

論文

부분 가열된 무한 경사기능재료 판의 2차원 비정상 열응력

김 귀 섭

Two-dimensional Unsteady Thermal Stresses in a partially heated infinite FGM Plate

Kui-Seob, Kim

ABSTRACT

A Green's function approach based on the laminate theory is adopted for solving the two-dimensional unsteady temperature field and the associated thermal stresses in an infinite plate made of functionally graded material (FGM). All material properties are assumed to depend only on the coordinate x (perpendicular to the surface). The unsteady heat conduction equation is formulated into an eigenvalue problem by making use of the eigenfunction expansion theory and the laminate theory. The eigenvalues and the corresponding eigenfunctions obtained by solving an eigenvalue problem for each layer constitute the Green's function solution for analyzing the two-dimensional unsteady temperature. The associated thermoelastic field is analyzed by making use of the thermal stress function. Numerical analysis for a FGM plate is carried out and effects of material properties on unsteady thermoelastic behaviors are discussed.

Key Words : Green's function, a partially heated infinite FGM plate, two-dimensional unsteady thermal stress

1. 서 론

경사기능재료는 내열성이 요구되는 우주왕복선의 기체재료(機體材料), 핵융합로의 벽재(壁材), 그리고 광섬유(光纖維) 등에 널리 이용되고 있다. 경사기능재료는 두께방향으로 재료 조성의 분포를 연속적인 함수형태로 변화시켜 재료의 양면에 필요한 각종 성질을 부여한 기능재료이다. 이러한 경사기능재료의 열응력에 대한 초기단계의 연구는 주로 1차원 문제가 검토되었다. 현재는 연구가 2차원 평면 문제, 3차원 문제 및 파괴분야 등 과 같은 여러 분야에 걸쳐 다양한 해석 방법 및 응용분야로 연구 검토가 이루어지고 있다.

이러한 경사기능재료에 대한 보고서[1-2]는 비정상 열전도 방정식 해석에 대한 기본 방향을 제시한 연구이다. 이러한 연구들은 비정상 열응력 문제의 해를 구하기 위해 Laplace 변환 또는 Fourier 변환을 사용했다. Nomura [3-4] 등은 2차원 경사기능재료 판의 정상 열응력 문제에 Green 함수를 적용하여 해석하였다. Kim과 Noda[5-6]는 Galerkin 방법에 근거한 Green 함수와 적층판 이론에 근거한 Green 함수를 이용하여 경사기능재료의 열 응력 해석을 위한 3차원 비정상 온도분포 및 네 변이 고정지지된 경사기능재료 판의 처짐을 해석하였다. Akai, Kawamura와 Tanigawa [7]는 해석적인 방법으로 정상 상태의 이질재료 판에 대한 열응력을 해석하였다. 또한 Kim[8,9]은 경사기능재료 사각판의 열 탄성변형과 열응력을 해석하는데 적층판 이론 및 Galerkin 방법에 근거한 Green 함수를 적용하였다. Nemat-Alla[10]는 유한요소법을 이용하

† 2007년 5월 25일 접수 ~ 2007년 6월 18일 심사완료

* 인하공업전문대학 항공기계과 교수
연락처, E-mail : kuisseob@inhac.ac.kr
인천시 남구 용현동 253

여 2차원 경사기능재료의 열응력 감소효과를 검토하였다. Ohmich 와 Noda[11]는 해석적인 방법을 사용하여 부분 가열된 경사기능재료 판의 평면 열응력에 대한 해석을 수행하였다. Robaldo와 Carrera는 다층 구조의 이질재료 판에 대한 열탄성해석을 위한 유한요소를 제시하였다.

본 연구에서는 경사기능재료의 조성 분포가 금속표면에서 세라믹 표면까지 두께방향의 위치 함수이기 때문에 경사기능재료의 열 물성치는 두께방향의 함수로 가정하였다. 부분적으로 가열된 2차원 무한 경사기능재료 판에 대한 비정상 온도 분포해석은 적층판 이론에 근거한 Green 함수 접근방법을 적용하여 해석하였다. 각 층에 대한 고유함수 팽창 이론에 의해 얻어진 근사해는 지배방정식에 대입함으로서 고유치 문제해석으로 귀착된다. 각 층의 고유치문제를 해석함으로서 얻어진 고유치와 고유함수는 2차원 비정상 온도 분포를 해석하기 위한 Green함수 해를 제시한다. 관련된 열탄성장의 해석은 적층판 이론과 열 응력함수를 이용하여 해석하였다.

본 연구의 수치 예제로서, ZrO_2 와 티타늄합금으로 구성된 부분 가열된 열하중을 받는 2차원 무한 경사기능재료 판이 선택되었다. 비정상 열하중상태에서 경사기능재료 판의 온도 분포, 응력분포와 같은 수치해석 결과들을 그림으로 나타내었으며, 경사기능재료의 물성치가 비정상 열탄성 거동에 미치는 영향을 비교 검토하였다.

