

주가의 잡음과 확률적 진폭성

이 일 균*

요 약

고빈도의 주가 데이터 시계열의 확률적 진폭성을 다 시간 축척 가중치를 사용하여 정립된 비모수적 추정방법으로 이 논문에서는 추정하였다. 이 방법을 한국종합주가지수에 적용하였다. 확률과정에 의한 주가 움직임은 표류 항보다 확산 항이 고빈도 시계열에 있어서는 중요시된다. 데이터의 이산시간 간격이 매우 짧으면 표류 항은 그 값이 매우 작아 거의 0에 가깝다. 이 경우에는 주가 행동이 확산 항에 의하여 결정된다. 주가 확률과정의 확산 항은 결정짓는 인자는 주가의 확률적 진폭성이다. 따라서 주가의 운동을 정확히 파악하기 위해서는 확률적 진폭성의 추정이 관건이 된다. 일별 한국종합주가지수를 사용하여 연별로 추정한 확률적 진폭성은 상당히 크다. 연도의 관점에서 볼 때 주가는 일별로 상당히 변동하고 있다는 것을 이 결과는 함의하고 있다. 주가가 상승하고 있는 기간에는 그렇지 않은 기간에 비해 진폭성이 증가하고 있다. IMF 이전과 이후는 확률적 진폭성의 질이 다르다. IMF 이후에 확률적 진폭성의 측면에서 구조변화가 발생하였다. 변화된 특성은 진폭성이 매우 크다는 것이다.

I. 서 론

자본자산 가격결정 모형은 자산의 기대수익률이 무 위험 수익률과 위험에 대한 프리미엄에 의하여 결정된다는 점을 극명히 보여주고 있다. 이때 위험에 대한 프리미엄은 시장에 존재하는 자본자산들의 공분산에 의하여 결정된다. 포트

* 명지대학교 경영학과 교수

폴리오 이론에서도 가격화 되는 위험은 공분산 위험이라는 것을 보여주고 있다. 자본자산 가격결정 모형(CAPM)과 포트폴리오 이론은 효율적 포트폴리오를 구성하면 기업고유위험인 비체계적 위험은 소멸하고 공분산인 체계적 위험만이 소멸하지 않고 잔존한다는 점을 분명하게 보여주고 있다. 따라서 공분산에 의하여 발생하는 체계적 위험의 추정이 CAPM과 포트폴리오에서 중요시되고 있다.

이에 비해 자기회귀 모형, 자기회귀 이동평균 모형과 자기회귀 조건부 이분산(ARCH)과정 계통의 모형들에서는 (조건부 이분산성에 의하여 야기되는) 진폭성이 주가의 운동을 설명하는데 큰 기여를 하고 있음이 밝혀지고 있을 뿐만 아니라 실증분석을 통하여 이 사실이 입증되어 왔다. 선물과 옵션에 있어서는 확률적 진폭성(stochastic volatility)이 그 가격을 결정하는 중요한 인자로 인식되어 오고 있다. ARCH과정 계통의 모형들은 진폭성을 포착하고 표출시키는데 큰 성공을 거두어 왔다.

고빈도(high frequency) 재무 시계열에 있어서 자산수익과정의 진폭성을 결정하는 데에는 여러 문제점이 발생하고 있다. 수익의 제곱의 함으로 진폭성을 추정하는 것이 일반적이다. 이상적인 세계에서 연속확률 모형을 가정하면 이 방법은 정확한 진폭성을 제공하고 있는 것이 사실이다. 그러나 실제로 시계열을 연속적으로 관찰하자 못하고 이산적으로 관찰하는 경우나 시장의 미시구조가 존재하고 있는 상태에서는 이 방법은 확률적 진폭성을 올바르게 추정하지 못하고 있다. 왜냐하면, 관찰오차가 고려되지 못하고 있기 때문이다.

이 문제는 표본 추출의 빈도를 적게 하여 해결하는 것이 일반적이다. 그러면 빈도를 적게 함으로써 많은 데이터를 관찰하지 말아야 함으로 상당량의 데이터를 잃고 만다. 따라서 데이터가 갖고 있는 정보를 많이 잃게 된다. 예컨대, 매 1분마다 주가를 관찰할 수 있는데도 불구하고 매 5분마다 주가를 관찰한다고 하자. 그러면 관찰 빈도는 1분에서 5분으로 변하여 줄어드는 반면 1분에서 5분 이전까지 관찰 가능한 데이터는 잃고 만다. 다시 말하면 데이터의 크기는 1/5로 준다. 진폭성의 추정에 있어 미시구조 잡음(microstructure noise)의 부정적 효과 또는 역행적 효과(adverse effects)를 조정해 주는 추정방법이 요청된다.

