

사장교의 초기형상해석을 위한 탄성포물선 케이블요소

An Elastic Parabolic Cable Element for Initial Shaping Analysis of Cable-Stayed Bridges

경 용 수* 김 문 영*

Kyung, Yong-Soo Kim, Moon-Young

(논문접수일 : 2006년 1월 3일 ; 심사종료일 : 2007년 1월 22일)

요 지

본 연구에서는 케이블구조의 초기형상해석을 위한 새로운 탄성포물선 케이블요소(elastic parabolic cable element)를 제시한다. 이를 위하여 먼저 탄성현수선 케이블요소(elastic catenary cable element)에 대한 적합조건과 접선강도행렬 유도과정을 간략히 요약한다. 이를 토대로 장력이 충분히 도입되어 자중에 의한 처짐 형상이 포물선에 가깝다는 가정 하에서 무응력길이를 포함하는 탄성포물선 케이블요소의 비선형 힘-변형관계식과 접선강도행렬을 유도한다. 또한 현(chord) 방향으로 두 케이블요소의 등가 장력식을 정의한다. 본 요소의 정확성을 확인하기 위하여, 탄성현수선과 탄성포물선 케이블요소를 각각 적용하여 고정하중을 받는 사장교의 초기형상해석을 수행하고 무응력길이, 등가장력, 그리고 최대장력 결과를 비교, 분석한다.

핵심용어 : 초기형상해석, 탄성포물선 케이블요소, 탄성현수선 케이블요소, 사장교

Abstract

This study introduces an elastic parabolic cable element for initial shaping analysis of cable-stayed bridges. First, an elastic catenary cable theory is shortly summarized by deriving the compatibility condition and the tangent stiffness matrices of the elastic catenary cable element. Next, the force-deformation relations and the tangent stiffness matrices of the elastic parabolic cable elements are derived from the assumption that sag configuration under self-weights is small. In addition the equivalent cable tension is defined in the chord-wise direction. Finally, to confirm the accuracy of this element, initial shaping analysis of cable-stayed bridges under dead loads is executed using *TCUD* in which stay cables are modeled by an elastic parabolic cable and an elastic catenary cable element, respectively. Resultantly it turns that unstrained lengths of stay cables, the equivalent cable tensions, and maximum tensions by the parabolic cable element are nearly the same as those by the catenary cable elements.

Keywords : *initial shaping analysis, elastic parabolic cable element, elastic catenary cable element, cable-stayed bridge*

1. 서 론

최근 들어 케이블 부재를 이용한 구조물의 증가로 다양한 해석방법이 등장하고 있다. 특히 케이블 부재의 경우, 케이블 길이에 따른 인장력의 변화가 작고, 기술의 발달에 따른 고장력 케이블의 개발로 다양한 구조물의 적용이 가능하게 되었다. 이로 인해 케이블 부재는 긴 경간을 갖는 사장교, 현수교, 케이블 지붕(cable roof) 및 해저케이블 구조물 등에 많

이 사용되고 있다.

일반적인 구조물은 선형의 하중-변위관계를 나타내는데 반하여 케이블지붕 구조물은 케이블부재의 유연성 때문에 기하적인 비선형성을 수반한다. Irvine(1981)은 처음으로 탄성현수선 케이블(elastic catenary cable) 해석이론을 제시하였고, Jayaraman과 Knudson(1981)은 탄성현수선 케이블요소를 이용한 케이블구조의 정적 및 동적 비선형해석법을 개발하였으며, 안(1990)은 탄성현수선 케이블요소를 공간좌

† 책임저자, 정회원 · 성균관대학교 토목환경공학과 교수

Tel: 031-290-7514 ; Fax: 031-290-7548

E-mail: kmye@skku.edu

* 교신저자, 성균관대학교 토목환경공학과 박사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2007년 4월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2007년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

표에서 직접적으로 정식화하였다. 또한 김 등(1998)은 탄성 현수선 요소를 이용하여 케이블망의 초기평형상태를 결정하는 수치해석방법을 제시하였다.