II. 열전도 방정식 해석

x 방향(표면에 수직방향)으로 두께 b 인 2차원 무한 경사기능재료 판에 대한 온도분포와 관련된 열 탄성장을 생각한다. 경사기능재료의 모든 물성치는 x 만의 함수이며, 판의 하부와 상부에 각각 열하중이 $T_0 + T_a(y)$, $T_0 + T_b(y)$ 가 작용된다고 가정하였다. 여기서 T_0 는 초기온도이며, $T_a(y)$, $T_b(y)$ 는 각각 $x = 0$, $x = b$ 에서 작용하는 임의의 함수이다.

II-1. 2차원 정상 열전도 방정식

지르코늄(ZrO_2)과 티타늄 합금으로 만들어진 두께 b 인 무한 길이의 사각 경사기능재료 판에 대한 정상 온도분포를 생각한다. 두께 방향인 x 방향의 L 개 층으로 구성되는 적층판에 있어, 적층판의 수가 충분히 많고 각 층의 열 물성치를 상수로 가정하면 각 층에 대한 정상 열전도방정

식의 해는 다음과 같이 가정된다.

$$T_i^s(x, y) = \int_0^\infty \{ e^{(\beta x)} A^i(\beta) + e^{(-\beta x)} B^i(\beta) \} \cos(\beta y) d\beta \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i$$

$$, \quad i = 1, 2, \dots, L \tag{1}$$

여기서 $T_i^s(= T_i^s(x, y) - T_0)$ 는 초기온도와의 온도 차이이며, β 는 임의의 변수이다. 계수 $A^i(\beta)$, $B^i(\beta)$ 은 다음과 같은 경계조건에 의해 결정된다.

$$x = 0 : T_1^s(y) = T_a f(y)$$

$$x = x_i : T_i^s(y) = T_{i+1}^s(y)$$

$$k_i \frac{\partial T_i^s(x, y)}{\partial x} = k_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}^s(x, y)}{\partial x}$$

$$x = b : T_L^s(y) = T_b g(y) \tag{2}$$

여기서, k_i 는 i 번째 층의 열전도계수이다.

II-2. 2차원 비정상 열전도 방정식

각 층에 대한 지배방정식과 초기조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \Theta_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta_i}{\partial y^2} = \frac{1}{\lambda_i} \frac{\partial \Theta_i}{\partial t} \tag{3}$$

$$t = 0 : \Theta_i(x, y, 0) = F_i(x, y) = -T_i^s(x, y),$$

$$i = 1, 2, \dots, L \tag{4}$$

여기서 Θ_i 와 λ_i 는 i 층의 비정상 온도분포와 열 확산률을 나타낸다.

식 (3)의 해는 고유함수 팽창이론과 변수분리 방법을 이용하면 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\Theta_i(x, y, t) = \sum_{m=1}^\infty \int_0^\infty c_m(\beta) \phi_{im}(a_m, x) \cos(\beta y) e^{-(a_m^2 + \lambda_i \beta^2)t} d\beta$$

$$, \quad i = 1, 2, \dots, L \tag{5}$$

여기서 $c_m(\beta)$ 은 계산될 미지의 계수이다. 식 (5)을 식 (3)에 대입하면 다음과 같은 특성방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial^2 \phi_{im}}{\partial x^2} + \frac{a_m^2}{\lambda_i} \phi_{im} = 0, \quad x_{i-1} \leq x \leq x_i \tag{6}$$

여기서 각각 a_m 과 ϕ_{im} 는 고유치와 고유함수를 나타낸다.

식 (5)에 식 (4)의 초기조건을 적용하면 계수 $c_m(\beta)$ 는 다음과 같다.

$$c_m(\beta) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{N_m} \sum_{j=1}^L \frac{k_j}{\lambda_j} \int_{x_{j-1}}^{x_j} F_j(x', y') \Phi_{jm}(x') \cos(\beta y') dx' dy' \quad (7)$$

여기서 N_m 은 다음과 같이 정의된다.

$$N_m = \sum_{j=1}^L \int_0^{\infty} \int_{x_{j-1}}^{x_j} \Phi_{jm}^2(a_m, x') dx' \quad (8)$$

식 (7)을 식 (5)에 대입하고 정리하면 Green 함수는 다음과 같이 식(9)가 된다.

$$\Theta_i(x, y, t) = \sum_{j=1}^L \int_0^{\infty} \int_{x_{j-1}}^{x_j} G_{ij}(x, y, t | x', y', , t') |_{t'=0} F_j(x', y') dz' dy' \quad (9)$$

여기서 Green 함수 $G_{ij} |_{t'=0}$ 는 다음과 같다.

