

대학 신입생들의 함수의 그래프 표현에 관한 연구¹⁾

서 종 진 (한남대학교 수학과)

최 은 미 (한남대학교 수학과)

한국의 대학수학교육은 학생들의 질적 그리고 수적 감소로 인해 많은 어려움을 겪고 있다. 이 논문에서는 다항함수, 유리함수, 무리함수, 로그·지수함수와 같이 고등학교 수학과과정에서 이미 습득한 기본적인 함수들에 대한 이해도를 측정하였다. 대전과 충청지역 4개 대학의 신입생 354명을 대상으로 조사한 결과, 다항함수를 제외한 주어진 함수들의 그래프를 그리지 못한 학생들이 절반 이상이었으며, 또한 함수가 지니고 있는 정보들(정의역, 치역, 최대·최소값, 주기, 평행이동)에 대한 이해가 부족한 것으로 나타났다.

I. 서론

고등학교에서 문과 학생들은 수학 10-가와 10-나 그리고 수학 I 을 이수하고, 이과 학생들은 심화 선택 과목에서 수학 I 과 수학 II 및 미분과 적분 과목을 선택하여 이수를 한다. 그러나 현 입시제도에서는 고등학교에서 미·적분을 배우지 않은 학생들이 이과(자연)계열이나 공대에 입학 할 수 있도록 되어 있다. 이러한 상황은 고등학교 수학과 대학 교양수학과의 연계성에서 많은 문제점을 낳고 있는 실정이다. 이러한 연계성의 문제는 지금 현 시점에서 꼭 해결해야할 시급한 사안이 되고 있다. 고등학교 수학과 대학 교양수학과의 연계성의 단절 문제는 여러 가지로 고려되어질 수 있다. 현행 대학 입시와 관련된 문제, 고등학교에서 이수한 수학 과목과 대학 교양수학 교재의 내용적 측면, 고등학교 수학과 대학 교양수학의 교수·학습 방법적 측면, 등등 여러 요인들을 들 수 있다. 여러 가지 해결 방안들이 있겠지만, 우선적인 방법은 입시문제를 수정·보완하여 연계성을 갖도록 하는 것이 하나의 좋은 해결점이라 할 수 있다. 하지만 현실적으로 해결해야할 여러 가지 어려운 점이 많고, 단 시일에 해결될 문제로 보이지는 않는다. 이러한 연계성 문제와 대학 신입생들의 수학 기초학력 부진 현상은, 대학 교양수학 교육의 방향과 교재 내용의 변화를 요구하고 있다. 현재, 각 대학들은 많은 관심을 갖고, 대학 신입생들이 고등학교에서 어느 정도의 수학을 배우고 입학하는지, 고등학교에서 배운 수학 내용을 어느 정도 알고 있는지 파악하기 위하여 기초학력 테스트를 실시하고 있는 대학들이 늘고 있다.

1) 이 논문은 2005 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(학술연구 임(학술진흥재단 2005년 이공계 교육과정 개발 연구지원 사업 KRF-2005-082-C00008).

* ZDM 분류 : I25

* MSC2000 분류 : 97D99

* 주제어 : 함수의 그래프 표현

이학(자연)계열과 공과계열의 학부나 대학의 교육과정에서는, 대부분의 대학 신입생들이 1학년 1학기부터 대학 교양수학을 수강하도록 편성되어 있다. 이러한 교육과정의 편성은, 이학(자연)계열이나 공과계열의 대학 신입생들이 대학 교양수학 내용을 이해하고 이를 전공 영역에 적용(응용)할 수 있는 능력을 기르도록 하기 위함일 것이다. 대학 교양수학에서 학습한 내용을 각 전공 영역에서 활용 정도를 높이기 위해서는 각 전공과 관련이 깊은 수학 내용적 분석을 통하여 교재 개발을 할 필요성이 있다.

대학 교양수학 교재 개발에 앞서, 대학생들의 수학 학습 정도를 조사하여 분석하는 일이 먼저 선행되어야 할 것이다. 대학생들의 수학 학습 정도를 파악하기 위해서는 다양한 방법과 다양한 측면에서 조사가 이루어져야 할 것이다. 한 예로, 고등학교에서 학습한 수학 내용에 대한 전반적인 수학 학습 정도를 조사하는 일과 각 영역마다 세밀한 조사가 이루어져야 할 것이다. 특히, 함수는 고등학교 수학이나 대학 교양수학에서 기초가 되는 내용으로, 함수의 개념과 함수의 그래프 그리기, 함수의 그래프가 지니고 있는 정보를 분석하는 능력과 학생들의 전반적인 수학 학습과의 비교 분석은, 대학 교양수학에서 교재의 개발 방향과 수학 교수학습 방법의 변화에 영향을 미칠 것이다.

II. 본론

물리적 현상이나 사회적 현상 등 우리 생활에서 일어나고 있는 많은 현상들이 함수로 표현되고 함수를 이용하여 해결할 수 있다. 즉, 함수는 수학의 기본 개념 이상의 다양한 수단을 지니고 있다. 이러한 다양한 수단을 지니고 있다 할지라도, 학생들은 '함수는 수학 교과서에서 하나의 영역으로 구분되어 있는 단지 수학교과서 내용의 일부분이다'라고 생각하는 경우가 대부분일 것이다. 이러한 것은 '함수'란 무엇인가? 한 번 짚은 의문을 가지고 사고하는 행동이 부족하였거나, 수학 교수·학습에서 단편적인 내용을 다루고 있거나, 포괄적인 내용을 다루고 있더라도 수학 점수에 얽매어 단순히 하나의 문제를 더 해결할 수 있는 능력만을 추구하였거나 등등의 문제점으로 생각할 수 있다.

대학 교양수학의 내용은 함수와 밀접한 관련이 있다. 그러므로 이과(자연)계열이나 공대의 대학생들은 대학 교양수학을 학습하기 전에 함수 개념과 기본적인 함수(다항함수, 유리함수, 무리함수, 지수와 로그 함수, 삼각함수)의 그래프 개형을 그리고, 그래프에 담겨진 간단한 정보가 무엇인지는 알고 있어야 할 것이다. 그리고 대학 교양수학을 담당하고 있는 교수자가 대학 교양수학에서 대학생들이 함수의 개념을 어느 정도 이해하고 있는지, 함수의 그래프를 어느 정도 그릴 수 있고 해석할 수 있는지 파악하는 일은 매우 중요하다고 할 수 있다. 대학생들의 함수 개념과 그래프 표현에 관한 Vinner & Dreyfus(1989)의 연구에 따르면, 대학생 307명 중 8%의 정도가 그래프 표현을 언급할 수 있는 것으로 나타났다. 사실 많은 연구에서 함수의 그래프에 대한 이해에 대한 연구가 이루어 졌고, 학생들이 그래프를 해석하는 기술이 부족하고 대수와 기하사이의 관계를 보이는 데 실패하였다(Knuth, 2000). 특히, 능력이 낮은 학생들은 함수의 그래프 개념을 어려워한다(Dreyfus & Eisenberg, 1982).