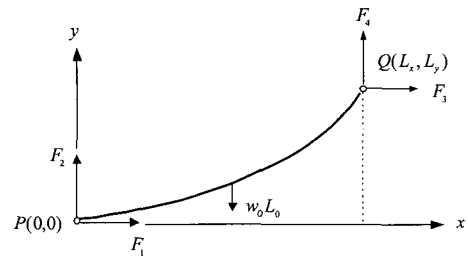
한편 고정하중을 받는 케이블지교량의 초기형상해석은 초기장력을 도입하여야 케이블 구조는 구조적 성능을 발휘하는 특성 때문에 많은 연구자의 주목을 받았다. 김과 장(1999)은 사장교의 초기형상해석을 위한 초기부재력법을 제시하였고, Kim과 Lee(2001)는 케이블부재의 무응력길이를 변위법의 미지수에 포함시키고 전체시스템의 비선형 평형방정식의 해를 구하는 TCUD (target configuration under dead loads)법을 개발하였다. 이러한 연구에서는 대부분 탄성현수선 케이블요소를 사용하고 있는데, 이 요소는 정식화가 까다롭고 초기값에 따라 수렴이 되지 않는 경우가 발생하기도 한다.

이러한 문제점을 해소하기 위하여 본 연구에서는 케이블구조의 초기형상해석을 위한 새로운 탄성포물선 케이블요소 (elastic parabolic cable element)를 제시한다. 사장재 (stay cable)를 이 요소로 모델링하는 경우에 정식화가 매우 간단하고 주어진 장력에 대하여 Ernst의 등가탄성계수 값을 제공한다. 먼저 TCUD 법을 적용하는데 필요한 탄성현수선 케이블요소의 적합조건과 접선강도행렬 유도과정을 간략히 요약한다. 이를 토대로 장력이 충분히 도입되어 자중에 의한 처짐 형상이 포물선에 가깝다는 가정 하에 탄성포물선 케이블요소의 비선형 힘-변형관계식과 접선강도행렬을 유도하고 케이블부재의 현방향으로 등가장력을 정의한다. 최종적으로 TCUD 법과 초기부재력법을 결합시킨 개선된 해석법 (김 등, 2003)을 적용하여 고정하중을 받는 사장교의 초기형상해석을 수행하고 탄성현수선과 탄성포물선 케이블요소를 적용한 해석결과를 비교, 분석을 행한다.

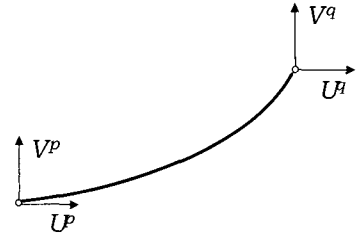
2. 탄성현수선 케이블요소

탄성현수선 케이블요소는 엄밀한 케이블 해석이론에 근거하기 때문에 자중을 받는 비선형 정적 케이블거동을 엄밀하게 파악할 수 있다. 이 요소의 기본이론을 설명하기 위하여 그림 1과 같이 자중 하에서 두 개의 고정된 점 p 와 q 의 사이에 걸려 있는 케이블을 생각한다. 탄성현수선 케이블요소는 기본적으로 무응력길이 L_0 와 케이블의 각각의 장력성분을 미지수로 사용하여 해석한다. 이때 케이블요소의 적합방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다(Irvine, 1981).

$$L_x = -\frac{F_1 L_0}{EA_0} + \frac{F_1}{w}$$



(a) 자중을 받는 케이블요소의 절점력벡터



(b) 케이블요소의 부재변위벡터

그림 1 탄성현수선 케이블요소의 절점력 및 절점변위벡터

$$\left\{ \sinh^{-1}\left(\frac{F_2 - w_0 L_0}{F_1}\right) - \sinh^{-1}\left(\frac{F_2}{F_1}\right) \right\} \quad (1a)$$

$$L_y = -\frac{F_2}{EA_0} L_0 + \frac{w_0 L_0^2}{2EA_0} + \frac{1}{w_0} (T_q - T_p) \quad (1b)$$

