한국지반공학회논문집 제23권 8호 2007년 8월 pp. 117 ~ 127

인공신경망 기반의 한계상태함수를 이용한 사면의 신뢰성해석

Reliability Analysis of Slopes Using ANN-based Limit-state Function

조 성 은[1] Cho, Sung-Eun
변 위 용[2] Byeon, Wi-Yong

Abstract

Slope stability analysis is a geotechnical engineering problem characterized by many sources of uncertainty. Some of them are connected to the uncertainties of soil properties involved in the analysis. In this paper, a numerical procedure for integrating commercial finite difference method into probabilistic analysis of slope stability is presented. Since the limit-state function cannot be expressed in an explicit form, the ANN-based response surface method is adopted to approximate the limit-state function and the first-, second-order reliability method and the Monte Carlo simulation technique are used to calculate the probability of failure. Probabilistic stability assessments for a hypothetical two-layer slope and the Sugar Creek embankment were performed to verify the application potential to the slope stability problems. The examples show the successful implementation and the possibility of the extension of the proposed procedure to the variety of geotechnical engineering problems.

요 지

사면안정해석은 지반물성의 불확실성을 포함한 많은 불확실한 요인을 내포하는 지반공학적 문제이다. 본 연구에서는 상업용 유한차분해석 프로그램을 이용하여 확률론적 사면안정해석을 수행할 수 있는 절차를 제시하였다. 이 경우 한계상태함수가 명시적인 형태로 표현되지 않기 때문에 한계상태함수를 근사화하기 위하여 인공신경망기법을 활용한 응답면기법을 이용하였으며 파괴확률을 구하기 위해 일차 및 이차신뢰도법과 Monte Carlo simulation을 이용하였다. 제안된 절차의 적용성을 검토하기 위하여 2층 지반의 사면과 Sugar Creek제방사면에 대한 확률론적 사면안정해석을 수행하였다. 해석결과는 제안된 절차의 적정성과 다른 다양한 지반공학 문제로의 확장 적용의 가능성을 보여준다.

Keywords : Artificial neural network, Probabilistic analysis, Response surface method, Slope stability

1. 서 론

통상 사면의 안정에 대한 해석은 안전율을 계산함으로써 수행된다. 그러나 안전율은 위험도(risk)에 대한 일관된 척도를 주지는 않는다. 즉, 동일한 안전율을 가진 사면일지라도 지반 물성의 변동정도에 따라 다른 위험도를 주게 되므로 안전율에 의한 안정성 평가는 경험에 의지하게 되는 측면이 있다.

기존의 결정론적 사면안정 해석의 경우 불확실성을 정량적으로 고려하지 않고 주관적 판단에 의한 보수적인 강도정수 및 설계기법을 통하여 고려하나 이러한 보수적인 설계가 파괴에 대한 안전을 보장하지는 않는다는 사실은 경험적으로 잘 알려져 있다(El-Ramly 등, 2002). 따라서 최근 들어 물성의 변동을 고려하여 사

1 정회원, 한국수자원공사 수자원연구원 선임연구원 (Member, Senior Researcher, Korea Institute of Water and Environment, drsecho@hanmail.net, 교신저자)
2 정회원, 삼성엔지니어링 대리 (Member, Assistant Manager, Samsung Engrg. Co., Ltd.)
* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2008년 2월 29일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

면의 파괴확률을 평가하려는 확률론적 접근이 시도되고 있으나 현장기술자들의 확률이론에 대한 이해 부족과 적용에 대한 자료부족 등으로 인하여 지반공학 분야에서는 실제로 널리 적용되지는 못하고 있는 실정이다.

사면의 확률론적 해석은 주로 한계평형법을 바탕으로 신뢰지수와 파괴확률을 구함으로써 수행되어 왔다(김형배 등, 2002; 장연수 등, 2002). 확률론적 해석을 위해 주로 결정론적 임계단면이 고려되었지만, 일반적으로 최소신뢰지수를 나타내는 파괴면이 결정론적 임계파괴면과 일치하지 않으므로 지반변수의 불확실성을 고려했을 때 최대 파괴확률을 갖는 확률론적 임계파괴면을 구하기 위한 연구가 수행되었다(Hassan과 Wolff, 1999; Bhattacharya 등, 2003; Low, 2003; Li와 Lumb, 1987).

최근들어 유한요소법이나 유한차분법 같은 수치해석기법을 활용한 사면안정해석기법이 적용되고 있지만 확률론적 해석에의 적용은 아직 미미한 실정이다. Griffiths와 Fenton(2004)은 탄소성 유한요소법과 랜덤필드 이론을 사용한 확률론적 사면안정해석을 수행하였으며 Xu와 Low(2006)는 유한요소법과 일차신뢰도법(first-order reliability method, FORM)을 연계한 해석을 수행하였다.

복잡한 실제문제의 경우에는 유한요소법이나 유한차분법 등의 수치해석적 방법에 의해 구조물의 거동을 평가해야 한다. 이런 경우에는 한계상태함수가 수치해석 결과에 의해 내재적으로 표현되므로 파괴확률을 구하기 위해서 Monte Carlo simulation이나 FORM, SORM(이차신뢰도법, second-order reliability method) 등의 방법을 적용하면 한계상태함수를 계산하는데 많은 노력이 소요된다. 따라서 계산량을 감소시키기 위하여 파괴확률이 큰 설계점(design point) 부근의 선택된 점들에서의 계산결과만을 이용하여 연립방정식을 풀거나 회귀분석을 통하여 한계상태면을 일차 혹은 이차의 다항식으로 근사화하는 응답면기법(response surface method)이 사용되었다(허정원 등, 2006). 그러나 전통적인 응답면기법은 변수의 전영역에 대하여 응답면을 구하거나, 랜덤변수의 수가 많고 변동성이 큰 경우 여전히 많은 계산량이 필요하므로 인공신경망(artificial neural networks, ANN) 이론을 이용한 응답면기법이 적용되었다 인공신경망 이론을 이용한 응답면기법에 대한 기존연구(Hurtado 등, 2001; Papadrakis 등, 1996; Deng 등, 2005; Gomes 등, 2004)는 대부분 구조분야의 신뢰성해석에 대한 적용이다. Hurtado 등(2001)은 신경망의 종류, 학습기법 및 샘플링 방법 등을 비교 연구하였으며 Gomes 등(2004)은 기존의 다양한 응답면기법과의 비교연구를 수행하였다.

사면안정해석을 위하여 Xu와 Low(2006)는 유한요소법을 이용한 강도감소법과 다항식을 이용한 응답면기법을 연계하여 FORM 해석에 적용한 바 있으나, 파괴확률 계산에 가장 큰 영향을 미치는 한계상태함수의 값이 0인 설계점 근처의 값을 활용하지 않고 설계점에서 멀리 떨어진 점을 이용하여 한계상태면을 구성함으로써 한계상태함수의 비선형성이 큰 경우에는 정확성을 보장할 수 없는 단점이 있다. 지반공학분야에서 ANN을 이용한 응답면기법과 연계된 신뢰성해석은 Goh와 Kulhawy(2005), Deng 등(2003)에 의해 적용된 바 있다.