국내에서 대학 수학교육에 관한 연구(강성주, 2003; 강은주, 2003; 김기원, 2001; 김병무, 2000; 김병무, 2002; 김성옥, 2005 등등)가 이루어져 왔지만 대학 교양수학에서 함수 개념과 그래프 표현에 관한 연구는 미비한 상황이다.

1. 연구 문제

본 연구에서는, 이과(자연)계열과 공대에 입학한 대학생들을 대상으로 고등학교에서 배운 함수의 그래프 개형을 학생들이 어느 정도 이해하고 그릴 수 있는지 조사 분석 하였으며, 분석 결과를 바탕으로 대학 교양수학의 함수 교육과 대학 교양수학 교재 개발과 교수·학습 방향을 모색하여 보았다

2. 연구대상과 연구의 제한점

본 연구는 지방(대전, 충청지역)에 소재한 4개 대학교의 공대와 이과(자연계열)대학 9개 반 354명을 대상으로 하였다. 연구대상 중, 308명은 인문계고등학교 이과계열, 35명은 인문계고등학교 문과계열, 11명은 실업계 고등학교 대학 진학 반 이었다.

지방에 소재한 몇 개 대학을 대상으로 조사하였으므로, 본 연구의 결과가 전국 대학의 상황을 대표한다고 할 수는 없다. 하지만, 현 시점에서 각 대학이 처하고 있는 상황은 수준의 차이가 있을 뿐 비슷한 상황에 있다고 할 수 있다.

3. 연구도구

연구대상 학교의 대학 신입생들이 고등학교에서 배운 함수의 그래프를 어느 정도 그릴 수 있고 그것에 담겨진 간단한 정보를 어느 정도 알고 있는지 조사하기 위하여, 수학 10-나와 수학 I 및 미분과 적분 과목에서 함수의 그래프 그리는 문제를 선정하여 23문항으로 구성하였다.

대학 신입생들이 고등학교에서 배운 다항함수, 유리함수, 무리함수, 지수와 로그함수, 삼각함수에 대한 그래프 그리기, 정의역, 치역, 주기, 최대값, 최소값을 어느 정도 구할 수 있는지, 기본적인 함수에서 평행 이동한 함수의 그래프를 어느 정도 그릴 수 있는지를 조사하기 위하여 <표 3-1>과 같은 내용들로 구성하였다.

<표 3-1> 함수의 그래프그리기

함수	형태	내용
다항함수	$y = x^2 - 4x + 1$	그래프 그리기, 최대, 최소값
유리함수	$y = \frac{1}{x+3}$	그래프 그리기, 최대, 최소값
	$y = \frac{1}{x+3} - 4$	그래프 그리기
무리함수	$y = \sqrt{x}$	그래프 그리기, 최대, 최소값
	$y = -\sqrt{-2x}, y = -2\sqrt{2x+2} - 3$	그래프 그리기
지수함수	$y = 3^x$	그래프 그리기, 최대, 최소값
	$\left(\frac{1}{2}\right)^x, y = 3^{x-2}, y = 4^{x-2} - 3$	그래프 그리기
로그함수	$\log_3 x$	그래프 그리기, 최대, 최소값
	$\log_{\frac{1}{5}} x, \log_2(x+1), \log_2(x+1) + 2$	그래프 그리기
삼각함수	$y = \sin 2x$	그래프 그리기, 최대, 최소값, 주기
	$y = 2\sin \frac{1}{2}x + 1$	그래프 그리기
	$y = \cos 3x$	그래프 그리기, 최대, 최소값, 주기
	$y = 3\cos x + 1$	그래프 그리기
	$y = \tan 2x$	그래프 그리기, 최대, 최소값, 주기
	$y = 2\tan \frac{1}{2}x + 1$	그래프 그리기
미분을 이용한 그래프 그리기	$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$	그래프 그리기
	$f(x) = e^{-x^2}$	그래프 그리기
	$f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$	그래프 그리기

4. 분석

자료의 처리는 SPSSWIN 12.0 프로그램을 사용하여 빈도분석, 상관분석을 하였다. 그 결과는 다음과 같다.

1) 다항함수에 대한 학생들의 반응

(1) 다항함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프 그리기

다항함수의 그래프 그리기에서 학생들의 반응을 8가지로 분류하여 보았다 (<표 4-1>).

계열별로 살펴보면, 이과 학생(308명)들 중 241명(78.2%), 문과 학생(35명) 중 22명(62.8%), 실업계 학생(11명) 중 1명(9.1%)이 그래프 개형을 맞게 그린 것으로 나타났다.

전체 학생을 대상으로 보면, 74.5%(264명)가 그래프 개형을 그린 것으로 나타났다. 그 외 반응에서는, 전혀 그리지 않은(백지) 학생이 10.5%(37명), 꼭지점이 틀린 학생이 3.4%(12명), x 또는 y 축으로만 평행이동을 한 학생이 6.2% (21명), x 축과 y 축으로 평행이동을 잘못된 학생이 3.2%(2명), 그래프 개형을 반대로 그린 학생이 1.4%(5명), 그래프 개형이 직선이나 3차 곡선 등 이차 곡선과 전혀 다른 형태로 그린 학생이 3.1%(11명)로 나타났다.

<표 4-1> 다항함수의 그래프 그리기에 대한 학생들의 반응

$y = x^2 - 4x + 1$			출신교			전체	
			이과	문과	실업계		
학생들의 반응	백지(틀림)	빈도	24	5	8	37	
		출신교의 %	7.8%	14.3%	72.7%	10.5%	
	맞음	정확히 그림	빈도	220	18	0	238
		출신교의 %	71.4%	51.4%	.0%	67.2%	
	꼭지점 표시 하지 않음 (풀이과정 맞음)	빈도	21	4	1	26	
		출신교의 %	6.8%	11.4%	9.1%	7.3%	
	틀림	꼭지점이 틀린 것	빈도	10	2	0	12
			출신교의 %	3.2%	5.7%	.0%	3.4%
		x 축으로만 평행이동	빈도	11	1	1	13
			출신교의 %	3.6%	2.9%	9.1%	3.7%
		y 축으로만 평행이동	빈도	8	1	0	9
			출신교의 %	2.6%	2.9%	.0%	2.5%
		그래프 모양 뒤집어짐	빈도	4	1	0	5
			출신교의 %	1.3%	2.9%	.0%	1.4%
		평행이동 틀림	빈도	2	1	0	2
			출신교의 %	.6%	2.9%	.0%	3.6%
	그래프 개형이 완전히 다름	빈도	8	2	1	11	
		출신교의 %	2.6%	5.7%	9.1%	3.1%	
계열별 전체		빈도	308	35	11	354	
		출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	

(2) 다항함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 정의역 구하기

다항함수의 정의역을 구하는 문제에서 다음과 같은 반응을 보였다(<표 4-2>).

