

주파수 응답함수의 피크와 제로를 이용한 구조물의 손상탐지

Damage Detection of Structures using Peak and Zero of Frequency Response Functions

박수용¹⁾

Park, Soo-Yong

국문 요약 >> 본 논문에서는 주파수 응답함수에서의 고유진동수를 나타내는 피크와 추가적 정보를 제공하는 제로를 이용하여 구조물의 손상탐지와 손상도를 추정할 수 있는 기법을 개발하였다. 주파수 응답함수의 이론적 고찰을 통하여 주파수 응답함수 내의 피크와 제로를 정의하고, 강성 및 질량행렬, 주파수 응답행렬의 상관관계로부터 고유치 해석을 통하여 피크와 제로를 구하는 방법을 상세히 설명하였다. 부재 강성의 고유치(피크 및 제로)에 대한 민감도 분석을 이용한 구조계 추정기법의 이론을 정립하였다. 본 연구에서 제안한 기법은 고유진동수 및 제로진동수를 이용하여 구조부재의 강성을 역으로 추정하여 실제 구조물과 가장 근접한 수치해석 모델을 만드는 것으로 이 과정에서 손상의 위치와 손상도를 추정할 수 있다. 제안한 이론의 정확성과 타당성은 스프링-매스 시스템과 보구조물의 수치해석 모델에 적용하여 입증하였다.

주요어 주파수 응답함수, 고유진동수, 제로진동수, 구조계 추정

ABSTRACT >> In this paper, a technique to detect structural damage and estimate its severity using peaks and zeros of frequency response functions (FRFs) is developed. The peaks in FRFs represent the natural frequencies of the structure and the zeros provide additional information. The characteristics of peaks and zeros are defined and the calculation procedure to obtain the peaks and zeros from the relationship between frequency response function and stiffness and mass matrices are clearly explained. A structural system identification theory which is utilizing the sensitivity of stiffness of a structural member to eigenvalues, i.e., peaks and zeros, is established. The proposed method can identify damage location and its severity, with natural and zero frequencies, by estimating structural stiffness of the structure in the process of making a analytical model. The accuracy and feasibility is demonstrated by numerical models of a spring-mass system and a beam structure.

Key words frequency response function, natural frequency, zero frequency, structural system identification

1. 서론

손상으로 인해 구조시스템이 물리적으로 변하면 구조물의 진동특성도 이에 따라 변화하고, 손상 전과 손상 후의 물리적 변화, 즉 진동특성의 변화를 토대로 손상을 국부적으로 탐지하고 구조물의 건전성을 평가하는 방법들의 연구가 최근 상당한 진전을 보이고 있다. 구조물의 진동특성을 이용한 손상평가 방법은 크게 고유진동수를 이용하는 방법과 모드형상을 이용하는 방법으로 구분할 수 있다. 초기 연구

에서는 해양 구조물의 진동 감시를 통해 고유진동수 변화를 구조물의 손상지표로 이용할 수 있는 가능성에 초점을 두었으며,⁽¹⁻⁴⁾ 빔의 균열과 고유진동수 변화와의 관계를 연구하였다.^(5,6) 또한 고유진동수와 구조시스템의 강성, 질량과의 민감도 분석을 통한 손상위치와 손상도를 추정하는 기법도 개발되었다.⁽⁷⁾ 모드형상을 이용하는 방법은 모드형상 그 자체를 이용하기 보다는 손상에 민감한 곡률(curvature)을 이용하여 빔의 균열 위치를 추정하였으며⁽⁸⁾ 구조물의 모드형상으로부터 구한 모달 변형에너지를 사용한 손상평가 기법도 개발되었다.⁽⁹⁾

본 연구의 목적은 주파수 응답함수에서의 고유진동수를 나타내는 피크(peak or resonance)와 추가적 정보를 제공하는 제로(zero or antiresonance)를 이용하여 구조물의 손상탐지와 손상도를 추정할 수 있는 기법을 개발하는 것이다.

¹⁾ 한국해양대학교 해양공간건축학부 조교수·공학박사
(대표전자: sypark@hhu.ac.kr)

본 논문에 대한 토의를 2007년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

(논문접수일 : 2006. 11. 22 / 심사종료일 : 2007. 1. 22)

구조물의 진동특성 변화를 이용한 손상평가 분야에서 손상 부위 탐색의 어려운 점은 적은 수의 모달변수(대개 3개나 4개 저차 고유진동수 및 모드형상)를 가지고 구조물의 세세한 부위의 건전성을 말해줄 수 있느냐 하는 것이다. 이런 경우 시스템 방정식을 이용한 인버스 메소드(inverse method)는 방정식의 수보다 구하고자 하는 미지수가 훨씬 많은 관계로 풀이에 어려움이 있다. 본 연구에서는 이러한 어려움을 극복하고자 주파수 응답함수의 피크뿐만 아니라 제로를 이용하여 구조물에 발생한 손상을 탐지하고 손상도를 추정할 수 있는 기법을 개발하였다. 이러한 목적을 달성하기 위하여 본 연구에서는 다음과 같은 과제를 수행하였다. 첫째, 주파수 응답함수의 이론적 고찰을 통하여 주파수 응답함수 내의 피크와 제로를 정의하고, 강성 및 질량행렬, 주파수 응답행렬의 상관관계로부터 고유치 해석을 통하여 피크와 제로를 구하는 방법을 상세히 설명하였다. 둘째, 부재 강성의 고유치(피크 및 제로)에 대한 민감도 분석을 이용한 구조계 추정기법의 이론을 정립하였다. 본 연구에서 제안한 기법은 고유진동수 및 제로진동수를 이용하여 구조부재의 강성을 역으로 추정하여 실제 구조물과 가장 근접한 수치해석 모델을 만드는 것으로 이 과정에서 손상의 위치와 손상도를 추정할 수 있다. 셋째, 제안한 이론의 정확성과 타당성을 스프링-매스 시스템과 보구조물의 수치해석 모델에 적용하여 입증하였다.

2. 주파수 응답함수의 피크 및 제로

주파수 응답함수(Frequency Response Function)는 구조물의 중요한 진동특성을 포함하고 있다. 즉, 계측한 주파수 응답함수로부터 모달분석을 통하여 고유진동수, 모드형상, 감쇠율을 추출할 수 있다. 주파수 응답함수는 가진과 이에 상응하는 구조물 응답의 전달함수로서 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{X(\omega)\} = [H(\omega)] \{F(\omega)\} \quad (1)$$

여기서, $[H(\omega)]$ 는 주파수 응답함수 행렬, $\{X(\omega)\}$ 는 구조물 응답(변위 혹은 가속도)의 푸리에 변환(Fourier transform) 벡터, $\{F(\omega)\}$ 는 가진 함수의 푸리에 변환 벡터이다.

