과에서 접할 수 있는 소재를 다루어 수학의 필요성을 인식하도록 하며, 수학의 활용성과 가치성 등에 대한 올바른 인식을 가지도록 하여 수학에 대한 바람직한 태도를 함양하도록 한다고 언급하고 있다.

따라서 수학 학습에 대한 흥미와 자신감을 길러 주기 위해서는 학생의 학력 수준에 맞는 내용을 학습하게 하여 문제해결의 성취감을 느끼게 하고, 학생 스스로 탐구 활동을 활발히 수행할 수 있도록 배려하여야 할 것이다. 아울러, 문제해결력 향상을 위해서는 학생들로 하여금 수학적 지식의 습득과 기능의 숙달을 통하여 실생활 문제를 해결하거나 타 교과의 학습에 적극적으로 활용할 수 있도록 하여야 한다.

이 논문에서는 중학교 교사와 일반계 고등학교 1학년 학생을 대상으로 설문조사를 실시하여 중학교 수학과 교육과정에서 도형 영역의 실생활 문제에 대한 인식을 조사하고, 8단계와 9단계 수학의 도형 영역을 중심으로 문제해결력 신장을 위한 실생활 문제 개발의 방향과 주안점을 제안한다. 제2장에서는

---

* ZDM 분류 : D43
* MSC2000 분류 : 97D40
* 주제어 : 문제해결력, 수학화, 실생활 문제

수학화 학습지도, 문제해결 학습지도와 실생활 문제에 대한 이론적 배경을 살펴보고, 제3장에서는 중학교 수학과 도형 영역 교과내용의 수준과 실생활 문제 활용에 대한 설문조사 결과를 분석한다. 또한, 제4장에서는 8단계 수학의 도형의 닮음, 9단계의 피타고라스의 정리와 원의 성질 단원에 제시된 실생활 문제를 살펴보고, 실생활 문제 개발의 방향과 함께 문제해결력 향상을 위한 학습지도안(예시)을 제안하고, 제5장에서는 결론 및 제언을 제시한다.

Ⅱ. 문제해결력과 실생활 문제

2.1 수학화 학습지도

Freudenthal은 실행되는 수학의 주요한 수학적 활동을 수학화 활동으로 보고 있다. 수학화란 현상을 수학자의 필요에 맞도록 적절히 손질하여 새로운 것, 즉 본질로 조직해내는 조직화 활동이며, 수학화 과정은 이런 현상과 본질의 교대 작용에 의해 수준 상승이 이루어지는 불연속적인 과정이라고 하였다. 이때, 현상이란 현실적인 경험일 수도 있고 수학적인 경험일 수도 있으며, 수학화란 수학적 개념, 아이디어, 구조 등을 포함하는 수학적 수단에 의해 현실의 경험을 조직하거나 수학적 경험을 체계화시켜 나가는 것을 의미한다고 본다. 그는 수학적 활동을 수학화 활동과 그 의식성의 현재화 활동으로 보며

현상 → 정리 수단인 본질 → 현상 → 보다 높은 차원의 본질

과 같이 교대가 일어나면서 인식수준의 상승이 일어나는 불연속적인 과정으로 본다. 곧 현상과 경험을 조직화하고 정리하는 수단인 본질이 그 다음 수준에서는 현상, 곧 연구의 대상이 되는 과정을 반복하면서 수학적 사고활동이 이루어진다는 것이다. 수학화의 예로서, 공간의 여러 가지 형상을 도형으로 파악하는 것은 공간을 수학화하는 것이고, 여러 가지 법칙에 따르는 자연계의 양의 변화 관계를 함수로 파악하는 것은 현실 세계를 수학화하는 것이다(정영옥, 1997). Freudenthal은 수학의 유용성은 응용에 있음에도 불구하고 순수 수학만을 중시함으로써 학생들이 수년간 수학을 배우더라도 그것을 현실적인 문제해결에 응용하지 못하는 것을 비판하였다. 수학은 연산의 활동인 동시에 하나의 과정이라는 관점에서, 인간이 반드시 배워야할 것은 닫힌 체계로서의 수학이 아닌 창조적 활동으로서의 수학, 즉 현실을 수학화하는 과정이라고 주장하였다.

Freudenthal(1991)은 수학적 사고활동의 본질은 수학화로, 수학과 학습지도는 기성 수학(결과적 지식체계로서의 수학)을 부과하는 것이어서는 아니 되며 수학의 학습과정인 수학의 발생과정, 수학화 과정을 학습자의 현재의 상황에서 재발명하도록 안내하는 안내된 재발명 과정이어야 한다고 하였다. 따라서 수학의 학습지도는 수학의 발생과정을 고려하여 학습자의 상식에서 출발하는 것이 바람직하며, 일상적인 활동을 통해 수학을 재발명하도록 지도하여야 한다. 다시 말해서, 올바른 수학 교수법은 수학적 지식의 전달이 아니라 학생 스스로의 활동을 통해 수학화 과정을 직접 경험해 봄으로써 수학의

본질적 측면을 스스로 체험할 수 있도록 하여야 하며, 이를 위해서는 수학 학습의 출발점은 가능한 구체적인 학생의 현실문제와 연관되어야 한다.

2.2 문제해결 학습지도

미국수학교사협의회(NCTM, 2000)에서는 1980년대부터 수학교육의 주요 목표로 문제해결력 신장을 주장하면서, 학교수학을 위한 주요 규준중의 하나로 문제해결로서의 수학의 강조하고 있다. 특히, 최근의 '학교 수학을 위한 원리와 규준'에서는 유아·유치원부터 12학년에 이르기까지 모든 교수 프로그램에서 문제해결을 통해 새로운 수학적 지식을 쌓고, 수학 및 다른 맥락에서 발생하는 문제를 해결하며, 적절하고 다양한 전략을 활용하여 문제를 해결하고, 수학적 문제해결 과정을 점검하고 반성할 것을 강조하였다. 문제해결에서 문제는 그 답을 곧 바로 알 수 없을 뿐만 아니라 해결을 얻기 위한 방법이 알려져 있지 않은 것으로, 해결하고자 하는 도전감을 주며 어느 정도의 노력에 의하여 해결될 수 있는 상황을 말한다. 그리고 문제해결이란 주어진 문제가 요구하는 것을 구하거나 문제가 성립함을 증명하는 것을 의미한다. 문제해결 학습지도의 목적은 학습자로 하여금 주어진 문제를 해결하는 능력을 기르게 할뿐만 아니라, 주어진 상황에서 스스로 문제를 만들고 해결하는 능력을 기르는데 있다.

Polya는 20세기 중반, 거의 잊혀져가던 발견술을 교육적 측면에서 부흥시킨 수학 교육자이다. 그에게 있어서 훌륭한 교육이란 학습자에게 문제에 도전하도록 하여 독자적인 탐구 과정을 통해 스스로 발견할 기회를 체계적으로 제공하는 것으로, 무엇보다도 교사의 중요한 역할은 문제해결에 몰두하는 학생을 자연스럽게 돕는 일이다. Polya는 질문과 권고 형태로 구성된 발견술을 연구 개발하여 이를 체계적으로 서술하고 이를 구사해 가면서 문제를 해결하도록 함으로써 학생들에게 수학하는 사고 활동을 경험시키고자 하였다. Polya(1986)는 수학자의 창조적인 연구의 결과는 연역적 추론 곧, 증명이며, 증명은 개연적 추론, 추측에 의해 발견된다고 하였다. 이러한 입장에서 그는 실험적이고 귀납적인 수학적 발견의 논리의 교육적 가치를 중시한다. Polya의 현대적 발견술은 문제에 대한 이해, 계획의 작성, 실행, 반성의 네 단계로 나누어진 질문과 권고 형태의 대화체로 이루어져 있다. 그는 특히 반성 단계의 중요성을 강조하고 있는데, 이는 풀이 과정과 결과를 개관하고 음미해 봄으로써 오류를 발견하여 수정하고 문제 풀이를 개선할 수 있으며, 다른 문제와의 관련성을 조사하고 적용 가능성을 생각하면서 획득한 지식이 더욱 견고히 되고, 풀이 과정이 단순화되어 문제를 해결하는 능력을 발달시키는 데 매우 중요한 단계가 된다고 보기 때문이다(우정호, 2006).