이과 학생들 중 다항함수의 정의역을 구하는 문제에서, 조건제시법을 사용하여 나타낸 학생은 17명(5.5%), 기호 { }을 생략하고 나타낸 학생은 95명(30.8%), x 를 생략하고 제시한 학생이 59명(19.2%)으로 나타났다. 그리고 전혀 구하지 않은(백지) 학생이 97명(31.5%) 정의역을 전혀 다르게 표시한 학생이 40명(13.0%)으로 나타나 44.5%(137명)가 정의역을 모르고 있는 것으로 나타났다. 문과 학생은 30명(85.7%)이, 실업계 학생은 11명(100%)이 정의역을 구하지 못하였다.

<표 4-2> 다항함수의 정의역 구하기에 대한 학생들의 반응

$y = x^2 - 4x + 1$			출신교			전체	
			1	2	3		
학생들의 반응	백지	전혀 구하지 않음	빈도	97	16	10	123
			출신교의 %	31.5%	45.7%	90.9%	34.7%
	맞음	조건제시법	빈도	17	1	0	18
			출신교의 %	5.5%	2.9%	.0%	5.1%
		() 생략	빈도	95	1	0	96
			출신교의 %	30.8%	2.9%	.0%	27.1%
	틀림	x 를 생략	빈도	59	3	0	62
			출신교의 %	19.2%	8.6%	.0%	17.5%
	틀림	풀이 틀림	빈도	40	14	1	55
			출신교의 %	13.0%	40.0%	9.1%	15.5%
계열별 전체			빈도	308	35	11	354
			출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

(3) 다항함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 치역 구하기

이과 학생들 중 다항함수의 치역을 구하는 문제에서 조건제시법을 사용하여 구한 학생이 21명(6.8%), 기호 { }을 생략하고 구한 학생이 101명(32.8%), y 를 생략하고 구한 학생이 16명(16%)으로 나타났다. 그리고 전혀 구하지 않은(백지) 학생이 91명(29.5%), 정의역을 전혀 다르게 표시한 학생이 67명(21.8%)으로 나타났다.

<표 4-3> 다항함수의 치역 구하기에 대한 학생들의 반응

$y = x^2 - 4x + 1$			출신교			전체	
			이과	문과	실업계		
학생들의 반응	백지	전혀 구하지 않음	빈도	91	18	10	119
			출신교의 %	29.5%	51.4%	90.9%	33.6%
	맞음	조건제시법	빈도	21	1	0	22
			출신교의 %	6.8%	2.9%	.0%	6.2%
		() 생략	빈도	101	5	1	107
			출신교의 %	32.8%	14.3%	9.1%	30.2%
	틀림	y 생략	빈도	16	3	0	19
			출신교의 %	5.2%	8.6%	.0%	5.4%
	틀림	x 로 표시함	빈도	1	0	0	1
			출신교의 %	.3%	.0%	.0%	.3%
		전혀 틀림	빈도	67	8	0	75
			출신교의 %	21.8%	22.9%	.0%	21.2%
		$y > -3$ 과 같은 유형	빈도	11	0	0	11
			출신교의 %	3.6%	.0%	.0%	3.1%
계열별 전체			빈도	308	35	11	354
			출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

(2) 다항함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 최대값, 최소값 구하기

다항함수의 최대값을 구한 학생은, 이과가 151명(49.0%), 문과가 15명 (42.9%), 실업계는 0%로 나타났다. 그리고 최소값을 구한 학생은, 이과가 225(73.1%), 문과가 18명(51.4%), 실업계는 1명(9.1%)로 나타났다.

최대값을 $\pm \infty$ 라고 응답한 학생은, 이과가 49명(15.9%), 문과가 5명(14.3%), 실업계가 1명(9.1%)으로 나타났다.

<표 4-4> 다항함수의 최대값 구하기에 대한 학생들의 반응

$y = x^2 - 4x + 1$		출신교			전체		
		이과	문과	실업계			
학생들의 반응	백지 (전혀 구하지 않음)	빈도	87	13	10	110	
		출신교의 %	28.2%	37.1%	90.9%	31.1%	
	맞음	빈도	151	15	0	166	
		출신교의 %	49.0%	42.9%	.0%	46.9%	
	틀림	0	빈도	1	0	0	1
			출신교의 %	.3%	.0%	.0%	.3%
		$\pm \infty$	빈도	49	5	1	55
			출신교의 %	15.9%	14.3%	9.1%	15.5%
		그 외	빈도	20	2	0	22
			출신교의 %	6.5%	5.7%	.0%	6.2%
	계열별 전체		빈도	308	35	11	354
			출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

<표 4-5> 다항함수의 최소값 구하기에 대한 학생들의 반응

$y = x^2 - 4x + 1$		출신교			전체		
		이과	문과	실업계			
학생들의 반응	백지 (전혀 구하지 않음)	빈도	64	12	10	86	
		출신교의 %	20.8%	34.3%	90.9%	24.3%	
	맞음	빈도	225	18	1	244	
		출신교의 %	73.1%	51.4%	9.1%	68.9%	
	틀림	0	빈도	3	0	0	3
			출신교의 %	1.0%	.0%	.0%	.8%
		$\pm \infty$	빈도	3	0	0	3
			출신교의 %	1.0%	.0%	.0%	.8%
		4	빈도	13	5	0	18
			출신교의 %	4.2%	14.3%	.0%	5.1%
	계열별 전체		빈도	308	35	11	354
			출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

2) 유리함수에 대한 학생들의 반응

(1) 유리함수 $y = \frac{1}{x+3}$ 와 $y = \frac{1}{x+3} - 4$ 에 대한 그래프 그리기

이과 학생들 중 유리함수 $y = \frac{1}{x+3}$ 의 그래프 그리기에서, 정확히 그린 학생이 39.6%(122명) 점근선의 x 축의 점을 표시하지 않은 학생이 2.3%(7명)으로 나타났다. 실제 data조사 결과, 유리함수 $y = \frac{1}{x+3}$ 의 그래프를 정확하게 그린 학생들 중 16명을 제외한 103명(34.3%)이 유리함수 $y = \frac{1}{x+3} - 4$ 의 그래프를 정확하게 그린 것으로 나타났다.

문과 학생들 중에서 $y = \frac{1}{x+3}$ 의 그래프를 그린 학생이 5.7%(2명), 실업계 학생들은 0%로 나타나 이과와 문과 실업계 간의 많은 차이를 보이고 있다.

전체 학생을 대상으로 살펴보면, $y = \frac{1}{x+3}$ 의 그래프를 맞게 그린 학생이 37%(131명), $y = \frac{1}{x+3} - 4$ 의 그래프를 맞게 그린 학생이 32.8%(116명)로 나타났다(<표 4-6>, <표 4-7>). 그리고 $y = \frac{1}{x+3}$ 의 그래프 그리기는 $y = \frac{1}{x+3} - 4$ 의 그래프 그리기와 강한상관(.849)이 있는 것으로 나타나(<표 4-7-1>), $y = \frac{1}{x+3}$ 의 그래프를 그린 학생들 중 대부분이 y 축으로 평행이동을 할 수 있음을 의미하고 있다.