실무에서 사면안정해석은 주로 한계평형법, 유한요소법, 유한차분법 등의 수치해석기법을 바탕으로 개발된 상업용 프로그램을 이용하여 해석되고 있으나, 사면안정해석을 신뢰성해석과 연계할 경우 한계상태함수가 명시적으로 표현되지 않기 때문에 실제 한계상태함수를 입력 랜덤변수들로 표현되는 응답면으로 근사화할 필요가 있다. 따라서, 본 연구에서는 상업용 프로그램을 이용한 해석자료로부터 인공신경망이론을 이용하여 응답면을 구성하고 이를 바탕으로 FORM, SORM 및 Monte Carlo simulation을 이용하여 사면의 신뢰성해석을 수행하는 방법을 제안하였다. 본 연구에서 사용한 방법은 변수의 전영역에 대하여 응답면을 구하거나, 랜덤변수의 수가 많고 변동성이 커서 한계상태함수의 비선형성이 큰 경우에도 데이터 수를 늘려가면서 응답면을 적절하게 구성할 수 있는 일반적 적용이 가능한 방법이다.

2. 강도감소법에 의한 사면안정 해석

강도감소법(strength reduction technique)은 사면이 한계상태에 도달할 때까지 재료의 강도를 점진적으로 줄여가면서 안전율을 계산하는 기법으로 주로 유한요소법이나 유한차분법에 적용되어지며 많은 연구자들에 의해 적용된 바 있다(Zienkiewicz 등, 1975; Ugai와 Leshchinsky, 1995; Griffiths와 Lane, 1999). 이때 안전율은 다음과 같이 정의된다.

$$c^{trial} = \frac{1}{F_s^{trial}} c \tag{1}$$

$$\phi^{trial} = \arctan\left(\frac{1}{F_s^{trial}} tan\phi\right) \tag{2}$$

시도 안전율 F_s^{trial}을 이용하여 사면파괴가 일어날 때

까지 점착력 c와 내부마찰각 ϕ를 감소시키며 해석을 수행하며 사면의 초기 상태가 불안정하면 점착력 c와 내부마찰각 ϕ를 한계상태에 도달할 때까지 증가시킨다. 강도감소법이 적용된 상업용 해석 프로그램에는 FLAC, PHASE, PLAXIS 등이 있다. 유한차분 해석 프로그램인 FLAC에서는 안전율을 결정하기 위해 Dawson 등(1999)에 의해 제안된 bracketing 방법이 사용된다. 강도감소법은 한계상태법에 의한 사면안정해석법에 비해 계산에 많은 노력이 소요되어 널리 사용되지는 못해왔지만 복잡한 기하학적 조건, 재료조건, 및 하중조건의 경우에도 특별한 가정(절편사이에 작용하는 힘, 파괴면)없이 안전율을 구할 수 있고 해석 결과로 변위, 응력, 간극수압 등 한계평형법에서 얻을 수 없는 유용한 정보를 얻을 수 있는 장점이 있다. 특히, 근래 들어 컴퓨터 기술과 수치해석기법의 발달에 힘입어 점점 활용도가 넓어지고 있는 추세이다. 일반적으로 강도감소법에서 안전율에 팽창각(dilation angle), 탄성계수 및 사용되는 요소의 수 등은 크게 민감하지는 않는 것으로 알려져 있다(Cheng 등, 2006). 한계평형법과 강도감소법은 각각 장점과 단점을 가지고 있어 어느 방법이 더 우수하다고 단정지을 수는 없으며 상호 보완적인 도구로 사용되어지는 것이 바람직하다. 강도감소법에 대한 장점 및 단점, 상업용 프로그램에 따른 비교 등은 Cheng(2006) 등에 의해 상세하게 제시되었다.

강도감소법은 파괴면의 가정 없이 해석을 수행할 수 있으므로 확률론적 해석에 적용하는 경우에 확률론적 임계단면의 결정과정 없이 파괴확률을 계산할 수 있는 장점이 있다.

3. 신뢰성해석

신뢰성해석 문제는 종종 기본 랜덤변수들로 이루어진 벡터 $\boldsymbol{X}=[X_1,X_2,...,X_n]$로 정식화 된다. 랜덤변수들에 의해 한계상태를 나타내는 한계상태함수 $g(\boldsymbol{X})$가 정의되며 한계상태는 설계변수의 공간에서 안전과 파괴의 경계(즉, $g(\boldsymbol{X})=0$)를 정의한다. 이때 파괴확률은 다음과 같이 표현되는 다차원 적분식으로 정의된다.

$$P_f = P[g(\boldsymbol{X}) \leqq 0] = \int_{g(\boldsymbol{X}) \leqq 0} f_{\boldsymbol{X}}(X_1,X_2,...,X_n)\ dX_1,dX_2,...,dX_n \tag{3}$$

여기서, $f_{\boldsymbol{X}}(X_1,X_2,...,X_n)$는 기본 랜덤변수들 $X_1,X_2,...,X_n$의 결합확률밀도함수(joint probability density function)이며, 파괴영역에 대하여 적분을 수행한다. 대부분의 실제 문제의 경우, 한계상태함수를 나타내는 기본 랜덤변수들의 결합확률밀도함수를 정의하고 물리적 거동을 나타내는 복잡한 적분영역에 대하여 n차의 다중적분을 수행하는 것은 거의 불가능하다. 따라서 식 (3)을 계산하기 위하여 Monte Carlo simulation 같은 simulation 기법이나 FORM 혹은 SORM 같은 간략화 방법을 사용한다.

사면안정해석의 경우 한계상태함수는 식 (4)와 같이 정의할 수 있다. 이때 식 (4)는 내재적인(implicit) 형태를 취하므로 응답면기법을 사용하여 명시적인(explicit) 형태의 $g'(\boldsymbol{X})$로 근사화할 수 있다.

$$g(\boldsymbol{X}) = F_s - F_{scr} \tag{4}$$

여기서, F_s는 안전율이며 F_{scr}은 사면의 기능수행에 관한 임계안전율(파괴의 경우 1.0) 이다.

한계평형법을 이용하는 사면안정해석에 대한 신뢰성해석은 한계상태함수가 내재적인 형태를 취하고 지역해를 가지고 있으므로 적용에 주의를 요한다. 이에 비해 강도감소법을 사용하는 경우에는 한계상태함수가 내재적인 형태를 취하지만 해석과정에서 파괴면이 자동적으로 결정되므로 예외적인 특별한 경우를 제외하고는 지역해에 빠질 염려가 없는 장점이 있다.