여기서, $T_p = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$, $T_q = \sqrt{F_1^2 + (F_2 - w_0 L_0)^2}$

식 (1)에서 L_x, L_y 는 각각 케이블 부재의 x, y 축에 투영된 길이를 나타내며, 반복계산 시 부재양단의 상대 변위값에 따라 크기의 변화를 보인다. EA_0 는 케이블의 축강성을 나타내며, F_1, F_2, F_3, F_4 는 p 단과 q 단의 장력에 대한 벡터성분을 나타낸다. 그림 1(a)에 나타난 자중을 받는 탄성현수선 요소의 절점력에 대한 평형조건식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_1 + F_3 &= 0 \\ F_2 + F_4 &= w_0 L_0 \end{aligned} \quad (2)$$

이때, L_x, L_y, L_0 가 주어지는 경우 케이블 부재력 F_1, F_2 를 미지수로 하는 비선형 연립방정식으로 Newton-Raphson 방법을 사용하여 해를 구해야만 한다. 요소 양단 p, q 의 상대변위의 변화량과 절점력 변화량의 관계를 나타내기 위해 식 (1)의 양변을 편미분하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\begin{aligned} dL_x &= \frac{\partial L_x}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial L_x}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial L_x}{\partial L_0} dL_0 \\ dL_y &= \frac{\partial L_y}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial L_y}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial L_y}{\partial L_0} dL_0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$$dL_x = dU^q - dU^p, \quad dL_y = dV^q - dV^p \quad (4)$$

윗 식을 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} dL_x \\ dL_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{13} \\ f_{23} \end{Bmatrix} dL_0 \quad (5)$$

여기서,

$$f_{11} = -\frac{L_0}{EA_0} + \frac{F_1}{w_0} \left(\frac{F_2}{T_p} - \frac{F_2 - w_0 L_0}{T_q} \right) + \frac{1}{w} \left[-\sinh^{-1} \left(\frac{F_2}{F_1} \right) + \sinh^{-1} \left(\frac{F_2 - w_0 L_0}{F_1} \right) \right]$$

$$f_{12} = \frac{F_1}{w_0} \left(-\frac{1}{T_p} + \frac{1}{T_q} \right);$$

$$f_{13} = -\frac{F_1}{EA_0} - \frac{F_1}{T_q};$$

$$f_{21} = f_{12};$$

$$f_{22} = -\frac{L_0}{EA_0} + \frac{1}{w_0} \left(-\frac{F_2}{T_p} + \frac{F_2 - w_0 L_0}{T_q} \right);$$

$$f_{23} = -\frac{F_2}{EA_0} + \frac{w_0 L_0}{EA_0} - \frac{F_2 - w_0 L_0}{T_q}$$

이를 강도행렬을 구하기 위하여 유연도행렬 f_{ij} 의 역행렬 k_{ij} 를 얻고, 이를 토대로 접선강도행렬을 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dL_x \\ dL_y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{13} \\ k_{23} \end{bmatrix} dL_0 \quad (6)$$

이제 케이블 상대변위를 나타내는 식 (4)와 식 (2), (6)을 고려하면, 다음과 같이 탄성현수선요소의 증분방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} dF_1 \\ dF_2 \\ dF_3 \\ dF_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{11} & -k_{12} & k_{11} & k_{12} \\ -k_{21} & -k_{22} & k_{21} & k_{22} \\ k_{11} & k_{12} & -k_{11} & -k_{12} \\ k_{21} & k_{22} & -k_{21} & -k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dU^p \\ dV^p \\ dU^q \\ dV^q \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} k_{13} \\ k_{23} \\ -k_{13} \\ -k_{23} \end{Bmatrix} dL_0$$

또는

$$\Delta F_c = K_c \Delta U_c + K_{cu} \Delta L_0 \quad (7)$$

여기서, ΔF_c = 증분 절점력벡터; K_c = 탄성현수선요소의 강도행렬; ΔU_c = 증분 변위벡터; K_{cu} = 무응력 길이의 변화에 의한 강도행렬을 나타낸다.