<표 4-6> 유리함수 $y = \frac{1}{x+3}$ 에 대한 학생들의 반응

		$y = \frac{1}{x+3}$		출신교			전체
				이과	문과	실업계	
학생들의 반응	백지	전혀 그리지 않음	빈도	94	21	10	125
			출신교의 %	30.5%	60.0%	90.9%	35.3%
	맞음	정확히 그림	빈도	122	2	0	124
			출신교의 %	39.6%	5.7%	.0%	35.0%
		점근선의 x 축의 점 표시 하지 않음	빈도	7	0	0	7
			출신교의 %	2.3%	.0%	.0%	2.0%
	틀림	점근선의 x 축의 점 표시가 틀린 것	빈도	2	0	0	2
			출신교의 %	.6%	.0%	.0%	.6%
		x 축으로 3만큼 평행이동	빈도	6	0	0	6
			출신교의 %	1.9%	.0%	.0%	1.7%
		x 축으로 -3만큼 y 축으로 3만큼 평행이동	빈도	2	0	0	2
			출신교의 %	.6%	.0%	.0%	.6%
		x 축으로 3만큼 y 축으로 -3만큼 평행이동	빈도	2	0	0	2
			출신교의 %	.6%	.0%	.0%	.6%
		그래프 개형을 반대로 그림	빈도	1	0	0	1
			출신교의 %	.3%	.0%	.0%	.3%
그래프 개형 전혀 다른 것	빈도	42	11	1	54		
	출신교의 %	13.6%	31.4%	9.1%	15.3%		
왼쪽이나 오른쪽 한 쪽 그래프만 그림	빈도	30	1	0	31		
	출신교의 %	9.7%	2.9%	.0%	8.8%		
계열별 전체			빈도	308	35	11	354
			출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

<표 4-7> 유리함수 $y = \frac{1}{x+3} - 4$ 에 대한 학생들의 반응

		$y = \frac{1}{x+3} - 4$		출신고			전체	
				이과	문과	실업계		
학생들의 반응	백지	전혀 그리지 않음	빈도	127	25	10	162	
			출신고의 %	41.2%	71.4%	90.9%	45.8%	
	맞음	정확히 그림	빈도	106	2	0	108	
			출신고의 %	34.4%	5.7%	.0%	30.5%	
		점근선의 x 축의 점 표시 하지 않음	빈도	8	0	0	8	
			출신고의 %	2.6%	.0%	.0%	2.3%	
	틀림		점근선의 x 축의 점 표시가 틀린 것	빈도	2	0	0	2
				출신고의 %	.6%	.0%	.0%	.6%
			x 축으로 3만큼 평행이동	빈도	2	0	0	2
				출신고의 %	.6%	.0%	.0%	.6%
			x 축으로 -3만큼 y 축으로 4만큼 평행이동	빈도	4	0	0	4
				출신고의 %	1.3%	.0%	.0%	1.1%
			x 축으로 3만큼 y 축으로 -4만큼 평행이동	빈도	4	0	0	4
				출신고의 %	1.3%	.0%	.0%	1.1%
			그래프 개형을 반대로 그림	빈도	1	0	0	1
				출신고의 %	.3%	.0%	.0%	.3%
		그래프 개형 전혀 다른 것	빈도	23	6	1	30	
			출신고의 %	7.5%	17.1%	9.1%	8.5%	
	왼쪽이나 오른쪽 한 쪽 그래프만 그림	빈도	31	2	0	33		
		출신고의 %	10.1%	5.7%	.0%	9.3%		
계열별 전체			빈도	308	35	11	354	
			출신고의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	

<표 4-7-1> 유리함수 $y = \frac{1}{x+3}$ 와 $y = \frac{1}{x+3} - 4$ 의 상관 관계

함수	$y = \frac{1}{x+3}$	$y = \frac{1}{x+3} - 4$
$y = \frac{1}{x+3}$	1	.849(**)

(2) 유리함수 $y = \frac{1}{x+3}$ 의 정의역 구하기

유리함수 $y = \frac{1}{x+3}$ 에 대한 정의역을 구하는 문제에서 다음과 같은 반응을 보였다(<표 4-8>)

이과 학생들 중 유리함수의 정의역을 구하는 문제에서, 조건제시법을 사용하여 나타낸 학생은 11명(3.6%), 기호 { }을 생략하고 나타낸 학생은 101명(32.8%), x 를 생략하고 제시한 학생이 15명(4.9%)으로 나타났다. 그리고 전혀 풀이를 하지 않은(백지) 학생이 139명 정의역을 전혀 다르게 표시한 학생이 42명(13.6%)으로 나타나 58.7%(181명)가 정의역을 모르고 있는 것으로 나타났다.

문과 학생은 32명(90.4%), 실업계 학생은 11명 모두(100%)가 정의역을 구하지 못하였다.

<표 4-8> 정의역에 대한 학생들의 반응

$y = \frac{1}{x+3}$			출신고			전체	
			이과	문과	실업계		
학생들의 반응	백지	전혀 구하지 않음	빈도	139	25	11	175
			출신고의 %	45.1%	71.4%	100.0%	49.4%
	맞음	조건제시법	빈도	11	1	0	12
			출신고의 %	3.6%	2.9%	.0%	3.4%
		{ } 생략	빈도	101	0	0	101
			출신고의 %	32.8%	.0%	.0%	28.5%
	틀림	x 를 생략	빈도	15	2	0	17
			출신고의 %	4.9%	5.7%	.0%	4.8%
	틀림	풀이 틀림	빈도	42	7	0	49
			출신고의 %	13.6%	20.0%	.0%	13.8%
계열별 전체			빈도	308	35	11	354
			출신고의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

(3) 유리함수 $y = \frac{1}{x+3}$ 의 치역 구하기

유리함수 $y = \frac{1}{x+3}$ 에 대한 치역을 구하는 문제에서 맞은 학생은, 이과가 101명(32.8%), 문과가 2명(5.8%), 실업계가 0%로 나타났다. 치역을 구하지 못한 학생은, 이과가 207명(67.2%), 문과가 33명(94.2%), 실업계는 11명(100%)로 나타났다. 이러한 결과들로 보아, 유리함수의 치역을 구하는 문제에서, 이과와 문과 실업계 학생들 간의 많은 차이를 보이고 있다.

<표 4-9> 치역에 대한 학생들의 반응

$y = \frac{1}{x+3}$			출신고			전체	
			이과	문과	실업계		
학생들의 반응	백지	전혀 구하지 않음	빈도	144	25	11	180
			출신고의 %	46.8%	71.4%	100.0%	50.8%
	맞음	정확히 맞음	빈도	9	1	0	10
			출신고의 %	2.9%	2.9%	.0%	2.8%
		{ } 생략	빈도	76	0	0	76
			출신고의 %	24.7%	.0%	.0%	21.5%
	틀림	y 를 생략	빈도	16	1	0	17
			출신고의 %	5.2%	2.9%	.0%	4.8%
	틀림	x 로 표시함	빈도	1	0	0	1
			출신고의 %	.3%	.0%	.0%	.3%
틀림	전혀 틀림	빈도	62	8	0	70	
		출신고의 %	20.1%	22.9%	.0%	19.8%	
계열별 전체			빈도	308	35	11	354
			출신고의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

(3) 유리함수 $y = \frac{1}{x+3}$ 의 최대값, 최소값 구하기

각 계열별 학생을 대상으로 하였을 때, 최대값 구하는 문제에서, 이과 학생은 중 34.4%(106명), 문과 학생은 8.6%(3명), 실업계는 0%로 나타났다. 그리고 최소값 구하는 문제에서, 이과 학생은 중 34.1%(105명), 문과 학생은 20%(7명), 실업계는 0%로 나타났다. 계열별로 큰 차이를 보이고 있다.

