

실내 삼축시험과 개별요소법(DEM)을 이용한 사질토 직교 이방 탄성 특성의 미시역학적 비교 분석

Comparative Study on Cross-anisotropic Elasticity of Granular Soils Based on Lab-scale Triaxial Experiment and Discrete Element Analysis

정 영 훈¹ Jung, Young-Hoon

이 재 훈² Lee, Jae-Hoon

정 충 기³ Chung, Choong-Ki

Abstract

The comparative study using the lab-scale experiment and the discrete element analysis is attempted to analyze the cross-anisotropic elasticity of granular soils. The lab-scale experiment consists of the small stress-controlled triaxial cyclic tests and the bender element tests. In the discrete element analysis the simulations of lab-scale cyclic tests are conducted in the various directions. Good agreement between the experimental data and the simulation on the elastic properties in the axial and shear directions confirms the usefulness of the discrete element method. The comparative analysis of the difference in the experimental data and the simulation of radial cyclic tests shows that the discrete element method can successfully be used to check the reasonable magnitude of each measurement in the experiments.

요 지

사질토의 직교 이방 탄성계수를 실험적 방법과 개별 요소법을 이용하여 측정하고 결과를 정량적으로 비교-분석하였다. 실내 시험에서는 미소 응력 제어 반복재하시험과 벤더 엘리먼트의 측정 결과를 조합하여 탄성 특성을 구하였으며, 개별 요소법에서는 실내 시험 방법과 상응하는 반복재하시험을 모사하였다. 축 방향 및 전단방향에 관련된 탄성 특성의 비교 결과는 제한된 조건에서도 개별 요소법이 복잡한 실내 시험 과정을 모사할 수 있음을 보여주었다. 방사 방향 재하시험 결과에서 나타난 두 방법 간 차이의 비교 분석 결과는 개별 요소법이 실내 시험으로 구한 개별 측정치의 정량적 타당성을 확인하는데 충분히 활용될 수 있음을 보여준다.

Keywords : Bender element test, Discrete element method, Elasticity, Granular soils

1. 서 론

미소변형률 영역에서 흙의 변형 거동에 대한 관심이 확대되면서, 실내 시험에서 다양한 측정 방법을 통해

사질토의 직교이방 탄성 특성(cross-anisotropic elasticity)을 규명하고자 하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 예를 들어 Hoque와 Tatsuoka(1998)는 미소 응력을 제어하여 작은 크기의 응력-변형률 곡선을 구하고 이로부터 탄

1 정회원, 노스웨스턴대학교 토목공학과 박사후연구원 (Member, Post-doctoral Fellow, Dept. of Civil and Environmental Engrg., Northwestern Univ., j-young-hoon@northwestern.edu, 교신저자)

2 정회원, 서울대학교 지구환경시스템공학부 석사과정 (Member, Graduate Student, School of Civil, Urban and Geosystem, Seoul National Univ.)

3 정회원, 서울대학교 지구환경시스템공학부 교수 (Member, Prof., School of Civil, Urban and Geosystem, Seoul National Univ.)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2008년 2월 29일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

성계수 및 포아송비를 측정하였고, Viggiani와 Atkinson (1995)는 벤더 엘리먼트(bender element)를 이용하여 측정된 시료의 전단파 속도를 이용하여 전단 탄성계수를 구하는 방법을 제시하였다. 이외에도 두 개 이상의 시험장비를 이용하여 개별적으로 얻은 측정결과를 조합하거나(Chaudhary et al. 2004), 삼축 압축 시험기에 설치된 연직 및 방사 방향 LVDT 및 벤더 엘리먼트로부터 구한 정적 및 동적 측정치를 동시에 사용하여(Kuwano and Jardine 2002) 직교 이방 탄성계수를 구하는 방법이 발표되었다.

하지만 앞서 언급한 방법을 이용하여 구한 직교이방 탄성계수의 측정치가 물리적으로 타당한 값인지 또는 동일한 시료에 대해 각기 다른 방법으로 구한 탄성 계수가 모두 같은 값을 제시하는지 구체적으로 검증된 사례는 찾아보기 힘들다. 특히 탄성계수의 이방성에 관련해서는 서로 상반된 실험 결과가 제시되고 있다. Bellotti 등 (1996)과 Fioravante와 Capoferri(2001)는 등방압 상태에서 P파와 S파 속도로 사질토의 강성을 측정할 경우 수평 방향 강성이 연직 방향보다 크다고 하였지만, 유사한 방법으로 준비된 사질토 시료에 대한 Hoque와 Tatsuoka(1998)의 실험에서는 수평 방향보다 연직 방향의 탄성계수가 더 크게 평가되었다. Yimsiri와 Soga(2002)는 이러한 이방성과 관련된 차이가 서로 상이한 측정치로부터 직교이방 탄성계수를 유도하기 위해 도입된 해석 상 가정의 차이에 의해 나타날 수 있음을 지적한 바 있다. 그러나 시료의 외부 경계면에 대한 간접적인 측정치만을 다루는 실내 시험에서 시료의 정확한 탄성 특성을 평가하기에는 현실적인 한계가 있다. 사질토의 탄성적 특성, 특히 이방적 탄성 특성은 미시적 수준의 입자 배열 및 접촉 상태에 의해 결정된다는 점에서, 미시적 입자 특성으로부터 거시적인 응력-변형률 거동을 계산할 수 있는 개별 요소법(discrete element method)을 사용하는 것은 현재 실내 시험이 내포하는 한계를 해결할 수 있는 타당한 방법일 것이다. 따라서 탄성 거동에 대한 본질적인 메커니즘을 이해하고 상이한 실내 시험 방법의 측정 정확도에 대한 판단 기준을 얻기 위해서는 개별 요소법을 이용

하여 비교-분석할 필요가 있다.

본 연구에서는 사질토의 직교 이방 탄성계수 측정에 대한 새로운 접근 방법을 모색하기 위해 기존의 실험적 방법과 개별 요소법의 해석적 방법으로 구한 탄성 특성을 심층적으로 비교-분석하고자 하였다. 실험적 접근에서는 주문진 표준사에 대해 미소 응력 제어 반복재하시험과 벤더 엘리먼트 시험을 조합하여 직교 이방 탄성 특성을 구하였고, 일관된 비교 분석을 위해 개별 요소법에서는 삼축 응력 상태에 놓인 가상 입상체 시료에 대해 수행된 실내 시험의 재하 방법을 최대한 가깝게 재현하여 탄성 특성을 측정하였다. 두 개의 상이한 방법으로 구한 탄성계수 및 포아송비의 결과를 미시역학적 관점에서 비교-분석하였고, 이를 통해 시험 결과 해석 시 도입된 가정 조건, 이방성의 관점에서 바라본 탄성 특성과 관련 재하 방법의 타당성 등을 검토하였다.

2. 삼축 시험기를 이용한 탄성 특성의 측정

삼축 시험기를 이용하여 사질토의 직교 이방 탄성계수 및 포아송비를 측정하였다. 시험에 사용한 재료는 주문진 표준사이며 재료 물성치는 표 1에 정리하였다. 삼축 시험에 사용한 시편은 건조 모래를 사용하여 정해진 간극비를 만족시키도록 제작하였다.