3.1 일차 및 이차신뢰도법

일차 및 이차신뢰도법은 구조물의 성능을 평가하는 수단으로 널리 사용되어져 왔으며 이론적인 내용은 Madsen 등(1986), Der Kiureghian과 Liu(1986) 등에 의해 제시되었다. 신뢰성해석은 관심 대상인 각 변수를 평균, 표준편차 및 확률분포로 표현되는 불확실한 양으로 취급한다.

식 (3)의 일차신뢰도 평가는 랜덤변수 X를 비상관 표준 정규 변수 Y로 변환하는 변환함수를 적용하여 수행한다. 표준정규 공간에서 확률밀도는 원점 주위로 회전대칭을 이루며 원점으로부터 반경 혹은 접선 방향으로의 거리에 따라 기하급수적으로 감소한다. 따라서 원점으로부터 최단거리인 한계상태면 위의 점인 설계점(design point) $\boldsymbol{Y}^*$가 표준정규공간에서 가장 파괴가능성이 크며 한계상태면은 이점에서 근사화된다.

$$P[g(\boldsymbol{X}) \leqq 0] \approx \Phi(-\beta) \tag{5}$$

여기서, β는 원점에서 설계점까지의 거리로 정의되는 신뢰도지수(reliability index)이고 Φ는 표준정규누적분

포함수이다.

이와 같이 파괴확률을 구하기 위하여 한계상태함수를 설계점에서 선형으로 근사화하는 FORM은 한계상태함수가 설계점에 가까운 영역에서 비선형이 심하지 않으면 식 (3)을 식 (5)로 적절하게 근사화할 수 있다.

신뢰도해석을 수행하는 과정에서 부산물로 랜덤변수들의 상대적인 중요도를 계산할 수 있으며, 설계점에서 한계상태면에 수직한 α벡터의 요소들은 표준정규 공간에서 각각의 랜덤변수의 설계점에서 선형화된 한계상태함수의 변동에 대한 기여정도를 나타낸다.

$$\alpha = \frac{Y^*}{|Y^*|} = \nabla_{Y^*}\beta \qquad (6)$$

한계상태함수의 비선형성이 크거나 입력변수의 변화정도가 크게 되면 한계상태곡면은 설계점 부근에서 큰 곡률을 가지게 된다. 이런 경우 일차 신뢰도법은 오차를 갖게 되므로 이차 신뢰도법의 적용이 필요하게 된다 (Der Kiureghian 등, 1987).

FORM과 SORM 해석을 위해 Haukaas와 Der Kiureghian (2001)에 의해 개발된 Matlab 기반의 신뢰성해석 프로그램인 FERUM(Finite Element Reliability Using Matlab, http://www.ce.berkeley.edu/FERUM)과 Matlab을 이용하여 구성한 ANN모델을 연계하여 사용하였다.

3.2 Monte Carlo simulation

Monte Carlo simulation은 식 (3)을 계산하기 위하여 확률변수들의 확률분포특성이 반영된 난수를 발생하여 표본집단을 생성한 후, 한계상태식을 계산하고 이 과정을 충분한 수만큼 반복하여 파괴확률을 추정하는 방법이다. Monte Carlo simulation에서 샘플링은 Random 샘플링 기법이나 Latin hypercube 샘플링 기법에 의해 수행된다. Random 샘플링은 표본들이 모집단 전체의 경향을 정확하게 나타낼 수 있도록 주어진 확률분포로부터 무작위로 추출하는 방법이다. Random 샘플링 기법은 샘플이 충분히 많은 경우에 쉽게 적용할 수 있는 장점을 가지고 있으나 모델을 평가하는데 많은 시간과 비용이 소요되는 경우에는 적용에 문제가 있다.

Latin hypercube 샘플링 기법은 누적확률분포를 동등한 확률간격으로 나누고 각 간격에서 확률변수(random variable)를 무작위 추출하는 계층화 랜덤(stratified-random) 샘플링 기법이다. 따라서 보다 작은 수의 샘플링으로 확률분포의 넓은 영역을 망라할 수 있는 효율적인 샘플링 기법이다. 본 연구에서는 랜덤변수들의 공간적 상관성을 고려한 샘플링을 수행해야하므로 Stein(1987)에 의해 제안된 방법을 적용하였다.

4. 인공신경망 이론

인공신경망 이론은 인간의 뇌 구조에서 학습되고 축적되는 기존 지식의 운용체계를 모사한 컴퓨터 모델로 최근 지반공학 분야에서도 다양한 문제에 적용되고 있다(Ghaboussi 등, 1991; Goh, 1994; Goh, 1995; Juang 등, 1999).

ANN 모델의 구축과정은 크게 훈련 단계(training phase)와 검증 단계(testing phase)로 나눌 수 있다. 먼저 이미 알고 있는 입력과 결과를 이용하여 뉴런들 간의 연결강도(weight)를 조정하는 훈련 단계를 통하여 신경망 모델은 주어진 자료들을 일반화할 수 있는 연결강도를 스스로 학습하게 된다. 그리고 훈련 과정을 통하여 구축된 모델을 이용하여 학습에 사용되지 않은 입력값을 입력하여 구한 예측값과 실험값을 비교함으로써 구성된 모델을 검증한다.

4.1 인공신경망 모델의 구축

ANN 모델은 자료들을 제공받는 입력층(input layer), 입력과 출력 사이의 복잡한 관계를 나타내는 은닉층(hidden layer), 그리고 출력층(output layer)으로 나누어진다. 실제 출력은 사용된 전달함수에 따라 달라질 수 있으며 전달함수는 선형 또는 비선형 함수로 뉴런이 해