전체 학생을 대상으로, 최대값을 구한 학생이 30.8%(109명), 최소값을 구한 학생이 31.6%(112명)로 나타났으며(<표 4-10>, <표 4-11>), 최대값과 최소값 구하기의 상관계수가 .95로 나타났다(<표 4-11-1>). 이는 최대값을 구한 학생 대부분이 최소값을 구하였다는 것을 의미한다.

<표 4-10> 최대값 구하기에 대한 학생들의 반응

$y = \frac{1}{x+3}$			출신교			전체	
			이과	문과	실업계		
학생들의 반응	백지 (전혀 구하지 않음)	빈도	139	22	10	171	
		출신교의 %	45.1%	62.9%	90.9%	48.3%	
	맞음	빈도	106	3	0	109	
		출신교의 %	34.4%	8.6%	.0%	30.8%	
	틀림	0	빈도	1	1	0	2
			출신교의 %	.3%	2.9%	.0%	.6%
		$\pm \infty$	빈도	38	1	0	39
			출신교의 %	12.3%	2.9%	.0%	11.0%
		그 외	빈도	24	8	1	33
			출신교의 %	7.8%	22.9%	9.1%	9.3%
	계열별 전체		빈도	308	35	11	354
			출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

<표 4-11> 최소값 구하기에 대한 학생들의 반응

$y = \frac{1}{x+3}$			출신교			전체	
			이과	문과	실업계		
학생들의 반응	백지 (전혀 구하지 않음)	빈도	142	22	10	174	
		출신교의 %	46.1%	62.9%	90.9%	49.2%	
	맞음	빈도	105	7	0	112	
		출신교의 %	34.1%	20.0%	.0%	31.6%	
	틀림	0	빈도	2	2	1	5
			출신교의 %	.6%	5.7%	9.1%	1.4%
		$\pm \infty$	빈도	33	0	0	33
			출신교의 %	10.7%	.0%	.0%	9.3%
		그 외	빈도	26	4	0	30
			출신교의 %	8.4%	11.4%	.0%	8.5%
	계열별 전체		빈도	308	35	11	354
			출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

<표 4-11-1> $y = \frac{1}{x+3}$ 의 최대값과 최소값 구하기의 상관

	최대값	최소값
최대값	1	.915(**)
최소값	.915(**)	1

3) 무리함수에 대한 학생들의 반응

(1) 무리함수 $y = \sqrt{x}$ 에 대한 그래프 그리기

$y = \sqrt{x}$ 의 그래프의 개형을 그리는 문제에서, 실업계 학생 11명(100%)은 전혀 그리지 못하였으며, 이과 학생은 23명(7.5%), 문과 학생은 1명(2.9%)이 정확하게 그렸다. 이과 학생 96명(31.2%), 문과 학생 7명(20%)은 그래프의 개형에서 점 0 을 표시하지 않고 그린 것으로 조사되었다.

이과 학생 중에는 그래프 방향은 일치하지만 평행 이동된 점에서 그래프를 그렸거나(4.2%), 그래프 방향이 반대(8.8%) ,이차함수의 그래프 모양이나 로그 함수의 그래프 모양 등(15.3%) 으로 그린 학생들이 있었다.

<표 4-12> 무리함수에 대한 학생들의 반응

$y = \sqrt{x}$				출신교			전체
				이과	문과	실업계	
학생들의 반응	백지	전혀 그리지 않음	빈도	102	22	11	135
			출신교의 %	33.1%	62.9%	100.0%	38.1%
	맞음	정확히 맞음	빈도	23	1	0	24
			출신교의 %	7.5%	2.9%	.0%	6.8%
			0점을 표시하지 않음	빈도	96	7	0
	틀림	그래프 방향은 일치하지만 평행이동된 점에서 그래프를 그림	출신교의 %	31.2%	20.0%	.0%	29.1%
			빈도	13	1	0	14
		그래프 방향이 반대	출신교의 %	4.2%	2.9%	.0%	4.0%
			빈도	27	3	0	30
		기타(이차함수 로그함수 등등)	출신교의 %	8.8%	8.6%	.0%	8.5%
			빈도	47	1	0	48
	계열별 전체			출신교의 %	15.3%	2.9%	.0%
			빈도	308	35	11	354
			출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

(2) 무리함수의 정의역 구하기

무리함수에 대한 정의역을 구하는 문제에서 다음과 같은 반응을 보였다(<표 4-13>)

이과 학생들 중 유리함수의 정의역을 구하는 문제에서, 조건제시법을 사용하여 나타낸 학생은 11명(3.6%), 기호 { }을 생략하고 나타낸 학생은 101명(32.8%), x 를 생략하고 제시한 학생이 15명(4.9%)으로 나타났다. 그리고 전혀 풀이를 하지 않은(백지) 학생이 139명 정의역을 전혀 다르게 표시한 학생이 42명(13.6%)으로 나타나 58.7%(181명)가 정의역을 모르고 있는 것으로 나타났다.

문과 학생은 32명(90.4%), 실업계 학생은 11명 모두(100%)가 정의역을 구하지 못하였다.

<표 4-13> 정의역에 대한 학생들의 반응

$y = \sqrt{x}$			출신교			전체	
			이과	문과	실업계		
학생들의 반응	백지	전혀 구하지 않음	빈도	102	22	11	135
			출신교의 %	33.1%	62.9%	100.0%	38.1%
	맞음	조건제시법	빈도	23	1	0	24
			출신교의 %	7.5%	2.9%	.0%	6.8%
		{ } 생략	빈도	96	7	0	103
			출신교의 %	31.2%	20.0%	.0%	29.1%
		x 를 생략	빈도	13	1	0	14
			출신교의 %	4.2%	2.9%	.0%	4.0%
	틀림	y 로 표시	빈도	27	3	0	30
			출신교의 %	8.8%	8.6%	.0%	8.5%
		x > 0	빈도	47	1	0	48
			출신교의 %	15.3%	2.9%	.0%	13.6%
계열별 전체			빈도	308	35	11	354
			출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

(3) 무리함수의 치역 구하기

이과 308명, 문과 35명, 실업계 11명을 각각 대상으로 하였을 때, 무리함수에 대한 치역을 구하는 문제에서 맞은 학생은, 이과가 37.9%(126명), 문과가 20%(7명), 실업계가 0% 로 나타났다.

연구 대상 전체(354명)를 대상으로 하였을 때, 틀린 학생들 중에는, 백지로 제출한 학생이 42.1%(149)명, 전혀 틀리거나 $y > 0$ 로 답한 학생은 20.3%(72명)으로 나타나 치역에 대하여 잘 이해를 못하고 있는 학생이 전체적으로 62.4%(221명)나 되었다.