우리나라에서도 문제해결은 제4차 수학과 교육과정에서 관심을 가진 이래 현행 교육과정에 이르기까지 지속적으로 강조되어 왔다. 문제해결력 신장이 주된 수학교육 목표의 하나로 제시되면서 이에 대한 지도내용의 측면에서 전략이나 내용, 방법 등이 구체화되었다. 한편, 현행의 제7차 교육과정에서는 문제해결력 신장 그 자체에 주된 목적을 두기보다는 문제해결력, 추론 능력, 연결하는 능력, 표

현하는 능력, 의사소통하는 능력, 수학적 성향 등을 망라한 수학적 힘의 개발에 비중을 두고 모든 영역에서 문제해결력 신장을 강조하고 있다. 수학적 능력의 핵심은 문제해결의 능력이라 할 수 있으며, 따라서 수학교사의 주요 임무는 학생들의 문제해결 능력을 향상시키는데 있다고 할 수 있다. 특히, 실생활 문제의 해결은 문제해결력을 높여줄 뿐만 아니라 수학의 유용성을 이해하게 해준다.

2.3 실생활 문제를 통한 문제해결력 향상

Dewey(1960)는 앎의 실천적이고 경험적인 성격과 함께, 반성적 사고를 통한 합리적인 탐구 과정, 문제해결 과정을 강조하였다. 더욱이, Thorndike가 전통적인 형식도야 이론의 근거가 되는 전이 현상을 반박하고 동일요소설을 주장하게 되면서, 생활문제를 보다 잘 해결하게 하기 위해서는 수학을 그것이 이용되는 생활문제 해결을 통해 가르쳐야 하며 교과서에 나오는 문제들도 실생활과 관련된 문제이어야 한다는 진보주의자의 주장이 근거를 얻게 되었다(우정호, 2006). 수학 문제해결 교육운동은 수학의 실용주의적 도구적 측면과 더불어 수학적 탐구 방법이 강조되고 있다는 점에서 과거의 문제해결 교육과 구분된다고 볼 수 있다. 그 동안 우리나라 수학과 교육과정은 수학 교육의 세계적인 조류에 따라 변천되어 왔으며, 현행의 초·중·고등학교 수학 교육과정은 문제해결 능력과 태도의 개발을 수학교육의 궁극 목표로 제시하고, 문제해결 과정과 문제해결 전략의 지도를 구체적으로 요구하고 있다.

NCTM(1989)에서는 '학교 수학을 위한 교육과정과 평가의 규준'에서 우리나라 중학생에 해당하는 6~8학년 학생들에게 학교에서 가르쳐야할 수학교육의 규준과 방향으로 문제해결로서의 수학, 의사소통으로서의 수학, 추론으로서의 수학과 수학적 연결성이라는 4가지를 제시하였다. 수학적 연결성은 수학이 의미 있는 학문임을 알게 하여 그 가치를 느끼게 하는 것으로, 이는 수학내의 연결성, 타학문과의 연결성, 실생활과의 연결성으로 나누어진다. 또한, 수학에 있어서 문제해결을 학생 자신의 주변 생활에서 수학의 유용성과 힘을 경험하는 과정으로서 탐구와 적용의 방법으로 생각할 수 있다. 실생활 문제는 구체적이고 경험적인 상황이 강조되지만, 실생활에서 수학을 적용하는 문제와 수학적 아이디어의 탐구로부터 발생하는 문제 사이에서 균형을 이루어야 하며, 일상생활에서 어려운 상황에 직면하였을 때, 수학적 사고로 문제를 극복하기 위해서는 다양한 문제를 다루어야 한다. 조승희(2006)는 중학교 수학 교과서에 제시되어 있는 실생활 관련 문제들을 조사하여 실생활과 연관된 실용성, 교과 내용과의 적합성, 문제 표현의 정확성, 학생의 수준과 단계를 고려한 난이도 및 타 학문과의 연결성 측면에서 분석하고 그 개선점을 제안하였다.

Ⅲ. 설문조사 내용 및 분석

중학교 수학교과에서 도형 영역의 실생활 문제에 대한 인식을 알아보기 위하여 중학교 교사와 고등학교 1학년 학생들을 대상으로 설문조사를 실시하였다. 부산지역의 교육환경을 고려하여 부산시내에 소재하는 일반계 고등학교 4개교에서 두 학급씩 8개 학급과 중학교 수학교사를 대상으로 하였다.

3.1 설문조사 내용

설문조사에서 중학교 수학교과의 도형 영역과 각 단계별 단원 및 주요 내용은 다음 <표 1>과 같이 분류하였다.

<표 1> 중학교 수학교과의 도형 영역의 단계별 단원과 내용

영 역	단 계	단 원	세부 내용
도 형	7단계	도형의 기초	점과 직선, 각, 평행선의 성질, 위치관계, 기본도형의 작도, 삼각형의 합동
		도형의 성질	다각형, 원과 부채꼴, 원과 직선의 위치관계, 다면체, 회전체
	8단계	삼각형의 성질	이등변삼각형, 삼각형의 외심과 내심
		사각형의 성질	평행사변형, 여러 가지 사각형과 성질
		도형의 닮음	도형의 닮음, 삼각형의 닮음조건, 삼각형의 무게중심, 닮은 도형의 넓이(또는 부피)와 비
	9단계	피타고라스의 정리	피타고라스의 정리와 그 역, 피타고라스의 정리의 활용
		원의 성질	호와 현, 원의 접선, 원주각의 성질, 원과 사각형, 원과 비례

일반계 고등학교 1학년을 대상으로 시행한 설문조사 내용은 다음과 같다. 아울러, 중학교 수학교사에게는 학습지도와 관련하여 동일한 내용으로 의견을 조사하였다.

① 중학교 3년 동안 공부한 도형 영역의 내용은 어떠하다고 생각됩니까?
도형 영역의 내용이 어렵다면, 그 이유는 무엇입니까?

② 도형 영역을 공부하던 시점에서 이해하기 어려웠던 단원은 무엇이었습니까?

③ <표 1>의 세부 내용 중에서 이해하기 어려웠던 내용은 무엇입니까?

④ 중학교 수학교과서에 '도형' 영역의 실생활 문제는 충분히 제시되어 있다고 생각합니까?

⑤ 실생활 문제는 수학 학습에 도움이 되었다고 생각합니까?

⑥ 중학교 도형 영역의 수업시간에 담당선생님은 탐구생활 또는 실생활 문제를 충분히 다루었다고 생각합니까?

3.2 설문결과 분석

설문조사의 목적과 내용을 충분히 이해할 수 있도록 상세하게 설명한 후, 조사를 실시하였다. 다음은 정규 중학교 3년 과정을 이수한 일반계 고등학교 4개교(편의상, A, B, C, D학교라 칭함)에 재학하고 있는 1학년 학생 288명(남학생; 152명, 여학생; 136명)과 5년 이상 중학교에서 수학을 지도하고 있는 교사 30명을 대상으로 중학교 수학교과의 도형 영역과 교과서에 제시된 실생활 문제에 대한 인

식을 조사한 결과이다. 설문조사 결과에 대한 학생과 교사의 인식 차이를 검증하기 위한 도구로 SPSS ver. 10.0을 이용하여 χ^2검증을 실시하였다.