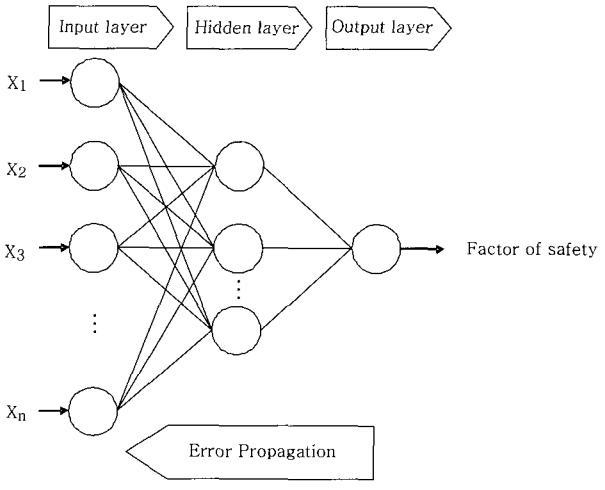


그림 1. ANN 모델 구조

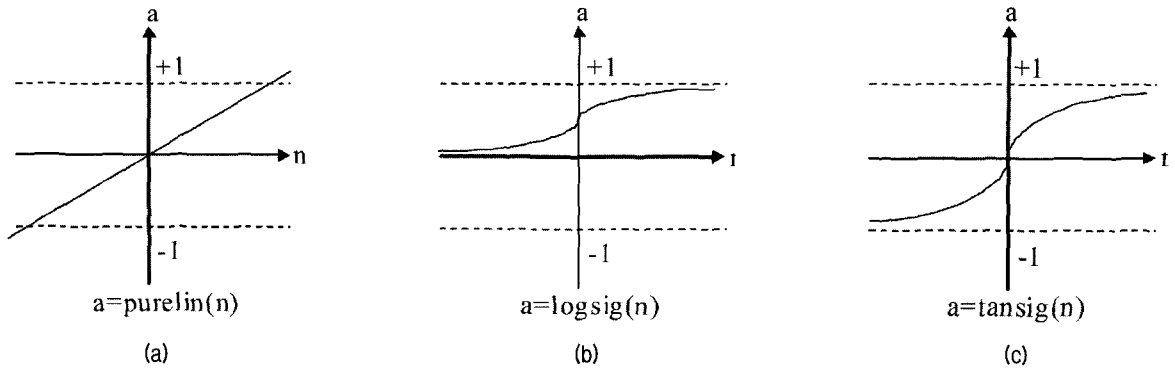


그림 2. ANN 모델에 사용된 전달함수

결하고자 하는 문제에 관해 어떠한 조건을 만족하는 방식으로 선택된다. 또한 인공신경망 모델을 구성하는 것은 각 뉴런들의 연결강도와 임계값을 정의하는 것으로 뉴런의 입력과 출력 관계가 어떠한 특정 조건을 만족하도록 하는 학습 규칙(lerning rule)에 의해 조정된다. 그림 1은 입력층과 은닉층 그리고 출력층으로 구성된 ANN 모델의 구조를 나타내고 있으며 그림 2는 널리 사용되고 있는 전달 함수를 보여주고 있다.

4.2 ANN 모델에 사용된 학습규칙

다양한 ANN 모델 중에서 퍼셉트론 학습규칙(perceptron learning rule)과 LMS(least mean square) 알고리즘은 단일층의 퍼셉트론 네트웍을 훈련시키기 위해 개발되었는데 이는 단지 선형분리구분문제(linearly separable classification problems)만을 풀 수 있다는 단점이 있었다. 따라서 이러한 단점을 극복하기 위하여 다층 네트웍(multilayer network)이 개발되었으나 이러한 network을 학습시킬 수 있는 알고리즘을 개발할 수는 없었다. 이후 1980년대에 들어서 역전파 알고리즘(backpropagation algorithm)이 개발됨으로써 현재까지는 역전파 알고리즘으로 훈련되어지는 다층 퍼셉트론이 가장 널리 사용되는 ANN 모델이다.

역전파 알고리즘은 다층 퍼셉트론의 전개에 따른 연결강도 및 임계값들에 관한 해를 반복적으로 구하는 일반적인 방법이다. 작은 학습율이 사용되는 경우에 아주 안정적인 최속 강하법에 속하지만 수렴속도가 나빠지는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 줄이고 성능을 높이기 위하여 모멘트 항의 추가, 가변적인 학습율의 적용이 이루어졌다. 이러한 연결강도 및 임계값들의 해를 얻기 위한 다른 방법들은 아주 복잡한 알고리즘을 포함하고 있으며 이들은 대부분 뉴톤 방법을 근거로 하고 있다. 하지만 실제 적용에 있어서는 뉴톤 방법과 최속강하법의 절충형에 속하게 된다.

역전파 알고리즘에 의해 훈련된 feed-forward 모델은 패턴 인식(pattern recognition), 분류(classification) 그리고 사상(mapping) 문제에서 간단하고 강력한 모델이다. 또한 ANN 모델은 필요로 하는 정확도를 가지고 한 유차원 공간(finite dimensional space)으로부터 다른 공간까지를 예측하는 함수를 근사화할 수 있으며 단일 은닉층만으로도 적정한 수의 뉴런이 존재한다면 함수근사화가 충분한 정도로 가능함이 증명되었다(Hornik 등, 1989).

본 연구에서는 한계상태함수에 대한 함수 근사(function approximation)를 위한 ANN 모델을 구축하고 역전파 알고리즘(backpropagation algorithm)을 이용하여 학습을 수행하였다.

한계상태함수를 정확하게 근사화하기 위해 필요한 샘플링 점의 수는 랜덤변수의 수와 고려되는 문제의 비선형성에 따라 달라진다. 그러나 샘플링 점의 선택에 대한 명확한 지침이나 이론은 없으며 다항식을 사용하는 전통적인 응답면기법의 경우 몇몇 방법들이 제안되어 있다(Haldar와 Mahadevan, 2000). 평균, μ_X와 표준편차, σ_X를 갖는 랜덤변수들로 표현되는 한계상태함수를 ANN을 이용하여 근사화하는 경우 모델훈련을 위한 데이타는 보통 $\mu_X \pm n\sigma_X$ 영역에서 랜덤변수의 확률분포를 고려하여 랜덤하게 샘플링하거나 등분포(uniform distribution)를 가정하여 랜덤하게 샘플링한다. 그러나 Hurtado와 Alvarez(2001)는 샘플링이 충분하게 조밀하게 된다면 변수의 분포는 훈련결과에 크게 영향을 미치지 않으므로 등분포를 고려하여 가능한 조밀하게 샘플링할 것을 추천하고 있다. 본 연구에서는 평균값을 중심으로 $\pm 3\sigma_X$의 영역에서 등분포를 고려하여 변수들을 랜덤하게 샘플

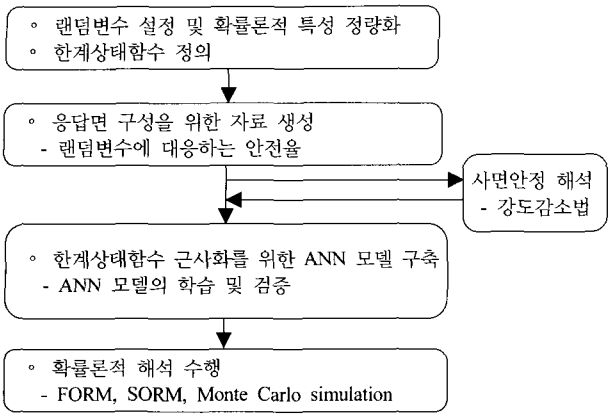


그림 3. 제안된 확률론적 사면안정 해석기법의 흐름도

링하였다.

그림 3은 제안된 확률론적 사면안정 해석기법의 전반적인 흐름을 나타내고 있다.

5. 예제해석

본절에서는 제안된 해석기법의 적용성을 검토하기 위해 예제해석을 수행하였다. 한계상태함수 근사화를 위한 ANN 모델의 훈련 및 검증을 위하여 FLAC 해석으로부터 구한 안전율 값들을 이용하였다. ANN 모델을 구성하기 위하여 입력층과 출력층의 뉴런 수, 은닉층의 수 그리고 은닉층 안의 뉴런 수를 결정해야 한다. 그러나 효과적인 훈련과 정확한 예측을 위한 은닉층의 수와 은닉층 안의 뉴런 수를 결정하는 방법에 대한 결론은 존재하지 않으므로 은닉층의 수와 은닉층 안의 뉴런 수를 바꿔가면서 반복적인 시행착오를 통해 결정하였다.