<표 4-14> 치역에 대한 학생들의 반응

$y = \sqrt{x}$			출신교			전체	
			이과	문과	실업계		
학생들의 반응	백지	전혀 구하지 않음	빈도	115	23	11	149
			출신교의 %	37.3%	65.7%	100.0%	42.1%
	맞음	조건제시법	빈도	21	0	0	21
			출신교의 %	6.8%	.0%	.0%	5.9%
		{ } 생략	빈도	92	6	0	98
			출신교의 %	29.9%	17.1%	.0%	27.7%
		x 를 생략	빈도	13	1	0	14
			출신교의 %	4.2%	2.9%	.0%	4.0%
	틀림	전혀 틀림	빈도	24	3	0	27
			출신교의 %	7.8%	8.6%	.0%	7.6%
		y > 0	빈도	43	2	0	45
			출신교의 %	14.0%	5.7%	.0%	12.7%
계열별 전체			빈도	308	35	11	354
			출신교의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

(3) 무리함수 $y = \sqrt{x}$ 의 최대값, 최소값 구하기

최대값 구하는 문제에서, 이과 학생은 중 43.8% (135명), 문과 학생은 20%(7명), 실업계는 0%로 나타나 계열간의 큰 차이를 보였다. 그리고 최소값 구하는 문제에서, 이과 학생은 중 63.6%(196명), 문과 학생은 10%(28.6명), 실업계는 0%로 나타났다.

<표 4-15> 최대값 구하기에 대한 학생들의 반응

$y = \sqrt{x}$			출신고			전체		
			이과	문과	실업계			
4-2-3 번	백지 (전혀 구하지 않음)		빈도	112	21	10	143	
			출신고의 %	36.4%	60.0%	90.9%	40.4%	
	맞음		빈도	135	7	0	142	
			출신고의 %	43.8%	20.0%	.0%	40.1%	
	틀림	$\pm \infty$		빈도	52	5	0	57
				출신고의 %	16.9%	14.3%	.0%	16.1%
		그 외		빈도	9	2	1	12
				출신고의 %	2.9%	5.7%	9.1%	3.4%
계열별 전체			빈도	308	35	11	354	
			출신고의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	

<표 4-16> 최소값 구하기에 대한 학생들의 반응

$y = \sqrt{x}$			출신고			전체		
			이과	문과	실업계			
학 생 들 의 반 응	백지 (전혀 구하지 않음)		빈도	96	20	10	126	
			출신고의 %	31.2%	57.1%	90.9%	35.6%	
	맞음		빈도	196	10	1	207	
			출신고의 %	63.6%	28.6%	9.1%	58.5%	
	틀림	0		빈도	1	0	0	1
				출신고의 %	.3%	.0%	.0%	.3%
		$\pm \infty$		빈도	1	0	0	1
				출신고의 %	.3%	.0%	.0%	.3%
		그 외		빈도	14	5	0	19
				출신고의 %	4.5%	14.3%	.0%	5.4%
	계열별 전체			빈도	308	35	11	354
				출신고의 %	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

4) 삼각함수에 대한 반응

(1) $y = \sin 2x$ 에 대한 분석

연구 대상 전체 학생들(345명) 중에서 $y = \sin 2x$ 의 그래프, 정의역, 치역, 주기, 최대값, 최소값을 모두 구한 학생은 86명(전체 354명 중 61%)으로 나타났다. 그리고 $y = \sin 2x$ 의 그래프의 개형(주기, 최대, 최소 표시)을 그린 학생은 140명 이었다.

$y = \sin 2x$ 의 그래프 개형(주기, 최대, 최소 표시)을 올바르게 그린 학생 140명을 대상으로 한 분석 결과는 다음과 같다.

첫째, 정의역을 구하지 못하고 치역, 주기, 최대값, 최소값을 구한 학생은 14명(10%), 정의역과 치역을 구하지 못하고 주기, 최대값, 최소값을 구한 학생은 10명(7%)로 나타났다.

둘째, 그래프 개형은 맞았지만 정의역, 치역, 주기, 최대값, 최소값을 모두 구하지 못한 학생은 8명(6%) 이었다.

셋째, $y = \sin 2x$ 의 그래프의 개형을 그린 학생 140명은 최대와 최소값은 모두 구하였다.

그래프 개형을 그리지 못한 학생들을 대상으로 분석한 결과는 다음과 같다.

첫째, 정의역, 치역, 주기, 최대값, 최소값을 모두 구한 학생은 8명(6%)으로 나타났다. 둘째, 정의역, 치역을 구하지 못하였지만 주기, 최소값, 최대값을 구한 학생은 4명(3%)로 나타났다.

셋째, 주기는 구하지 못하였지만 정의역, 치역, 최대값, 최소값을 구한 학생은 6명(4%)으로 나타났다.

<표 4-17> $y = \sin 2x$ 에 대한 정답 인원수

$y = \sin 2x$	내용						정답 인원수	인원수 (140)	354명 대상으로 하였을 때 %	
	유형	그래프	정의역	치역	주기	최대값	최소값	인원수		%
1	0	0	0	0	0	0	86	61	24	
2	0	×	0	0	0	0	14	10	4	
3	0	×	×	0	0	0	10	7	28	
4	0	×	×	×	×	×	8	6	2	
5	×	0	0	0	0	0	8	6	2	
6	×	×	×	0	0	0	4	3	1	
7	×	0	0	×	0	0	6	4	1.7	
8	0				0	0	140	100	40	
9	×	①						41	29	12

* 0 : 맞음, × : 틀림, ① : 정의역, 치역, 주기, 최대값, 최소값 중 하나라도 구한 학생

* 인원수 140명은 $y = \sin 2x$ 의 그래프를 그린 학생들의 수를 말한다.

(2) $y = 2\sin \frac{1}{2}x + 1$ 에 대한 분석

<표 4-18> $y = 2\sin \frac{1}{2}x + 1$ 그래프 그리기에 대한 분석

$y = \sin 2x$	내용							정답 인원수	인원수 (140명)	인원수 (354명)
유형	그래프	정의역	치역	주기	최대값	최소값	$y = 2\sin \frac{1}{2}x + 1$ 의 그래프 그리기	인원수	%	%
1	0	0	0	0	0	0	0	45	32	13
2	0	0	0	0	0	0	×	29	21	8
3							0	57		16

* 0 : 맞음, × : 틀림, * 0와 × 표시가 없는 빈 공간은 맞았거나 틀린 경우와 관계없는 것을 뜻함

* 인원수 140명은 $y = \sin 2x$ 의 그래프를 그린 학생들의 수를 말한다.