만일 감쇠율이 적은 시스템이라면 주파수 응답함수 행렬 $[H(\omega)]$ 는 다음과 같다.

$$[H(\omega)] = (K - \omega^2 M)^{-1} = \frac{\text{adj}(K - \omega^2 M)}{\det(K - \omega^2 M)} \quad (2)$$

여기서, K 와 M 은 각각 강성과 질량의 행렬이고 adj 는 수

반행렬(adjoint)을, \det 는 행렬식(determinant)을 의미한다. 주파수 응답함수 행렬의 ij 번째 요소는 고유벡터인 모드형상을 이용하여 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.⁽¹⁰⁾

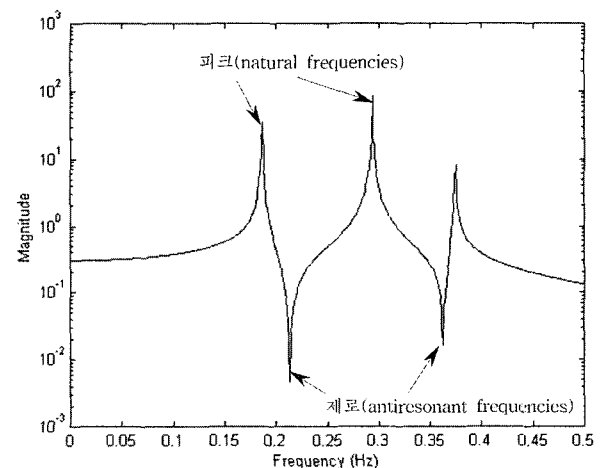
$$H_{ij}(\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{\Phi_{ik}\Phi_{jk}}{(\lambda_k - \omega^2)} \quad (3)$$

여기서, λ_k 는 k 번째 고유치(eigenvalue), 그리고 Φ_{ik} 와 Φ_{jk} 는 각각 k 번째 모드형상 벡터의 i, j 번째 요소이다.

따라서 주파수 응답함수의 피크, 즉 고유진동수는 식(3)의 분모항이 0에 가까울 때 나타나며 주파수 응답함수에서의 제로, 즉 anti-resonance는 식(3)의 분자항이 0이 될 때 발생한다. 그림 1은 주파수 응답함수에서의 피크와 제로를 보여주고 있다. 그림에서와 같이 고유진동수 뿐만 아니라 제로도 주파수 응답함수로부터 추출할 수 있으며, 만일 고유진동수가 구조시스템 강성의 변화에 따라서 변화하는 것처럼 제로도 구조물의 물리적 변화에 민감하다면 제로 역시 구조물의 중요한 진동특성으로 간주할 수 있다.

주파수 응답함수에서 제로를 수치해석적으로 구하기 위해서는 식(2)를 사용할 수 있다. 식(2)에서 ij 번째 주파수 응답함수 요소의 제로는 분자항 즉, $\text{adj}(K - \omega^2 M)$ 행렬이 0이 되는 지점에서 발생한다. 만일 어떤 구조 시스템이 n 개의 자유도를 가진다면 주파수 응답함수 H_{ij} 행렬은 $n \times n$ 행렬로 구성할 수 있다. 여기서 $i=j$ 인 대각 행렬요소, 즉 $H_{11}, H_{22}, \dots, H_{nn}$ 는 포인트 주파수 응답함수(point FRF)라 하고, 그 외의 부재 즉 $i \neq j$ 인 행렬요소는 트랜스퍼 주파수 응답함수(transfer FRF)라 한다. 따라서, 주파수 응답함수의 제로는 포인트 FRF와 트랜스퍼 FRF에서 구할 수 있다.

포인트 FRF(H_{ii})에서의 제로는 $\text{adj}(K - \omega^2 M)$ 행렬이 제로가 되는 점, 즉 강성 K 행렬과 질량 M 행렬에서 i 번째의



〈그림 1〉 주파수 응답함수의 peak와 zero

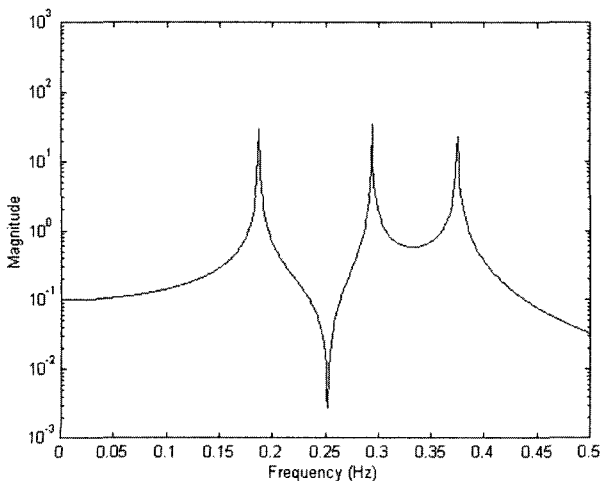
행과 열을 제거한 후 고유치 해석을 한 결과와 같다. 즉, i 번째 자유도를 구속한 구조물의 고유치와 같으며 이 때의 고유치는 그림 1과 같이 원래 구조물의 고유치(고유진동수 혹은 피크)의 사이에 번갈아가며 발생한다. 그림 1은 3자유도 시스템의 포인트 주파수 응답함수(H_{33})를 나타낸 것으로 피크는 3개, 제로는 2개가 발생하였음을 알 수 있다.

만면 트랜스퍼 FRF($H_{ij}, i \neq j$)에서의 제로는 $\text{adj}(K - \omega^2 M)$ 행렬에서 강성 K 행렬과 질량 M 행렬의 i 번째의 행과 j 번째의 열을 제거한 후 고유치 해석을 한 결과와 같다. 이 때의 고유치는 그림 2와 같으며 포인트 주파수 응답함수와 달리 원래 구조물의 고유진동수 사이에 번갈아가며 발생하지 않는다. 그림 2는 같은 시스템의 트랜스퍼 주파수 응답함수(H_{13})를 나타낸 것으로 제로 진동수는 1차와 2차 고유진동수 사이에서만 발생하였다.

따라서 제로 진동수는 포인트 주파수 응답함수나 트랜스퍼 주파수 응답함수에서 i 번째의 행과 j 번째의 열을 제거한 수정된 주파수 응답함수의 제로와 같다.⁽¹¹⁾ 여기서 주목할 점은 그림 1과 2에서 볼 수 있듯이 피크(고유진동수)는 어느 주파수 응답함수에서라도 같은 위치에서 반복적으로 발생하지만 제로는 가진위치 및 응답위치에 따라 다른 값을 나타냄을 알 수 있다. 따라서 제로 진동수는 구조물의 동적 거동의 추가적인 정보를 제공하는 중요한 특성을 지니고 있으며, 이를 고유진동수와 함께 손상평가 및 구조계 추정기법에 사용한다면 더욱 정확한 결과를 예측할 수 있다.

3. 피크와 제로를 이용한 구조계 추정기법

현재까지의 구조계 추정기법 연구에서 사용한 진동특성은 주로 고유진동수만을 사용하였으며⁽⁷⁾ 사용 가능한 정보,



〈그림 2〉 트랜스퍼 주파수 응답함수의 peak와 zero

즉 고유진동수의 수가 추정해야 할 변수보다 작은 경우는 정확한 값을 추정하기가 상당히 어려운 실정이었다. 일반적으로 구조물이 손상을 받으면 진동특성(고유진동수, 모드형상)도 변화한다. 특히 고유진동수 및 제로진동수는 손상에 의한 강성저하로 손상이 없을 때보다 감소하게 된다. 본 연구에서는 이러한 성질을 이용하여 구조계를 추정하여 구조물에 발생한 손상의 위치 및 손상의 정도를 파악할 수 있는 방법을 개발하고자하며, 그 과정을 간단히 요약하면 다음과 같다.