시점 t 에서의 참 주가가 $X(t)$ 라 할 때 관찰된 주가 $Y(t)$ 는 다음의 관계를 가진다.

$$Y(t) = X(t) + \epsilon(t)$$

Ait-Sahalia 등(2006)에 의하면, 위 식에서 잡음인 ϵ 은 시장 미시구조를 반영한다. 첫째, ϵ 은 거래과정에 내재하는 마찰을 표상한다. 즉, bid-ask spread, 가격변화의 이산성과 사사오입, 서로 다른 사장이나 네트워크에서 이루어지는 거래 등이 이에 포함된다. 둘째, 거래량의 차이, 가격변화의 정보적 내용, block trade에 대한 가격의 점진적 대응, 재고통제 효과 등이 여기에 속한다, 끝으로, ϵ 은 측정오차를 포착한다.

확률과정을 기본 출발점으로 하여 이론이 전개되고 있는 연속시간 가격결정 모형에서는 확률적 진폭성이 가격의 운동과정을 결정하는 중요한 요소가 되고 있다. 주가($X(t)$)의 확률과정이 $dX(t) = \mu(t, X(t)) + \sigma(t, X(t))dW(t)$ 로 주어진다 고 하자. 이때 μ 가 표류(drift)이고 주가 확률과정의 확산계수(diffusion coefficient) σ 가 확률적 진폭성이다. $W(t)$ 는 표준 브라운 운동이다. 시간의 흐름에 따라 형성되는 주가의 증분은 표류 μ 와 확산 σ 에 의하여 결정된다.

전형적으로 표류계수 $\mu(t, X(t))$ 와 수익과정 $X(t)$ 의 순간적 분산인 $\sigma^2(t, X(t))$ 는 (연속)확률과정이다. 모수는 이어지는 시간 위의 적분 진폭성(integrated volatility) $\int_0^{T_1} \sigma_t^2 dt, \int_{T_1}^{T_2} \sigma_t^2, \dots$ 이다. 단일의 시간구간 $[0, T]$ 위에서 적분 진폭성의 추정방법은 $\sum_{t_i} (X_{t_{i+1}} - X_{t_i})^2$ 이다. 이때 X_{t_i} 는 $[0, T]$ 에서 수익과정의 모든 관찰치이다. 추정치 $\sum_{t_i} (X_{t_{i+1}} - X_{t_i})^2$ 이 실현된 진폭성 또는 실현된 분산(realized variance)이다. 이 진폭성은 미시구조의 부정적 영향을 고려하고 있지 못하다. 실현된 진폭성의 추정오차가 소멸하는 추정량이 요청된다. Brown(1990)에 의하면, 실현된 진폭성 추정량은 표본구간이 작을 때 강건성(robustness)을 유지하지 못하고 있다. 구간이 작아지면 미시구조 문제가 중요시 된다. 시장의 미시구조 효과로 인한 편의가 발생하므로 구간을 적게하여 관찰한 데이터를 사용할 수가 없다.

주가 확률과정에서 주가 시계열이 매 1분 또는 매 5분마다 관찰될 때 이 주가 시계열은 고빈도(high frequency) 시계열이다. 이와 같이 짧은 시간간격으로 주가 데이터가 관찰되면 주가 확률과정에서 표류인 μ 는 매우 작은 값을 가진다.

따라서 무시할 수 있다. 표류 항이 무시할 수 있는 작은 양이라 하면 주가과정은 확산계수 σ , 즉 확률적 진폭성에 의하여 결정된다. 그러므로 확률적 진폭성의 정확한 추정문제가 대두된다.

이 논문에서는 주가 시계열의 확률적 진폭성을 비모수적 방법에 의하여 추정하는데 그 목적이 있다. 먼저 진폭성의 비모수적 추정모형을 제시하고 이 방법을 한국종합주가지수에 적용하여 확률적 진폭성을 추정한다.

Zhang 등(2005)은 잡음이 있는 고빈도 데이터를 사용하여 확률적 진폭성을 추정하는 방법을 제시하고 있다. 그들은 하나의 시간 축적을 사용하는 수익의 재공의 합 대신 두개 시간 축적(two time scales)을 사용하여 확률적 진폭성을 추정하고 있다. Ait-Sahalia 등(2006)은 의존적 미시구조 잡음이 존재할 때 초고빈도(ultra high frequency) 확률적 진폭성을 다루고 있다. Zhang(2006)은 두 시간 축적 대신 다 시간 축적(multi time scales)을 사용하여 확률적 진폭성의 추정량을 개발하였다. 이 논문에서는 Zhang(2006)이 개발한 추정량을 한국종합주가지수에 적용하여 확률적 진폭성을 계산하고자 한다.

이 논문의 순서는 다음과 같다. 제 II장에서는 확률적 진폭성의 성질을 추정 방법과 연관하여 분석한다. 제 III장에서는 진폭성의 추정방법을 제시한다. 제 IV장에서는 연속모형에서 이산시간 데이터를 사용할 때 발생하는 오차문제를 분석한다. 제 V장에서는 실증분석의 결과를 제시한다. 제 VI장은 결론을 도출한다.