$$G_{ij} |_{t'=0} = \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{N_m} \frac{k_j}{\lambda_j} \Phi_{im}(x) \Phi_{jm}(x') \int_0^{\infty} \cos(\beta y) \cos(\beta y') e^{-(a_m^2 + \lambda_j \beta^2)t} d\beta \quad (10)$$

II-3. 고유치와 고유함수의 결정

식(6)의 함수 Φ_{im} 의 해는 다음 식(11)과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi(x)_{im} = C_{im} \sin\left(\frac{a_m}{\sqrt{\lambda_i}} x\right) + D_{im} \cos\left(\frac{a_m}{\sqrt{\lambda_i}} x\right) \quad (11)$$

여기서 C_{im}, D_{im} 는 계산될 계수들이다.

식 (11)의 함수 Φ_{im} 는 제차 경계조건으로부터 결정되며, 식 (11)의 계수들은 층과 층사이의 온도 분포와 열량의 연속조건으로부터 다음과 같이 행렬형태로 구성된다.

$$\begin{pmatrix} C_{im} \\ D_{im} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_{i+1,m} \\ D_{i+1,m} \end{pmatrix} \quad (12)$$

여기서

$$P_{11} = \frac{k_{i+1}}{k_i} \sqrt{\frac{\lambda_i}{\lambda_{i+1}}} \cos\left\{\frac{a_m}{\sqrt{\lambda_{i+1}}}(x_i - x_{i+1})\right\}$$

$$P_{12} = -\frac{k_{i+1}}{k_i} \sqrt{\frac{\lambda_i}{\lambda_{i+1}}} \sin\left\{\frac{a_m}{\sqrt{\lambda_{i+1}}}(x_i - x_{i+1})\right\}$$

$$P_{21} = \sin\left\{\frac{a_m}{\sqrt{\lambda_{i+1}}}(x_i - x_{i+1})\right\}$$

$$P_{22} = \cos\left\{\frac{a_m}{\sqrt{\lambda_{i+1}}}(x_i - x_{i+1})\right\}$$

그러므로 고유치 a_m 는 식 (12)와 경계면에서의 제차 경계조건에 의해 결정되며, 모든 층에 대한 고유함수는 식 (12)에서 결정된다.

III. 열응력 해석

2차원 비정상 온도분포로 인한 2차원 무한 경사기능재료 판의 비정상 열응력 해석에 있어, 다음 수식들과 같이 경계조건을 가정한다.

$$x = 0 \text{ 에서 } \sigma_{xx}(x, y) = \sigma_{xy}(x, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq \infty \quad (13)$$

$$x = b \text{ 에서 } \sigma_{xx}(x, y) = \sigma_{xy}(x, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq \infty \quad (14)$$

경사기능재료 물성치가 좌표 x 만의 함수일 때, 외력이 작용하지 않는 경우 경사기능재료 판의 평면응력에 대한 2차원 기본 방정식은 다음과 같다.

$$x_{i-1} \leq x \leq x_i \text{ 에서 } \nabla^2 \nabla^2 X_i(x, y, t) = -\alpha_i E_i \nabla^2 (T_i^s + \theta_i) \quad (15)$$

여기서 X_i 는 열응력함수이며, α_i 와 E_i 는 각각 i 번째 층의 열팽창계수와 탄성계수를 나타낸다.

온도분포 해의 형식을 고려하여 식(15)의 보조해 $X_i^c(x, y)$ 와 특별해 $X_i^p(x, y, t)$ 는 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$X_i^c(x, y) = \int_0^{\infty} \{ \sinh(\beta x) E_i + x \sinh(\beta x) F_i + \cosh(\beta x) P_i + x \cosh(\beta x) Q_i \} \cos(\beta y) d\beta \quad (16)$$

$E_i(\beta), F_i(\beta), P_i(\beta), Q_i(\beta)$ 는 계산되어야 할 미정계수들이다.

$$X_i^p(x, y, t) = -\alpha_i E_i \int_0^{\infty} \frac{1}{2\beta} \{ x e^{\beta x} A - x e^{-\beta x} B \} \cos(\beta y) d\beta \quad (17)$$

그러므로 i 번째 층의 열응력은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (\sigma_{xx})_i &= \frac{\partial^2 X_i}{\partial y^2}, & (\sigma_{yy})_i &= \frac{\partial^2 X_i}{\partial x^2}, \\
 (\sigma_{xy})_i &= -\frac{\partial^2 X_i}{\partial x \partial y}
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

평면응력에서 강제변형이 무시되었을 때 i 번째 층의 변위는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 (u_x)_i &= \frac{1}{2G_i} \left[-\frac{\partial X_i}{\partial x} + \frac{1}{1+\nu_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} \right] \\
 (u_y)_i &= \frac{1}{2G_i} \left[-\frac{\partial X_i}{\partial y} + \frac{1}{1+\nu_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \right]
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