탄성 계수 측정 시험은 그림 1에 도시한 바와 같이 등방 및 이방 압밀 응력 경로 상의 특정 응력 상태에 대해 실시하였다. 등방 압밀 응력 경로에 대해서는 총 11회의 탄성계수 측정 시험을 실시하였으며, 수평방향과 축방향 응력비가 0.5를 유지하는 이방 압밀 응력 경로에서는 10회의 탄성계수 측정 시험을 실시하였다. 탄성 계수 측정 시험은 시료가 목표 응력 상태에 도달하면 재하를 멈추고 1시간 가량의 크립(creep) 과정을 거쳐 시료의 상태가 안정된 후 실시하였다. 탄성계수 측정 시험은 축방향과 방사방향 미소 응력 제어 반복 재하 시험, 그리고 축 방향과 2개의 수평 방향 벤더 엘리먼트(bender element) 시험으로 구성된다.

그림 2에 보인 바와 같이 축방향 및 방사방향 반복

표 1. 사용 시료의 물성치

통일 분류	비중	간극비			입도분포			구성광물
		e_{max}	e_{min}	e_0	D_{50}	C_u	C_c	
SP	2.65	0.992	0.596	0.690	0.56	1.53	0.95	석영(quartz)

e_{max} = 최대 간극비; e_{min} = 최소 간극비; e_0 = 초기 간극비; D_{50} = 평균 입경(mm); C_u = 균등계수; C_c = 곡률계수

재하 시험에서 미소 변형률을 측정하기 위해서, 삼축 시험 시료면에 축 방향 및 방사 방향 국부 측정 LVDT를 부착하였다. 축 방향 LVDT는 셀 내부 시료 거치 시 오차를 배제하기 위해서 시료 면의 양쪽에 두 개를 부착하였으며, 축방향 변형률은 두 개의 LVDT에서 측정된 값의 차이가 허용범위 이내일 경우 평균값을 사용하였다. 허용범위는 Hoque와 Tatsuoka(2004) 및 Santagata 등(2005)의 실험 결과를 참고하여 두 개의 축방향 변형률로 구한 축 방향 강성(즉 연직 방향 탄성계수, E_v)의 차

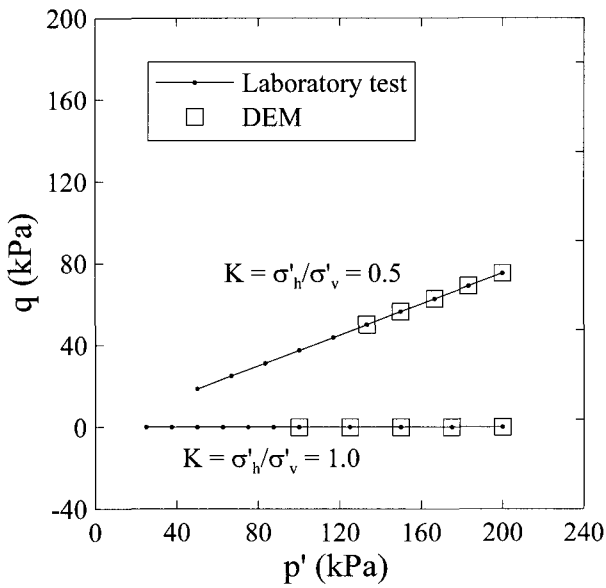


그림 1. 탄성계수 측정 응력 경로

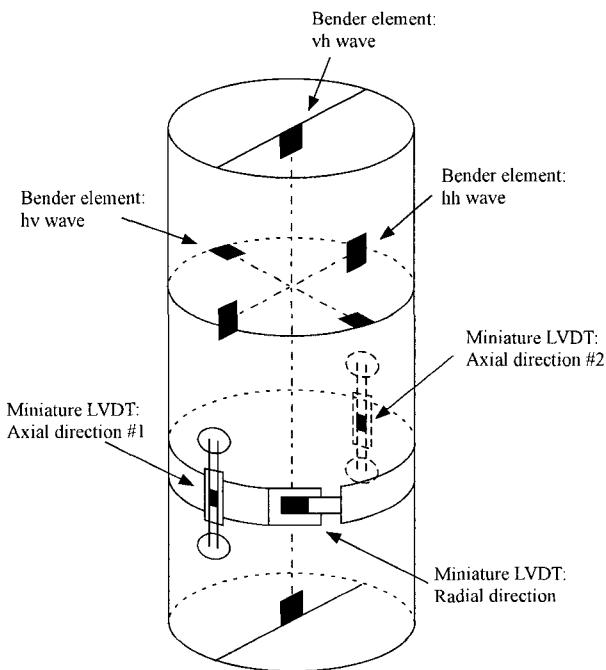
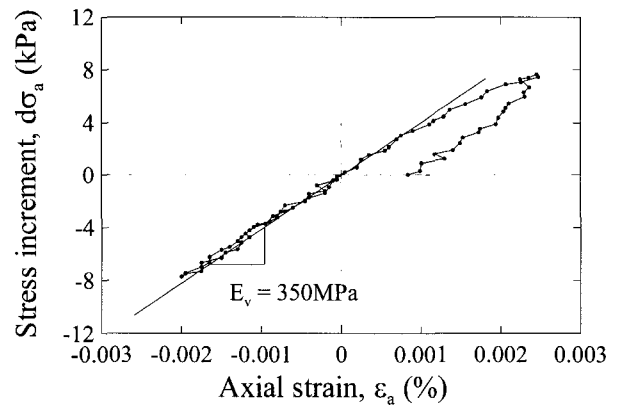


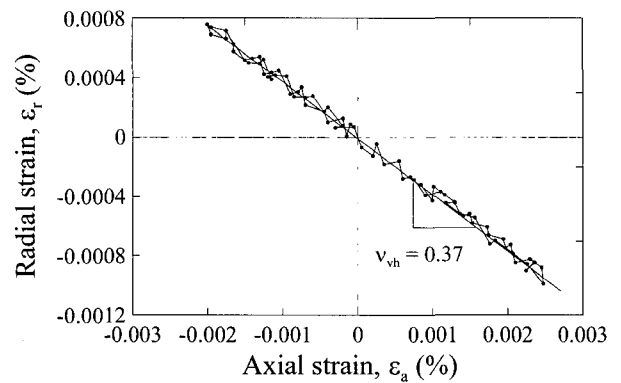
그림 2. 삼축 시험 시료 면에 부착된 국부측정 LVDT와 벤더 엘리먼트

이가 15%를 넘지 않도록 설정하였다. 반복재하시험에서는 약 $\pm 8\text{kPa}$ 의 응력을 축 방향 또는 수평 방향으로 제어하였으며, 그림 3은 등방압 200kPa의 응력 상태에서 실시한 축 방향 응력 제어 반복 재하 시험의 결과와 이를 이용한 탄성계수 E_v 및 포아송비 ν_{vh} 산정의 예를 보여준다.