5.1 예제1: 2층 지반의 사면

본 예제에서는 그림 4와 같은 지표면과 평행한 하부지반 위에 존재하는 사면의 해석을 수행하였으며 상부층의 점착력, 하부층의 점착력 및 내부마찰각을 랜덤변수로 고려하였다. 단위중량은 결정론적 변수로 $19kN/m^3$을 사

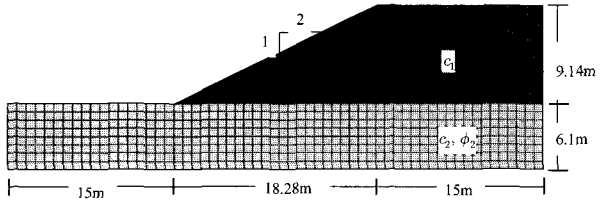


그림 4. 예제1: 해석영역(Hassan과 Wolff, 1999)

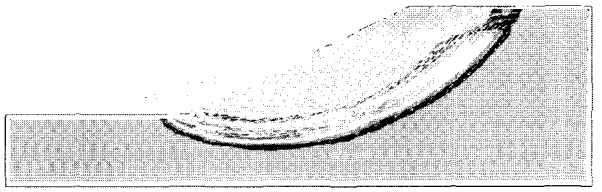
용하였다. 실제 자연상태의 지반의 경우 강도정수들 간의 상관관계에 대하여 알려진 바가 많지 않으며 실용상, 강도정수 c, ϕ는 서로 독립이라고 가정할 수 있으므로 (Li와 Lumb, 1987) 변수들간의 상관성은 고려하지 않았다. 표 1은 사용된 지반물성의 평균과 변동계수를 나타낸다. 확률론적 해석은 랜덤변수의 확률분포가 정규분포(normal distribution, Case 1) 및 대수정규분포(log-normal distribution, Case 2)인 2가지 경우를 고려하였다.

사면의 강도정수(c_1, c_2, ϕ_2)와 안전율(F_s)의 관계를 나타내는 내재적인 함수를 명시적인 함수로 근사화하기 위하여 여러 모델을 고려한 결과 입력층에 3개, 은닉층에 3개 그리고 출력층에 1개의 뉴런으로 구성된 3-3-1 구조를 가지는 ANN 모델을 구성하였다. 모델구축을 위한 훈련 데이터 25개 및 검증 데이터 10개를 $\mu_X \pm 3\sigma_X$범위에서 랜덤하게 생성하고 FLAC해석을 통하여 안전율을 계산하였으며 구축된 인공신경망 모델을 사용하여 확률론적 해석을 수행하였다. 그림 6은 학습 및 검증 결과를 나타내고 있으며 모델이 적절하게 학습되었음을 알 수 있다. 그림 5(a)는 랜덤변수들의 평균값에서의 해석결과를 나타내는 것으로 파괴면은 하부층을 통과하는 것으로 나타났으며 안전율은 1.60으로 계산되었다.

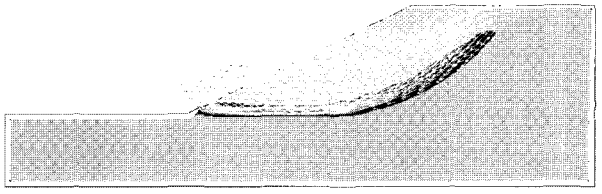
입력물성의 확률분포는 변수 X의 평균 μ_X와 표준편차 σ_X로 표현된다. 무차원의 변동계수 $V_X(=\sigma_X/\mu_X)$를

표 1. 예제1: 사면의 물성치

구분	평균 μ_X	변동계수 V_X
점착력, c_1(kPa)	38.31	0.2
점착력, c_2(kPa)	23.94	0.2
내부마찰각, ϕ_2(°)	12	0.1



(a) 평균점에서의 파괴양상(F_s=1.60)



(b) 설계점에서의 파괴양상(F_s=1.0)

그림 5. 예제1: 안정해석 결과

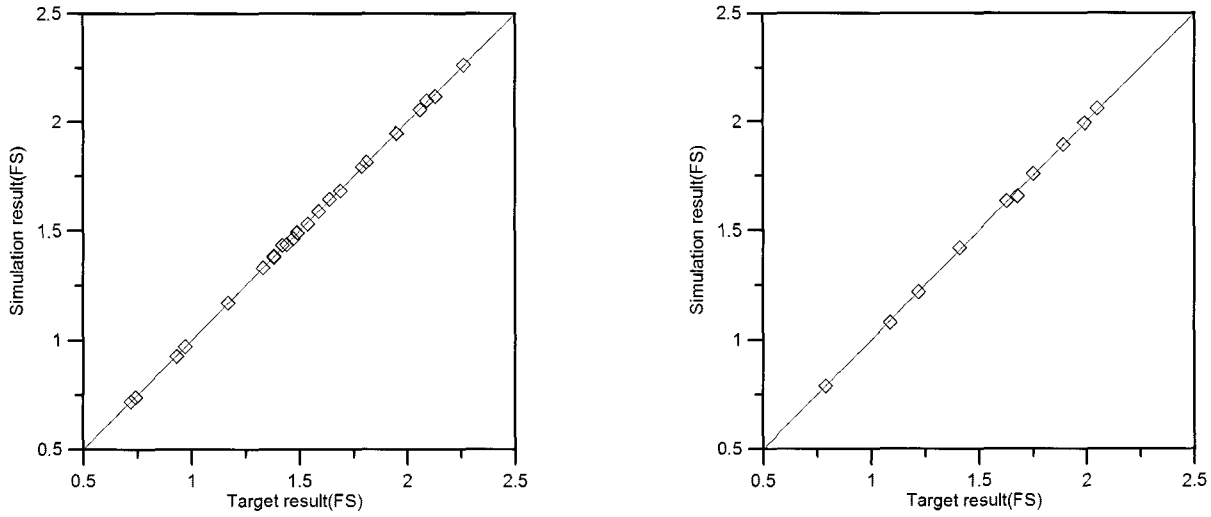
정의하면 대수정규분포의 경우 변수의 대수값은 정규분포를 따르게 되며 평균과 표준편차는 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_{\ln X} = \sqrt{\ln\{1+V_X^2\}} \tag{7}$$

$$\mu_{\ln X} = \ln \mu_X - 0.5\sigma_{\ln X}^2 \tag{8}$$

표 2는 확률론적 해석 결과를 나타낸 것으로 정규분포를 가정한 경우가 대수정규분포를 가정한 경우보다 파괴확률이 더 크게 계산되었다. 해석된 민감도 계수에 의하면 상부층의 점착력의 변동이 사면의 파괴확률에 미치는 영향이 가장 큰 것으로 나타났다. FORM, SORM 및 Monte Carlo simulation의 해석결과가 비슷하게 나타났다. 그림 5(b)는 FORM의 해석결과 구해진 한계상태면상(F_s=1.0)의 가장 파괴확률이 높은 물성의 조합을 나타내는 설계점에서의 사면안정해석 결과를 나타내는 것으로 두 경우에 대하여 동일한 설계점이 계산되었으며 상부층과 하부층의 경계에서 파괴가 발생하는 것으로 나타났다.