다음 <표 2>는 중학교 수학교과의 도형 영역에서 학생을 대상으로 내용의 수준을, 교사를 대상으로 담당 학생들의 학습이해도에 대한 인식을 정리한 것이다. 이 표에서 학생을 대상으로 한 내용은 ①은 아주 쉽다, ②는 쉬운 편이다, ③ 보통이다, ④는 어려운 편이다, ⑤ 아주 어렵다를, 교사를 대상으로 한 내용은 ①은 아주 쉽게 이해한다, ②는 쉽게 이해하는 편이다, ③은 보통이다, ④는 어려워하는 편이다, ⑤는 아주 어려워한다를 나타낸다. 괄호는 모두 응답자의 백분율이며, 소수점 둘째자리에서 반올림하였다.

<표 2> 중학교 수학교과의 도형 영역의 내용 수준에 대한 인식

구분 \ 내용		①	②	③	④	⑤
학 생	A학교	6(7.8)	11(14.3)	19(24.7)	27(35.1)	15(19.5)
	B학교	2(2.9)	5(7.3)	18(26.1)	30(43.5)	14(20.3)
	C학교	3(4.9)	16(26.2)	15(24.6)	14(23.0)	13(21.3)
	D학교	0(0.0)	8(10.0)	21(26.3)	28(35.0)	23(28.8)
	합계	11(3.8)	40(13.9)	73(25.4)	99(34.4)	65(22.6)
교 사		0(0.0)	2(6.7)	7(23.3)	18(60.0)	3(10.0)

중학교 도형 영역의 내용에 대해 학교에 따라 다소 차이는 있지만, 전체적으로 쉽거나 아주 쉽다고 응답한 학생은 약 17.7%에 불과하였다. 다수의 학생들은 도형 영역을 어려워하고 있었으며, 대부분의 교사들도 학생들이 쉽게 이해하지 못하고 있다고 응답하였다.

중학교 수학교과에서의 도형 영역의 내용 수준에 따른 학생과 교사의 인식도 차이를 알아보기 위한 통계적 검증결과 $\chi^2 = 9.119$ $(p = 0.058)$로 나타났다. 통계적으로 유의한 차이는 없었으나, 교사는 70.0%가 도형 영역의 교과 내용이 어렵다고 응답한 반면에, 학생들은 57.0%가 어렵다고 응답하여 교사들이 학생들에 비하여 보다 어렵게 인식하고 있는 것으로 조사되었다.

다음의 <표 3>은 <표 2>에서 도형 영역이 어렵다고 응답한 이유를 조사한 것이다. 표에서 ①은 개념의 이해가 어렵다, ②는 계산이 복잡하다, ③은 증명이 너무 어렵다, ④는 실생활과 상관이 적다, ⑤는 학습 내용이 많다를 의미한다. 여기서는 복수선택을 허용하였다.

<표 3> 도형 영역의 내용이 어려운 이유

구분	내용	①	②	③	④	⑤
학 생	A학교	10(13.0)	10(13.0)	26(33.8)	24(31.2)	14(18.2)
	B학교	18(26.1)	11(15.9)	27(39.1)	24(34.8)	7(10.1)
	C학교	7(11.5)	8(13.1)	14(23.0)	14(23.0)	4(6.6)
	D학교	13(16.3)	23(28.8)	38(47.5)	24(30.0)	8(10.0)
	합계	48(16.7)	52(18.1)	105(36.5)	86(29.9)	33(11.5)
교 사		13(43.3)	1(3.3)	17(56.7)	8(26.7)	4(13.3)

학생들은 도형 영역을 어려워하는 이유로 많은 학생들이 '증명이 너무 어려워서'와 '실생활과 상관이 없어서'라고 답하였다. 실제로, 도형 역역이 일상생활과 관련이 많은 영역임에도 불구하고 많은 정리의 소개와 증명의 복잡함으로 학생들이 친근감을 갖지 못하고 있는 것으로 판단된다. 그러나 교사들은 학생들이 도형 영역을 어려워하는 이유로 '증명이 너무 어려워서'와 '개념의 이해가 어려워서'로 생각하고 있음을 알 수 있었다.

중학교 수학교과의 도형 영역을 어려워하는 이유를 묻는 질문에서 학생과 교사의 인식도 차이를 알아보기 위한 통계적 검증결과, $\chi^2 = 11.924$ $(p = 0.018)$로 나타났다. 이는 통계적으로 유의한 차이가 있음을 보여준다. 이러한 인식의 차이는 교사의 학생에 대한 이해도 부족보다는 학생과 교사의 기준이 다를 수 있으며, 설문에 응답한 고등학교 1학년 학생과 중학교 교사와는 거의 관련이 없다는 것과 학생들이 해당 영역을 공부하던 당시의 기억에 의존한 것 등의 사유로 두 집단의 응답 결과는 차이가 있을 수 있을 것으로 생각한다.

<표 4> 도형 영역 중에서 내용이 어려운 단원

구분	내용	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
학 생	A학교	1(1.3)	13(16.9)	10(13.0)	14(18.2)	32(41.6)	22(28.6)	42(54.6)
	B학교	3(4.4)	12(17.4)	17(24.6)	15(21.7)	25(36.2)	25(36.2)	35(50.8)
	C학교	0(0.0)	8(13.1)	9(14.8)	11(18.0)	20(32.8)	25(41.0)	28(45.9)
	D학교	2(2.5)	16(20.0)	15(18.8)	16(20.0)	27(33.8)	36(45.0)	55(68.8)
	합계	6(2.1)	49(17.0)	51(17.7)	56(19.4)	104(36.1)	108(37.5)	160(55.6)
교 사		1(3.3)	3(10.0)	5(16.7)	7(23.3)	12(40.0)	10(33.3)	17(56.7)

<표 4>는 중학교 수학교과의 도형 영역 중에서 이해하기 어려운 영역을 조사한 결과이다. 여기서는 복수선택을 허용하였다. 표에서 ①은 도형의 기초, ②는 도형의 성질, ③은 삼각형의 성질, ④는

사각형의 성질, ⑤는 도형의 닮음, ⑥은 피타고라스의 정리, ⑦은 원의 성질을 나타낸다. 표에서와 같이 학생들은 8단계 수학의 도형의 닮음, 9단계 수학의 피타고라스의 정리와 원의 성질 단원이 중학교 수학의 도형 역역에서 어려웠던 단원으로 기억하고 있었다. 또한, 중학교에서 수학을 지도하는 교사들도 학생들과 유사한 생각을 하고 있음을 알 수 있다. 그리고 중학교 도형 영역에서 학생들이 이해하기 어려웠던 세부 내용으로 도형의 닮음, 원과 비례, 삼각형의 닮음조건, 닮은 도형의 넓이(또는 부피)와 비의 순으로 응답하였으며, 교사들은 원과 비례, 닮은 도형의 넓이(또는 부피)의 비, 도형의 닮음, 피타고라스의 정리의 활용 등의 순으로 학생이 어려워한다고 응답하였다. 이에 따라 이 논문에서는 학생들이 비교적 어려워하는 도형 영역 단원을 중심으로 실생활 문제를 제시하고 그 지도방안을 살펴보고자 한다.

다음 <표 5>는 중학교 수학교과서에 도형 영역의 실생활 문제는 충분히 제시되어 있다고 생각하는가? 라는 질문에, [표 6]은 실생활 문제가 수학 학습에 도움이 되었다(또는 된다)고 생각하는가? 라는 질문에 대한 결과이다. 이들 표에서 ①은 아주 그렇다, ②는 그런 편이다, ③은 보통이다, ④는 그렇지 않다, ⑤는 전혀 그렇지 않다를 나타낸다.