3. 탄성포물선 케이블요소

케이블자중의 영향을 포함하는 사장교의 케이블은 커다란 인장력을 받아서 케이블에 발생하는 새그(sag)가 매우 작은

처짐형상을 나타낸다. 따라서 이러한 케이블부재는 두 개의 고정된 점 p 와 q 에 포물선 형태로 연결된다고 가정할 수 있다. 새그의 영향으로 유효한 탄성계수가 현저하게 감소하는 경향을 보이고 이를 사장교의 케이블 모델링 시에 반드시 고려하여야 한다는 것은 잘 알려진 사실이다.

본 장에서는 새그가 작은 경우에 복잡한 탄성현수선 케이블요소 대신에 간단하게 사용할 수 있는 탄성포물선 케이블요소를 제시한다.

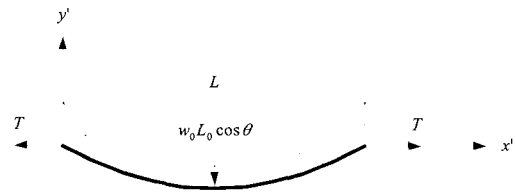


그림 2 탄성포물선 케이블요소

그림 2는 등분포하중 $w(=w_0 \cos \theta)$ 와 장력 T 를 받는 수평상태의 탄성 포물선 케이블요소를 나타낸다. 포물선요소의 새그를 고려한 힘-변형관계를 유도하기 위하여 케이블에 상당히 큰 장력이 도입되어 새그가 상대적으로 작다는 가정을 도입한다. 이러한 가정 하에서 탄성현수선 케이블 해석이론은 다음과 같이 간략화할 수 있다. 먼저 탄성현수선 요소의 적합 방정식 (1a)는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\sinh \left(\frac{wL}{2T} - \frac{wL_0}{2EA_0} \right) = \frac{wL_0}{2T} \quad (8)$$

또한 큰 장력이 도입된다는 가정 때문에 케이블 현길이는 $L \approx L_0$ 로 볼 수 있으므로, 탄성현수선요소의 케이블 좌표에 대한 식 (1)은 Taylor 급수를 통하여, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$x(s) = -s \left(1 + \frac{T}{EA_0} \right) \quad (9a)$$

$$y(s) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{T}{EA_0} \right) \frac{w}{T} s(s-L_0) \quad (9b)$$

식 (9a)를 식 (9b)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 포물선 방정식으로 표현할 수 있다.

$$y = \frac{1}{2} \frac{wL_0}{TL} x(L-x) \quad (10)$$

이제 그림 2의 대칭 탄성현수선에 대한 적합방정식 (8)에 대하여 Taylor 급수를 적용하면 다음과 같이 장력에 대한 3차방정식을 얻을 수 있다.

$$T^3 + \frac{EA_o}{L_o}(L_o - L)T^2 - \frac{EA_o(wL_o)^2}{24} = 0 \quad (11)$$

윗 식을 장력 T 와 케이블의 길이 L 에 대해 미분을 하여 정리하면 식 (12)와 같다.

$$\frac{dT}{dL} = \frac{EA_o}{L_o} \frac{1}{1 + \frac{(wL_o)^2}{12T^3} EA_o} \quad (12)$$

여기서, Ernst의 등가탄성계수 E_{eq} 는 다음과 같이 정의한다.

$$E_{eq} = \frac{E}{1 + \frac{(wL_o)^2}{12T^3} EA_o} \quad (13)$$

따라서 식 (12)를 장력증분-변위증분 관계식으로 변환하면 다음과 같다.

$$\Delta T = \frac{E_{eq}A_o}{L_o} \Delta L \quad (14)$$

여기서, $E_{eq}A_o$ 는 케이블의 등가축강성이다.