II. 주가의 확률적 진폭성

실제로 관찰된 로그 주가(log price)의 시계열을 $\{Y\}$ 라고 하자. 주가의 관찰은 시간구간 $[0, T]$ 의 시점 $G_n = \{t_{n,i}, i = 1, 2, \dots, n\}$ 에서 이루어진다. $n \rightarrow \infty$ 에서 G_n 은 $[0, T]$ 에서 dense하다고 가정한다. $0 = t_{n,0} \leq t_{n,1} \leq \dots \leq t_{n,n} = T$ 가 n 개 관찰치가 존재할 때의 관찰시간이다. $G_n = \{t_{n,0}, t_{n,1}, \dots, t_{n,n}\}$ 은 $[0, T]$ 의 분할 또는 grid이다.

시계열 $\{Y_{t_{n,i}}\}$ 에 잡음이 존재하며 이 시계열 대응되는 참 로그 가격을 $\{X_{t_{n,i}}\}$ 라 하자. 그러면 이 두 시계열의 관계는 다음과 같다.

$$Y_{t_{n,i}} = X_{t_{n,i}} + \epsilon_{t_{n,i}} \quad (1)$$

위에서 $t_{n,i} \in G_n$ 이다. 잡음 $\epsilon_{t_{n,i}}$ 는 X 와 독립적이며 동시에 독립적이고 동등하게 분포(iid)되어 있다고 가정한다.

참 로그 가격 $\{X\}$ 가 다음의 확률과정을 만족한다고 가정한다.

$$dX_t = \mu_t dt + \sigma_t dW_t \quad (2)$$

위에서 W_t 는 표준 브라운 운동이다. 표류(drift)인 μ 와 확산계수(diffusion coefficient) σ_t 는 전형적으로 확률적이며 이때에는 dX_t 가 다음의 형태를 가진다.

$$dX_t = \mu(t, \omega) dt + \sigma(t, \omega) dW_t(\omega) \quad (3)$$

식 (2)는 식 (3)을 간단히 표시한 것이다.

확률적 진폭성을 추정해야 하므로 식 (2) 또는 식 (3)의 σ_t , 즉 $\int_0^T \sigma_t^2 dt$ 을 추정해야 한다. 여기에서 T 는 일, 월, 또는 연 등, 추정의 목적에 적합한 기간을 의미한다. $\int_0^T \sigma_t^2 dt$ 를 적분된 진폭성(integrated volatility)이라고 부르며, 이것을 다음과 같이 표시한다.

$$\langle X, X \rangle = \int_0^T \sigma_t^2 dt$$

Ⅲ. 추정방법

적분화된 진폭성인 $\int_0^T \sigma_t^2 dt$ 의 추정은 이산시간(discrete time) $t_{n,i} \in G_n$ 에 잡

음이 있는 데이터 $Y_{t_{n,i}}$ 만을 관찰할 수 있는 경우에는 비모수적(nonparametric) 추정방법에 의하여 수행할 수 있다. $\int_0^T \sigma_t^2 dt$ 의 비모수적 추정방법은 두 종류로 구분할 수 있다. 그 중 하나는 $[0, T]$ 에서의 수익의 제곱을 합산하는 것이다. 즉,

$$[Y, Y]^{(n,1)} = \sum_{t_{n,i} \in G_{n,i} \geq 1} (Y_{t_{n,i}} - Y_{t_{n,i-1}})^2 \quad (4)$$

위의 추정량을 실현된 진폭성 또는 실현된 분산이라고 한다. 그런데 Brown (1990), Zhou(1996), Corsi 등(2001)은 빈도가 높은 데이터를 사용하면 정확한 실현된 진폭성을 얻을 수 없다고 주장하고 있다. 왜냐하면 주가와 같은 고빈도의 데이터에 있어서는 앞의 추정량이 일치성을 결여하고 있으며, 나아가 데이터를 연속적으로 관찰해도 일치성이 성립하고 있지 못하기 때문이다. 이산 관찰의 경우 실현된 진폭성의 편의(bias)와 분산이 표본 수 n 과 동일한 차수를 갖는다.

다른 방법은 Zhang 등(2005)이 개발한 2척도 실현된 진폭성(two-scale realized volatility ; TSRV) 방법으로 추정량은 다음과 같다.

$$\langle \widehat{X}, \widehat{X} \rangle^{(TSRV)} = [Y, Y]^{(n,K)} - 2 \frac{n-K+1}{nK} [Y, Y]^{(n,1)} \quad (5)$$

위에서

$$[Y, Y]^{(n,K)} = \frac{1}{K} \sum_{t_{n,i} \in G_{n,i} \geq K} (Y_{t_{n,i}} - Y_{t_{n,i-K}})^2 \quad (6)$$

이때 K 는 정수이다. 식 (5)의 추정량은 각 표본 데이터 포인트의 수익 제곱 $[Y, Y]_T^{(n,1)}$ 과 각 K 번째 표본 데이터 포인트의 수익 제곱 $[Y, Y]_T^{(n,K)}$ 의 평균이다. $n \rightarrow \infty$ 에서 $K \rightarrow \infty$ 일 때 점근성을 도출할 수 있다. TSRV 추정량은 점근적 불편성, 일치성, 점근적 정규성을 확보하고 있다. 그러나 수렴률(rate of convergence)이 만족스럽지 못하다. 이 추정량은 $n^{-1/6}$ 의 율로 $\int_0^T \sigma_t^2 dt$ 로 수렴한다.