<표 5> 도형 영역에 제시된 실생활 문제의 정도

구 분	내 용	①	②	③	④	⑤
학 생	A학교	1(1.3)	14(18.2)	19(24.7)	32(41.6)	12(15.6)
	B학교	1(1.5)	4(5.8)	27(39.1)	22(31.9)	15(21.7)
	C학교	1(1.6)	9(14.8)	15(24.6)	22(36.1)	14(23.0)
	D학교	2(2.5)	9(11.3)	23(28.8)	22(27.5)	24(30.0)
	합계	5(1.7)	36(12.5)	84(29.2)	98(34.0)	65(22.6)
교 사		0(0.0)	1(3.3)	10(33.3)	15(50.0)	4(13.3)

표에서와 보는 바와 같이 설문에 응답한 56.6%의 학생과 63.3%의 교사는 중학교 수학교과서에서 도형 영역에 대한 실생활 문제가 충분히 제시되지 못하고 있다고 생각하고 있는 것으로 조사되었다. 이는 고전적인 도형에 대한 문제 그 자체가 실생활과 관련된 문제임에도 불구하고 실생활과 관련이 없는 수학문제로만 생각하는 측면도 있을 것으로 생각한다.

다음 <표 6>에서 보는바와 같이 학생들은 우리의 예상과 교사들의 응답과는 달리 실생활 문제가 수학 학습에 도움이 되는가? 라는 응답에 '아주 그렇다'와 '그런 편이다'에 응답한 학생은 16.3%로 많은 학생들이 수학 학습에 실생활 문제가 도움이 되지 않는 것으로 답하였다. 이는 실생활 문제에 대한 학생들의 인식 부족과 함께 적절한 실생활 문제를 제시하지 못한 결과라고 생각한다.

<표 6> 실생활 문제가 수학 학습에 도움이 되는 정도

구분 \ 내용		①	②	③	④	⑤
학 생	A학교	2(2.6)	12(15.6)	24(31.2)	26(33.8)	14(18.2)
	B학교	1(1.5)	8(11.6)	21(30.4)	19(27.5)	20(29.0)
	C학교	3(4.9)	10(16.4)	12(19.7)	23(37.7)	13(21.3)
	D학교	1(1.3)	10(12.5)	22(27.5)	23(28.8)	24(30.0)
	합계	7(2.4)	40(13.9)	79(27.4)	91(31.6)	71(24.7)
교 사		2(6.7)	19(63.3)	6(20.0)	2(6.7)	1(3.3)

다음의 <표 7>은 학생을 대상으로 중학교 도형 영역의 수업시간에 담당선생님은 탐구생활 또는 실생활 문제를 충분히 다루었다고 생각하는가? 라는 질문과, 교사를 대상으로 탐구생활 또는 실생활 문제를 충분히 다루고 있다고 생각하는가? 라는 질문에 응답한 결과이다. 표에서 ①은 아주 그렇다, ②는 그런 편이다, ③은 보통이다, ④는 그렇지 않다, ⑤는 전혀 그렇지 않다를 나타낸다.

<표 7> 수업시간에 수학교사가 실생활 문제를 활용하는 정도

구분 \ 내용		①	②	③	④	⑤
학 생	A학교	4(5.2)	12(15.6)	23(29.9)	21(27.3)	18(23.4)
	B학교	0(0.0)	17(24.6)	27(39.1)	17(24.6)	8(11.6)
	C학교	1(1.6)	7(11.5)	21(34.4)	18(29.5)	14(23.0)
	D학교	4(5.0)	19(23.8)	32(40.0)	16(20.0)	9(11.3)
	합계	9(3.1)	55(19.1)	103(35.8)	72(25.0)	49(17.0)
교 사		0(0.0)	6(20.0)	14(46.7)	8(26.7)	2(6.7)

결과에 따르면, 42%에 해당하는 학생들은 도형 영역 수업시간에 교사들이 실생활 문제를 거의 활용하고 있지 않는 것으로 답하였으나, 교사 자신들은 학생들이 느끼는 것보다는 수업시간에 실생활 문제를 더 많이 활용하고 있다고 답하였다.

수업시간에 수학교사가 실생활 문제를 활용하는 정도를 묻는 질문에서 학생과 교사의 인식도 차이를 알아보기 위한 통계적 검증결과, $\chi^2 = 3.671$ $(p = 0.452)$로 나타났다. 이는 통계적으로 유의한 차이가 없음을 보여준다.

Ⅳ. 실생활 문제의 개발과 적용

이 장에서는 중학생들이 도형 영역에서 상대적으로 어려워하는 단원인 도형의 닮음, 피타고라스의 정리 및 원의 성질에 제시된 실생활 문제들을 살펴보고, 각 단원별로 교과내용에 적합한 약간의 실생활 문제를 제시한다. 아울러, <8-나>의 도형의 닮음 단원에서 닮은 도형의 문제해결력 향상을 위한 학습지도안(예시)을 제안한다.

도형 영역에서 교사는 학생들에게 흥미와 관심을 갖게 하여 자신감을 가지고 학습에 임할 수 있도록 지도하여야 하며, 학습한 교과 내용이 기억에서 오래 남을 수 있도록 하여야 할 것이다. 정보화 사회에 살고 있는 우리 청소년들은 너무나 많은 정보의 혜택을 누리고 있다. 따라서 수학을 편하게 접하고 오래 기억되게 하기 위해서는 청소년들 눈높이에 맞는 대중 매체를 적절히 활용하는 것도 하나의 좋은 학습방법이로 생각한다. 실생활 문제는 내용에 부합하면서 특성을 고려한 문제이어야 한다. 아울러, 고전적 문제가 아닌 현실 감각을 지닌 교과내용 이해에 도움을 줄 수 있는 문제이어야 한다. 실생활 문제는 필요에 따라 그림이나 자료를 제시하고 정확하면서도 쉬운 용어를 사용하는 것이 바람직하며, 독창적인 아이디어가 포함된 문제는 수학의 문제해결력 향상에 많은 도움을 줄 것으로 생각한다.

4.1 도형의 닮음

각 수학교과서의 이 단원에서는 다양한 실생활 문제가 제시되어 있지 않다. 대부분 두 점 사이의 거리와 건물과 피라미드 등의 높이를 구하는 문제, 닮은 광고판, 용지의 크기, 경기장의 규격, 운동경기에 사용하는 공, 지도의 축적 등으로 닮음을 설명하고 있으나(강행고, 2001; 고성은, 2001; 박윤범, 2001; 양갑승, 2001; 이준열, 2001), 증명을 요구하는 내용이 많고 개념에 대한 이해의 부족으로 학생들은 흥미를 느끼지 못하고 있다. 도형의 닮음 단원에서 활용할 수 있는 몇 가지 실생활 문제들을 알아보자.

(예시 4.1.1) 모 방송국에서는 유명 개그맨들과 닮은 사람들을 선정하여 오락 프로그램을 방영한 적이 있었다. 이들을 보면서 대부분의 사람들은 정말 많이 닮았구나!'하는 생각을 할 것이다. 물론, 보는 관점에 따라 닮지 않았다고 느끼는 사람도 있을 것이다. 이는 사람마다의 보는 시각과 기준에 따라 평가가 얼마든지 다를 수 있기 때문이다. 이것이 바로 수학적 용어로 닮음이라는 것이다.