그림 8과 그림 10은 정규분포 및 대수정규분포를 가



(a) 학습결과(r=1.0)　　(b) 검증결과(r=1.0)

그림 6. 예제1: $\mu_X \pm 3\sigma_X$ 데이터의 학습 및 검증결과

표 2. 예제1: 사면안정에 대한 신뢰성해석 결과

		민감도			신뢰지수 β		파괴확률 P_f		
		α_{c_1}	α_{c_2}	α_{ϕ_2}	FORM	SORM	FORM	SORM	Monte Carlo
정규 분포	Case 1	−0.9991	0.0369	0.0219	2.1885	2.2040	0.0143	0.0138	0.0138
대수 정규분포	Case 2	−0.9997	0.0193	0.0114	2.8119	2.8345	0.0025	0.0023	0.0022

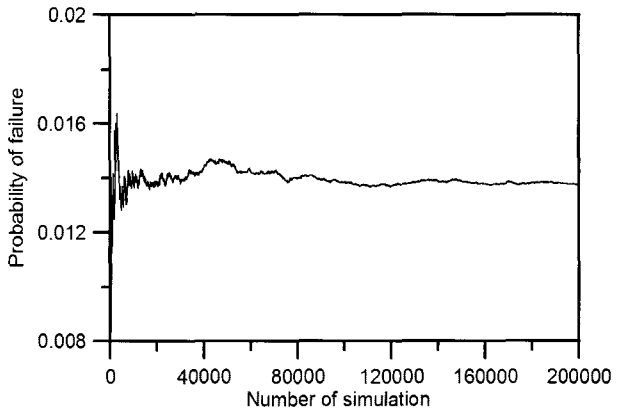


그림 7. 예제1: Monte Carlo simulation의 수렴(Case 1)

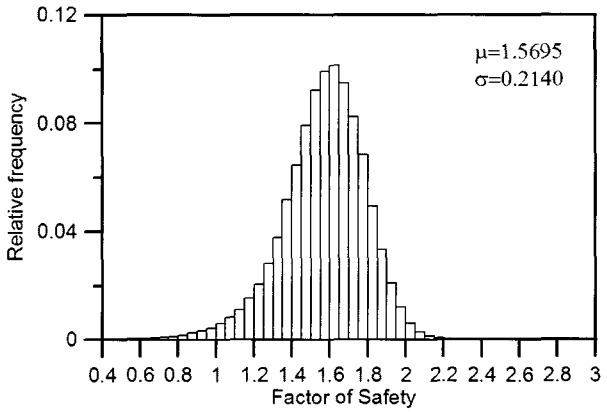


그림 8. 예제1: 안전율의 확률분포(Case 1)

정한 경우의 Monte Carlo simulation에서 얻은 안전율의 분포를 나타낸 것으로 안전율의 평균은 비슷하게 계산되었으나 분산은 다르게 나타나고 있다. 그림 7과 그림 9는 Monte-Carlo simulation의 수렴도를 나타내며 파괴확률이 일정한 값으로 수렴하고 있음을 알 수 있다.

표 3은 문헌에 제시된 다른 방법들과의 해석 결과를 비교한 것으로 사용된 사면안정해석 방법과 확률론적 해석 방법이 다른 것을 고려하면 제안된 방법이 적절한 결과를 주는 것으로 판단된다.

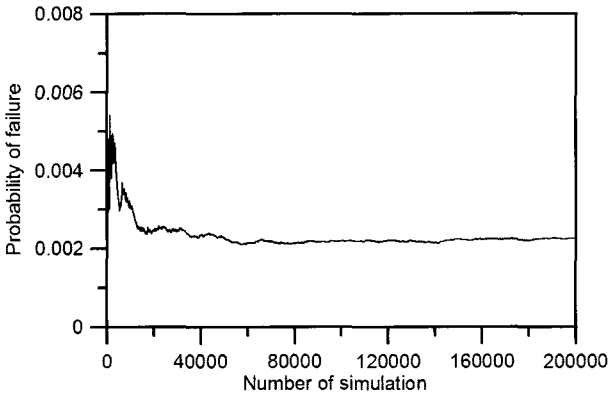


그림 9. 예제1: Monte Carlo simulation의 수렴(Case 2)

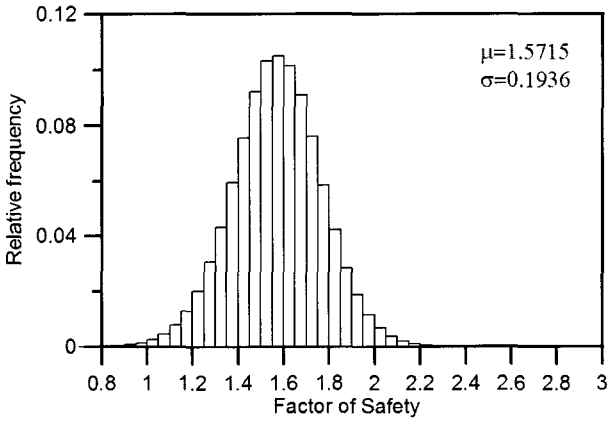


그림 10. 예제1: 안전율의 확률분포(Case 2)

표 3. 예제1: 다른 방법에 의한 결과와의 비교

방법	신뢰지수 β	파괴확률 P_f(%)
Case 2: Hassan과 Wolff(1999) -MVFOSM	2.869	-
Case 2: Bhattacharya 등(2003) -Spencer 방법, 비원호파괴면	2.861	-
Case 1: Crum(2001)	2.23	1.29
Case 1: Xu와 Low(2006)-응답면기법, FEM(PLAXIS)	2.18	1.46
Case 1: Xu and Low(2006)-응답면기법, Spencer 방법, 비원호파괴면	2.06	1.97

5.2 예제2: Sugar Creek 제방 사면

본 예제에서는 고려되는 랜덤 변수의 수가 많고 변동성이 큰 경우의 적용성을 검토하기 위해 White 등(2005)에 의해 보고된 그림 11과 같은 사면에 대한 해석을 수행하였다. 지반조사에 의한 물성치는 표 4와 같다. 하부 2층의 전단강도가 상대적으로 상부 3층의 전단강도보다 현저하게 커서 안정해석 결과에 영향을 미치지 않으므로 상부 3층의 단위중량, 내부마찰각, 점착력 등 총 9개의 랜덤변수를 고려하였다. 물성치의 통계적 분포에 대한 정보는 평균 및 표준편차 외에는 알려진 것이 없으므로 대수정규분포를 가정하였다. 평균값에서의 안정해석 결과는 그림 12(a)와 같이 파괴면이 H.W.S층을 통과하는 것으로 계산되었고 안전율은 1.57로 계산되었다.