이제 그림 2의 수평케이블에서 θ 만큼 경사진 탄성포물선 케이블요소(그림 3)를 생각한다. 이때 케이블자중 w_oL_o 은 현방향성분 $w_oL_o \sin\theta$ 과 직각방향성분 $w_oL_o \cos\theta$ 으로 분해할 수 있다. 자중의 현 방향성분은 장력 T 에 흡수되고, 현직각방향 지점반력성분 V 는 $0.5w_oL_o \cos\theta$ 이 되며, 그리고 처짐형상은 현 방향에 대하여 포물선 형태를 그대로 유지한다고 가정한다.

이때 무응력길이의 변화를 고려한 탄성포물선 케이블요소의 증분평형방정식은 식 (7)과 동일한 형태로 나타낼 수 있다. 즉, 탄성포물선 케이블요소의 강성행렬 K_c 는 탄성계수 E 만 Ernst의 등가 탄성계수 E_{eq} 로 대치시킨 트러스요소의 접선강도행렬이 되며 구체적인 성분은 다음과 같다.

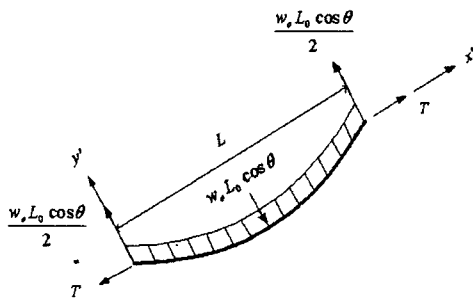


그림 3 경사진 탄성포물선 케이블요소

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{E_{eq}A_o}{L} C^2 + \frac{T}{L} S^2, \\ k_{12} &= \left(\frac{E_{eq}A_o}{L} - \frac{T}{L} \right) CS \\ k_{21} &= k_{12}, \quad k_{22} = \frac{E_{eq}A_o}{L} S^2 + \frac{T}{L} C^2 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $C = \cos\theta$, $S = \sin\theta$ 이다. 또한 무응력 길이의 변화에 의한 강도행렬 K_{cu} 는 식 (11)을 이용하여 다음과 같이 근사적인 행렬식 성분을 얻을 수 있다.

$$k_{13} = \frac{E_{eq}A_o}{L_o^2} L_x; \quad k_{23} = \frac{E_{eq}A_o}{L_o^2} L_y \quad (16)$$

탄성 포물선 케이블과 탄성 현수선 케이블요소를 비교하기 위하여 그림 1(a)의 탄성현수선 케이블 요소를 다시 생각한다. 이때 그림 1(a)의 케이블 절점력과 자중을 케이블 현방향과 이에 수직인 방향(국부좌표계 x', y')성분으로 각각 분해하여 그림 4(a)와 같이 나타낼 수 있다. 이제 새그가 작아 포물선형상으로 가정하면 자중의 현 방향성분($w_oL_o \sin\theta$)은 양단의 등가절점력으로 표시할 수 있으므로 이를 반영한 탄성 현수선 케이블요소의 자유물체도는 그림 4(b)가 된다. 한편 케이블현의 직각방향으로 작용하는 자중($w_oL_o \cos\theta$)과 현방향 장력 T 를 받는 탄성포물선 케이블요소의 자유물체도는 그림 3와 같다. 이제 그림 4(b)와 그림 3를 비교할 때, 두 케이블의 작용력들이 역학적으로 등가(statically equivalent)가 되기 위해서는 케이블 현 방향 장력 T 과 케이블현의 직각방향 성분 V 에 대하여 다음의 관계식이 성립하여야 한다.

$$T = -F_1 \cos\theta - \left(F_2 - \frac{w_o L_o}{2} \right) \sin\theta \quad (17)$$

$$V \cong -F_1 \sin\theta + F_2 \cos\theta \cong -F_3 \sin\theta + F_4 \cos\theta \quad (18)$$

4장에서 현수선과 포물선 케이블 요소를 각각 적용한 사장교의 초기형상해석 예제에서 식 (17)과 식 (18)으로 산정한 등가장력과 수직성분 값의 비교, 검토를 행한다.

4. 수치해석 예

초기부재력법과 TCUD법을 효과적으로 결합시킨 해석법을 적용하여 고정하중을 받는 사장교의 초기형상해석을 수행하였다. 이때 사장재는 탄성현수선 케이블요소와 탄성포물선 케이블요소를 사용하여 모델링하였으며, 두 케이블요소를 사용한 해석결과를 비교하였다.