그림 2에 보인 바와 같이 발전기와 수신기로 구성된 벤더 엘리먼트는 시료의 축 방향으로 한 쌍, 그리고 시료 중앙부에 각도를 달리하여 두 쌍을 수평으로 설치하였다. 시료의 탄성 특성이 직교 이방 탄성(cross-anisotropic elasticity)을 따른다고 가정한다면 축 방향의 벤더 엘리먼트는 G_{vh} 를, 두 개의 수평 방향 벤더엘리먼트는 G_{hv} 와 G_{hh} 를 측정하게 된다. 직교 이방 탄성론에서 G_{hv} 는 G_{vh} 와 동일한 값이지만, 실제 실험의 측정치에서는 대개 약간의 차이가 나타난다. 축 방향의 경우 벤더엘리먼트는 하부 좌대(pedestal)와 상부 캡(cap) 내부에 삽입되어 있어 시료의 상-하단에 직접 접촉하게 되며, 수평 방향의 경우 시료 멤브레인(membrane)에 작은 구멍을 내어 벤더엘리먼트 팁(tip)을 시료에 직접 삽입한 후 실리콘 접



(a) 축변형률-축응력 곡선



(b) 축변형률-방사변형률 곡선

그림 3. 응력 제어 반복재하시험의 응력-변형률 곡선(실내 시험)

착제를 이용하여 벤더엘리먼트를 멤브레인에 고정시켰다. 두 쌍의 수평 방향 벤더엘리먼트는 시료 중앙부의 수평면에서 서로 직교하도록 설치하였다. 각 방향의 전단 탄성계수는 벤더 엘리먼트 시험을 통해 측정된 전단파 속도를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G_{(ij)} = \rho_s V_{s(ij)}^2 \quad (1)$$

여기서 ρ_s 는 측정 시 시료의 전체 밀도, i 는 전단파의 전달 방향, j 는 전단파의 진동 방향이다. 벤더 엘리먼트 시험에서 전단파 속도는 입력 파형 신호와 수신된 신호 간의 시간차와 전단파 전달 거리의 비로 구할 수 있다. 본 연구에서는 벤더 엘리먼트 팁 간의 직선 거리를 전단파 전달 거리로 가정하였으며, 신호 간의 시간차는 입력 및 수신 파형의 최대 전압치 간 시간차로 구하였다. 입력 신호 파형은 주파수 2kHz와 14V의 전압차를 가지는 사인파(sine wave)를 이용하였다.

직교 이방 탄성계수는 Kuwano와 Jardine(2002)이 제안한 방법을 이용하여 평가하였다. 삼축 응력 상태에서 축 방향 및 방사 방향 응력-변형률 관계는 직교 이방 탄성론에 따라 다음의 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_a \\ d\varepsilon_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_v & -2\nu_{hv}/E_h \\ -\nu_{vh}/E_v & (1-\nu_{hh})/E_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma'_a \\ d\sigma'_r \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 E_v 와 E_h 는 연직 및 수평 방향의 탄성계수(Young's modulus), ν_{vh} 는 연직 방향 압축에 의해 발생한 수평 방향 변위의 포아송비, ν_{hv} 는 수평 방향 압축에 의해 발생한 연직 방향 변위의 포아송비, ν_{hh} 는 수평 방향 압축에 의해 발생한 또 다른 수평 방향 변위의 포아송비, σ'_a 와 ε_a 는 축 방향 유효응력과 변형률, σ'_r 와 ε_r 는 방사(수평) 방향 유효응력과 변형률이다. 응력-변형률 관계의 대칭 조건을 만족시키기 위해 탄성계수와 포아송비는 다음의 식을 만족해야 한다.

$$\frac{\nu_{vh}}{E_v} = \frac{\nu_{hv}}{E_h} \quad (2)$$

특정 응력 상태에서 축 방향 미소 응력 제어 반복 재하 시험을 실시하면 E_v 와 ν_{vh} 를 구할 수 있다.

$$E_v = \frac{d\sigma'_a}{d\varepsilon_a}, \quad \nu_{vh} = -\frac{d\varepsilon_r}{d\varepsilon_a} \quad (3)$$

유사한 방법으로 삼축 시험 셀 내부 압력을 조절하여 방사 방향 응력, σ'_r 을 제어하면 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\frac{d\sigma'_r}{d\varepsilon_a} = -\frac{E_h}{2\nu_{hv}}, \quad \frac{d\sigma'_r}{d\varepsilon_r} = \frac{E_h}{1-\nu_{hh}} = A \quad (4)$$

미소 응력 반복재하시험에서 응력-변형률 관계는 선형으로 나타나며 이를 탄성 거동이라고 가정한다면, 식 (3)과 (4)로부터 E_v 와 ν_{vh} 그리고 E_h 와 ν_{hh} 의 조합 A 를 구할 수 있다. 여기서 시료의 수평면에 대해 설치된 벤더 엘리먼트로 측정된 G_{hh} 의 결과를 이용하면 E_h 와 ν_{hh} 를 구할 수 있다. G_{hh} 와 E_h 는 직교 이방 탄성론에 근거하여 다음과 같은 관계가 있으며

$$G_{hh} = E_h / 2(1 + \nu_{hh}) \quad (5)$$

식 (5)를 식 (4)에 대입하면 E_h 와 ν_{hh} 는 다음의 식으로 구할 수 있다.

$$E_h = 4AG_{hh} / (A + 2G_{hh}), \quad (6a)$$

$$\nu_{hh} = (A - 2G_{hh}) / (A + 2G_{hh}) \quad (6b)$$

따라서 식 (3), (5)와 (6) 및 축 방향으로 설치된 벤더 엘리먼트 시험 결과로 측정된 G_{vh} 를 포함하면 직교이방 탄성계수 및 포아송비, 즉 E_v , E_h , G_{vh} , G_{hh} , ν_{vh} 와 ν_{hh} 를 모두 구할 수 있다.

3. 개별요소법을 이용한 탄성 특성의 측정

개별 요소법(discrete element method, DEM)은 입자 간의 접촉 거동을 수치적으로 모사하고 이로부터 입상체의 평균적인 응력 및 변형률의 변화를 구하는 기법이다. 개별요소법의 해석에서는 일반적으로 Cundall과 Strack(1979)이 제시한 외연적 유한 차분 해석 절차(explicit finite difference scheme)를 사용하게 되며, 입자 위치의 변화를 추적하기 위해 뉴턴의 제2법칙과 접촉점에서의 힘-변위 관계를 반복적으로 계산하게 된다. 개별 요소법에서 접촉에 의한 입자의 변형은 전체 입상체(particle assembly)의 변형에 비해 매우 작으며 따라서 입상체의 변형은 강체로 가정한 개별 입자의 이동에 의해 주로 발생한다고 가정한다. 개별 입자의 이동을 계산하기 위해서 특정 시간에서 강체 입자 간 가상의 중첩거리

(overlapping)를 접촉변위(contact displacement)로 간주하며, 접촉력(contact force)-접촉변위 관계식을 이용하여 불균형력(out-of-balance force)를 계산한다. 이후 뉴턴의 제2법칙을 이용하여 불균형력에 대한 입자 가속도를 계산하고 시간 증분에 대해 적분하여 새로운 입자 변위 증분을 구한 후, 입자의 위치를 갱신하게 된다. 이러한 계산 과정을 모든 접촉 입자에 대해 실시하면 특정 시간에서의 입상체 변형을 계산할 수 있다. 각 시간 단계에서의 해석이 끝나면 통계적인 방법을 이용하여 입상체의 평균 응력 및 변형률을 산정하며 이로부터 거시적인 입상체의 평균 응력-변형률 거동을 파악할 수 있다. 본 연구에서는 Kuhn(2006)이 포트란(fortran)으로 작성한 3차원 입상체 개별 요소법 코드를 윈도우 환경에 맞게 컴파일하여 사용하였다.