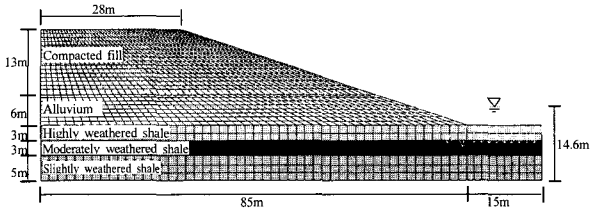
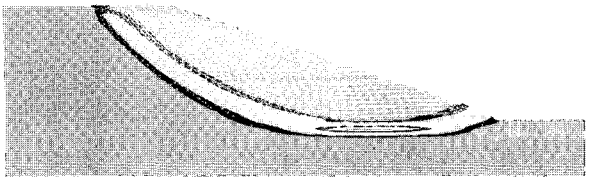


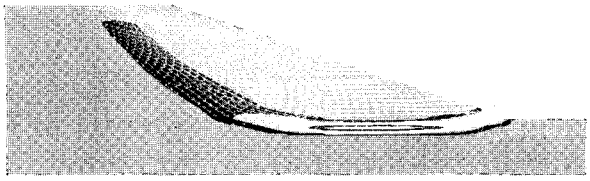
그림 11. 예제2: 해석영역(White 등, 2005)

표 4. 예제2: Sugar Creek embankment 사면의 물성치(대수정규분포, White 등, 2005)

Soil	ϕ(°)		c(kPa)		$\gamma(kN/m^3)$	
	μ	V_X	μ	V_X	μ	V_X
Compacted fill	12.0	0.2	29	0.22	20.4	0.08
Alluvium	16.5	0.21	33.0	0.62	19.0	0.11
Highly weathered shale	12.8	0.38	33.2	0.60	20.0	0.1
Moderately weathered shale	21.6	0.44	97	1.38	20.0	0.1
Slightly weathered shale	23.3	0.48	675	1.86	21.0	0.10



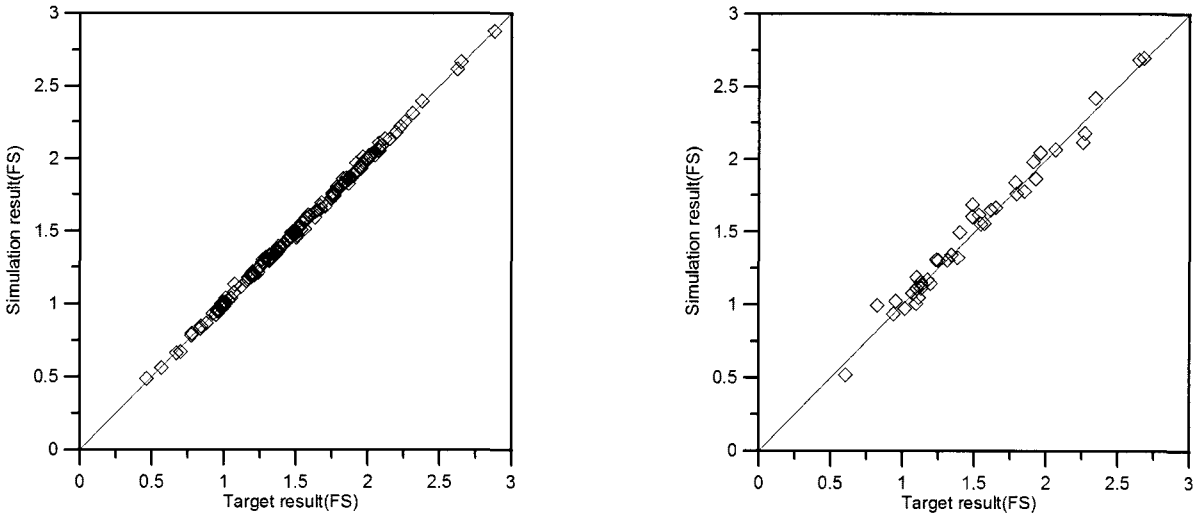
(a) 평균점에서의 파괴양상(F_s=1.57)



(b) 예제2: 설계점에서의 파괴양상(F_s=1.0)

그림 12. 예제2: 안정해석 결과

평균값을 중심으로 랜덤하게 생성한 물성치에 대하여 사면안정해석을 수행하여 ANN모델에 대한 훈련 데이터 160개 및 검증 데이터 40개를 생성하였다. 훈련 모델은 은닉층 수가 2개이며 첫 번째 및 두번째 은닉층의 뉴런수는 각각 9개로, 사용된 전달함수는 logsig, tansig 함수이다. 그림 13은 학습 및 검증 결과를 나타내고 있으며 많은 변수에도 안전율을 적절하게 근사화하고 있음을 알 수 있다. 표 5는 구성된 ANN모델을 이용하여 확률론적해석을 수행한 결과를 나타내고 있다. 계산된 민감도 계수에 의하면 H.W.S층의 전단강도의 변동이 사면의 파괴확률에 미치는 영향이 가장 큰 것으로 나타났다. SORM 및 Monte Carlo simulation의 해석결과는 비슷하게 나타났으나 FORM의 결과는 약간의 차이를 보였다. 그림 14와 그림 15는 Monte-Carlo simulation의 수렴도 및 안전율의 분포를 나타내고 있다. 위의 결과로부터 변수의 갯수가 많고 변동성이 큰 경우에도 제안된 방법을 적용하여 확률론적 해석을 수행할 수 있음을 알 수 있다.



(a) 학습결과(r=1.0)　　(b) 검증결과(r=0.987)

그림 13. 예제2: $\mu_X \pm 3\sigma_X$ 데이터의 학습 및 검증결과

표 5. 예제2: 사면안정에 대한 신뢰성해석 결과(Sugar Creek embankment)

	Sensitivity			β		P_f		
	α_γ	α_c	α_ϕ	FORM	SORM	FORM	SORM	Monte Carlo
Compacted Fill	0.1983	−0.0379	−0.1261	1.8691	2.0012	0.0308	0.0227	0.0233
Alluvium	0.0070	−0.3016	−0.2743					
Highly weathered shale	0.0949	−0.6713	−0.5634					