여기서 G_i 는 전단탄성계수, 함수 φ_i 는 다음과 같이 가정되는 평면 조화함수이다.

$$\varphi_i(x, y) = \int_0^\infty \{ \sinh(\beta x) R_i + \cosh(\beta x) S_i \} \sin(\beta y) d\beta
 \tag{20}$$

여기서 식(20)의 함수 φ_i 는 다음과 같은 열응력함수 X_i 와의 관계를 만족시켜야 된다.

$$\nabla^2 X_i + \alpha_i E_i \{ T_i^s + \theta_i \} = \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial x \partial y}
 \tag{21}$$

그러므로 식(16), 식(17) 및 식(20)을 식(21)식에 대입하여 다음 (21)식과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 R_i(\beta) &= \frac{2}{\beta} F_i(\beta) \\
 S_i(\beta) &= \frac{2}{\beta} Q_i(\beta)
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

그러므로 함수 φ_i 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\varphi_i(x, y) = \int_0^\infty \{ \sinh(\beta x) F_i + \cosh(\beta x) Q_i \} \frac{2}{\beta} \sin(\beta y) d\beta
 \tag{22}$$

식(16)과 식(20)에 주어진 $E_i(\beta)$, $F_i(\beta)$, $P_i(\beta)$, $Q_i(\beta)$ 는 식(13)과 식(14)에 주어진 경계조건과 다음과 같은 주어진 경계조건을 만족시키도록 결정된다.

$$\begin{aligned}
 x = x_i \text{ 에서 } (\sigma_{xx})_i &= (\sigma_{xx})_{i+1} \\
 x = x_i \text{ 에서 } (\sigma_{xy})_i &= (\sigma_{xy})_{i+1} \\
 x = x_i \text{ 에서 } (u_x)_i &= (u_x)_{i+1} \\
 x = x_i \text{ 에서 } (u_y)_i &= (u_y)_{i+1}, \\
 & i = 1, \dots, (L-1)
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

IV. 수치 해석 및 결과 검토

ZrO₂와 티타늄합금으로 만들어진 2차원 무한 경사기능재료 판에 대한 수치계산이 수행되었으며, 다음과 같은 무차원 변수가 사용되었다.

$$\begin{aligned}
 (\bar{x}, \bar{y}) &= (x/b, y/b), \quad \tau = \lambda_m t / b^2 \\
 (\bar{\sigma}_{xx}, \bar{\sigma}_{yy}, \bar{\sigma}_{xy}) &= (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) / (E_m \alpha_m T_a)
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

여기서 \bar{x} , \bar{y} 는 경사기능재료 판의 무차원 좌표이며, b 는 각각 x 방향의 두께를 나타내며, τ 는 무차원 시간이다. E_m , α_m 와 λ_m 는 금속의 탄성계수, 열 팽창계수 및 열 확산계수를 나타낸다. 판의 상면과 하면에 다음과 같은 열 하중을 받는 경우에 대한 수치 예제가 수행되었다.

$$\begin{aligned}
 \bar{x} = 0 \text{ 에서 } T(\bar{y}) &= T_0 + T_a \cos(\pi \bar{y} / 2), & 0 \leq \bar{y} \leq 1 \\
 \bar{x} = 1 \text{ 에서 } T(\bar{y}) &= T_0 + T_b \cos(\pi \bar{y} / 2), & 0 \leq \bar{y} \leq 1
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

여기서 T_0 와 T_a , T_b 는 초기온도와 임의의 변수를 나타낸다. 금속의 체적비 $V_m = (1 - \bar{x})^M$, 기공률 $P = A \times \bar{x}(1 - \bar{x})$ 이며, 경사기능재료의 열 물성치의 함수는 판의 두께방향의 함수로서 참고문헌 [1]의 자료를 사용했다.

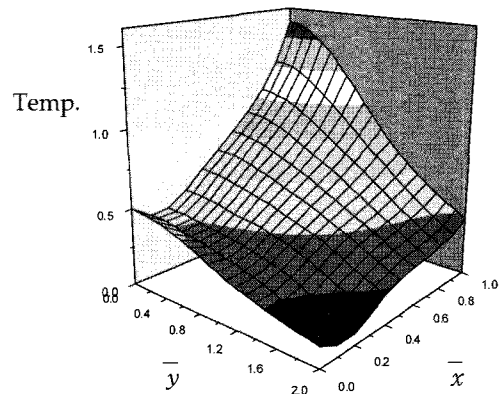


Fig. 1 Unsteady temperature distributions with dimensionless position at $\tau = 0.01$ ($V_m = 50\%$, $P = 0$, $T_a = 0.5$, $T_b = 1.5$, $T_0 = 0$)