개별요소법 해석에서 필요한 입력치는 입상 시료를 구성하기 위한 개별 입자의 위치 정보와 접촉력-접촉변위 관계를 규정하는 접촉 강성 모델(contact stiffness model)을 포함한 입자의 물리적 성질이다. 해석에 사용한 입상 시료의 크기와 입자 물성치는 표 2에 정리하였다. 입상 시료는 실내 실험에 사용한 주문진 표준사의 입도 분포와 가깝도록 구형 입자의 반경 분포를 조정하여 10,000개의 입자를 이용하여 제작하였다. 통계적으로 균질한 입자 분포를 만들기 위해 먼저 초기 간극비를 만족하는 정방형 입상체의 크기를 정하고, 정해진 크기에 대해 3차원 난수를 발생시켜 입자의 위치를 정하였다. 이후 마찰을 제거한 상태에서 약간의 경계면 변위를 주어 입자의 위치 및 접촉 상태를 안정시켰다. 그림 4는 위의 과정을 거쳐 제작된 입상 시료의 초기 상태를 보여준다.

접촉 강성 모델(contact stiffness model)은 접촉면에 수직인 방향의 강성 k_n 과 접촉면의 접선 방향 강성 k_t 으로 정의된다. 일반적으로 접촉 수직 강성 k_n 은 이상적인

표 2. 가상 입상 시료의 조건

입자의 개수	10,000 개
입자의 반경	0.16mm(10%), 0.27mm(50%), 0.33mm(40%)
초기 시료의 크기	1.2cm × 1.2cm × 1.2cm
초기 간극비	0.69
입자 간 접촉 마찰각	26.5도
접촉 수직 강성	8.06×10^4 N/m
접촉 접선 강성	8.06×10^4 N/m
경계면 종류	주기 경계면(Periodic boundary)

탄성 구체의 접촉에서도 접촉력에 대한 비선형식(Hertz 1882)으로 표현되지만, 본 연구에서는 개별요소법 코드상의 한계로 인해 Hertz의 비선형 모델에 대한 등가 선형 접촉 강성을 구하여 사용하였다. 그림 5에서 보인 바와 같이 두 개의 탄성 구체의 접촉이 발생할 때, Hertz(1882)의 식은 다음과 같다.

$$\delta_n = \left(\frac{9f_n}{8r_g E^*} \right)^{1/3} \quad (7a)$$

$$a = \left(\frac{3f_n r_g}{8E^*} \right) \quad (7b)$$

$$p_0 = \left(\frac{24f_n E^*}{\pi r_g^2} \right) \quad (7c)$$

여기서 δ_n 은 수직방향 접촉변위, f_n 은 수직방향 접촉력, r_g 은 입자의 반경, a 는 접촉면의 반경, p_0 은 접촉압의 최대값, 그리고 E^* 는 입자의 등가 탄성계수이며 입자의 전

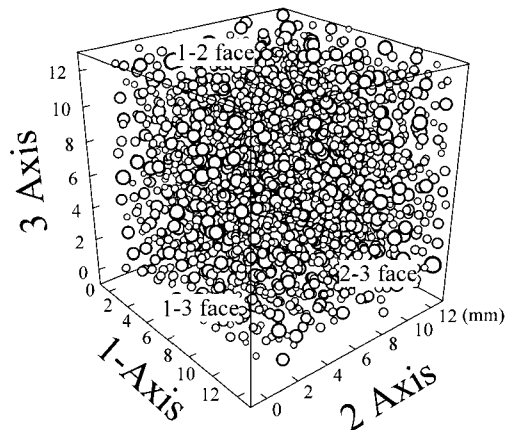


그림 4. 가상 입상 시료(초기 상태)

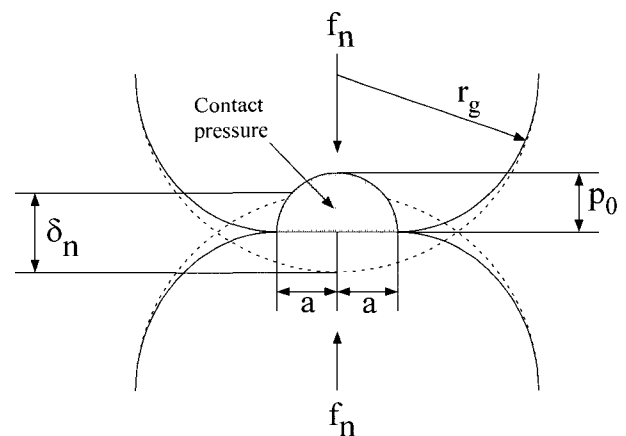


그림 5. Hertz 모델의 탄성 구체 접촉

단탄성계수 G_g 와 포아송비 ν_g 를 이용하여 다음과 같이 정의된다.

$$E^* = G_g / (1 - \nu_g) \quad (8)$$

주문진 표준사의 주 구성 광물은 석영(quartz)이며, 석영의 전단탄성계수와 포아송비($G_g=30\text{GPa}$ 와 $\nu_g=0.17$; <http://www.tosohquartz.com/engineering3.html> 참조)를 이용하면 $E^*=30\text{GPa}/(1-0.17)=36\text{GPa}$ 이다. 수직 방향의 접촉 강성 k_n 은 식 (7a)를 미분하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k_n = \frac{df_n}{d\delta_n} = (3f_n r_g E^{*2})^{1/3} \quad (9)$$

식 (9)에서 k_n 은 접촉력 f_n 에 따라 비선형적으로 변하지만, 등가의 선형 접촉 강성을 구하기 위해 입상체에서 발생한 접촉력의 평균값을 이용하였다. 식 (7)을 조합하면 p_0 와 f_n 을 접촉변위 δ_n 에 대한 식으로 나타낼 수 있다.

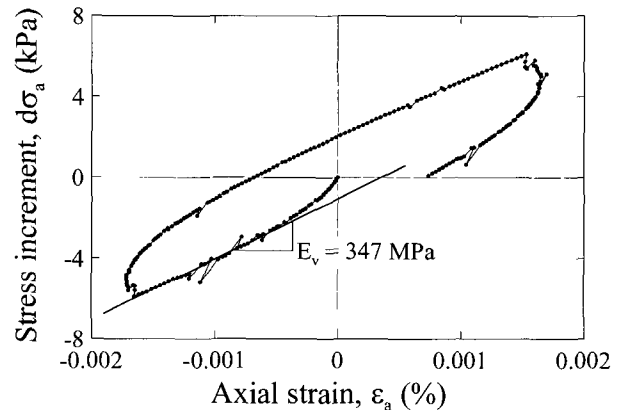
$$p_0 = \frac{4E^*}{\pi} \sqrt{\frac{\delta_n}{r_g}} \quad (10a)$$