(예시 4.1.2) 우리나라 고층 건물의 대명사인 63빌딩의 높이는 얼마나 될까? 이 빌딩은 지하 3층, 지상 60층, 옥탑 1층으로 최고 높이는 249.58m이라고 한다. 이 건물의 높이를 구하는 방법에 대한 질문에서 중학생들은 ① 각 층의 높이를 재어 모두 더한다, ② 빌딩의 옥상에서 줄자를 늘어뜨려서 잰다, ③ 빌딩의 꼭대기에서 물체를 떨어뜨려 자유낙하운동의 공식을 이용한다, ④ 설계도를 구하여 알아본다 등의 순으로 방법을 제시하였다고 한다. 그러나 이들은 모두 측정의 어려움과 정확성 등에서 문제점을 지니고 있다. 이 문제는 빌딩의 그림자를 구하여 삼각형의 닮음을 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

(예시 4.1.3) 황금비는 가장 조화롭고 아름다운 비율이라는 뜻으로 붙여진 이름으로 신성비례라고 부를 정도로 중요시되었다. 황금비는 선분의 분할로

전체 길이 : 긴 길이 = 긴 길이 : 짧은 길이

를 만족하는 분할의 비인 1 : 0.618을 말한다. 이는 우리의 생활 주변에서 많이 볼 수 있다. 황금비를 이용하여 만든 물건이나 건축물 등은 다른 비율을 사용하여 만든 것보다 훨씬 안정적으로 느껴진다고 한다. 우리가 아름답게 느끼는 화음에서도 이 비율이 적용되며, 심지어 아름다운 몸매를 가진 8등신 여인들의 배꼽의 위치는 발바닥에서부터 정확히 몸 전체의 61.8%에 해당된다고 한다. 케플러는 기하학에는 2가지 보물이 있는데, 하나는 피타고라스 정리이고 또 하나는 황금비라고 말할 정도로 황금비는 자연, 과학, 인체, 예술 등 아름다움이 있는 곳이면 어디서나 발견되는 기하학의 주제이다.

(예시 4.1.4) 우리가 매일 사용하는 두루마리 화장지나 세수 비누는 처음에는 잘 줄어들지 않지만, 일정량을 사용한 이후에는 금방 줄어든다. 이는 도형의 닮음비와 넓이의 비, 부피의 비의 관계라는 원리에 의해 설명할 수 있다. 두루마리 화장지의 밑면의 반지름이 처음의 1/2로 줄어들면 화장지 양은 처음의 1/4이 된다. 비누의 가로, 세로, 높이의 길이가 모두 일정하게 처음의 1/2로 줄어들면 비누의 부피는 1/8로 줄어든다. 그리고 원뿔을 뒤집어 놓은 모양의 아이스크림콘을 높이가 처음의 반이 될 때까지 먹었다면, 남은 양은 처음의 얼마나 될까? 아이스크림콘의 높이가 반이 되었다면 남아 있는 아이스크림콘의 닮음비는 2 : 1이 된다. 따라서 부피의 비는 닮음비를 세제곱하여 8 : 1이 된다.

이 문제에서 학생들은 넓이의 비는 닮음비의 제곱에 비례하고, 부피의 비는 닮음비의 세제곱에 비례한다는 수학적 사실을 완전히 이해하게 될 것이다.

4.2 피타고라스의 정리

대부분의 교과서에는 피라미드의 부피, 두 점 사이의 직선거리, 여러 가지 조형물의 빗변이나 대각선의 길이와 높이 등에 대한 문제들을 수록하고 있으나 일부 교과서를 제외하고는 다양한 실생활 문제를 제시하지 못하고 있다. 실제로, 피타고라스의 정리는 실생활에 아주 유용한 정리임에도 불구하고 고전적인 거리나 길이를 구하는 문제에 대부분 국한되어 있다(강행고, 2002; 고성은, 2002; 박윤범, 2002; 양갑승, 2002; 이준열, 2002). 피타고라스의 정리는 그 자체의 오묘함과 신비로움으로 학생들이 충분히 관심과 흥미를 가질 수 있을 것으로 생각한다. 그러나 피타고라스의 정리의 활용에서는 많은 응용문제를 다루고 있는데, 문제에 대한 흥미를 갖기 보다는 수학문제 그 자체로만 인식하고 있어서 많은 학생들이 어려워하고 있는 것으로 판단된다. 피타고라스의 정리는 직각이 있는 곳이면 어디에나 직접 활용할 수 있다. 직각이 아니더라도 약간만 응용하면 많은 곳에서 활용할 수 있다.

(예시 4.2.1) 다음 물음의 답을 구하여라.

(1) 우리가 흔히 사용하는 컴퓨터 모니터(LCD) 화면의 가로와 세로의 길이의 비는 4 : 3이며 컴퓨터 모니터의 크기는 화면의 대각선의 길이로 나타낸다. 22인치 컴퓨터 모니터 화면의 가로, 세로의 길이는 각각 몇 인치인가?

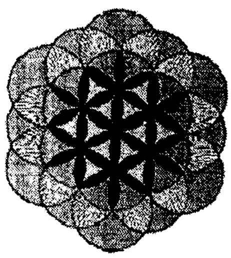
(2) 키가 $175cm$인 사람과 $160cm$인 사람이 $36cm$ 떨어져서 곧 바로 서 있다고 한다. 두 사람의 머리 끝 사이의 거리는 얼마인가?

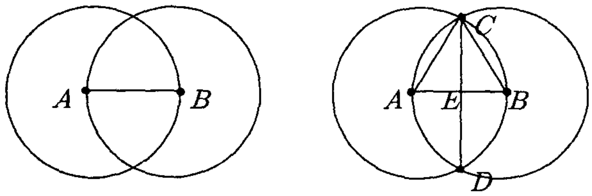
(3) 가로와 세로의 길이가 각각 $105cm$, $140cm$인 직사각형 모양의 돗자리가 있다고 하자.

① 키가 $165cm$인 사람은 이 돗자리 밖으로 몸이 나가지 않게 곧 바로 누울 수 있는가?

② 키가 몇 cm인 사람까지 이 돗자리 밖으로 몸이 나가지 않고 곧 바로 누울 수 있는가?

(예시 4.2.2) 성당의 바깥벽에는 주로 다음과 같은 피시스(Piscis) 문양이 새겨져 있다. 피시스는 '물고기'라는 뜻의 라틴어에서 유래된 것으로 성당 건축물에서 자주 발견되는 모양이다. 특히, 피시스는 자와 컴퍼스만을 이용해서 그렸다는 사실에 주목할 필요가 있다. 다음과 같은 과정으로 피시스를 그렸을 때, $\overrightarrow{AB}$의 길이가 $10cm$라면 $\overrightarrow{CD}$의 길이는 얼마인가[1]?





4.3 원의 성질

원은 가장 완벽한 평면도형이라고 할 수 있다. 원은 세련된 많은 성질들을 가지고 있으며, 그 성질들을 이용하여 다양한 수학적 문제들을 해결할 수 있다. 대개의 교과서에는 유물의 복원, 종이 접기, 개기 일식, 원 모양의 그래프와 경기장, 곡예사가 타는 외발 자전거, 놀이 공원의 관람차 등을 활용하여 원과 관련된 성질들을 도입하거나 설명하고 있다. 이들 중에는 학생들에게 흥미를 갖게 하고 타 교과와 연관된 문제도 있으나, 다양한 실생활 문제를 제시하지 못하고 있는 실정이다. 각 교과서의 원의 성질 단원에 제시된 실생활 문제는 극히 소수에 불과하며, 교과 내용이 증명 위주로 구성되어 있어서 중학교 학생들에게 도형 영역을 회피하게 만들지는 않을까 염려된다. 따라서 이 단원에서 교사는 학생들이 흥미를 잃지 않도록 각별한 관심을 가지고 지도하여야 할 것이다. 먼저, 원이 실생활에서 얼마나 유용한지에 대해 알아보자.