Zhang(2006)은 이 결점을 보완하기 위한 추정량을 다음과 같이 제시하고 있다.

$$\langle \widehat{X}, \widehat{X} \rangle^{(n)} = \sum_{i=1}^M \alpha_i [Y, Y]^{(n, K_i)}$$

위에서 M 은 2보다 큰 양의 정수이다. 이 추정량은 다 축적 실현된 진폭성(multi-scale realized volatility ; MSR_V)이라 부르며, 진폭성이 $n^{-1/4}$ 율로 $\int_0^T \sigma_t^2 dt$ 로 수렴한다. 두 시간 축적인 1과 K 를 사용하는 $\langle \widehat{X}, \widehat{X} \rangle_T^{(TSRV)}$ 에 비해 $\langle \widehat{X}, \widehat{X} \rangle^{(n)}$ 은 M 개의 시간 축적(time scale)을 결합한 추정량이다. 가중치 α_i 는 $\langle \widehat{X}, \widehat{X} \rangle^{(n)}$ 이 점근적 불편성을 가지면서 동시에 최적 수렴률을 확보하도록 선정되는 가중치이다. 두 개 이상의 사간축적을 결합함으로써 추정량의 효율성을 증가시킬 수 있다. 이 추정량의 수렴률은 $n^{-1/4}$ 로서 이 율은 확률과정이 Markov일 때 얻게 되는 진폭성의 모수적 추정과 동일하다. MSR_V 추정량은 비모수적 추정량이며 확률과정은 진폭성이 X 과정의 전체역사와 무작위성(randomness)에 의존한다.

IV. 관찰치의 평균화

하나의 시간축적을 사용하는 추정량보다 2 축적 추정량이 실현된 진폭성의 측정을 양호하게 해주고 있음을 Zhang 등(2005)이 증명한 바 있다. 이런 결과에 비추어 2 축적 추정량보다 다 축적 추정량에 의할 때 보다 정확한 진폭성의 추정이 가능할 것으로 보인다.

$[Y, Y]^{(n, K)}$ 의 정의인 식 (6)을 따르면 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$[X, \epsilon] = \frac{1}{K} \sum_{t_{n,i} \in G_n, i \geq K} (X_{t_{n,i}} - X_{t_{n,i-K}})(\epsilon_{t_{n,i}} - \epsilon_{t_{n,i-K}}) \quad (7)$$

$$[\epsilon, \epsilon] = \frac{1}{K} \sum_{t_{n,i} \in G_n, i \geq K} (\epsilon_{t_{n,i}} - \epsilon_{t_{n,i-K}})^2$$

식 (1)에서 $[Y, Y]^{(n, K)}$ 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[Y, Y]^{(n, K)} = [X, X]^{(n, K)} + [\epsilon, \epsilon]^{(n, K)} + 2[X, \epsilon]^{(n, K)}$$

다음의 추정량을 고려하자.

$$\langle \widehat{X}, X \rangle^{(n)} = \sum_{i=1}^M \alpha_i [Y, Y]^{(n, K_i)} \quad (8)$$

위에서 α_i 는 앞으로 결정해야할 가중치이다. X 과정이 주어지면 다음이 성립한다.

$$E(\langle X, X \rangle^{(n)} \mid X \text{ process}) = \sum_{i=1}^M \alpha_i [X, X]^{(n, K_i)} + 2E\epsilon^2 \sum_{i=1}^M \alpha_i \frac{n+1-K_i}{K_i} \quad (9)$$

그런데 $[X, X]^{(n, K_i)}$ 가 $\langle X, X \rangle$ 에 대하여 점근적으로 불편하므로 다음이 성립한다.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i = 1, \quad \sum_{i=1}^M \alpha_i \frac{n+1-K_i}{K_i} = 0 \quad (10)$$

다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} a_1 &= \alpha_1 - [(n+1)(\frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_2})]^{-1} \\ a_2 &= \alpha_2 - (a_1 - \alpha_1) \\ a_{i-3} &= \alpha_i, \quad (i \geq 3) \end{aligned} \quad (11)$$

그런데 $\sum \alpha_i = 1$ 이고 $\sum_i (a_i/K_i) = 0$ 이라는 조건을 부여하면 다음이 성립함을 증명할 수 있다.

$$\langle X, X \rangle^{(n)} = \sum_{i=1}^M a_i [Y, Y]^{(n, K_i)} - 2E\epsilon^2 + O_p(n^{-1/2}) \quad (12)$$

여기에서 a_i , K_i 와 M 은 관찰 개수 n 에 의존한다. $n \rightarrow \infty$ 에 있어서 $M = M_n = o(n)$ 이다. 최적 M 은 $M = M_n = O(n^{1/2})$ 이다. M_n 은 M 이 n 에 의존하고 있음을 표시하기 위한 것이다.