$$f_n = \frac{4\pi}{3} (p_0 r_g^2) \frac{\delta_n}{r_g} \quad (10b)$$

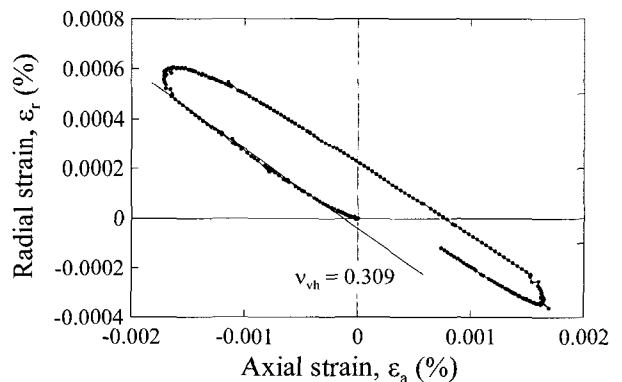
본 연구에서 사용한 입상 시료의 초기 배열 상태에서 δ_n/r_g 의 평균값은 10^{-5} 으로 측정되었고, 이 값을 식 (9)와 (10)에 대입하면 수직 접촉 강성은 $k_n=8.06 \times 10^4 \text{N/m}$ 이다. 접선 접촉 강성 k_t 는 수직 접촉 강성과 동일하다고 가정하였다. 입자의 밀도는 석영의 밀도인 $2.2 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 을 이용하였으나, 주어진 시간 증분 단계에 대해 준정적(quasi-static) 상태를 만족하는 해석을 실시하기 위해서 입자 밀도는 $1.563 \times 10^7 \text{kg/m}^3$ 으로 조정되었다. 조정된 입자 밀도는 입자에 작용하는 힘-변위(또는 응력-변형률)관계에는 영향을 주지 않지만, 가속도와 속도의 경우 밀도 증가비만큼 크기가 감소하게 된다(Thornton 2000). 하지만 동적 영향을 무시한 준정적 해석에서는 힘-변위 결과만을 다루게 되므로 입자 밀도의 조정은 해석 결과에 영향을 주지 않는다. 해석에서 사용한 시간 증분 dt 는 1초이다.

개별요소법을 이용하여 직교 이방 탄성계수 및 포아송비를 구하기 위해 실내 시험에서의 미소 응력 제어 반복재하시험 과정을 수치적으로 모사하였다. 먼저 입

상체의 경계면에 10kPa/sec 의 속도로 재하하여 입상 시료의 응력 상태가 반복재하시험을 실시하기 위한 응력 상태에 도달하도록 하였다. 이후 축 방향의 경우 입상 시료의 1-2면에, 수평 방향의 경우 2-3면과 1-3면(그림 4 참조)에 수직 응력을 0.05kPa/sec 의 속도로 제어하여 미소 응력 제어 반복재하시험을 실시하였다. 응력 제어 사이클은 실내 시험 보다 약간 작은 $\pm 5\text{kPa}$ 의 응력을 가하였다. 두 경우의 주어진 반복 응력은 선형 탄성영역에 속하는 매우 작은 크기이므로, 이로부터 발생할 수 있는 거동 차이는 무시할 수 있다. 그림 6은 등방압 200kPa 에서 축 방향으로 실시한 반복재하시험의 해석 결과 및 이를 이용한 E_v 와 ν_{vh} 의 산정 예를 보여준다. 전단 탄성계수 G_{vh} 와 G_{hh} 의 경우, 실내 시험에서는 국부적으로 전단 파를 발생시키는 벤더 엘리먼트 시험을 통해 그 값을 구하였으나, 개별 요소법에서는 각 경계면의 전단 응력 σ_{12} , σ_{13} 및 σ_{23} 을 각각 독립적으로 조절하는 미소 전단응력 반복재하시험을 통해 구하였다. 개별요소법을 이용한 축 방향, 수평 방향 그리고 각 전단방향 반복재하시험의 결



(a) 축변형률-축응력 곡선



(b) 축변형률-방사변형률 곡선

그림 6. DEM으로 모사한 응력 제어 반복재하시험의 응력-변형률 곡선

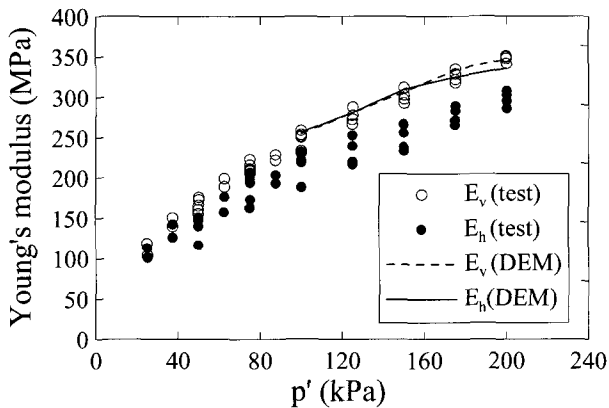
과를 앞서 설명한 Kuwano와 Jardine(2002)의 해석 방법에 적용하고 이로부터 직교 이방 탄성 계수를 모두 산정하였다.

개별 요소법을 이용하여 탄성계수 및 포아송비를 측정한 응력점의 위치는 그림 1에 도시하였다. 등방 응력 경로의 경우 평균 주응력 p' 의 값이 100kPa이상인 경우 개별 요소법 해석이 가능하였고, 이방 응력 경로의 경우 p' 이 120kPa이상인 경우에만 해석이 가능하였다. 낮은 구속압에 대해 미소 응력 조절 반복재하시험을 개별 요소법으로 모사할 경우 입자 변형 수준에서의 수치적 불안정성이 입상체의 거시적 응력-변형률 결과를 왜곡시키는 현상이 나타나, 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 없었다(이재훈, 2005).

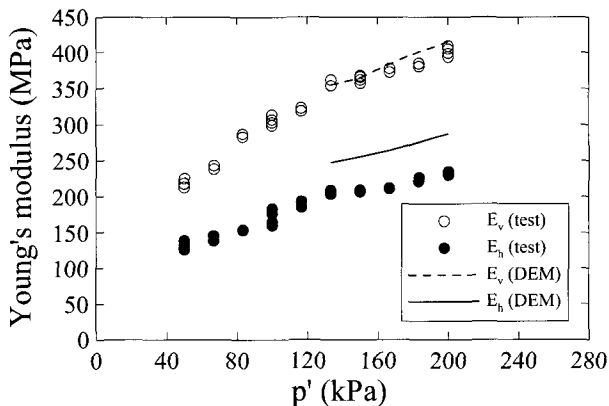
4. 이방적 탄성계수 측정에 대한 미시역학적 분석

4.1 실내 시험과 개별요소법의 측정 결과 비교

그림 7은 실내 시험과 개별 요소법으로 구한 영 탄성



(a) 등방 응력 경로(K=1.0)

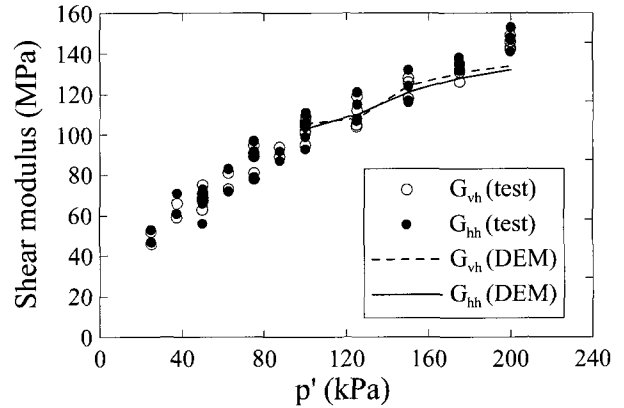


(b) 이방 응력 경로(K=0.5)