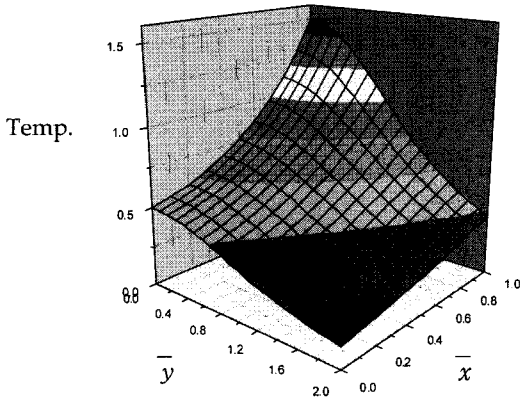


Fig. 2 Steady temperature distributions with dimensionless position at $\tau = \infty$ ($V_m = 50\%$, $P = 0$, $T_a = 0.5$, $T_b = 1.5$, $T_0 = 0$)

Fig. 1-2는 2차원 무한 경사기능재료 판의 비정상과 정상상태의 온도분포를 나타낸다. 이 결과는 온도분포에 대한 수렴성 및 정확성을 검토한 후[7], 식 (5)의 $m = 50$, 척층의 수 $L = 50$ 이 사용되었다.

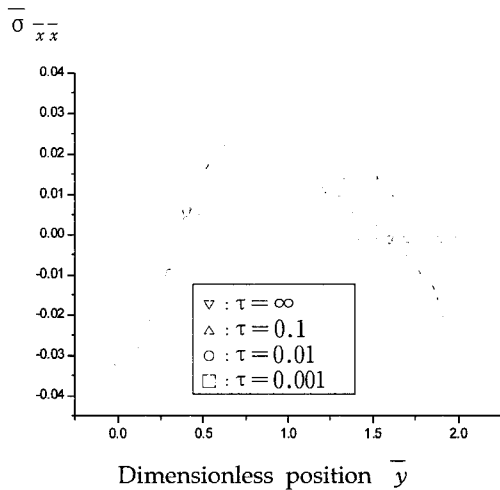


Fig. 3 Dimensionless unsteady thermal stress $\bar{\sigma}_{xx}$ with dimensionless position at $\bar{x} = 0.5$ ($V_m = 50\%$, $P = 0$, $T_a = 0.5$, $T_b = 1.5$, $T_0 = 0$)

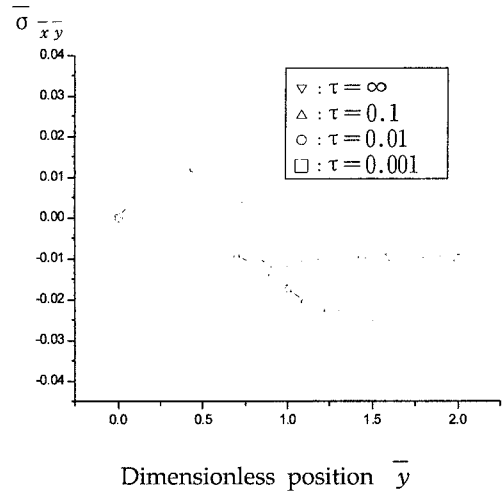


Fig. 4 Dimensionless unsteady thermal stress $\bar{\sigma}_{xy}$ with dimensionless position at $\bar{x} = 0.2$ ($V_m = 50\%$, $P = 0$, $T_a = 0.5$, $T_b = 1.5$, $T_0 = 0$)

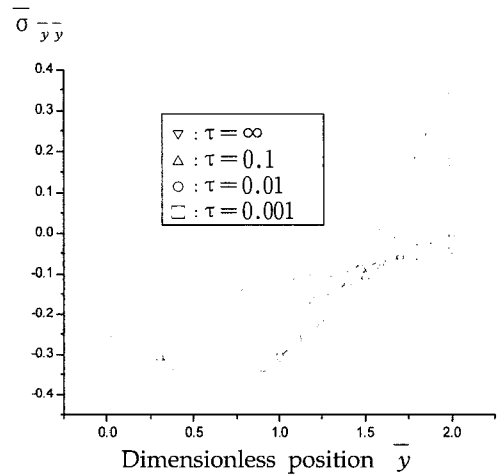


Fig. 5 Dimensionless unsteady thermal stress $\bar{\sigma}_{yy}$ with dimensionless position at $\bar{x} = 0.0$ ($V_m = 50\%$, $P = 0$, $T_a = 0.5$, $T_b = 1.5$, $T_0 = 0$)

Fig. 3-5는 무차원 시간의 변화에 따른 2차원 무한 경사기능재료 판의 응력의 변화를 나타낸다. Fig. 3-5에서 보는 바와 같이 응력 $\bar{\sigma}_{xx}$ 와

$\bar{\sigma}_{xy}$ 는 $\bar{\sigma}_{yy}$ 에 비해 상대적으로 미소하며, $\bar{\sigma}_{yy}$ 는 정상상태에 비해 비정상상태의 응력변화가 크고, 무차원 시간이 작을수록 응력의 변화가 크게 발생함을 보여주고 있다.