Zhang(2006)은 다음이 성립하고 있음을 증명하였다.

$$\langle X, X \rangle^{(n)} = \sum_{i=1}^M a_i [X, X]^{(n, K_i)} + \sum_{i=1}^M a_i U_{n, K_i} + R_n + O_p(n^{-1/2}) \quad (13)$$

위에서 U_{n, K_i} 는 오차 항으로 다음과 같다.

$$U_{n,K} = -\frac{2}{K} \sum_{i=K}^n \epsilon_{t_n,i} \epsilon_{t_n,i-K}$$

그리고 $R_n = \sum_{i=1}^M a_i V_{n,K_i} - 2E\epsilon^2$ 이다. 여기에서 $V_{n,K}$ 는 다음과 같다.

$$V_{n,K} = 2[X, \epsilon]^{(n,K)} - \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} \epsilon_{t_n,i}^2 + -\frac{1}{K} \sum_{i=n-K+1}^n \epsilon_{t_n,i}^2$$

Zhang(2006)은 a_i 가 다음의 형태를 갖는다고 주장하고 있다.

$$a_i = 12 \frac{1}{M^2} \frac{i/M - 1/2 - 1/(2M)}{1 - 1/M^2}$$

식 (13)에서는 식 (8)과는 달리 이산화 오차와 잔여오차 R_n 이 포함되어 있다. 이산화 오차는 연속시간으로 관찰된 자료가 아니라 이산적으로 관찰된 데이터를 사용함에 따라 발생하는 오차이다. 이 두 오차가 크면 식 (8)의 추정량은 과소 추정된 진폭성을 제시한다. Zhang(2006)은 이산화 오차가 무시할 정도로 작다는 것을 증명하였다.

MSRV 추정량의 수렴률은 $\langle \widehat{X}, \widehat{X} \rangle^{(n)} - \langle X, X \rangle = O_p(n^{-1/4})$ 이다. 두 축적 추정량의 수렴률은 앞에서 언급한 바와 같이 $O_p(n^{-1/6})$ 이다 따라서 수렴이 느리다. 따라서 MSRV 추정량의 수렴률이 무척 호전되고 있다. MSRV 추정량은 다음과 같은 점근적 분포를 따르고 있다는 결과를 얻을 수 있다.

$$n^{1/4}(\langle \widehat{X}, \widehat{X} \rangle^{(n)} - \langle X, X \rangle) \rightarrow \nu_h Z$$

여기에서 Z 는 표준 정규 확률변수이고 ν_h 는 매우 작은 수이다.

V. 실증분석

주가의 확률적 진폭성을 추정하기 위해 사용된 데이터는 한국종합주가지수이다. 기간은 1980년~2002년간이다. 각 연도별 진폭성을 추정하는데 각 연도의

일별 주가지수를 사용하였다. 시간구간 $[0, T]$ 에서 T 를 연으로 잡았으며, $[0, T]$ 를 n 개 소 구간으로 분할한 집합 $G_n = \{t_{n,0}, t_{n,1}, \dots, t_{n,n}\}$ 에서 $t_{n,i}$ 가 i 번째 날짜이다. 따라서 일별 지수를 사용하여 연의 확률적 진폭성을 추정하였다.

빈도가 높은(high frequency) 데이터의 확률적 진폭성을 추정하기 위해서는 하루를 시간간격이 크게 분할하는 것이, 예컨대 5분 또는 10분 간격으로 나누어 연은 구간 데이터를 사용하는 것이 시장의 미시구조 영향을 보다 정확히 고려하게 될 것이다. 그러나 하루를 시간간격으로 나누지 않고 1년을 일별로 나누면 미시구조의 부정적 요소가 대폭 제거되는 진폭성이 추정될 수 있다고 생각한다. 일별주가지수에서는 확률과정의 표류 항인 평균이 일정하다고 가정하고 그 값이 그리 크지 않다고 상정할 수 있다. 그러면 주가의 운동은 확산 항이 지배할 것이다. 그런데 확산 항은 확률적 진폭성이 지배한다. 여기에서 일별 주가를 사용하여 진폭성을 추정해도 괜찮다는 추론이 성립한다.

일별 로그 수익률과 연별 로그 수익률을 제시하면 <표 1>과 같다. <표 1>에서 보는 바와 같이 일별이나 연별에 있어서 다 같이 표준편차가 크고 동시에 최소수익률과 최대수익률의 격차가 상당히 크다는 것을 알 수 있다. 따라서 대수 수익률은 진폭성이 상당하다.