만일 $\lambda_i (i=1, \dots, N)$ 를 어떤 구조시스템에서 피크와 제로의 고유치(eigenvalues)라 하고 그 시스템이 $m_k (k=1, \dots, Q)$ 개의 질량과 $k_j (j=1, \dots, R)$ 개의 구조부재, 즉 강성으로 구성되어 있다고 하면 λ_i 는 질량과 강성의 함수로 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_i = \lambda_i(k_1, \dots, k_R; m_1, \dots, m_Q) \tag{4}$$

i 번째 고유치의 미세편차 $\delta\lambda_i$ 는 강성과 질량의 미세편차의 합으로

$$\delta\lambda_i = \sum_{j=1}^R \frac{\partial \lambda_i}{\partial k_j} \delta k_j + \sum_{k=1}^Q \frac{\partial \lambda_i}{\partial m_k} \delta m_k \tag{5}$$

로 표현할 수 있다. 여기서 δk_j 와 δm_k 는 각각 부재 강성의 미세편차와 부재 질량의 미세편차를 나타낸다. 식(5)의 양쪽 항을 λ_i 로 나누고 $Z_i = \delta\lambda_i / \lambda_i$ 로 정의하면

$$Z_i = \frac{\delta\lambda_i}{\lambda_i} = \sum_{j=1}^R \frac{k_j}{\lambda_i} \frac{\partial \lambda_i}{\partial k_j} \frac{\delta k_j}{k_j} + \sum_{k=1}^Q \frac{m_k}{\lambda_i} \frac{\partial \lambda_i}{\partial m_k} \frac{\delta m_k}{m_k} \tag{6}$$

과 같다. K_i 와 M_i 를 각각 i 번째 모달 강성과 i 번째 모달 질량으로 정의하고 $\lambda_i = K_i / M_i$ 를 식(6)에 대입하여 정리하면

$$Z_i = \frac{\delta\lambda_i}{\lambda_i} = \sum_{j=1}^R F_{ij} \alpha_j - \sum_{k=1}^Q G_{ik} \beta_k \tag{7}$$

여기서, $F_{ij} = \frac{k_j}{K_i} \frac{\partial K_i}{\partial k_j}$, $G_{ik} = \frac{m_k}{M_i} \frac{\partial M_i}{\partial m_k}$, $\alpha_j = \frac{\delta k_j}{k_j}$

$\beta_k = \frac{\delta m_k}{m_k}$ 이다. 만일 시스템의 질량은 변하지 않는다고 가정하면(실제 구조물의 경우 균열 등과 같은 손상에 의한 질량의 변화는 거의 없다) 식(7)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Z_i = \sum_{j=1}^R F_{ij} \alpha_j \tag{8}$$

벡터 Z_i 는 두 시스템(실제구조물과 유한요소모델) 간의

고유진동수와 제로진동수 제곱의 분수적 차이를 나타내는 변수로

$$Z_i = \{Z_n \ Z_a\}^T \tag{9}$$

혹은

$$Z = \{z_{n1} \ z_{n2} \ \dots \ z_{ni} \ \dots \ z_{nm}; z_{a1} \ z_{a2} \ \dots \ z_{aj} \ \dots \ z_{an}\}^T \tag{10}$$

($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$)

로 나타낼 수 있다 여기서, i 와 j 는 각각 고유진동수와 제로진동수의 숫자를 의미한다. z_{ni} 과 z_{aj} 는 고유진동수와 제로진동수의 분수적 차이로 다음 식과 같다.

$$z_{ni} = \frac{\overline{\omega_{ni}^2} - \omega_{ni}^2}{\omega_{ni}^2}, \quad z_{aj} = \frac{\overline{\omega_{aj}^2} - \omega_{aj}^2}{\omega_{aj}^2} \tag{11}$$

여기서 ω_{ni} 은 계측 고유진동수이고 $\overline{\omega_{ni}}$ 은 유한요소 모델의 고유진동수를 나타내며, ω_{aj} 는 계측 제로진동수이고 $\overline{\omega_{aj}}$ 는 유한요소 모델의 제로진동수이다.

$F_{ij} = \frac{k_j}{K_i} \frac{\partial K_i}{\partial k_j}$ 행렬은 강성의 변화와 고유치 변화의 상관관계를 나타내는 강성 민감도 행렬로 행렬의 크기는 $(m+n) \times R$ 이다. $\alpha_j = \frac{\delta k_j}{k_j}$ 행렬은 두 시스템간의 강성의 차이를 나타내는 $R \times 1$ 행렬이다. 식(8)을 다시 정리하면

$$Z = F\alpha \tag{12}$$

따라서 두 시스템간의 강성의 차이 α 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\alpha = F^{-1}Z = F^{-1} \begin{Bmatrix} Z_n \\ Z_a \end{Bmatrix} \tag{13}$$

여기서 F^{-1} 은 F 의 역행렬이다.

식(13)을 이용하여 두 시스템간의 강성의 차이를 구하기 전에 부재 강성과 고유치 변화에 대한 민감도 행렬 F 를 먼저 구하여야 한다. 민감도 행렬 F 는 다음과 같은 절차에 따라 수치해석적으로 구할 수 있다.

- (1) 초기 물성치를 가정한 수치해석 모델을 만든 후 고유치 해석을 통하여 고유진동수와 제로진동수의 고유치 $\lambda_i (i = 1, \dots, m+n)$ 를 계산한다.
- (2) 하나의 부재강성을 $\alpha_j = \alpha$ 로 일정한 수치만큼 줄인다. 이 때 다른 부재의 강성의 변화는 $\alpha_k (k \neq j) = 0$ 이다.
- (3) 하나의 부재 강성이 변한 모델의 고유치 해석을 통하여 고유진동수와 제로진동수의 고유치 $\lambda_i^* (i = 1, \dots, m+n)$ 를 계산한다.

- (4) 두 시스템간의 고유진동수와 제로진동수의 고유치 변화 행렬 $Z_i = \delta\lambda_i / \lambda_i$, $\delta\lambda_i = \lambda_i^* - \lambda_i$ 을 계산한다.

- (5) 민감도 행렬 F 의 ij 번째 요소를 다음과 같이 계산한다. $F_{ij} = Z_i / \alpha_j$

- (6) (1)에서 (5)의 절차를 $k = 1, \dots, R$ 개의 구조부재에 대하여 반복하여 F 행렬을 완성한다.

민감도 행렬을 구한 후 대상 구조물의 구조계를 추정하는 절차는 다음과 같다.

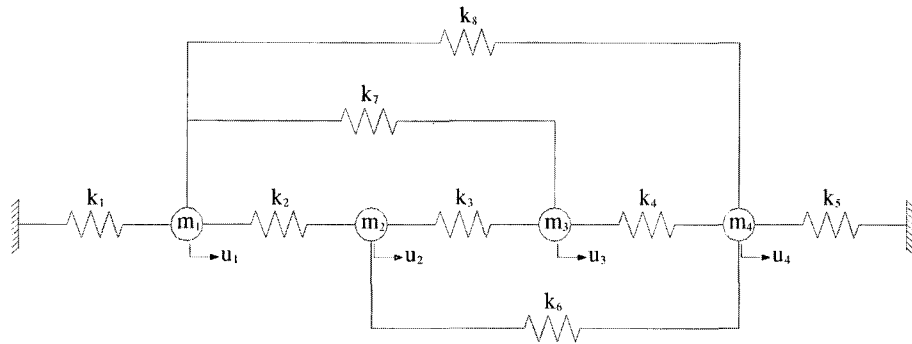
- (1) 대상 구조물에서 주파수 응답함수를 구한 후 고유진동수(m 개)와 제로진동수(n 개)를 추출한다.
- (2) 유한요소 모델을 이용하여 초기 물성치를 가정한 후 초기 수치해석 모델을 만든다.
- (3) 수치해석 모델을 이용하여 위의 절차와 같이 민감도 행렬 F 를 계산한다.
- (4) 수치해석 모델에서 고유진동수(m 개)와 제로진동수(n 개)를 계산한다.
- (5) 계측한 고유진동수, 제로진동수와 초기 수치해석 모델에서 계산한 고유진동수, 제로진동수를 이용하여 두 시스템의 고유치 변화를 포함하는 Z 행렬, $\{Z_n \ Z_a\}^T$ 을 계산한다.
- (6) 식(13)을 이용하여 두 시스템간의 강성의 차이 α 행렬을 구한 후 수치해석 모델의 강성을 다음 식으로 계산하여 수정한다. $k_j^* = k_j(1 + \alpha_j)$
- (7) 두 시스템이 완전히 일치할 때까지 위의 절차를 반복한다. 즉, $Z \approx 0$ 혹은 $\alpha \approx 0$ 으로 수렴할 때까지 반복한다. 이러한 절차를 거쳐 마지막으로 수렴한 수치해석의 모델이 실제 구조물과 가장 가까운 수학적 모델로 이 과정에서 손상의 위치와 손상도를 추정할 수 있다.