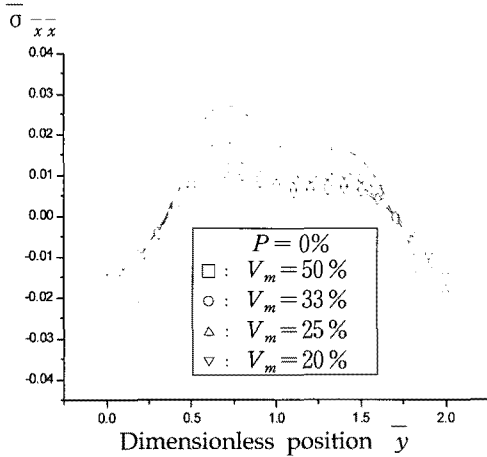


Fig. 6 Dimensionless thermal stress $\bar{\sigma}_{xx}$ at $\bar{x}=0.5$ and $\tau=0.01$ with the volumetric ratio of metal ($T_a=0.5, T_b=1.5, T_0=0$)

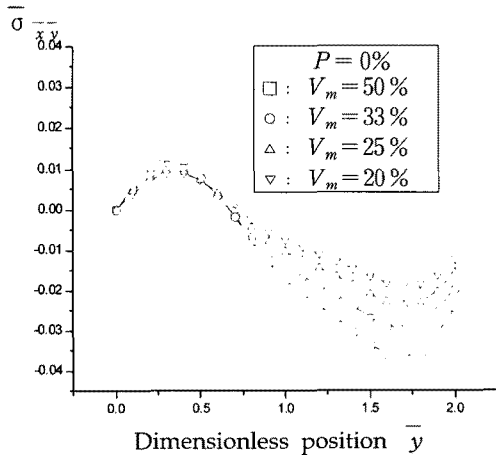


Fig. 7 Dimensionless thermal stress $\bar{\sigma}_{xy}$ at $\bar{x}=0.2$ and $\tau=0.01$ with the volumetric ratio of metal ($T_a=0.5, T_b=1.5, T_0=0$)

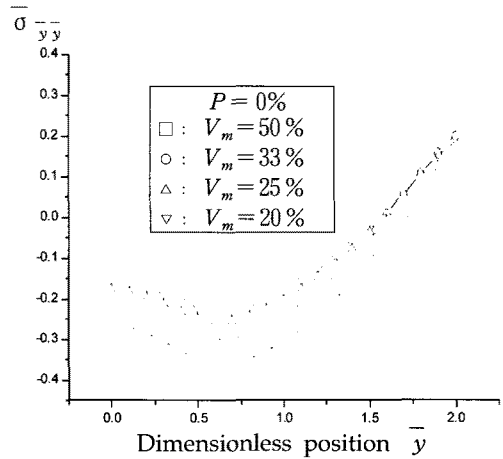


Fig. 8 Dimensionless thermal stress $\bar{\sigma}_{yy}$ at $\bar{x}=0.0$ and $\tau=0.01$ with the volumetric ratio of metal ($T_a=0.5, T_b=1.5, T_0=0$)

Fig. 6-8은 비정상상태($\tau=0.01$)에서 금속의 체적비가 열응력에 미치는 영향을 나타내고 있으며, 금속 체적비가 증가함에 비정상상태의 열응력의 변화가 크게 나타나고 있음을 보여주고 있다. 또한 금속의 체적비가 전단응력에 미치는 영향보다 수직응력에 미치는 영향이 큼을 보여주고 있다.

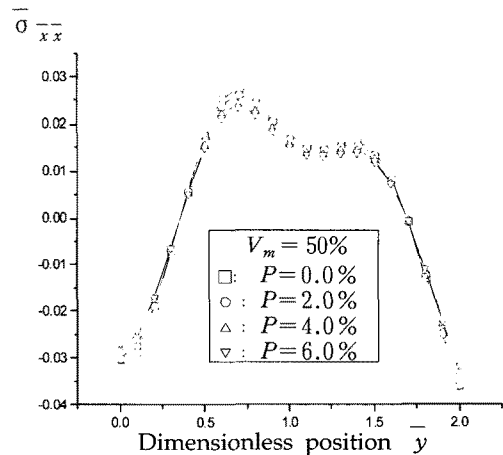


Fig. 9 Dimensionless thermal stress $\bar{\sigma}_{xx}$ at $\bar{x}=0.5$ and $\tau=0.01$ with porosity in a FGM plate ($T_a=0.5, T_b=1.5, T_0=0$)