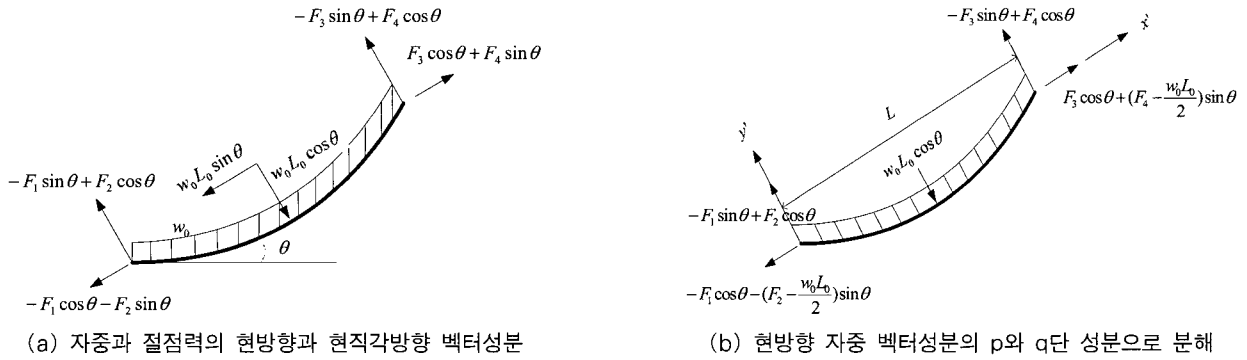


그림 4 탄성현수선 케이블요소

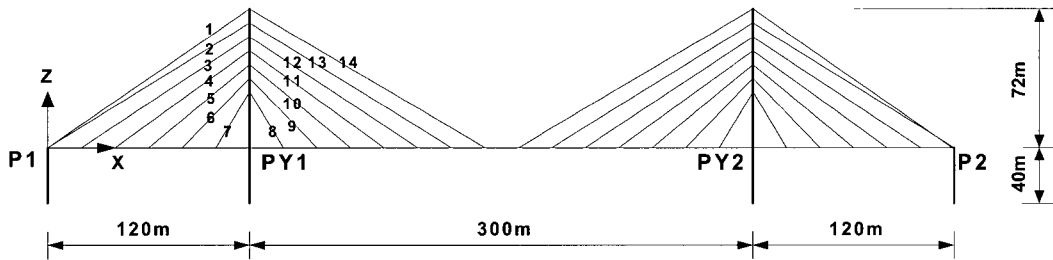


그림 5 Harp Type 사장교 모델

본 연구에서 사용된 Harp Type 사장교의 2차원 예제는 그림 3과 같으며, 김과 장(1999)의 논문에서 인용하였다. 예제에 적용된 물성치는 표 1과 같다.

표 1 Harp Type 사장교의 단면상수 및 물성값

Member	E (GPa)	A (m ²)	I (m ⁴)	w (KN/m)	부가고정하중 (KN/m)
Cable	200	0.01	-	0.78	-
Deck	200	1.06	1.00	127.2	40
Pylon	200	1.21	1.30	145.2	-

여기서 2차원 예제는 28개의 케이블로 이루어졌고, 경간의 길이는 각각 120m-300m-120m이고, 총길이 540m의 3경간 사장교로서 주탑의 높이는 112m이다. 경계조건에서 주탑과 주형이 연결되는 지점인 PY2의 지점에서는 교축방향으로 구속하였으며 나머지 부분에서는 교축방향으로 이동이 가능하다. 또한 모든 지점에서 회전에 대해 자유롭도록 경계조건을 설정하였다.

그림 6은 탄성현수선요소와 탄성포물선 케이블요소를 이용하여 사장교의 초기형상해석시 주형의 모멘트를 나타내고 있다. 모멘트의 분포를 살펴보면 전 지간에 걸쳐 균등한 분포를 나타내고 있음을 알 수 있다.