<표 1> 기술통계량

평균	분산	표준편차	최소값	최대값
0.00028	0.00024	0.01560	-0.12805	0.08161
0.07985	0.12133	0.34833	-0.70254	0.65557

주) 위의 첫째 열은 일별 기술통계량이고 둘째 열은 연별 기술통계량이다.

로그 주가를 사용하여 추정한 확률적 진폭성을 <표 2>로, 로그 수익률을 이용하여 추정한 진폭성을 <표 3>으로 제시한다.

<표 2>에서 보면, 1997년~2001년간의 각 연도별 로그 주가의 확률적 진폭성이 다른 연도에 비해 상당히 크다. 1997년의 진폭성(<XX>)이 2.59986이고, 1998년의 진폭성이 4.72043이다. 1997년이 IMF가 발생한 시기이고 1998년이 IMF사태가 심화되면서 동시에 본격적으로 수습하기 위한 기간이다. 그리고 외

국민 투자가 제한 없이 투자할 수 있는 국제자본화 조치가 이루어진 해이기도 하다. 또한 가격 변동폭이 대단히 완화되기도 하였다. 이 같은 이유로 주가의 확률적 진폭성이 상당히 증가한 것이다.

〈표 2〉 로그가격의 진폭성

연도	M	<XX>	표준오차	진폭성
1980	18	0.29524	0.01683	0.54336
1981	18	1.26673	0.07220	1.12549
1982	18	0.40629	0.02317	0.63741
1983	18	0.28823	0.01643	0.53687
1984	18	0.30931	0.01763	0.55616
1985	18	0.21653	0.01234	0.46533
1986	18	1.32597	0.07558	1.15151
1987	18	1.59972	0.09118	1.26480
1988	18	1.19455	0.06809	1.09295
1989	17	0.41709	0.02521	0.64583
1990	18	1.44246	0.08223	1.20102
1991	18	0.85436	0.04871	0.92432
1992	18	1.59708	0.09103	1.26376
1993	18	0.73724	0.04203	0.85863
1994	18	0.53621	0.03057	0.73227
1995	18	0.56655	0.03229	0.75270
1996	18	0.82618	0.04709	0.90894
1997	18	2.59986	0.14822	1.61241
1998	18	4.72043	0.26911	2.17265
1999	16	2.90567	0.18687	1.70460
2000	15	2.16092	0.14851	1.47001
2001	17	2.23152	0.13487	1.49383
2002	16	1.23009	0.07913	1.10909
평균		1.29253	0.05252	1.05321

〈표 3〉에서도 1997년~2001년의 각 연도별 로그 수익률의 확률적 진폭성(<XX>) 이 다른 해에 비해 무척 크다는 것을 확인할 수 있다. 따라서 IMF가 발생한 이후와 그 이전의 확률적 진폭성은 차원을 달리하고 있다고 보인다. IMF 발생시기 이래의 주식시장은 그 이전에 비해 주가의 변동이 심하다고 할 수 있다. IMF를 기준으로 그 이전과 이후는 주식시장의 구조가 다르며 변화가 발생한 것이다. 이일균(2002)은 IMF를 기준으로 주식시장의 구조변화가 발생하였다는 실증분석

을 제시한 바 있다. IMF 이전에 비해 그 이후의 주식시장은 진폭성이 대폭 증가한 시장이다. IMF 이후 외국인의 주식을 비롯한 증권 투자가 완전히 개방되어 주식투자자수가 급격히 증가하였다. 그리고 가격제한폭이 대폭 확대되어 하루에 주가가 변동할 수 있는 폭이 대단히 증대하였다. 이 같은 요인이 IMF 이후의 주식시장의 진폭성을 무척 증가시킨 것이라고 해석할 수 있다.