4. 수치해석을 통한 이론 검증

4.1 스프링-매스 시스템 구조계 추정

본 절에서는 제안한 이론의 정확성과 타당성을 수치해석 모델을 통하여 검증하고자 한다. 대상 구조물은 그림 3과 같은 스프링-매스 시스템으로 4자유도를 가지고 있으며, 4개의 질량 $m_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 과 8개의 스프링 $k_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ 으로 구성되어 있다. 각 스프링의 강성과 질량의 크기는 표 1에 수록하였다. 본 연구에서는 모델의 질량은 불변으로 가정하였고, 따라서 추정하여야 할 변수는 8개의 스프링 상수이다.

그림 3의 스프링-매스 시스템은 4자유도만 가지고 있으므로 고유진동수의 해는 4개가 존재한다. 하지만 추정해야



〈그림 3〉 스프링-매스 시스템

〈표 1〉 스프링 상수 및 질량

Stiffness	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8
	5	4	2	6	4	5	4	5
Mass	m_1	m_2	m_3	m_4				
	0.8	1.6	2.0	0.8				

할 변수는 8개의 스프링 상수로 추정해야 할 미지수가 알고 있는 고유진동수보다 많은 시스템이다. 본 연구에서는 주파수 응답함수에서 제로진동수를 추출하고 이를 이용하여 8개의 스프링 상수를 역으로 추정하고자 한다. 제안한 구조계 추정기법의 수렴정도와 정확성을 평가하기 위하여 표 2와 같이 초기치를 가정하였다.

Case 1은 스프링 상수를 원래의 값보다 10% 감소하였으며, Case 2는 30% Case 3는 50%감소하였다. 표 3은 원래 구조물(Target)과 3가지 경우의 초기값을 가정한 구조물의 고유진동수와 제로진동수를 수치해석 모델로 계산한 결과로 스프링 상수가 감소할수록 고유진동수와 제로진동수의 값도 그에 따라 감소함을 알 수 있다.

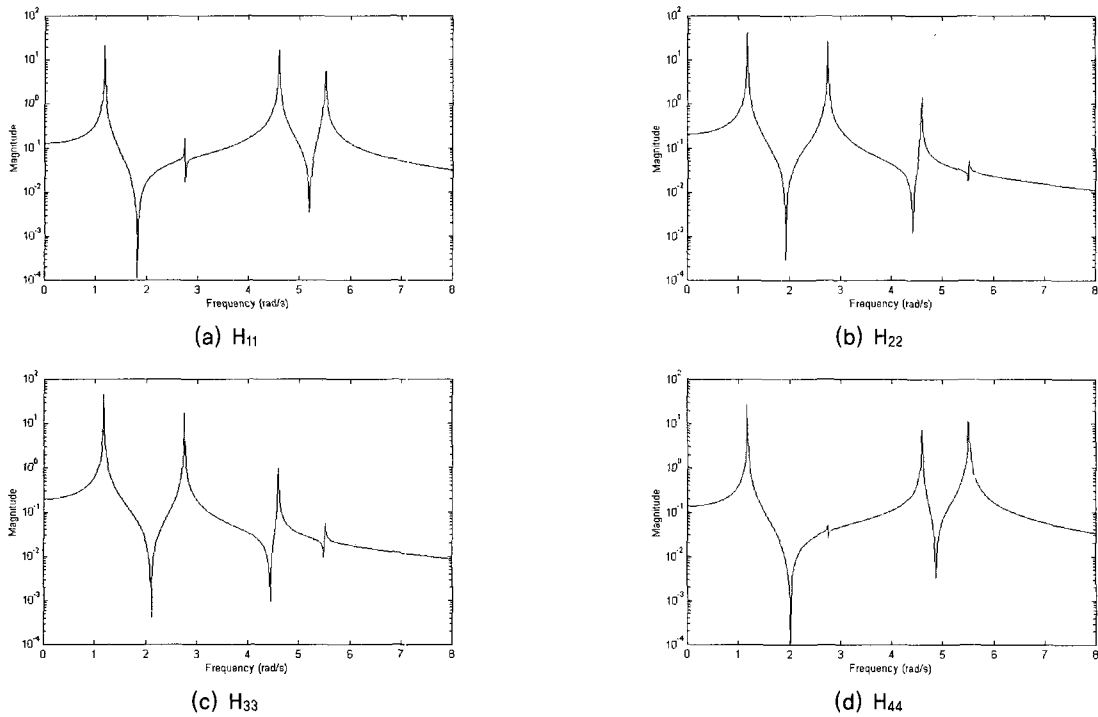
그림 4와 5는 식(3)을 이용하여 얻은 원래 구조물의 주파수 응답함수이다. 그림 4는 포인트 주파수 응답함수로 4개의 고유진동수 외에 제로진동수가 고유진동수 사이에 하나씩 발생하여 총 12개의 다른 진동수 값을 가진 정보를 제공하고, 그림 5는 트랜스퍼 주파수 응답함수로 각각 두 개씩의 제로 진동수를 제공하고 있다. 모든 주파수 응답함수에서 고유진동수는 같은 위치에서 피크로 나타나고 있고, 제로 진동수는 모두 다른 위치에서 발생함을 알 수 있다. 따라서 4자유도 구조물의 경우 사용할 수 있는 진동수의 개수는 고유진동수 4개, 포인트 주파수 응답함수에서 제로진동수 12개, 트랜스퍼 주파수 응답함수에서 제로진동수 12개로 총 26개의 진동수이다. 현재까지의 구조계 추정기법 연구에서 사용한 진동특성은 주로 고유진동수만을 사용하였으며 예제 구조물과 같이 사용 가능한 정보(고유진동수 4개)가 추정해야 할 변수(스프링 상수 8개)보다 작은 경우는 정확한 값을 추정하기가 상당히 어려운 실정이었다.