(예시 4.3.1) 음료수 캔의 경우, 캔에 들어갈 수 있는 부피를 우선적으로 고려하여야 한다. 음료수 제조회사의 입장에서는 같은 부피를 담더라도 용기를 만드는 재료비를 줄이는 것이 보다 경제적이기 때문에 직육면체나 삼각기둥 보다는 원기둥 모양을 택하게 된다. 이론적으로는 같은 넓이의 재료로 다양한 형태의 그릇을 만들 때, 공 모양의 입체가 가장 큰 부피를 가진다. 이때, 공 모양의 캔을 세워 진열하는 추가비용과 관리의 불편함을 고려한다면, 음료수 캔은 당연히 원기둥 모양으로 만들어 사용할 수밖에 없었을 것이다. 또한, 사각형 모양의 컵은 물을 마실 때 옆으로 물이 샐 가능성이 높고, 삼각형 모양의 컵은 치아에 부딪히기 쉬우므로, 사용하기에 편리하고 많은 양의 물이 들어가는 원 기둥 모양의 컵을

1) http://www.hani.co.kr/section-005006002/2004/12/005006002200412201401005.html

만드는 것은 당연하다.

실제로, 원의 넓이와 일부 정다각형의 넓이 그리고 둘레의 길이를 구하여 비교하여 보자.

넓이가 $100cm^2$인 정사각형 둘레의 길이는 $40cm$이고, 면적이 같은 정삼각형 둘레의 길이는 $45.6cm$이다. 그러나 면적이 같은 원의 둘레의 길이는 약 $35.4cm$에 불과하다. 다시 말하면 넓이가 같은 원, 정사각형, 정삼각형 등의 도형을 만들 때, 원을 만드는 재료가 가장 적게 소요된다. 그래서 휘발유 통이나 보온병 등 액체를 담는 용기는 대부분이 원기둥 모양으로 되어 있다. 그러나 함이나, 상자, 궤 등과 같이 고체를 넣는 용기는 왜 원기둥의 모양으로 만들지 않을까? 그것은 원기둥 모양의 용기의 재료는 상대적으로 적게 들지만 고체와 같은 물건을 넣기에는 적당하지 않기 때문이다[2].

(예시 4.3.2) 도로에서 흔히 보게 되는 맨홀 뚜껑은 원 모양이다. 그 이유는 만약 맨홀 뚜껑을 삼각형이나 사각형으로 만들었다면 길이가 일정하지 않아 뚜껑이 구멍 속으로 빠질 염려가 있지만, 원은 어느 방향으로 폭을 재어도 그 폭은 지름으로 항상 일정하여 뚜껑이 구멍 속으로 빠지지 않기 때문이다.

(예시 4.3.3) 제도사와 수학자가 직각 그리기 시합을 하기로 하였다. 시합의 날이 되자, 제도사는 대단한 자존심과 명예를 걸고 자신만만하게 시합에 임하였으나, 수학자는 입가에 회심의 미소를 지으며 시합장에 나타났다. 시합이 시작되자 제도사는 종이 위에 먼저 가로로 직선을 그은 다음, 위에서 아래로 수선을 그어 정확하지 못한 직각을 열심히 만들어 나갔다. 그러나 수학자는 반원을 그린 후, 원주 위의 임의의 한 점에서 지름의 양 끝점에 선분을 그어 정확히 직각을 만들어 나갔다. 얼마의 시간이 지난 후, 제도사는 스스로 패배를 인정하였다. 지름에 대한 원주각이 직각이라는 간단한 정리를 이용한 수학자의 예견된 승리였던 것이다[3].

4.4 학습지도안(예시)

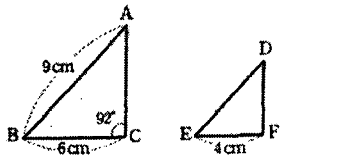
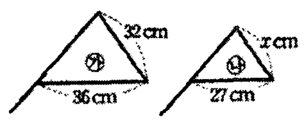
여기서는 <8-나>의 도형의 닮음 단원에서 닮은 도형(2차시)의 문제해결력 향상을 위한 학습지도안의 예시를 제안한다. 이 지도안은 중학교 수학교과서(강행고, 2002)의 내용을 중심으로 실생활 문제를 도입하여 작성하였다. 여기서는 본시 학습 전개 계획과 학습지만 소개한다.

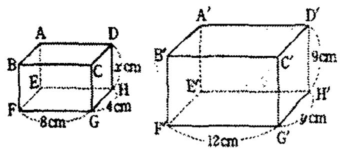
[본시 학습 전개 계획]

단 원 명	Ⅲ. 도형의 닮음 1. 도형의 닮음 ① 닮은 도형	차시	2/25
학습목표	닮음의 뜻을 알고, 닮은 도형의 성질을 이해할 수 있다.		
학습자료	학습지, 용지, PPT자료, 괘도, 지시봉, 자	학습형태	일제학습, 개별학습

2) http://user.chollian.net/~badang25/living/living_09.htm
3) http://cafe.naver.com/cubelove.cafe

단계(분)	학습형태	교수학습내용	교수학습활동 교사	교수학습활동 학생	자료 및 유의사항
도입(5)	일제학습	전시학습확인	▷인사 및 출석 확인 ∘ 네, 반갑습니다. ▷전시학습 내용 확인 ∘ 지난 시간에 비례식, 삼각형의 합동, 점대칭 도형에 대해서 배웠죠? 합동은 무엇이었습니까? 합동조건에는 무엇이 있지요? ∘ 잘했습니다.	▷인사하기 ∘ 반갑습니다. ▷지난 시간에 배웠던 내용을 상기해본다. ∘ 예. ∘ 모양과 크기가 같은 것입니다. ∘ 합동조건으로는SSS, SAS, ASA가 있습니다.	
		동기유발	▷닮음의 용어에 대해 친숙해지도록 한다. ∘ 여러분, '무한도전'이란 TV프로그램 알죠? 거기서 예전에 닮은꼴 스타라고 하여 진행자들과 멤버들과 닮은 사람들이 나왔는데 본적이 있습니까? ∘ 그런 것을 수학적으로 닮음이라고 합니다. ▷A0, A2, A3, A4용지를 이용해 닮음을 알아보게 한다. ∘ 이것들은 무엇입니까? ▷A0, A2, A3, A4용지를 칠판에 붙여 놓고 비교해 보게 한다. ∘ 이 용지들에서 무엇을 알 수 있습니까? ∘ 잘했습니다. ∘ 이렇게 크기는 다르지만, 같은 모양의 도형들을 닮은 도형이라고 합니다.	▷관심을 보인다. ∘ 예, 보았습니다. ∘ 유재석이랑 정형돈은 똑 같던데요. ∘ 예, 알겠습니다. ▷A0, A2, A3, A4용지를 보면서 물음에 대답한다. ∘ 여러 크기의 종이입니다. ▷칠판을 보면서 종이들의 모양을 살펴본다. ∘ 종이형제 같습니다. ∘ 작은 종이는 그것보다 큰 종이의 절반입니다. ∘ 예, 알겠습니다.	괘도 학생들이 잘 볼 수 있도록 한다.
전개(30)	일제학습	동기유발 문제제시 및 풀이	▷A4와 A3용지를 이용하여 닮음비를 설명한다. ∘ 이 두 종이가 닮은 도형임을 알았습니다. A4의 가로의 길이와 A3의 가로의 길이를 재어 봅시다. 세로의 길이도 각각 재어 봅시다.	▷실제로 자를 이용해 각각의 종이의 길이를 재어본다. ∘ A4의 가로는 약 21㎝, 세로는 29.7㎝입니다. A3의 가로는 29.7㎝, 세로는 42㎝입니다.	PPT 자료를 이용하여 길이와 비를 구하는 것을