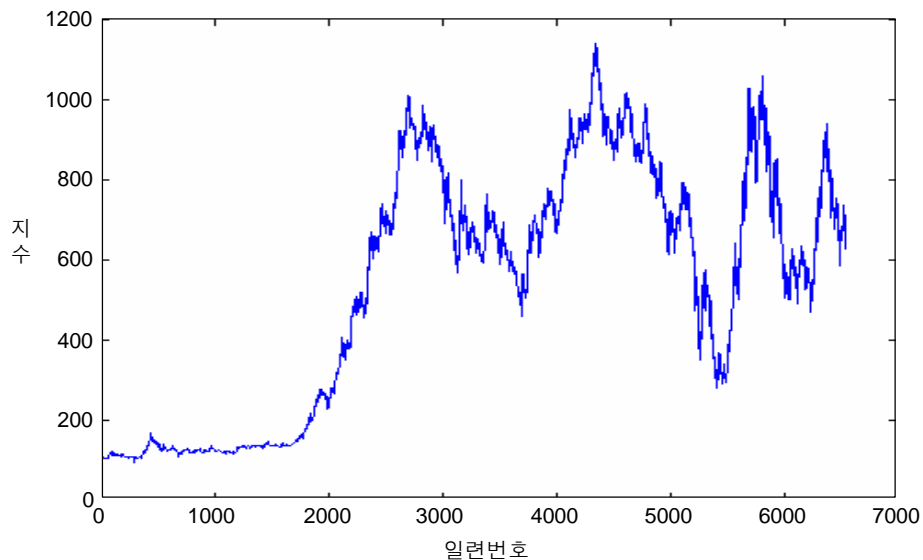
〈표 3〉 로그 수익률의 확률적 진폭성

연도	M	<XX>	표준오차	진폭성
1980	18	0.04138	0.00237	0.20342
1981	18	0.08252	0.00472	0.28726
1982	18	0.05849	0.00334	0.24185
1983	18	0.02352	0.00134	0.15338
1984	18	0.02577	0.00147	0.16053
1985	18	0.01483	0.00085	0.12178
1986	18	0.07027	0.00402	0.26509
1987	18	0.09741	0.00557	0.31210
1988	18	0.08046	0.00460	0.28365
1989	17	0.04111	0.00250	0.20276
1990	18	0.13174	0.00753	0.36296
1991	18	0.08630	0.00494	0.29377
1992	18	0.13932	0.00796	0.37326
1993	18	0.06496	0.00372	0.25488
1994	18	0.04196	0.00240	0.20485
1995	18	0.05191	0.00297	0.22785
1996	18	0.06243	0.00357	0.24986
1997	18	0.22813	0.01305	0.47763
1998	18	0.40295	0.02305	0.63478
1999	16	0.30174	0.01948	0.54931
2000	15	0.37629	0.02597	0.61342
2001	17	0.19645	0.01192	0.44322
2002	16	0.19243	0.01243	0.43867
평균		0.12228	0.01234	0.31984

〈표 2〉와 〈표 3〉의 마지막 열을 보자. <XX>이 $\int_0^T \sigma_i^2 dt$ 인데 비해 마지막 열은 $\sqrt{\langle XX \rangle}$ 의 값이다. 말자면 1년간의 로그 주가 또는 로그 수익률의 표준편차이다.

<표 2>의 로그 가격의 표준편차인 확률적 진폭성이 상당히 크다. <표 3>의 로그 수익률의 표준편차, 즉 진폭성 역시 무척 크다. 진폭성을 일반적으로 표준편차를 의미한다. 그러므로 이 표준편차를 진정한 확률적 진폭성이라 하면 우리나라의 주식시장은 단기적 관점에서 진폭성이 대단히 큰 시장이라고 할 수 있다.

진폭성이 IMF 이후는 그 이전에 비해 상당히 증가하여 로그 수익률의 경우 1998년에는 무려 0.63478이나 되고, 로그 가격의 경우 1998년에 2.17265나 된다. 로그 가격에 있어서 진폭성 <XX>는 1986년~1988년의 3년간이 IMF 이전에는 무척 크다. 로그 수익률에 있어서도 동일한 현상이 발생하고 있다. 1980년 초반은 주식시장이 [그림 1]이 제시하는 바와 같이 평탄한 행로를 지속하였다. 그러나 그림에서 주가곡선의 좌측이 x축에 거의 평평하게 움직이고 있다가 급격한 상승세인 황소시자의 형태를 추하는 해가 1985년이다. 1985년 이후 3년~4년간은 주식시장이 상승의 활동을 지속하고 주가지수가 급격히 상승하였다. 주가가 급격히 상승함에 따라 진폭성 역시 상승하였음을 알 수 있다. 연간 주가지수의 로그 수익률의 시계열적 운동을 [그림 2]로 제시한다. 연간 로그 수익률 역시 상당한 변화를 보이면서 시간적으로 운동하고 있음을 알 수 있다.



[그림 1] 일별 주가지수의 시계열적 운동

요컨대, 주가의 급격한 상승이 이루어진 시기에 진폭성이 매우 크다. IMF가 발생한 이후가 그 이전 보다 진폭성이 상당량 증가하였다. 그리고 IMF 이후 그 이전과는 다른 주식시장의 구조를 갖게 되어 주식시장의 구조변화가 IMF를 기준으로 발생하였다.



[그림 2] 연별 로그 수익률의 시계열적 운동

VI. 결 론

고빈도의 주가 데이터 시계열의 확률적 진폭성을 다 시간 축척 가중치를 사용하여 정립된 비모수적 추정방법으로 이 논문에서는 추정하였다. 이 방법을 한국 종합주가지수에 적용하였다. 확률과정에 의한 주가 움직임은 표류 항보다 확산 항이 고빈도 시계열에 있어서는 중요시된다. 데이터의 이산시간 간격이 매우 짧으면 표류 항은 그 값이 매우 작아 거의 0에 가깝다. 이 경우에는 주가 행동이 확산 항에 의하여 결정된다. 주가 확률과정의 확산 항은 결정짓는 인자는 주가의 확률적 진폭성이다. 따라서 주가의 운동을 정확히 파악하기 위해서는 확률적

진폭성의 추정이 관건이 된다.