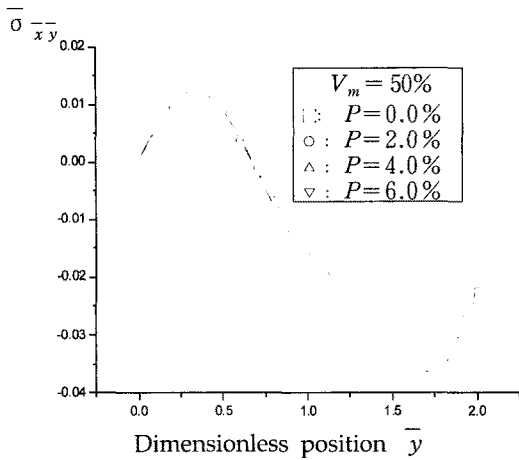


Fig. 10 Dimensionless thermal stress $\bar{\sigma}_{xy}$ at $\bar{x}=0.2$ and $\tau=0.01$ with porosity in a FGM plate ($T_a=0.5, T_b=1.5, T_0=0$)

Fig. 9-11은 비정상상태에서 금속의 기공률이 열응력에 미치는 영향을 나타내고 있으며, Fig. 6-8과 비교했을 때 열응력에 미치는 기공률의 영향보다 금속의 체적비의 영향이 매우 큼을 보여주고 있다. 또한 금속의 기공률이 전단응력에 미치는 영향보다 수직응력에 미치는 영향이 크며, 기공률이 커짐에 따라 수직응력에 미치는 영향이 작아짐을 보여주고 있다. 다양한 재료들로 구성될 수 있는 경사기능재료 판에 대한 비정상 상태

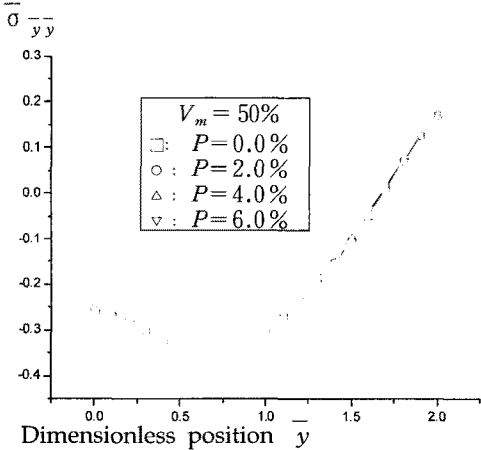


Fig. 11 Dimensionless thermal stress $\bar{\sigma}_{yy}$ at $\bar{x}=0.0$ and $\tau=0.01$ with porosity in a FGM plate ($T_a=0.5, T_b=1.5, T_0=0$)

의 응력해석을 통해, 임의의 열 하중 상태에서 열응력을 감소시킬 수 있는 경사기능재료의 응용 및 활용에 대한 기초 설계 자료를 제공할 수 있음을 보여주고 있다.

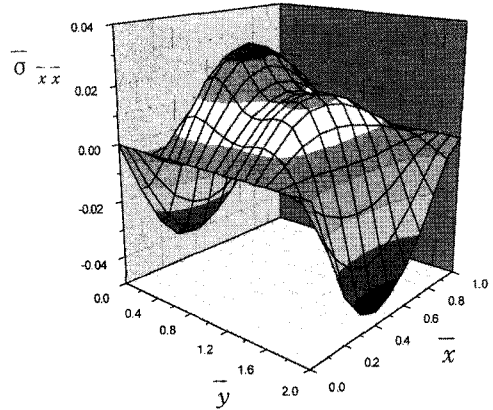


Fig.12 Dimensionless unsteady thermal stress $\bar{\sigma}_{xx}$ at $\tau=0.01$ with dimensionless position ($T_a=0.5, T_b=1.5, T_0=0, V_m=50\%, P=0.0\%$)

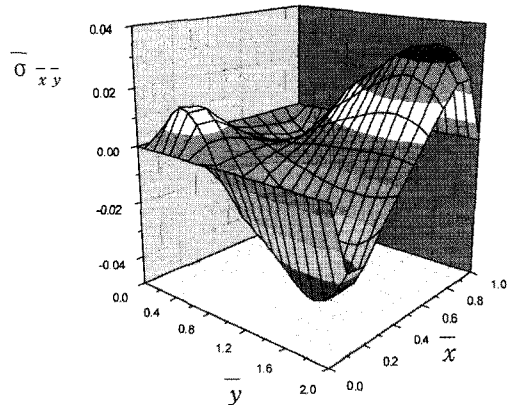


Fig.13 Dimensionless unsteady thermal stress $\bar{\sigma}_{xy}$ at $\tau=0.01$ with dimensionless position ($T_a=0.5, T_b=1.5, T_0=0, V_m=50\%, P=0.0\%$)