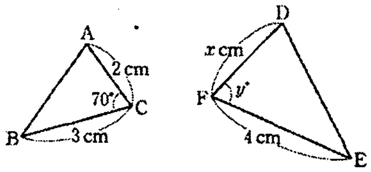
			◦ 잘 했습니다. A4와 A3의 가로의 비는 각각 21:29.7과 29.7:42로 약 1:1.414 입니다. ◦ 이렇게 같은 모양의 길이를 재었을 때 같게 나오는 비를 닮음비라고 합니다. ▷A4와 A3를 통해 대응각의 크기가 같음을 설명한다. ◦ 이 종이들의 각의 크기는 어떠합니까? ◦ 잘 했습니다.	예, 알겠습니다. ▷A4와 A3를 살펴보고 각의 크기가 어떠한지 생각한다. ◦ 다 똑같습니다. ◦ 모두 90°입니다.	보여준다.
	일제 학습		▷평면도형에서의 닮음의 성질을 다시 인지시킨다. ◦ 평면에 속하는 닮은 도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정합니다. 그 비를 닮음비라 하구요. 대응각의 크기도 같습니다. 알겠지요?	▷앞에 했던 활동들을 생각하며 정리한다. ◦ 예, 잘 알겠습니다.	학생들이 문제를 해결하는 동안에 주위를 돌면서 개별지도 한다. PPT자료로 풀이 과정을 보이면서 정리해 준다.
		문제 제시 및 풀이	▷교과서 문제풀이(88쪽 예제1) ◦ (1) △ABC와 △DEF의 닮음비를 구해봅시다. (2) $\overline{DE}$의 길이를 구해봅시다. (3) ∠F의 크기를 구해봅시다.  ◦ 아주 잘했습니다.	▷교과서 문제를 풀어본다 ◦ (1) 닮음비는 일정하므로, 6:4=3:2입니다. (2) 3:2=9: $\overline{DE}$ 이므로, $\overline{DE}$ =6㎝입니다. (3) 닮은 도형의 대응각의 크기는 같으므로, ∠F=92°입니다.	
	개별 학습 일제 학습	문제 제시 및 풀이	▷교과서 문제풀이(88쪽 문제2) ◦ 유사한 문제를 하나 더 풀어 보겠습니다. ◦ 다음 그림에서 x의 값을 다 같이 구해봅시다.  	▷각자 문제를 풀어본다. ◦ 36 : 27=32 : x에서 $36x$=27×32=864이므로 x=24입니다.	

		동기 유발 문제 제시 및 풀이	∘ 잘 했습니다. ▷입체도형에서 닮음의 형태를 인식시킨다. ∘ 여러분, 미니채소를 알죠? 평소 먹던 채소보다 작고 귀여워서 먹기도 좋고 영양도 풍부하다고 하더군요. ∘ 그런 것도 닮은꼴이라 할 수 있겠죠? ∘ 입체도형에서는 닮음을 어떻게 수학적으로 정의할 수 있을까요? ∘ 맞습니다. 대응하는 변의 길이의 비는 일정하고, 대응면은 서로 닮은 도형입니다. 알겠지요? ▷입체도형을 직접 보여주면서 닮음을 이해시킨다. ∘ 여기 삼각뿔 두 개가 보이죠? 피라미드 같이 생겼네요. ∘ 여기서 작은 삼각뿔과 큰 삼각뿔의 모서리의 비는 각각 어떤가요? ∘ 대응하는 면의 모양은 서로 닮았습니까? ▷교과서 문제풀이(89쪽 문제3) ∘ 다음 그림에서 (1) 면 ABCD에 대응하는 면을 말하여라. (2) x,y값을 구하여라.  ▷잘 했습니다.	∘ 예, 먹어봤어요. ∘ 맛도 있던 걸요. ∘ 잘 모르겠어요. ∘ 모양은 변화지 않고, 크기만 변하는 것 아닐까요? ∘ 예, 알겠습니다. ▷실생활과 관련된 문제로 관심을 가진다. ∘ 일정합니다. ∘ 예. ▷교과서 문제를 푼다. ∘ (1) 입체도형에서는 대응하는 면이 서로 닮았으므로, 면 ABCD에 대응하는 면은 면 A'B'C'D'입니다. (2) 입체도형에서도 대응하는 변의 길이의 비가 일정하므로 $8{:}12=x{:}9$, 즉 $x=6$이고, $8{:}12=4{:}y$이므로 $y=6$입니다.	학생들이 문제를 해결하는 동안에 주위를 돌면서 개별지도 한다.
정	개별 학습	배운 내용 확인	▷학습지 배부 및 풀이 ∘ 도형의 닮음에 대한 학습지의 문제를 풀어보면서 오늘 공부한 내용을 정리해 봅시다.	▷학습지를 각자 풀어보면서, 학습한 내용을 정리한다. 개별적으로 선생님께 질문한다.	PPT자료 -평면도형과 입체도형의

			∘ 혼자 힘으로 풀어보도록 하고 잘 모르는 문제는 개별적으로 선생님한테 질문합니다. ▷학습지를 풀 시간을 준다. ▷학습지를 풀이한다. ▷나와서 푼 학생을 격려한다. ▷칠판에 문제를 적어 이해를 잘 못하는 문제는 같이 해결한다. ▷문제를 잘 풀고 설명을 잘 한 학생에게는 칭찬과 간단한 상품으로 동기 부여를 시켜준다.	학생이 나와서 문제를 풀이한다.	닮음의 성질을 보면서 문제를 풀도록 한다.
리 (10)	일제 학습	배운 내용 정리	▷공부한 내용을 정리한다. ∘ 이번 시간에는 닮은 도형에 대해 배웠어요. 평면도형과 입체도형에서 닮은 도형의 성질에 대하여 배웠는데, 평면도형에서의 닮은 도형의 성질은 무엇입니까? 입체도형에서의 닮은 도형의 성질은 무엇입니까? ∘ 잘했습니다.	▷오늘 학습한 내용을 상기하면서 대답한다. ∘ 평면도형에서 닮은 도형의 성질은 대응하는 변의 길이의 비가 일정하고 대응하는 각의 크기가 같다는 것입니다. ∘ 입체도형에서 닮은 도형의 성질은 대응하는 선분의 길이의 비가 일정하다는 것과 대응하는 면은 서로 닮았다는 것입니다.	PPT자료 -닮음의 성질을 다 같이 읽어보게 한다.
		차시 예고	▷차시 예고 ∘ 다음 시간에는 닮음의 위치에 대해 공부하겠습니다. ∘ 오늘 공부한 내용을 꼭 복습하시기 바랍니다.		
		인사	▷인사	▷인사	

학습지		
단 원 명	Ⅲ. 도형의 닮음 1. 도형의 닮음 §1. 닮은 도형	
학습목표	닮음의 뜻을 알고, 닮은 도형의 성질을 이해할 수 있다.	
학 습 일 : ( )월 ( )일		2학년 ( )반 ( )번 이름 :

(1) 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$일 때, 다음 물음에 답하여라.



① $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비를 구하여라.

② $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$의 값을 구하여라.

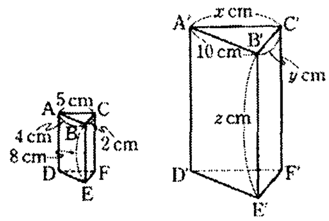
③ x, y의 값을 구하여라.