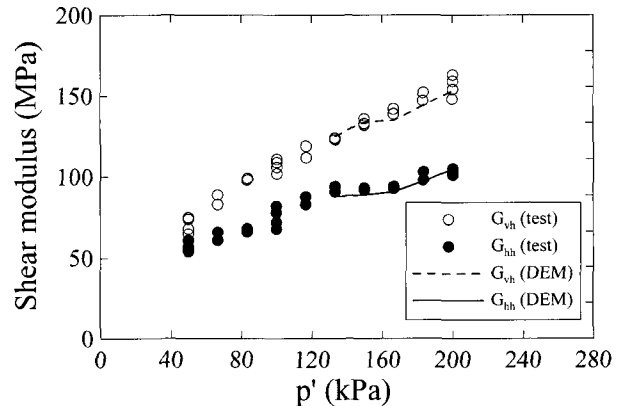
그림 7. 실내 시험 및 개별요소법으로 구한 영 탄성계수의 변화

계수(Young's modulus)의 변화를 보여준다. 등방 응력 상태에서 실내 시험으로 구한 E_v 는 E_h 보다 큰 값을 보이며, 등방압 증가에 따라 점차 차이가 커져 $p'=200\text{kPa}$ 에서 약 50kPa의 차이를 보인다. 이방 응력 상태에서는 연직-수평 응력 간의 차이로 인해 E_v 와 E_h 의 차이는 더욱 크게 나타난다. 개별 요소법으로 구한 E_v 는 등방 및 이방 응력 상태에서 실내 시험의 E_v 와 일치한다. 개별 요소법의 E_h 는 실내 시험의 결과와 달리 등방 응력 상태에서 개별 요소법의 E_v 와 일치하며, 이방 응력 상태에서는 실내시험의 결과에서 나타난 것처럼 E_v 보다 작은 값으로 증가하지만 실내 시험의 E_h 와 비교할 때 약 50kPa의 차이가 발생한다.

그림 8은 실내 시험과 개별 요소법으로 구한 전단 탄성계수의 변화를 보여준다. 전단 탄성계수 G_{vh} 와 G_{hh} 에 대한 개별 요소법 해석은 실내 시험 결과를 비교적 정확하게 예측한다. 등방 응력 경로에 대해서 실내 시험과 개별 요소법의 G_{vh} 와 G_{hh} 는 서로 큰 차이 없이 등방압에 따라 증가하며, 이방 응력 경로에서는 영 탄성계수의 변화 양상과 유사하게 연직 방향의 전단 탄성계수 G_{vh} 가



(a) 등방 응력 경로(K=1.0)



(b) 이방 응력 경로(K=0.5)

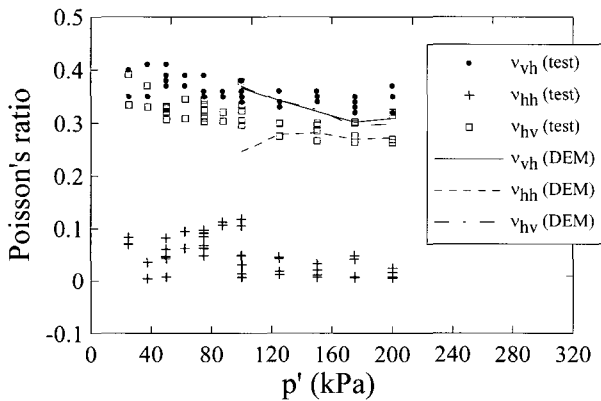
그림 8. 실내 시험 및 개별요소법으로 구한 전단 탄성계수의 변화

수평 방향의 전단 탄성계수 G_{hh} 보다 큰 값으로 증가한다. 수평방향의 탄성계수 변화를 살펴본다면 앞서 설명한 E_h 의 경우 개별요소법과 실내시험의 결과가 상당한 차이를 보였지만 G_{hh} 에 대해서는 개별 요소법과 실내 시험 결과가 서로 잘 일치한다. 개별 요소법에서는 전단 응력 반복재하시험으로 전단 탄성계수를 구하므로 실내 시험의 전단파를 이용한 벤더 엘리먼트 시험과는 재하 방법 상 차이가 있음에도 불구하고, 개별 요소법 해석치가 실내 시험의 값과 일치한다는 점은 전단 탄성계수의 평가에 있어서 동적 측정 방식과 정적 측정 방식 간에 큰 차이가 없음을 의미한다.

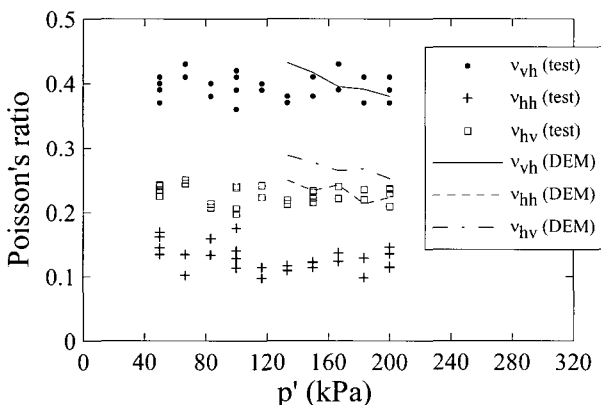
그림 9는 실내 시험 및 개별 요소법으로 구한 포아송비의 변화를 보여준다. 등방 및 이방 응력 경로에서 실내 시험의 ν_{vh} 는 0.3~0.45의 범위의 값을 가지며, 등방 응력 경로에서는 p' 의 증가에 따라 약간 감소하는 경향을 보인다. 개별 요소법으로 예측한 ν_{vh} 의 값은 실내 시험으로 측정된 포아송비의 분포 범위에 놓인다. 이는 앞서 설명한 E_v 와 함께 개별 요소법을 이용한 축방향 반복재하시험이 실내 시험에서 나타난 거동을 매우 정확하게 모사함을

보여준다. ν_{vh} 는 식 (2)를 통해 결정되므로, ν_{vh} 와 ν_{mv} 의 차이는 E_v 와 E_h 의 차이와 같다. 따라서 등방 응력 경로에 대해서 개별 요소법으로 평가한 ν_{mv} 는 ν_{vh} 와 거의 동일한 값으로 나타나며, 이방 응력 경로에 대해서는 E_h 의 결과에서 나타난 것과 유사하게 개별 요소법의 ν_{mv} 가 실내 시험의 ν_{mv} 보다 큰 값을 보인다. 포아송비 ν_{vh} 는 개별 요소법과 실내 시험의 결과에서 서로 큰 차이를 보였다. 실내 시험에서는 등방 및 이방 응력 경로에서 0.1 내외의 작은 값으로 평가되었지만, 개별 요소법의 경우 등방 응력 경로에 대해 ν_{vh} 는 ν_{vh} 와 ν_{mv} 보다 약간 작은 0.28, 이방 응력 경로에서는 ν_{mv} 보다 약간 작은 0.25의 값에서 변화였다.

비교 결과를 정리해 보면, 축 방향 반복재하시험으로 구한 E_v 와 ν_{vh} , 그리고 전단응력 반복재하시험으로 구한 G_{vh} 와 G_{hh} 의 개별 요소법 결과는 실내 시험 결과와 정량적으로 일치하며, 이는 제한된 숫자의 입자와 이상화된 선형 접촉 모델을 이용했음에도 불구하고 개별 요소법 해석이 복잡한 실내 시험 과정을 성공적으로 모사할 수 있음을 보여준다. 하지만 수평방향의 반복재하시험 결과와 전단 탄성계수를 이용하여 구한 E_h 와 ν_{hh} 의 경우 실내시험 결과와 개별 요소법 해석 결과는 상당한 차이를 보인다.