연구 대상 전체 학생들(345명) 중에서 $y = 2\sin\frac{1}{2}x + 1$ 을 모두 구한 학생은 57명(전체 354명 중 13%) 이었다. 함수 $y = \sin 2x$ 와 $y = 2\sin\frac{1}{2}x + 1$ 의 그래프, 정의역, 치역, 주기, 최대값, 최소값을 모두 구한 학생은 45명(32%) 이었다. 그리고 $y = \sin 2x$ 의 그래프, 정의역, 치역, 주기, 최대값, 최소값을 구하였지만 $y = 2\sin\frac{1}{2}x + 1$ 의 그래프를 그리지 못한 학생은 29명(68%)나 되었다. 그리고 $y = \sin 2x$ 의 그래프 그리기와 $y = 2\sin\frac{1}{2}x + 1$ 의 그래프 그리기는 약한 상관(상관계수: .494)을 보였다<표 4-19>. 이러한 결과는, 학생들이 $\sin x$ 함수의 그래프는 그릴 수 있더라도 평행이동, 주기, 최대, 최소를 정확히 모르고 있는 것으로 해석된다.

(5) 삼각함수($\sin x$, $\cos x$, $\tan x$)의 그래프 그리기

삼각함수 $y = \sin 2x$ 의 그래프 그리기와 $y = \cos 3x$ 의 그래프 그리기는 상관(.621)을, 삼각함수 $y = \sin 2x$ 의 그래프 그리기와 $y = 2\sin\frac{1}{2}x + 1$ 의 그래프 그리기는 약한 상관(.494)을, 삼각함수 $y = \cos 3x$ 의 그래프 그리기와 $y = 3\cos x + 1$ 의 그래프 그리기는 약한 상관(.583)을 보이고 있다. 그리고 $y = \tan 2x$ 와 $y = \sin 2x$, $y = \tan 2x$ 와 $y = \cos 3x$ 의 상관계수가 .04보다 낮게 나타나 $y = \sin 2x$ 와 $y = \cos 3x$ 의 그래프를 그린 학생이 $y = \tan 2x$ 를 그렸다고 할 수 없다. 이러한 조사결과는, 학생들이 삼각함수에 대한 주기와 최대, 최소, 평행이동에 대하여 이해가 부족한 것으로 고려된다.

<표 4-19> 삼각함수($\sin x$, $\cos x$, $\tan x$)의 그래프 그리기

함수	$y = \sin 2x$	$y = 2\sin\frac{1}{2}x + 1$	$y = \cos 3x$	$y = 3\cos x + 1$	$y = \tan 2x$
$y = \sin 2x$	1	.494(**)	.621(**)	.480(**)	.376(**)
$y = 2\sin\frac{1}{2}x + 1$.494(**)	1	.577(**)	.535(**)	.391(**)
$y = \cos 3x$.621(**)	.577(**)	1	.583(**)	.397(**)
$y = 3\cos x + 1$.480(**)	.535(**)	.583(**)	1	.275(**)
$y = \tan 2x$.376(**)	.391(**)	.397(**)	.275(**)	1

7) 지수함수와 로그 함수의 그래프 그리기

지수함수와 로그함수의 그래프 그리기에서 상관이 있는 것으로 나타난 것은 다음과 같다.

- ① 지수함수 $y = 3^x$ 의 그래프 그리기는 지수함수 $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 및 $y = 3^{x-2}$ 의 그래프 그리기에서 상관을

보이고 있다.

② 지수함수 $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프 그리기는 지수함수 $y=3^{x-2}$ 및 $y=4^{x-2}-3$ 의 그래프 그리기에서 상관을 보이고 있다.

③ 지수함수 $y=3^{x-2}$ 의 그래프 그리기는 지수함수 $y=4^{x-2}-3$ 의 그래프 그리기와 상관을 보이고 있다.

④ 로그 함수 $\log_3 x$ 의 그래프 그리기는 로그함수 $\log_{\frac{1}{5}} x$ 및 $\log_2(x+1)$ 의 그래프 그리기와 상관을 보이고 있다.

⑤ 로그 함수 $\log_{\frac{1}{5}} x$ 의 그래프 그리기는 로그함수 $\log_2(x+1)$ 및 $\log_2(x+1)+2$ 의 그래프 그리기와 상관을 보이고 있다.

⑥ 로그함수 $\log_2(x+1)$ 의 그래프 그리기는 로그함수 $\log_2(x+1)+2$ 의 그래프 그리기와 상관을 보이고 있다.

이와 같은 상관을 고려할 때, 지수함수나 로그 함수를 그릴 때 x 축 방향으로 평행 이동한 그래프를 그릴 수 있는 학생들 중 많은 학생들이 y 축 방향으로 평행이동을 할 수 있는 것으로 해석된다. 하지만, 강한상관 보다는 낮은 상관을 보이고 있으므로 지수함수와 로그함수의 그래프 그리기에서 평행이동에 대한 학습이 통합적으로 이루어져야함을 시사하고 있다.

<표 4-20>에서, 지수함수를 그릴 수 있는 학생은 로그함수를 그릴 수 있는 정도에서 약한 상관을 보이고 있다. 이러한 결과는 학생들이 지수함수와 로그 함수를 관련지어 학습 할 수 있도록 지도하여야함을 나타내고 있다.

<표4-20>지수함수와 로그 함수의 그래프 그리기 분석

	$y=3^x$	$\left(\frac{1}{2}\right)^x$	$y=3^{x-2}$	$y=4^{x-2}-3$	$\log_3 x$	$\log_{\frac{1}{5}} x$	$\log_2(x+1)$	$\log_2(x+1)+2$
$y=3^x$	1	.796(**)	.722(**)	.590(**)	.581(**)	.515(**)	.447(**)	.401(**)
$\left(\frac{1}{2}\right)^x$.796(**)	1	.724(**)	.637(**)	.609(**)	.554(**)	.497(**)	.431(**)
$y=3^{x-2}$.722(**)	.724(**)	1	.729(**)	.581(**)	.520(**)	.505(**)	.427(**)
$y=4^{x-2}-3$.590(**)	.637(**)	.729(**)	1	.493(**)	.471(**)	.515(**)	.443(**)
$\log_3 x$.581(**)	.609(**)	.581(**)	.493(**)	1	.790(**)	.654(**)	.585(**)
$\log_{\frac{1}{5}} x$.515(**)	.554(**)	.520(**)	.471(**)	.790(**)	1	.667(**)	.642(**)
$\log_2(x+1)$.447(**)	.497(**)	.505(**)	.515(**)	.654(**)	.667(**)	1	.770(**)
$\log_2(x+1)+2$.401(**)	.431(**)	.427(**)	.443(**)	.585(**)	.642(**)	.770(**)	1

8) 미분을 이용한 그래프 그리기

함수 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ 와 $f(x) = e^{-x^2}$ 그리고 $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ 에 대한 그래프를 미분을 이용하여 그리는 문제를 조사한 결과, 맞게 그린 학생은 없었다. 이계도함수를 구하거나, 증감표를 작성하였거나 그래프를 대충 그린 학생은 한명에서 세 명 정도였다.

III. 결론

본 연구는 이과(자연)계열과 공대에 입학한 대학 신입생들을 대상으로 함수의 그래프 표현을 어느 정도 할 수 있는지 조사하여 함수영역에서의 지도 방법과 대학 교양수학 교재 개발의 방향을 모색하고자 하였다. 조사결과를 바탕으로 한 결론은 다음과 같다.