그림 7은 Harp Type 사장교의 상세그림을 나타내며, 표 2, 표 3, 그리고 표 4는 각각 앞 절에서 유도하였던 탄성포물선 케이블요소와 탄성현수선 케이블요소의 초기장력을 도입한 후의 각 케이블 위치에 따른 무응력길이, 최대 및 최소 장력, 그리고 현방향 및 현직각방향의 장력성분을 제시하고

탄성현수선의 결과를 정해로 보고 오차를 비교한 것이다. 표에서 보는 바와 같이 전반적으로 사장교와 같이 새그가 매우 작은 사장재 케이블요소인 경우 탄성 포물선 케이블요소와 탄성현수선 케이블요소로 각각 모델링하여 비교한 결과 거의 차이가 없음을 알 수 있다.

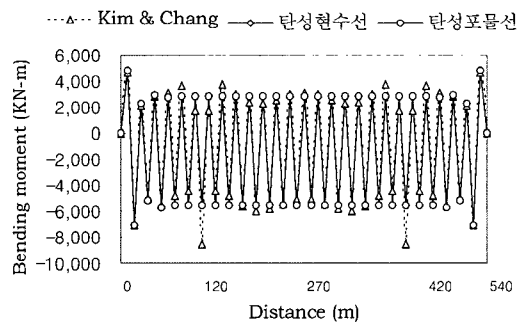


그림 6 주형의 모멘트 분포

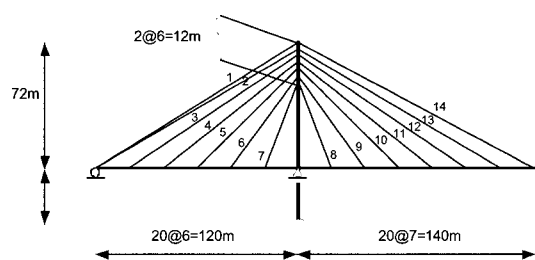


그림 7 Harp Type 사장교의 상세그림

특히 무응력길이 L_0 와 현방향의 등가장력 T 는 오차가 거의 영이었고(표 2, 4), 현직각방향 반력 V 는 최대 0.24%의 매우 작은 오차(표 4)로 보였다. 그리고 탄성현수선 요소의 양단의 최대 및 최소장력은 탄성포물선요소의 현방향의 등가장력 T 과 비교하였는데 이 경우에도 최대 0.66%의 작은 오차(표 3)를 발생시켰다.

이러한 분석결과로 볼 때 완성계의 사장재를 모델링할 때

표 2 탄성포물선요소와 탄성현수선요소의 무응력길이의 비교

케이블 번호	좌표상 거리 (m)	무응력길이(m)		오차 (%)
		탄성 현수선	탄성 포물선	
1	139.94	139.37	139.37	0.00
2	138.92	138.53	138.54	0.00
3	120.93	120.52	120.52	0.00
4	103.71	103.45	103.45	0.00
5	87.73	87.52	87.52	0.00
6	73.78	73.64	73.64	0.00
7	63.25	63.13	63.13	0.00
8	63.25	63.13	63.13	0.00
9	73.78	73.64	73.64	0.00
10	87.73	87.53	87.52	0.00
11	103.71	103.44	103.44	0.00
12	120.93	120.57	120.57	0.00
13	138.92	138.46	138.46	0.00
14	157.43	156.85	156.85	0.00

표 3 탄성포물선요소와 탄성현수선요소로 산정한 최대장력 및 최소장력성분

케이블 번호	탄성현수선 (KN)		탄성 포물선 (KN)	오차율 (%)	
	T_{max}	T_{min}		T_{max}	T_{min}
1	8238.9	8183.0	8210.9	0.34	-0.34
2	5661.9	5607.5	5634.5	0.49	-0.48
3	6854.3	6801.5	6827.8	0.39	-0.39
4	5154.8	5103.4	5129.0	0.50	-0.50
5	4699.7	4649.9	4674.8	0.53	-0.53
6	4027.6	3979.3	4003.5	0.60	-0.60
7	3576.7	3530.0	3553.4	0.65	-0.66
8	3574.4	3527.7	3551.2	0.65	-0.66
9	4037.8	3989.6	4013.7	0.60	-0.60
10	4655.5	4605.7	4630.6	0.54	-0.54
11	5343.8	5292.5	5318.1	0.48	-0.48
12	6057.0	6004.1	6030.5	0.44	-0.44
13	6771.1	6716.7	6743.8	0.40	-0.40
14	7473.4	7417.4	7445.2	0.38	-0.37