(a) 등방 응력 경로(K=1.0)



(b) 이방 응력 경로(K=0.5)

그림 9. 실내 시험 및 개별요소법으로 구한 포아송비의 변화

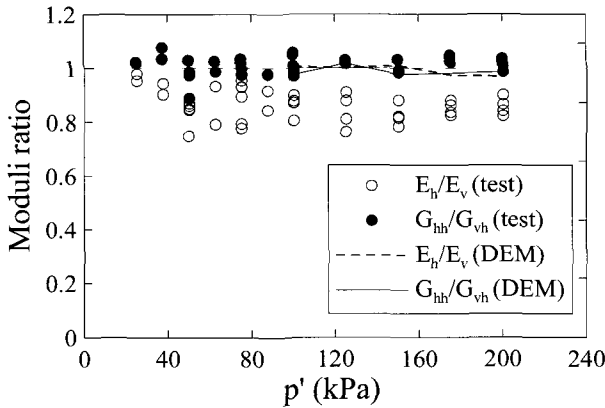
4.2 이방성비 차이에 대한 고찰

E_h 와 ν_{hh} 의 결과에서 나타난 개별 요소법과 실내 시험의 차이는 시료의 이방성 관점에서 자세히 다룰 필요가 있다. 먼저 등방 응력 경로의 실내 시험에서 E_h 가 E_v 에 비해 낮게 측정되는 것은 (i) 시료 성형 과정 중 축 방향으로의 다짐에 의해 연직 방향 탄성계수(E_v)가 수평 방향 탄성계수(E_h)보다 큰 값을 가지게 되고 이후 등방압 재하에서 이 차이가 계속 유지되어 시료가 이방성을 유지하고 있기 때문이거나, (ii) 실제 시료의 상태와 상관 없이 기기 또는 측정 상의 오차로 인해 나타난 현상이라고 설명해야 한다. 하지만 시료 성형 중 다짐 과정만으로 E_v 와 E_h 의 차이를 모두 설명하는 것은 무리가 있다. 만약 시료가 다짐 과정에 의해 실제로 연직 방향과 수평 방향 강성의 이방성이 발생했다면, E_v 와 E_h 뿐만 아니라 전단 탄성계수 G_{vh} 와 G_{hh} 에서도 등방압 하에서 차이가 발생해야 하겠지만 그림 8(a)에 보인 바와 같이 두 방향의 전단탄성계수는 실질적으로 동일한 값이다. 따라서 영 탄성계수의 결과에 대해서는 시료가 이방성을 띄게 되며 전단 탄성계수의 결과에 대해서는 시료의 상태가 등방인 물리적 모순이 발생한다. 하지만 이러한 실내 시

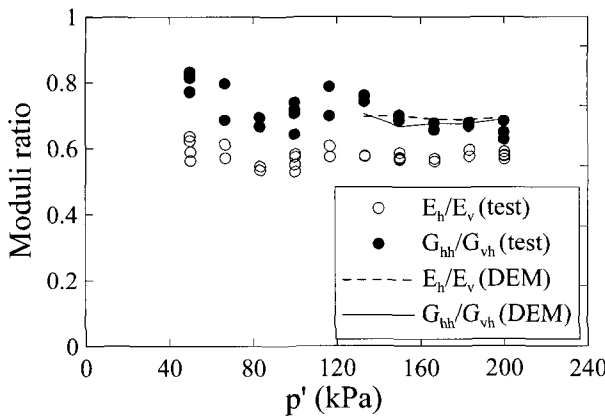
험 결과만으로 어떤 결과가 실제 시료의 상태를 말하고 있는 지 판단하기는 매우 어렵다.

그림 10에서는 실내시험과 개별요소법으로 구한 탄성계수비의 변화를 등방 및 이방 응력 경로에 대해 정리하였다. 등방압에 대한 개별 요소법의 탄성계수비 E_h/E_v 와 G_{hh}/G_{vh} 의 값은 모두 1.0에 근사하면서 시료의 상태가 등방임을 일관되게 보여주며, 실내시험의 G_{hh}/G_{vh} 값과 유사하게 변하고 있다. 이방 응력 경로에 대해서도 E_h/E_v 와 G_{hh}/G_{vh} 의 개별 요소법 결과는 서로 큰 차이를 보이지 않으며 실내시험의 G_{hh}/G_{vh} 값과 역시 유사하게 변하고 있다. 개별 요소법에서는 초기 등방 상태를 수치적으로 만족하는 시료를 사용하였으므로 실내 시험의 시료 상태와는 차이가 있지만, 개별 요소법의 결과는 등방 및 이방 응력 경로에서 E_h/E_v 와 G_{hh}/G_{vh} 가 상호 간에 큰 차이가 없음을 보여준다.

실내 시험에서 발생한 이방성비의 차이는 상대적으로 낮게 평가된 E_h 의 값에 기인한다. 수평 방향 탄성계수 E_h 는 삼축 응력 상태에서 직접 구할 수 없으므로 식



(a) 등방 응력 경로(K=1.0)



(b) 이방 응력 경로(K=0.5)

그림 10. 실내 시험 및 개별요소법으로 구한 탄성계수비 변화

(6)을 통해 방사 방향 재하시험 결과와 전단탄성계수 G_{hh} 의 조합으로 구해야 함은 이미 앞서 설명하였다. 그림 11은 등방 및 이방 응력 경로에서 방사방향 반복재하시험으로 구한 A 의 변화를 보여준다. 개별 요소법과 실내 시험의 결과를 비교하면 등방 응력 경로에 대해서는 200MPa, 이방 응력 경로에서는 100MPa의 큰 차이가 발생함을 알 수 있다. 즉 E_h 에서 나타난 개별 요소법과 실내 시험 결과 간의 불일치, 등방 응력 상태의 실내 시험 결과에서 나타난 E_h/E_v 의 이방성, 그리고 E_h 와 함께 A 의 값을 사용하여 구한 실내 시험의 v_{hh} 가 0에 가까운 매우 작은 값으로 평가된 점 모두 실내시험의 방사방향 반복재하시험으로 구한 A 가 상대적으로 매우 작게 평가되었기 때문이다. 즉, 실내 시험 시 방사방향의 응력-변형률 관계($d\sigma_r/d\varepsilon_r$)에 실험적 오차가 내재되었기 때문이다.

개별 요소법의 경우 이상화된 경계조건에 대해 각 경계면의 응력을 직접 조절할 수 있으므로 재하 방법에 있어서 축 방향과 방사 방향 간의 차이는 없다. 하지만 실내 시험의 방사방향 반복재하시험은 이론 상 축 방향 응력이 일정한 상태에서 시료 수평면의 작용 응력을 제어하는 단순한 시험이지만, 삼축 시험기 구조 상 실제 이러한 압력 제어를 매우 작은 응력 범위까지 정확하게 모사하기는 어렵다. 즉, 삼축 시험기에서 축 방향의 응력을 일정한 값으로 유지하기 위해서는 시료의 모든 면에 작용하는 삼축 셀(cell) 압력과 축 방향 응력을 동시에 조절해야 하는데, 이를 미소한 응력까지 자동 제어하여 정확하게 구현하기가 매우 어렵다. 이러한 점은 실내 시험에서 축 방향 응력만을 조절하는 축 방향 반복재하시험과 방사 방향 재하시험의 오차 수준이 서로 동일하지 않을 수 있음을 의미한다.