〈표 2〉 스프링 상수 초기치

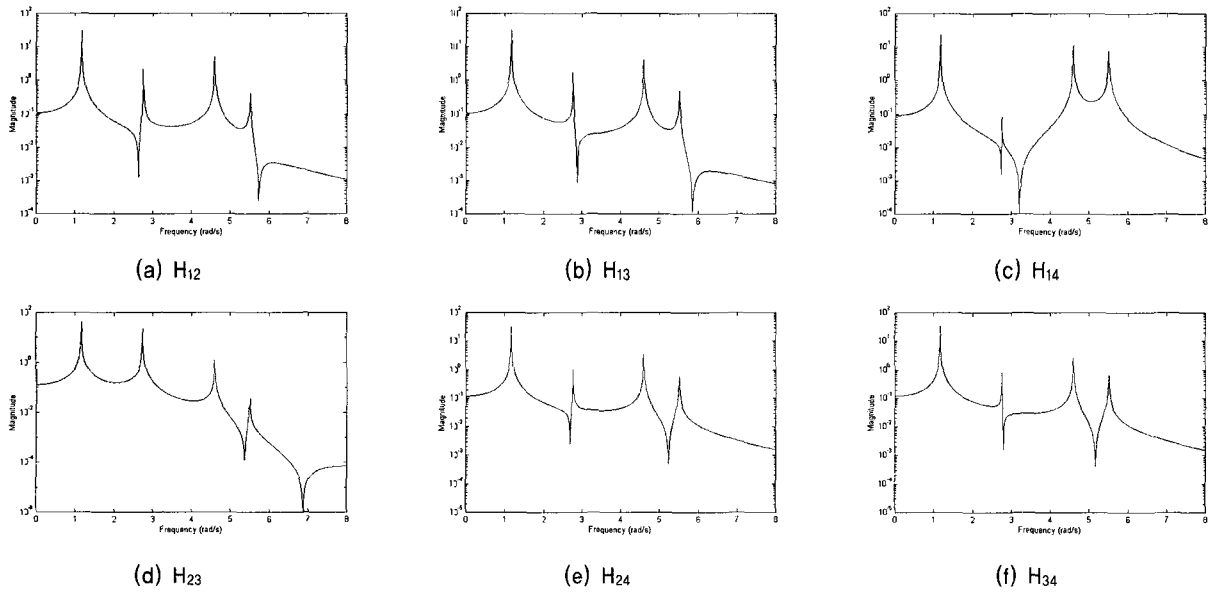
구분	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8
Target value	5	4	2	6	4	5	4	5
Case 1(10% 감소)	4.5	3.6	1.8	5.4	3.6	4.5	3.6	4.5
Case 2(30% 감소)	3.5	2.8	1.4	4.8	2.8	3.5	2.8	3.5
Case 3(50% 감소)	2.5	2	1	3	2	2.5	2	2.5

〈표 3〉 무손상 구조물과 손상 경우 구조물의 고유진동수 및 제로진동수

구분	Mode	Frequency (rad/s)			
		Target	Case 1	Case 2	Case 3
고유진동수	1	1.173	1.113	0.931	0.658
	2	2.751	2.610	2.184	1.544
	3	4.594	4.358	3.646	2.578
	4	5.507	5.224	4.371	3.091
제로진동수 (from point FRFs)	1-2(H_{11})	1.823	1.729	1.447	1.023
	2-3(H_{11})	2.759	2.617	2.190	1.548
	3-4(H_{11})	5.191	4.924	4.120	2.913
	1-2(H_{22})	1.928	1.829	1.530	1.082
	2-3(H_{22})	4.419	4.193	3.508	2.480
	3-4(H_{22})	5.500	5.218	4.365	3.087
	1-2(H_{33})	2.109	2.001	1.674	1.184
	2-3(H_{33})	4.442	4.214	3.526	2.493
	3-4(H_{33})	5.494	5.213	4.361	3.084
	1-2(H_{44})	2.016	1.912	1.600	1.131
	2-3(H_{44})	2.754	2.613	2.186	1.546
	3-4(H_{44})	4.871	4.621	3.866	2.734
제로진동수 (from transfer FRFs)	1-2(H_{12})	2.630	2.495	2.087	1.476
	4- (H_{12})	5.736	5.441	4.552	3.219
	2-3(H_{13})	2.863	2.717	2.273	1.607
	4- (H_{13})	5.857	5.556	4.649	3.287
	1-2(H_{14})	2.734	2.594	2.170	1.535
	2-3(H_{14})	3.209	3.044	2.547	1.801
	3-4(H_{23})	5.370	5.094	4.262	3.014
	4- (H_{23})	6.886	6.533	5.466	3.865
	1-2(H_{24})	2.692	2.554	2.137	1.511
	3-4(H_{24})	5.239	4.970	4.159	2.941
	2-3(H_{34})	2.802	2.658	2.224	1.573
	3-4(H_{34})	5.170	4.905	4.104	2.902



〈그림 4〉 포인트 주파수 응답함수



〈그림 5〉 트랜스퍼 주파수 응답함수

본 연구에서는 고유진동수만을 사용하였을 경우와 고유진동수와 포인트 주파수 응답함수에서의 제로진동수를 함께 사용하였을 경우, 또한 제로진동수만을 사용하였을 경우의 구조계 추정기법의 결과를 비교, 분석하고자 한다. 먼저 4개의 고유진동수만을 사용하여 스프링 상수를 추정하였으며 그 결과를 표 4에서 표 6에 수록하였다. 표에 나타난 스프링 상수는 구조계 추정기법 수행 시 10회 반복하여 스프링 상수를 업데이트한 결과이다. 고유진동수만을 사용하였을 경우 Case 1, 2, 3에 대한 최대오차는 각각 2.38%,

7.19%, 12.08%가 발생하였다. 초기 가정한 스프링 상수가 원래의 값보다 많이 차이가 날수록(Case 3의 경우 50%) 최대오차도 크게 나타났다. 이러한 오차의 원인은 추정해야 할 스프링 변수는 8개인데 4개의 고유진동수만을 사용하였기 때문이다. 그림 6에 원래 구조물의 스프링 상수 $K_{Target}=[5 \ 4 \ 2 \ 6 \ 4 \ 5 \ 4 \ 5]$ 와 Case 3의 마지막으로 업데이트 된 스프링 상수 $K_{Updated}=[5.100 \ 3.805 \ 1.841 \ 6.725 \ 3.899 \ 5.411 \ 3.733 \ 4.589]$ 를 사용하여 계산한 포인트 주파수 응답함수를 비교하였다. 그림에서 볼 수 있듯이 고유진동수만을 사용하여

〈표 4〉 구조계 추정기법을 이용한 스프링 상수 결과 비교(Case 1)

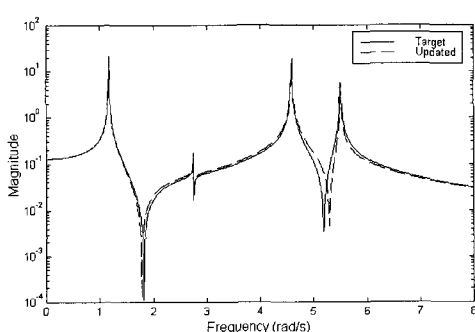
구분	사용 진동수	스프링 상수								최대오차 (%)
		k ₁	k ₂	k ₃	k ₄	k ₅	k ₆	k ₇	k ₈	
Target value		5	4	2	6	4	5	4	5	
고유진동수만을 사용	4	5.014	3.951	1.974	6.143	3.986	5.080	3.938	4.932	2.381
고유진동수(4) + 제로진동수(3) 사용	7	5.000	4.004	2.001	6.014	3.999	4.987	3.996	4.999	0.267
고유진동수(4) + 제로진동수(6) 사용	10	5.000	4.000	2.000	6.000	4.000	5.000	4.000	5.000	0.000
고유진동수(4) + 제로진동수(9) 사용	13	5.000	4.000	2.000	6.000	4.000	5.000	4.000	5.000	0.000
포인트 FRF 제로진동수(9) 사용	9	5.000	4.000	2.000	6.000	4.000	5.000	4.000	5.000	0.000
트랜스퍼 FRF 제로진동수(9) 사용	9	5.017	3.997	2.000	6.002	3.993	5.002	3.997	4.998	0.002

〈표 5〉 구조계 추정기법을 이용한 스프링 상수 결과 비교(Case 2)