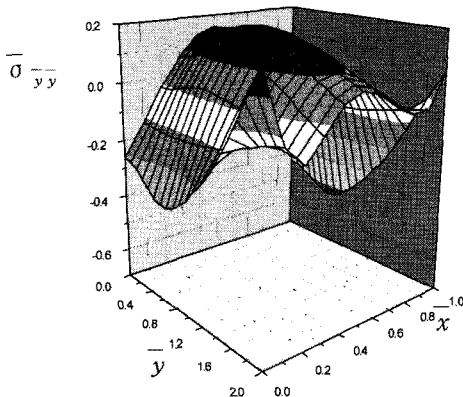


Fig.14 Dimensionless unsteady thermal stress $\bar{\sigma}_{yy}$ at $\tau=0.01$ with dimensionless position ($T_a=0.5$, $T_b=1.5$, $T_0=0$, $V_m=50\%$, $P=0.0\%$)

V. 결론

두께 방향의 금속과 세라믹의 체적비, 기공률, 열적 물성치 등과 같은 특성들에 따라 응력특성과 같은 열 거동에 영향을 미치는 경사기능재료에 있어, 부분적으로 가열된 열하중 상태에서 무한길이 판의 비정상 열 응력 해석을 위한 해석적인 방법을 제안하였다. 부분적으로 가열된 2차원 무한 경사기능재료 판에 대한 비정상 온도 분포 해석은 적층판 이론에 근거한 Green 함수 접근 방법을 적용하여 해석하였다. 고유함수 팽창 이론에 의해 지배방정식은 고유치문제해석으로 귀결되며, 각 층의 고유치문제를 해석함으로써 얻어진 고유치와 고유함수가 2차원 비정상 온도 분포의 Green함수 해를 구성하게 됨을 제시하였다. 관련된 열탄성장의 해석은 적층판 이론과 열 응력함수를 이용하여 해석하였다. 본 연구의 해석적인 방법이 다양한 재료들로 구성 될 수 있는 무한 경사기능재료 판에 있어, 임의의 열 하중 상태에서 비정상 상태의 열응력을 감소시킬 수 있는 경사기능재료의 응용 및 활용에 대한 기초 설계 자료를 결정하는데 적용 가능하리라 사료된다.

후 기

본 연구는 2006년도 인하공업전문대학 교내 학

술연구비 지원에 의해 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- [1] Y. Ootao, Y. Tanigawa, "Three dimensional transient thermal stress analysis of a nonhomogeneous hollow sphere with respect to rotating heat source". Trans. of JSME, Series A 60, 578, 1994, 2273-2279(in Japanese).
- [2] Y. Tanigawa, T. Akai, R. Kawamura and N. Oka, " Transient heat conduction and thermal stress problems of a nonhomogeneous plate with temperature-dependent material properties". J. of Thermal Stresses 19, 1996, 77-102.
- [3] R. Diaz and S. Nomura, "Numerical Green's function approach to finite-sized plate analysis". Int. J. of Solids and Structures 33, 1996, 4215-4222.
- [4] S. Nomura and D. M. Sheahan, " Green's function approach to the analysis of functionally graded materials". ASME MD-80, 1997, 19-23.
- [5] K. S. Kim and N. Noda, "Green's function approach to solution of transient temperature for thermal stresses of functionally graded material". International Journal of JSME, Series A, Vol. 44, No. 1, 2001, pp. 31-36.
- [6] K. S. Kim and N. Noda, "A Greens Function Approach to the Deflection of a FGM Plate under Transient Thermal Loading ". Archive of Applied Mechanics, Vol. 72, No. 2-3, April 2002, pp. 127-137.
- [7] T. Akai, R. Kawamura and Y. Tanigawa, "Thermal stress analysis for nonhomogeneous rectangular plate". Fourth Int. Con. on Thermal stresses, 2001, pp 625-628.
- [8] 김귀섭, "경사기능재료 사각 판의 열 탄성변형과 응력 해석", 한국항공우주학회지, 제31권, 제1호, 2003, pp.34-41.
- [9] 김 귀섭, "경사기능재료 사각 판의 비정상 열 탄성변형과 응력해석", 한국항공우주학회지. 제 32 권, 제 8 호, 2004, pp. 91-100.
- [10] M. Nemat-Alla, " Reduction of thermal stresses by developing two-dimensional functionally graded materials", I. J. of solids

- structures, Vol. 40, No. 26, 2003, pp. 7339-7356.
- [11] Ohmichi, M. and Noda, N. "Plane Thermal Stresses in a Functionally Graded Plate Subjected to a Partial Heating", Journal of thermal stresses, Vol. 29, No. 12, 2006, pp. 1127-1142.
- [12] Robaldo, A. and Carrera, E. "Mixed Finite Elements for Thermoelastic Analysis of Multilayered Anisotropic Plates ", Journal of thermal stresses, Vol. 30, No. 2, 2007, pp. 165-194.