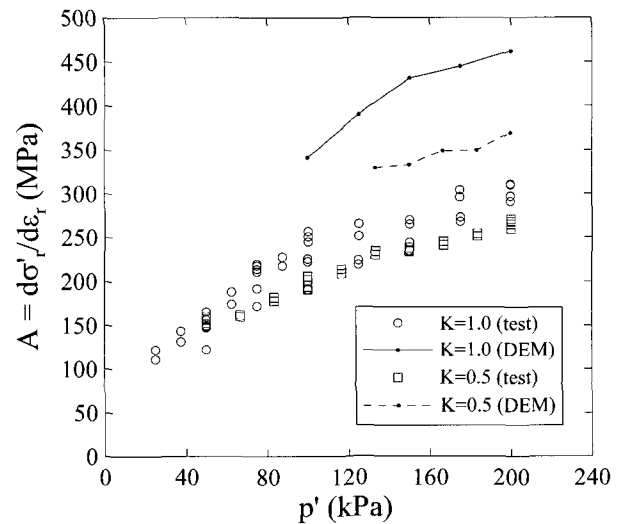


그림 11. 등방 및 이방 응력 경로에서 A의 변화

직교 이방론에 근거하여 실내 시험으로부터 탄성계수와 포아송비를 평가할 때 개별 실내 시험 측정치, 즉 연직 방향과 방사 방향의 재하로 구한 탄성계수와 전단파 속도로부터 구한 전단탄성계수의 측정치가 정량적으로 각각 타당한 값이며, 측정치를 조합하기 전 서로 상응한 지 확인할 필요가 있다. 이러한 점에서 병행된 개별 요소법의 결과는 실내 시험 결과의 정량적 판단 기준을 제공할 수 있다. 특히 실내 시험에서 미소 응력 제어 시험이 내포할 수 있는 오차와 이에 따른 수평방향 탄성계수의 영향, 그리고 시료의 실제 이방성에 대해서는 이를 정밀하게 구현할 수 있는 실험 장비 또는 방법의 개발과 함께 향후 추가 연구가 필요할 것이다.

5. 결론

사질토의 직교 이방 탄성계수 측정에 대한 새로운 접근 방법을 모색하기 위해 실험적 방법과 개별 요소법의 해석적 방법을 동시에 적용하고 이를 통해 얻은 탄성 특성을 비교-분석하였다. 주문진 표준사를 이용한 실내 시험에서는 축 방향 및 방사 방향의 미소 응력 제어 반복재하시험과 축 방향 및 수평 방향의 벤더 엘리먼트 시험을 다양한 등방 및 이방 응력 상태에서 실시하였고 측정된 결과를 조합하여 직교 이방 탄성계수를 유도하였다. 개별 요소법 해석을 위해 실내 시험의 시료 상태와 근접한 가상의 입상 시료를 제작하였고, 이를 이용하여 실내 시험 방법과 동일한 미소 응력 제어 반복재하시험을 실시하였다. 개별 요소법에서는 실내 시험의 벤더 엘리먼트 시험과 달리 전단탄성계수를 미소 전단 응력 제어 시험을 통해 구하였다.

실내 시험과 개별 요소법의 비교 분석은 최종 평가된 직교 이방 탄성계수 및 포아송비에 대해 이루어졌다. 축 방향 반복재하시험으로 구한 E_v 와 ν_{vh} , 그리고 전단응력 반복재하시험으로 구한 G_{vh} 와 G_{hh} 의 개별 요소법 결과는 실내 시험 결과와 정량적으로 일치하였으며, 제한된 숫자의 입자와 이상화된 선형 접촉 모델을 이용하였음에도 불구하고 개별 요소법 해석이 복잡한 실내 시험 과정을 성공적으로 모사할 수 있음을 확인하였다. 특히 실내 시험과 개별 요소법에서 서로 다른 재하 방법을 택한 전단탄성계수의 결과는 서로 일치하며, 이는 동적 측정 방식과 정적 측정 방식 간의 차이가 크지 않음을 보여준다. 하지만 E_h 와 ν_{hh} 의 경우 실내 시험과 개별 요소법에서 서로 큰 차이가 발생하였으며 시료의 이방성 평가에 큰 영향을 주었다. 이와 관련된 실내 시험과 개별 요소법의 비

교 분석 결과는 방사 방향 미소 응력 제어 반복시험 결과의 차이가 최종적으로 E_h 와 ν_{hh} 의 측정에 영향을 주고 있음을 보여준다. 본 연구 결과는 이방적 탄성계수 및 포아송비를 구할 때 이론적 가정에 근거하여 다양한 측정치를 조합할 필요가 있는 경우 개별 측정치가 정량적으로 타당하며 서로 상응한 값인지 확인할 필요가 있음을 보여주며, 이러한 점에서 개별 요소법을 병행하여 사용하면 사질토의 직교 이방적 탄성 특성을 미시역학적 관점에서 보다 정확하게 평가할 수 있음을 확인하였다.

참고 문헌

1. 이재훈 (2005), *DEM 을 이용한 사질토의 삼축재하시 구조이방성도의 변화와 탄성계수비와의 관계*, 석사학위논문, 서울대학교, 서울.
2. Bellotti, R., Jamiolkowski, M., LoPresti, D. C. F., and O'Neill, D. A. (1996), "Anisotropy of small strain stiffness in Ticino sand", *Geotechnique*, 46(1), 115-131.
3. Chaudhary, S. K., Kuwano, J., and Hayano, Y. (2004), "Measurement of quasi-elastic stiffness parameters of dense toyoura sand in hollow cylinder apparatus and triaxial apparatus with bender elements", *Geotechnical Testing Journal*, 27(1), 23-35.
4. Cundall, P. A. and Strack, O. D. L. (1979), "Discrete Numerical-Model for Granular Assemblies", *Geotechnique*, 29(1), 47-65.
5. Fioravante, V. and Capoferri, R. (2001), "On the use of multi-directional piezoelectric transducers in triaxial testing", *Geotechnical Testing Journal*, 24(3), 243-255.
6. Hertz, H. (1882), "Über die Berührung fester elastischer Körper (On the contact of elastic solids)", *Journal of reine und angewandte mathematik*, 92, 156-171.
7. Hoque, E. and Tatsuoka, F. (1998), "Anisotropy in the elastic deformation of granular materials", *Soils and Foundations*, 38(1), 163-180.
8. Hoque, E. and Tatsuoka, F. (2004), "Effects of stress ratio on small-strain stiffness during triaxial shearing", *Geotechnique*, 54(7), 429-439.
9. Kuhn, M. R. (2006), "Oval: a computer program for discrete element analysis", <http://faculty.up.edu/kuhn/kuhn.html>.
10. Kuwano, R. and Jardine, R. J. (2002), "On the applicability of cross-anisotropic elasticity to granular materials at very small strains", *Geotechnique*, 52(10), 727-749.
11. Santagata, M., Germaine, J. T., and Ladd, C. C. (2005), "Factors affecting the initial stiffness of cohesive soils", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 131(4), 430-441.
12. Thornton, C. (2000), "Numerical simulations of deviatoric shear deformation of granular media", *Geotechnique*, 50(1), 43-53.
13. Viggiani, G. and Atkinson, J. H. (1995), "Stiffness of fine-grained soil at very small strains", *Geotechnique*, 45(2), 249-265.
14. Yimsiri, S. and Soga, K. (2002), "Application of micromechanics model to study anisotropy of soils at small strains", *Soils and Foundations*, 42(5), 15-26.

(접수일자 2006. 11. 8, 심사완료일 2007. 8. 27)