표 4 탄성포물선요소와 탄성현수선요소의 수직분력성분과 현방향의 등가장력

케이블 번호	탄성현수선 (KN)		탄성포물선 (KN)		오차율 (%)	
	식(18)	식(17)	V	T	V	T
1	46.66	8200.9	46.61	8201.0	0.11	0.00
2	46.74	5645.0	46.67	5645.0	0.16	0.00
3	38.92	6827.8	38.87	6827.9	0.13	0.00
4	31.17	5129.0	31.12	5129.0	0.16	0.00
5	23.39	4674.7	23.35	4674.8	0.18	0.00
6	15.60	4003.4	15.57	4003.5	0.21	0.00
7	7.81	3553.3	7.79	3553.4	0.24	0.00
8	7.80	3551.0	7.79	3551.1	0.19	0.00
9	15.60	4013.6	15.57	4013.7	0.19	0.00
10	23.39	4630.5	23.35	4630.6	0.17	0.00
11	31.17	5318.0	31.12	5318.1	0.16	0.00
12	38.94	6030.4	38.88	6030.5	0.14	0.00
13	46.71	6743.7	46.64	6743.8	0.13	0.00
14	54.47	7445.2	54.40	7445.2	0.12	0.00

탄성현수선 요소는 탄성포물선 케이블요소로 대체시켜도 해석결과의 차이는 거의 동일하게 얻을 수 있다고 판단된다.

5. 결 론

케이블구조의 초기형상해석을 위한 새로운 탄성포물선 케이블요소를 제시하였다. 개선된 초기형상해석법을 사용하여 고정하중을 받는 사장교의 초기형상을 결정하고 탄성현수선 케이블요소와 포물선 케이블요소를 적용한 결과와 비교하였다.

결론적으로 사장교의 사장재(stay cable)는 케이블 자중에 비하여 상당히 큰 장력이 도입되기 때문에 두 케이블요소를 사용한 결과는 무응력길이 및 현방향 등가 장력은 거의 동일한 값을 보였으며 현직각방향 반력성분과 최대 및 최소장력은 모두 1%미만의 매우 작은 오차를 보였다. 이는 완성계의 사장재를 탄성포물선 케이블요소로 모델링하여도 탄성현수선 요소의 거의 동일한 정도의 해석결과를 얻을 수 있다고 판단된다.

감사의 글

이 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업에 의하여 수행되었습니다. 연구지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 김문영, 경용수, 이준석(2003) 사장교의 개선된 초기형상 해석법, *한국강구조학회 논문집*, 15(2), pp.175~185.
- 김문영, 김남일, 안상섭(1998) 3차원 케이블망의 초기평형상태 결정 및 정적 비선형 유한요소해석, *한국전산구조공학회 논문집*, 11(1), pp.179~190.
- 김제춘, 장승필(1999) 초기부재력을 이용한 사장교의 초기형상 및 캠버량 결정, *대한토목학회논문집*, 19(I-3), pp. 377~386.
- 안상섭(1990) 탄성현수선 케이블요소를 이용한 3차원 케이블망의 정적 및 동적 비선형해석, 석사학위논문, 서울대학교.
- Irvine, H. Max(1981) *Cable structures*, The MIT Press.
- Kim, K. S., Lee, H. S.(2001) Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridges, *Computer & Structures*, 79, pp.2681~2692.
- Jayaraman, H. B., Knudson, W. C.(1981) A curved element for the analysis of cable structures, *Computer & Structures*, 14, pp.325~333.