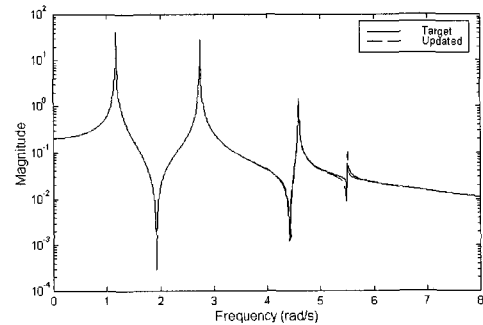
구분	사용 진동수	스프링 상수								최대오차 (%)
		k ₁	k ₂	k ₃	k ₄	k ₅	k ₆	k ₇	k ₈	
Target value		5	4	2	6	4	5	4	5	
고유진동수만을 사용	4	5.050	3.868	1.912	6.432	3.948	5.244	3.827	4.775	7.194
고유진동수(4) + 제로진동수(3) 사용	7	5.001	4.013	2.002	6.044	3.998	4.958	3.987	4.999	0.832
고유진동수(4) + 제로진동수(6) 사용	10	5.000	4.000	2.000	6.000	4.000	5.000	4.000	5.000	0.000
고유진동수(4) + 제로진동수(9) 사용	13	5.000	4.000	2.000	6.000	4.000	5.000	4.000	5.000	0.000
포인트 FRF 제로진동수(9) 사용	9	5.000	4.000	2.000	6.000	4.000	5.000	4.000	5.000	0.000
트랜스퍼 FRF 제로진동수(9) 사용	9	5.079	3.985	2.002	6.011	3.969	5.011	3.986	4.989	0.012

〈표 6〉 구조계 추정기법을 이용한 스프링 상수 결과 비교(Case 3)

구분	사용 진동수	스프링 상수								최대오차 (%)
		k ₁	k ₂	k ₃	k ₄	k ₅	k ₆	k ₇	k ₈	
Target value		5	4	2	6	4	5	4	5	
고유진동수만을 사용	4	5.100	3.805	1.841	6.725	3.899	5.411	3.733	4.589	12.08
고유진동수(4) + 제로진동수(3) 사용	7	5.002	4.022	2.003	6.076	3.997	4.929	3.978	4.998	1.424
고유진동수(4) + 제로진동수(6) 사용	10	5.000	4.000	2.000	6.000	4.000	5.000	4.000	5.000	0.000
고유진동수(4) + 제로진동수(9) 사용	13	5.000	4.000	2.000	6.000	4.000	5.000	4.000	5.000	0.000
포인트 FRF 제로진동수(9) 사용	9	5.000	4.000	2.000	6.000	4.000	5.000	4.000	5.000	0.000
트랜스퍼 FRF 제로진동수(9) 사용	9	5.234	3.955	2.006	6.032	3.905	5.032	3.956	4.965	0.068

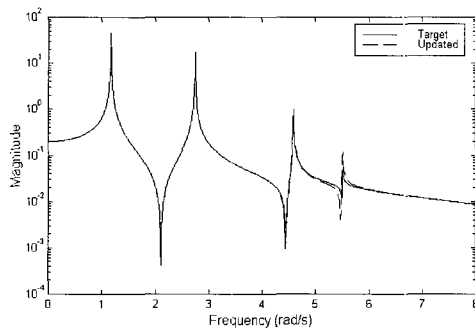
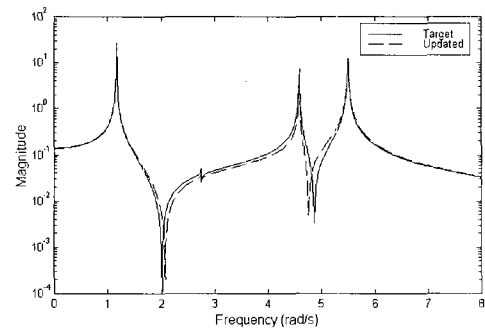


(a) H₁₁



(b) H₂₂

〈그림 6〉 고유진동수만을 사용한 구조계 추정결과(Case 3) (계속)

(c) H₃₃(d) H₄₄

(그림 6) 고유진동수만을 사용한 구조계 추정결과(Case 3)

업데이트 하였기 때문에 고유진동수의 위치에서는 잘 일치하지만 제로진동수 위치에서는 서로 상이함을 나타내고 있다.

제로진동수의 사용 개수에 대한 구조계 추정기법의 성능을 분석하기 위하여 다음과 같은 5가지 경우를 조사하였다: (1) 고유진동수 4개와 H₁₁의 제로진동수 3개를 사용하였을 경우; (2) 고유진동수 4개와 H₁₁, H₂₂의 제로진동수 6개를 사용하였을 경우; (3) 고유진동수 4개와 H₁₁, H₂₂, H₃₃의 제로진동수 9개를 사용하였을 경우; (4) 고유진동수는 사용하지 않고 H₁₁, H₂₂, H₃₃의 제로진동수 9개만을 사용하였을 경우; (5) 고유진동수는 사용하지 않고 H₁₂, H₁₃, H₁₄, H₂₃, H₂₄의 제로진동수 9개만을 사용하였을 경우. 이러한 경우에 대한 스프링 상수 추정 결과를 표 4에서 표 6에 수록하였다.

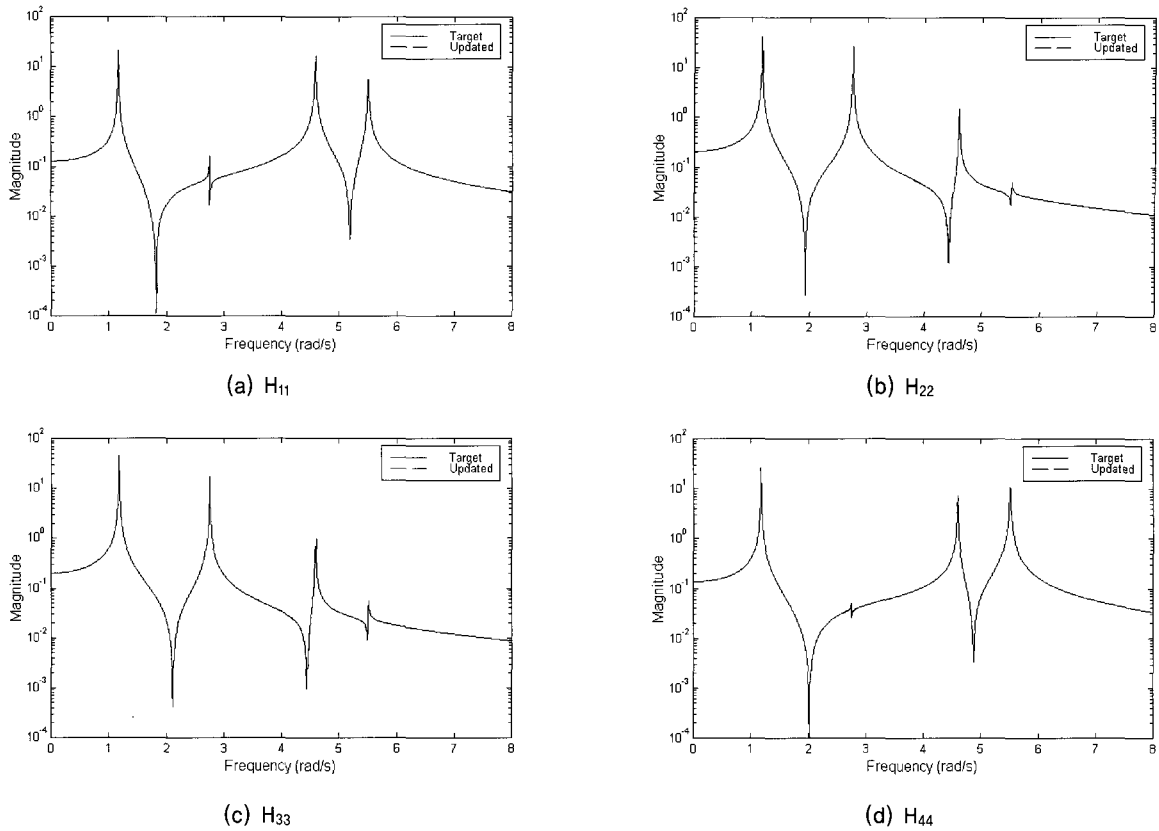
각각 다른 정보를 가지고 구조계 추정 기법이 적용한 결과의 수렴정도와 정확도의 비교는 추정된 스프링 상수의 최대오차로 나타내었다. 표 4의 경우 4개의 고유진동수만을 사용하였을 때 최대오차는 2.381%이고, 고유진동수 4개와 H₁₁의 제로진동수 3개를 함께 사용하였을 때 최대오차는 0.267%, 그 외 고유진동수와 6개의 제로진동수, 고유진동수와 9개의 제로진동수, 9개만의 포인트 주파수 응답함수의 제로진동수를 사용하였을 경우의 최대오차는 0%, 9개의 트랜스퍼 주파수 응답함수의 제로진동수를 사용하였을 경우의 최대오차는 0.002%의 결과를 보여주고 있다. 즉 추정하여야 할 스프링 상수의 개수보다 적은 정보를 사용하였을 경우 오차가 발생하였고 그 차이가 적을수록 오차도 줄어들며, 만일 추정해야 할 스프링 상수 개수보다 많은 정보를 사용하였을 경우에는 오차 없이 완벽하게 구조계를 추정하였음을 알 수 있다. 다만 트랜스퍼 주파수 응답함수의 제로진동수를 사용하였을 경우에는 작지만 오차가 발생하였다. 이는 포인트 주파수 응답함수의 제로진동수가 트랜스퍼 주파수 응답함수의 제로진동수보다 더욱 정확한 정보를 제공하고 있음을 의미하며, 포인트 주파수 응답함수의 제로진동수는 고유진동수와 마찬가지로 구조물의 특성을 정확히 대표