[풀이]

(2) 자기가 살고 있는 동네의 약도를 그리려고 한다. 1:25,000의 축척으로 지도를 그린다고 할 때, 집 앞에 있는 폭 $10m$ 도로는 지도에서 몇 cm에 그려지는지 답하여라.

[풀이]

(3) 다음은 닮은 두 삼각기둥으로 $\triangle ABC$와 $\triangle A'B'C'$가 서로 대응하는 면이라 하자.



① 두 삼각기둥의 닮음비를 구하여라.

② x, y, z의 값을 구하여라.

③ $\square ABCD$에 대응하는 면은 어느 것인가?

[풀이]

(4) 황금비는 가장 조화롭고 아름다운 비율이라는 뜻으로 붙여진 이름이다. 분할의 비인 1: 0.618은 우리의 생활 주변에서 많이 볼 수 있다. 예로서, 아름다운 몸매를 가진 8등신 여인들의 배꼽의 위치는 발바닥에서부터 정확히 몸 전체의 61.8%에 해당된다고 한다. 자신의 키에서 61.8%에 해당하는 길이는 얼마나 되는지 구하여라.

[풀이]

Ⅴ. 결론 및 제언

수학교과에 대한 흥미와 자신감을 길러 주기 위해서는 학생의 학력 수준에 맞는 내용을 자기 주도적으로 학습하여 성취감을 느끼게 하고, 학생 스스로 탐구 활동을 활발히 할 수 있도록 배려하여야 한다. 현행의 수학과 교육과정에서는 수학적 힘의 신장을 목표로 하고 있으며, 실생활에 활용하는 수학을 강조하고 있다. 중학교 교사와 일반계 고등학교 1학년을 대상으로 실시한 설문결과에 따르면 중학생들은 8단계부터 도형을 어려워하고 있는데, 이는 개념에 대한 이해의 부족, 수많은 증명 문제와 함께 도형에 관련된 유용한 실생활 문제들을 제대로 다루지 못하고 있는 때문으로 조사되었다.

이 연구의 제한점으로는 설문조사에서 중학교 도형 영역의 전 과정을 공부한 부산지역 일반계 고등학교 1학년을 대상으로 중학교 재학 당시의 기억에 의존하여 조사하였기 때문에 해당 단원을 공부하던 시점과는 다르게 답변할 소지가 있으며, 일부 중학교에 재직하고 있는 수학교사 30명을 대상으로 교사들의 의견을 조사하였기 때문에 그 결과를 우리나라 전체 학생 또는 교사들의 일반적인 의견으로 평가하기에는 무리가 있을 것으로 생각한다. 또한, 제한적인 설문조사 내용으로 응답자의 자유로운 의견 제시에도 다소 어려움이 있었을 것으로 판단한다. 그리고 교과 내용에 적합한 실생활 문제의 개발과 활용의 필요성을 강조한 나머지 예시로 제시한 학습지도안을 실제 수업에 적용하여 그 학습 효과에 대한 평가를 시행하지 못한 것은 아쉬움으로 남는다.

이 논문에서는 중학생들이 도형 영역에서 어려워하는 단원인 도형의 닮음, 피타고라스의 정리 및 원의 성질에 제시된 실생활 문제들을 면밀히 살펴보고, 실생활 문제 개발의 방향을 제시하여 각 단원별로 교과내용에 적합하고 유용한 실생활 문제를 제시하고자 하였다. 또한, <8-나>의 도형의 닮음 단원에서 닮은 도형의 문제해결력 향상을 위한 학습지도안을 제안하였다.

중학교 수학 교과서의 도형 영역에는 도형의 성질에 너무 치중되어 증명위주로 교과내용이 편성되어 있고 학생들의 흥미와 관심을 유발할 수 있는 유용한 실생활 문제가 다양하게 제시되어 있지 않아 학생들은 많은 어려움을 느끼고 있다. 따라서 도형 영역의 대한 실생활 문제의 개발이 시급하며, 실생활 문제 개발의 방향 및 주안점으로 다음을 제언하고자 한다.

첫째, 교과내용에 적합한 실생활 문제이어야 한다. 아무리 유익한 문제라고 하더라도 교과내용과 관련이 없는 흥미위주의 문제는 지양하여야 한다.

둘째, 교과내용의 특성을 고려한 문제이어야 한다. 예로서, 피타고라스의 정리 단원에서는 수학의 아름다움과 신비로움을 강조하면서 피타고라스학파의 수학을 포함한 고대 수학이야기를, 원의 성질 단원에서는 원 모양 물체의 유용성을 소개한다.

셋째, 현실적 감각을 지닌 문제이어야 한다. 교과서에는 증명 문제와 함께 고전적인 문제가 많이 나열되어 있는데, 중학생들의 관심사항을 소재로 한 문제 개발이 필요하다.

넷째, 교과내용의 이해를 돕고 확인할 수 있는 문제이어야 한다.

다섯째, 그림이나 자료를 적극 활용한다. 그림이나 자료 등은 효율적인 학습효과를 제공한다. 이

경우 그림과 자료는 정확하여야 한다.

여섯째, 독창적인 실생활 문제 개발이 필요하다. 이는 수학 문제해결력을 향상시키는 좋은 자료로 활용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

강행고 외 7인 (2001, 2002). 중학교 수학 8-나, 9-나, (주)중앙교육진흥연구소.

고성은 외 5인 (2001, 2002). 중학교 수학 8-나, 9-나, (주) 블랙박스.

교육부 (1998). 초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학, 실과, 대한교과서 주식회사.

교육부 (1999). 중학교 교육과정 해설(III)-수학, 과학, 기술 · 가정, 대한교과서 주식회사.

박윤범 외 3인 (2001, 2002). 중학교 수학 8-나, 9-나, 대한교과서(주).

양갑승 외 6인 (2001, 2002). 중학교 수학 8-나, 9-나, (주)금성출판사.

우정호 (2006). 수학학습-지도 원리와 방법, 서울: 서울대학교 출판부.

이준열 외 4인 (2001, 2002). 중학교 수학 8-나, 9-나, (주)도서출판 디딤돌.

정영옥 (1997). Freudenthal의 수학화 학습-지도론 연구, 서울대학교 대학원 교육학 박사학위논문.

조승희 (2006). 중학교 수학 교과서에 제시된 실생활 문제에 대한 분석, 부경대학교 교육대학원 석사학위논문.

Dewey, J. (1960). *How We Think*, D. C. Heath and Company.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*, China Lectures, Kluwer Academic Publishers.

NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (구광조, 오병승, 류희찬 역(1994), 수학 교육과정과 평가의 새로운 방향, 경문사).

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Polya, G. (1986). *How to solve it* (우정호 역, 어떻게 문제를 풀 것인가, 천재교육).

Development and Application of Real-life Problems for Uplifting Problem Solving Skills
- Focused on Geometry of Middle School Mathematics Curriculum -

Yong-Soo Pyo
Division of Mathematical Sciences, Pukyong National University, Busan 608-737, Korea
E-mail : yspyo@pknu.ac.kr

Ji-Won Lee
Graduate School of Education, Pukyong National University, Busan 608-737, Korea
E-mail : red469@nate.com

This study analyzes the theoretical background concerning problem solving, mathematization and real-life problems. Further it examines how middle school mathematics teachers and high school students of first grade recognize the real-life problems provides in textbooks concerning the area of geometry. Following those results found from this analysis, this paper reveals the issues and problems that we noticed through the analysis of real-life problems from textbooks, level 8 and level 9. Also we suggest the application of them along with the development of real-life problems for students' uplifting problem solving skills.

* ZDM Classification : D43
* MSC2000 Classification : 97D40
* Key words : problem solving, mathematization, real-life problems