일별 한국종합주가지수를 사용하여 연별로 추정한 확률적 진폭성은 상당히 크다. 연도의 관점에서 볼 때 주가는 일별로 상당히 변동하고 있다는 것을 이 결과는 함의하고 있다. 주가가 상승하고 있는 기간에는 그렇지 않은 기간에 비해 진폭성이 증가하고 있다. IMF 이전과 이후를 비교하면, IMF 이후의 진폭성이 그 이전에 비해 무척 증대하였다. 그뿐 만아니라 증가된 진폭성이 지속적이다. 따라서 IMF 이전과 이후는 확률적 진폭성의 질이 다르다. IMF 이후에 확률적 진폭성의 측면에서 구조변화가 발생하였다. 변화된 특성은 진폭성이 매우 크다는 것이다. 이 것은 주시시장 자체가 IMF 이후 질적 변화를 유발하는 구조변화가 발행하였다는 점에서 기인한다. 그러므로 주식 투자에 있어서는 진폭성을 신중히 고려해야 한다. 증가된 확률적 진폭성을 옵션의 가격형성에 큰 영향을 미친다. 왜냐하면 옵션은 확률적 진폭성의 함수이기 때문이다,

참 고 문 헌

- 이일균, “자본시장과 구조변화”, 재무관리연구, 제19권, 2002, 1-32.
- 이일균, “주가지계열의 성질과 특성 : 한미비교”, 재무관리논총, 제7권 제1호, (2001. 2), 1-48.
- 이일균, “충격의 확률적 장기영향과 자본시장의 구조변화”, 재무관리연구, 제17권 제1호, 2000, 91-110.
- 이일균, “정보의 발생과 주가의 변동성”, 재무관리연구, 제16권, 1999, 285-308.
- 이일균, “주가의 비선형성과 시계열적 특성”, 재무관리논총, 제3권 제1호, 1996, 1-30.
- 이일균, “증권의 일별수익률과 월별수익률의 특성에 관한 연구”, 증권학회지, 제11집, 1989, 199-229.
- 이일균, “한국증권시장의 일별주가수익률의 비동시발생성에 대한 검증”, 순양 유용근 선생 회갑기념 논집, 1989.

- Ait-Sahalia, Y., P. A. Mykland, and L. Zhang, "How Often to Sample a Continuous-time Process in the Presence of Market Microstructure Noise," *Review of Financial Studies*, 18, 2005a, 351-416.
- Ait-Sahalia, Y., P. A. Mykland, and L. Zhang, *Ultra High Frequency Volatility Estimation with Dependent Microstructure Noise*, Princeton University 2005b.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold, and P. Labys, "The Distribution of Exchange Rate Realized Volatility," *Journal of the American Statistical Association*, 96, 2001, 42-55.
- Bandi, F. M. and J. R. Russel, "Microstructure Noise," *Realized Volatility and Optimal Sampling*, University of Chicago 2003.
- Bandi, F. M., J. R. Russel, and Y. Zhu, "Using High Frequency Data in Dynamic Portfolio Choice," *Econometric Reviews*, 2006.
- Barndorff-Nielsen, O. E. and N. Shephard, "Econometric Analysis of Realized Volatility and Its Use in Estimating Stochastic Volatility Models," *Journal of the Royal Statistical Society*, B(64), 2002, 253-280.
- Brown, S. J., "Estimating Volatility," in *Financial Options : From Theory to Practice*, eds. S. Figlewski, W. Silber, and M. Subramanyam, Homewood, IL : Business-One-Irwin, 1990, 516-537.
- Corsi, F., G. Zumbach, U. Muller, and M. Dacorogna, "Consistent High-precision Volatility from High Frequency Data," *Economic Notes*, 30, 2001, 183-204.
- Hansen, P. R. and A. Lunde, "Realized Variance and Market Microstructure Noise," *Journal of Business and Economic Statistics*, 2006.
- Karatzas, I. and A. N. Shiryaev, *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, 2nd ed. New York : Springer-Verlag 1991.
- O'Hara, M. *Market Microstructure Theory*, Cambridge, MA. Blackwell 1995.
- Zhang, L., P. A. Mykland, and Y. Ait-Sahalia, "A Tale of Two Time Scales :

Determining Integrated Volatility with Noise High-Frequency Data,”
Journal of American Statistical Association, 100, 2005, 1394-1411.
Zhang, L., “Efficient Estimation of Stochastic Volatility Using Noisy Observations : A Multi-Scale Approach,” *Bernoulli*, 12, 2006, 1019-1043.