한다고 할 수 있다. 표 5와 표 6도 이와 매우 유사한 현상을 보여주고 있으며 초기치 값의 감소크기에 따라 최대오차가 비례함을 알 수 있다. 그러나 오차가 발생하는 경우는 사용한 정보의 숫자가 8보다 적을 때만 발생하였고, 8보다 많이 사용한 경우는 오차 없이 완벽하게 스프링 상수를 추정하였다. 따라서 본 연구에서 제안한 구조계 추정기법은 사용할 수 있는 진동수의 정보가 추정해야 할 변수보다 많을 경우 초기치 가정 값에 상관없이 완벽하게 구조계를 추정할 수 있다고 할 수 있다. 그림 7은 Case 3의 경우 고유진동수 4개와 제로진동수 3개를 동시에 사용하였을 때 포인트 주파수 응답함수의 결과를 비교한 것이다. 최대 오차가 1.424% 발생하였지만 두 시스템은 거의 일치함을 보여준다. 그림 6과 비교해보면 고유진동수 뿐 아니라 제로진동수 위치도 일치하여 8개의 필요정보보다 적은 7개의 정보를 사용하였음에도 불구하고 거의 완벽하게 주파수 응답함수를 재 생성하였음을 알 수 있다.

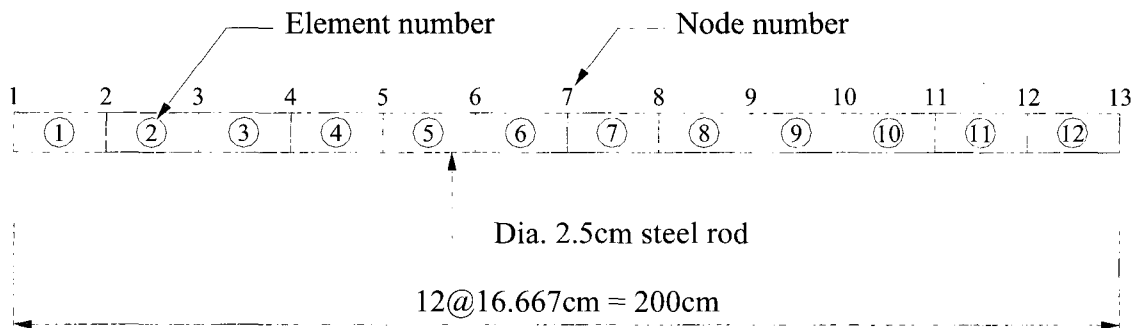
4.2 보 구조물의 손상탐지

보 구조물의 손상탐지에 사용한 수치해석 모델은 그림 8과 같이 양단이 자유단이고 스패ん길이는 200cm, 사용 단면은 지름 25mm인 강봉이다. 부재의 재질은 탄성계수 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, 단면적 $A = 4.9087 \text{ cm}^2$, 단면 2차 모멘트 $I = 1.9175 \text{ cm}^4$, 무게비중 $\gamma = 7,850 \text{ kgf/m}^3$ 이다. 구조계를 추정해야 할 목표(Target) 구조물은 총 12개의 부재로 구성되어 있다고 가정하였고, 부재 4번과 7번에서 손상이 발생하여 각각 10%와 20%의 휨강성이 저하되었다고 가정하였다. 따라서 추정하여야 할 휨강성은 표 7과 같고 이 때 계속하였다고 가정한 6개의 저차 힘모드의 고유진동수 및 H₃₃, H₄₄에서 추출한 10개의 제로진동수도 함께 수록하였다.

따라서 총 16개의 진동수 정보를 계속하였다고 가정하고 이를 사용하여 12개의 부재 휨강성을 역으로 추정하고자 한



〈그림 7〉 고유진동수 4개와 제로진동수 3개를 사용한 구조계 추정결과(Case 3)



〈그림 8〉 자유 보 구조물

〈표 7〉 보 구조물의 손상모사 및 진동수 정보

부재번호	휨강성(kgf·cm ²)					
	(EI) ₁₋₃ , (EI) ₅₋₆ , (EI) ₈₋₁₂		(EI) ₄	(EI) ₇		
Target value	4.0267x10 ⁶		3.6240x10 ⁶	3.2214x10 ⁶		
진동수(Hz)						
고유진동수	27.66	77.53	151.07	252.51	374.10	522.45
H ₃₃ 제로진동수	73.71	150.34	250.89	355.44	469.88	
H ₄₄ 제로진동수	74.01	123.36	209.55	342.96	506.82	

다. 각 부재의 휨강성을 추정하기 위해서는 초기 수치해석 모델이 필요하고, 초기 수치해석 모델로부터 각 부재의 강성민감도 행렬을 구하여야 한다. 초기 수치해석 모델의 모든 부재의 휨강성은 4.2185x10⁶ kgf·cm²로 손상이 없는

부재보다 약 5% 휨강성이 큰 것으로 가정하였다. 표 8과 9는 각각 진동수와 휨강성에 대한 구조계 추정 업데이트 과정을 보여주고 있다. 초기 구조물의 경우 Target 구조물과 진동수의 오차는 최대 5.43%이었으나 10회 업데이트한 구조물은

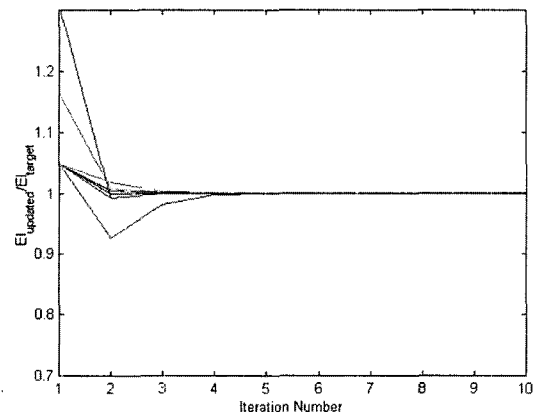
〈표 8〉 보 구조물의 구조계 추정 업데이트 과정(진동수)