첫째, 다항함수, 유리함수, 무리함수, 삼각함수, 지수와 로그 함수에 대한 그래프를 그릴 때에 정의역, 공역 치역, 주기, 최대, 최소는 기본적으로 필요한 요소이므로 이러한 내용과 그래프를 그리는 것을 관련지어 학습 할 수 있도록 기초 개념부터 지도할 필요성이 있다. 그리고 대학생들은 함수가 지니고 있는 정보(정의역, 치역, 최대값, 최소값, 주기 등)의 명확한 이해를 통한 함수의 그래프를 표현 능력을 길러야 할 것이다.

둘째, 그래프를 그리거나 함수가 지니고 있는 정보에 대한 이해 정도에서, 이과와 문과 그리고 실업계를 나온 학생들 간의 차이가 많이 나고 있다. 이러한 학습부진 차이를 줄일 수 있는 교수·학습 방안을 마련해야 할 것이다. 대학 교양수학을 수강하는 학생들의 인원과 대학 교양수학 강의 체제를 고려할 때, 과제 피드백을 통한 교정은 학습 차이를 줄일 수 있는 하나의 방안이 될 것이다.

둘째, 대학수학(교양수학)교육에서 함수의 그래프를 그리고 기하학적인 의미를 이해하여야만 전공 분야에 적용할 수 있는 문제들이 많이 있다. 그러므로 대학생들은 함수의 그래프 개형 정도는 그릴 수 있어야 하고, 그래프가 지닌 정보들을 분석할 수 있고, 각 전공 분야에 활용할 수 있는 능력을 기르도록 하여야 할 것이다. 이를 위해서, 대학 교양수학 교재의 구성에서 함수영역에 대한 내용을 강화할 필요성이 있다.

셋째, 여러 가지 함수들(다항함수, 삼각함수, 지수함수, 로그함수)의 기본적인 그래프를 그리거나, 이들 함수들의 합이나 곱, 이들 함수의 합성이나 유리함수의 형태 등등 다양한 형태의 함수에 대한 그래프의 개형을 그릴 때에 시각적으로 표현할 수 있는 도구(Maple을 비롯한 Mathematica 등) 사용을 권장하고 대학수학(교양수학)에서 이러한 도구를 사용하여 가르칠 필요성이 있다.

넷째, 국내에서 수학에서 컴퓨터를 활용한 수업의 효과성에 관한 연구가 이루어지고 있다(강성주, 2003; 강은주, 2003; 박성은, 1997; 김기원, 2001; 김도현·김석만, 2001; 김향숙, 2003; 박용범 외 4명; 정상권·추상목, 1999; 한동승·유홍상, 2001; 황일, 1996; 허혜자, 1998). 그러나 대학 교양수학에서 컴퓨터의 활용에 관한 연구는 몇 몇에 불과하다. 함수 영역에서 컴퓨터를 활용한 많은 연구가 이루어져 대학 교양수학 수업에서 쉽게 사용할 수 있는 참고 서적이거나 교재가 개발 되어야 할 것이다.

다섯째, 대학 교양수학 교재 개발에서, 대학 신입생들의 수학 학습 정도를 영역별로 세밀하게 분석하여 수학 학습 정도를 고려한 대학 교양수학의 교재의 구성이 필요하다.

여섯째, 대학 교양수학과 각 전공과목과의 연계성을 고려해야하고, 각 전공에서 사용되고 있는 수학 내용을 분석하여 전공 단위별로 대학 교양수학 교재의 개발이 요구된다. 전공과목의 교재 분석에서는, 각 전공의 전문가들과 공동으로 교재를 분석하는 작업이 필요하다.

참 고 문 헌

- 강성주 (2003). 대학수학교육에서 컴퓨터의 활용 방법. 덕성여자대학교 자연과학 논문집, 제10권.
- 강은주 (2003). Maple을 활용한 선형대수학 교육에 관한 연구. 호남대학교 학술논문집, 제25집, pp.253-264.
- 곽성은 (1997). 컴퓨터 그래픽을 통한 수학교육의 향상. 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, 제36권 제2호, pp.107-117.
- 김기원 (2001). Maple V를 이용한 다변수 함수의 교육. 신라대학교 논문집, 제50집, pp.231-241.
- 김도현·김석만 (2001). Maple6을 활용한 고등학교 수학교육. 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육 논문집>, 제12권 제8호, pp.233-248.
- 김병무 (2000). 대학수학 클리닉의 필요성과 운영방안에 대한 연구. 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, 제39권 제2호 pp.187-199.
- 김병무 (2002). 대학수학에서 급수의 합에 대한 다양한 접근. 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, 제41권 제1호, pp.91-100.
- 김성욱 (2005). 사회과학 전공을 위한 대학 수학 교육, 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육 논문집>, 제19권 제4호, pp.587-597.
- 김향숙 (2003). Teaching and learning Models for Mathematics using Mathematica(II). 한국수학교육학회 시리즈 D <수학교육연구>, 제7권 제2호, pp.101-123.
- 박용범 외 4명 (2001). 수학교육에서 Maple의 활용방안. 한국학교수학교육학회 시리즈 E <수학교육 논문집>, 제12권, 8호, pp.211-232.
- 정상권·추상목 (1999). 수학교육에서의 Maple 활용방안, 대한수학교육학회지 학교수학, 1권 1호, pp.157-185.
- 한동승·유홍상 (2001). Maple을 이용한 삼각함수의 이해. 한국학교수학회 논문집, 제4권 제2호, pp.1-9.
- 황일 (1996). 수학교육에서 컴퓨터의 이용, 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, 제35권 제1호, pp.15-23.
- 허혜자 (1998). Mathematica를 활용한 수학지도. 대한수학교육학회 논문집, 8권, 2화, pp.541-551.

- Knuth, E. J. (2000). Understanding the connections between equations and graphs. *Mathematics Teacher*, **93**(1), pp.48-53.
- Dreyfus, Tommy. & Eisenberg, Theodore. (1982). Intuitive functional concepts: A baseline study on intuitions. *Journal for Research in Mathematics Education*, **13**(5), pp.360-380
- Vinner, S. & Dreyfus, T.(1989). Images and Definitions for the Concept of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*, **20**(4), pp.356-366.

A study about Graph Representation of Function of College freshmen

Jong-Jin Seo

Dept. of Math., Hannam Univ., 133 Ojung-dong Daedok-gu, Daejeon 306-791, Korea
E-mail : sjj8483@hanmail.net

Eunmi Choi

Dept. of Math., Hannam Univ., 133 Ojung-dong Daedok-gu, Daejeon 306-791, Korea
E-mail : emc@hannam.ac.kr.

It is said that the university mathematics education in Korea faces critical situations due to the decreases of both qualities and quantities of students.

In this paper we examine college students in order to know their basic ability for understanding about fundamental functions, such as polynomial, trigonometric, logarithm and exponential functions which have learned from highschool mathematics courses. The subject are 354 freshmen of 4 universities located in Daejeon and Chongchung area. The result of this study shows as follows.

- i) More than half students are not able to draw graphs of given functions, except polynomial.
- ii) More students do not fully understand about function properties such as domain, codomain, range, max and min value, cycle and parallel translation.

* ZDM Classification : I25

* MSC2000 Classification : 97D99

* Key words : graph representation of function