초기 구조물의 진동수(Hz)	업데이트 구조물의 진동수(Hz)			Target 구조물의 진동수(Hz)	오차(%)	
	1회	5회	10회		초기	10회
29.17	27.67	27.66	27.66	27.66	5.43	0.00
80.40	77.65	77.53	77.53	77.53	3.70	0.00
157.62	151.16	151.07	151.07	151.07	4.34	0.00
260.55	252.79	252.51	252.51	252.51	3.18	0.00
389.22	374.57	374.10	374.10	374.10	4.04	0.00
543.62	522.77	522.45	522.45	522.45	4.05	0.00
76.51	73.81	73.71	73.71	73.71	3.81	0.00
156.88	150.42	150.34	150.34	150.34	4.35	0.00
258.84	251.17	250.89	250.89	250.89	3.17	0.00
368.04	355.92	355.44	355.44	355.44	3.54	0.00
488.04	470.17	469.88	469.88	469.88	3.86	0.00
76.78	74.14	74.01	74.01	74.01	3.73	0.00
126.99	123.50	123.36	123.36	123.36	2.95	0.00
219.15	209.68	209.55	209.55	209.55	4.58	0.00
356.10	343.45	342.96	342.96	342.96	3.83	0.00
528.64	507.08	506.82	506.82	506.82	4.31	0.00

〈표 9〉 보 구조물의 구조계 추정 업데이트 과정(휨강성)

초기 구조물의 휨강성 (kgf·cm ²)	업데이트 구조물의 휨강성(kgf·cm ²)			Target 구조물의 휨강성 (kgf·cm ²)	오차(%)	
	1회	5회	10회		초기	10회
(1) 4.2185x10 ⁶	4.0235x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.76	0.00
(2) 4.2185x10 ⁶	4.0427x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.76	0.00
(3) 4.2185x10 ⁶	4.0434x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.76	0.00
(4) 4.2185x10 ⁶	3.6520x10 ⁶	3.6240x10 ⁶	3.6240x10 ⁶	3.6240x10 ⁶	16.40	0.00
(5) 4.2185x10 ⁶	4.0454x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.76	0.00
(6) 4.2185x10 ⁶	4.0393x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.76	0.00
(7) 4.2185x10 ⁶	3.1955x10 ⁶	3.2214x10 ⁶	3.2214x10 ⁶	3.2214x10 ⁶	30.95	0.00
(8) 4.2185x10 ⁶	4.0262x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.76	0.00
(9) 4.2185x10 ⁶	4.0474x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.76	0.00
(10) 4.2185x10 ⁶	3.9981x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.76	0.00
(11) 4.2185x10 ⁶	4.0988x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.76	0.00
(12) 4.2185x10 ⁶	3.7321x10 ⁶	4.0266x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.0267x10 ⁶	4.76	0.00

오차가 0.00%로 두 구조물이 일치하였다고 볼 수 있다. 또한 휨강성도 초기 구조물은 Target 구조물과 최대 30.95%이었으나 10회 업데이트한 구조물의 최대오차는 0.00%로 잘 일치함을 알 수 있으며, 손상을 모사한 4번과 7번 부재도 손상을 가한 10% 및 20%의 휨강성 3.6240x10⁶kgf·cm² 및 3.2214x10⁶kgf·cm²을 완벽하게 추정하였다. 그림 9는 12개 부재 휨강성의 수렴정도를 나타낸 것으로 Target 구조물과 업데이트한 구조물의 휨강성 비(EI_{updated}/EI_{target})이다. 업데이트 5회째부터 두 구조물의 강성의 비가 1로 수렴하여 업데이트한 구조물이 Target 구조물과 완전하게 일치됨을 알 수 있다.



〈그림 9〉 휨강성 업데이트 과정(EI_{updated}/EI_{target})

5. 결론

본 연구에서는 주파수 응답함수에서의 고유진동수를 나타내는 피크(peak or resonance)와 추가적 정보를 제공하는 제로(zero or antiresonance)를 이용하여 구조물의 손상탐지와 손상도를 추정할 수 있는 기법을 개발하였다. 주파수 응답함수의 이론적 고찰을 통하여 주파수 응답함수 내의 피크와 제로를 정의하고, 강성 및 질량행렬, 주파수 응답행렬의 상관관계로부터 고유치 해석을 통하여 피크와 제로를 구하는 방법을 상세히 설명하였고, 부재 강성의 고유치(피크 및 제로)에 대한 민감도 분석을 이용한 구조계 추정기법의 이론을 정립하였다. 제안된 기법은 스프링-매스 시스템과 보 구조물의 수치해석 모델에 적용하여 구조계 추정 및 손상탐지를 수행하여 이론의 타당성을 검증하였다. 본 연구를 통해서 얻어진 결론은 다음과 같다.

- (1) 주파수 응답함수의 피크(고유진동수)와 제로는 구조물의 손상탐지 및 구조계 추정기법에 사용할 수 있으며, 특히 제로진동수는 고유진동수와 마찬가지로 구조계의 중요한 특성을 반영하며 추가적 정보를 제공한다.
- (2) 본 연구에서 제안한 구조계 추정기법은 계측 데이터를 이용하여 실제 구조물과 가장 근접한 수학적 모델을 생성하는데 유용하게 쓰일 수 있으며, 초기 강성의 가정 값과 상관없이 구조계의 해를 추정할 수 있음을 수치해석 모델을 통하여 입증하였다.
- (3) 본 연구에서 제안한 방법은 초기 계측 데이터가 없는 기존 구조물에도 손쉽게 적용할 수 있다.

감사의 글

이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구(KRF-2004-03-D00438)되었으며 이에 감사드립니다.

참고 문헌

1. Vandiver, J.K., "Detection of Structural Failure on Fixed Platforms by Measurement of Dynamic Response." *J. Petroleum Technology*, 1977, pp. 305-310.
2. Begg, R.D., Mackenzie, A.C., Dodds, C.J. and Loland, O., "Structural Integrity Monitoring Using Digital Processing of Vibration Signals." *Proceedings of the 8th Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas*, 1976, Paper 2549.
3. Crohas, H. and Lepert, P., "Damage Detection Monitoring Method for Offshore Platforms Is Field Tested." *Oil and Gas Journal*, Vol. 80, No. 8, 1982, pp. 94-103.
4. Duggan, D.M., Wallace, E.R. and Caldwell, S.R., "Measured and Predicted Vibration Behavior of Gulf of Mexico Platforms." *Proceedings of the 12th Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas*, 1980, Paper 3864.
5. Chondros, T.G. and Dimarogonas, A.D., "Identification of Cracks in Welded Joints of Complex Structures." *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 69, No. 4, 1980, pp. 531-538.
6. Gudmundson, P., "Eigenfrequency Changes of Structures Due to Cracks, Notches, or Other Geometrical Changes." *J. Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 30, No. 5, 1982, pp. 339-353.
7. Stubbs, N. and Osegueda, R., "Global Non-Destructive Damage Evaluation in Solids." *Int. J. Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 5, No. 2, 1990, pp. 67-79.
8. Pandey, A.K., Biswas, M. and Samman, M.M., "Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes." *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 145, No. 2, 1991, pp. 321-332.
9. Stubbs, N., Kim, J.T. and Topole, K., "An Efficient and Robust Algorithm for Damage Localization in Offshore Platforms." *ASCE 10th Structures Congress 92, San Antonio, Texas*, 1992, pp. 543-546.
10. Ewins, D.J., *Modal Testing: Theory and Practice*, Letchworth, Hertfordshire, U.K., Research Studies Press, 1984.
11. Mottershead, J.E., "On the zeros of structural frequency response functions and their sensitivities." *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, No. 5, 1998, pp. 591-597.