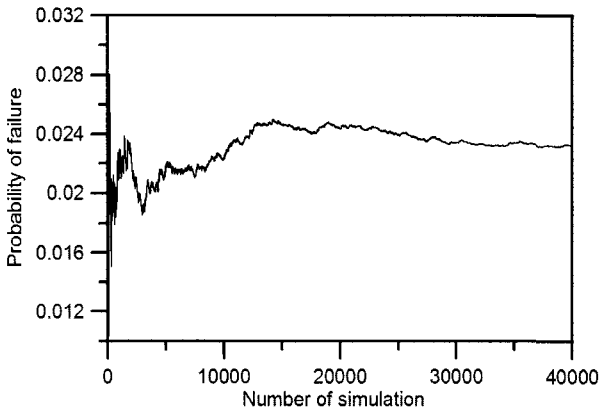


그림 14. 예제2: Monte Carlo simulation의 수렴

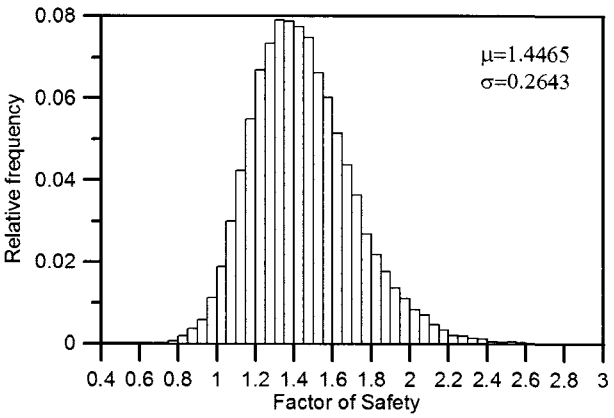


그림 15. 예제2: 안전율의 확률분포

6. 결 론

본 연구에서는 상업용 해석 프로그램을 이용하여 확률론적 사면안정해석을 수행할 수 있는 절차를 제시하였다. 명시적인 형태로 표현되지 않는 한계상태함수를 근사화함으로써 사면의 신뢰성해석에 요구되는 계산량을 줄이기 위하여 FLAC을 이용한 사면안정해석으로부터 얻은 자료에 대해 인공신경망기법을 적용하여 응답면 모델을 구성하였다. 구성된 모델로부터 파괴확률을 구하기 위해 일차 신뢰도법(FORM), 이차신뢰도법(SORM) 및 Monte Carlo simulation을 이용하였다. 예제해석을 통하여 제안된 절차의 적용성을 검토하였으며 제안된 방법은 확률론적 해석을 수행하는데 유한차분법, 유한요소법, 한계평형법 등 다양한 상업용 프로그램의 결과를 활용할 수 있으므로 다른 다양한 지반공학 문제로의 확장 적용이 가능할 것으로 판단된다. 추후 다양한 지반공학 문제로의 적용성을 향상시키기 위해서는 ANN 모델을 이용하여 응답면을 구성하는데 필요한 샘플링 점을 효율적으로 결정하기 위한 방법이 연구되어야할 것이다.

참 고 문 헌

1. 김형배, 이승호 (2002), "실용적인 확률론적 사면안정 해석 기법 개발", *한국지반공학회논문집*, 제18권, 5호, pp.271-280.
2. 장연수, 오승현, 김종수 (2002), "암반사면의 평면파괴에 대한 신뢰성해석", *한국지반공학회논문집*, 제18권, 4호, pp.119-126.
3. 허정원, 곽기석 (2006), "축하중 단말뚝구조물의 RSM기반 확률론적 신뢰성해석", *한국지반공학회논문집*, 제22권, 6호, pp.51-61.
4. Bhattacharya, G., Jana, D., Ojha, S., and Chakraborty, S. (2003), "Direct Search for Minimum Reliability Index of Earth Slopes", *Computers and Geotechnics*, Vol.30, pp.455-462.
5. Cheng, Y. M., Lansivaara, L., and Wei, W. B. (2006), "Two-dimensional Slope Stability Analysis by Limit Equilibrium and Strength Reduction Methods", *Computers Geotechnics*, doi:10.1016/j.compgeo.2006.10.011 (in press).
6. Crum, D. A. (2001), "Discussion of Search Algorithm for Minimum Reliability Index Earth Slopes", *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, Vol.127, No.2, pp.194-195.
7. Dawson, E. M., Roth, W. H., and Drescher, A. (1999), "Slope Stability Analysis by Strength Reduction", *Géotechnique*, Vol.49, No.6, pp.835-840.
8. Deng, J., Gu, D, Li, X, and Yue, Z. (2005), "Structural Reliability Analysis for Implicit Performance Functions Using Artificial Neural Network", *Structural Safety*, Vol.27, pp.25-48.
9. Deng, J., Yue, Z. Q., Tham, L. G., and Zhu, H. H. (2003), "Pillar Design by Combining Finite Element Methods, Neural Networks and Reliability: a Case Study of the Feng Huangshan Copper Mine", China, *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Vol.40, pp.585-599.
10. Der Kiureghian, A. and Lin, H. Z. Hwang, S. J. (1987), "Second Order Reliability Approximations", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.113, No.8, pp.1208-1225.
11. Der Kiureghian, A. and Liu, P. L. (1986), "Structural Reliability under Incomplete Probability Information", *J. Eng. Mech.*, ASCE, Vol.112, pp.85-104.
12. El-Ramly, H., Morgenstern, N. R., and Cruden, D. M. (2002), "Probabilistic Slope Stability Analysis for Practice", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.39, pp.665-683.
13. Ghaboussi, J., Garrett, Jr. J.H., and Wu, X. (1991), "Knowledge-based Modeling of Material Behavior with Neural Networks", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.117, No.1, pp. 132-153.
14. Goh, A. T. C. (1994), "Seismic Liquefaction Potential Assessed by Neural Networks", *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol.120, No.9, pp.1467-1480.
15. Goh, A. T. C. (1995), "Empirical Design in Geotechnics Using Neural Networks", *Geotechnique*, Vol.45, No.4, pp.709-714.
16. Goh, A. T. C. and Kulhawy, F. H. (2005), "Reliability Assessment of Serviceability Performance of Braced Retaining Walls Using a Neural Network Approach", *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.29, pp.627-642.
17. Gomes, H. M. and Awruch, A.M. (2004), "Comparison of Response Surface and Neural Network with Other Methods for Structural Reliability Analysis", *Structural Safety*, Vol.26, pp.49-67.
18. Griffiths, D. V. and Fenton G. A. (2004), "Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.130, No.5, pp.507-518.
19. Griffiths, D. V. and Lane, P. A. (1999), "Slope Stability Analysis by Finite Elements", *Geotechnique*, Vol.49, No.3, pp.387-403.
20. Haldar, A. and Mahadevan, S. (2000), *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, Wiley, New York.
21. Hassan, A. M. and Wolff, T. F. (1999), "Search Algorithm for Minimum Reliability Index of Earth Slopes", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.125, pp.301-308.
22. Haukaas, T. and Der Kiuregian, A. (2001), "A Computer Program for Nonlinear Finite Element Analysis", Proceedings of the Eighth International Conference on Structural Safety and Reliability, Newport Beach, CA.
23. Hornik, K., Stinchcombe, M., and White, H. (1989), "Multi-layer feed-forward networks are universal approximators", Neural Networks, Vol.2, pp.359-368.
24. Hurtado, J. E. and Alvarez, D. A. (2001), "Neural Network-based Reliability Analysis: a Comparative Study", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.191, pp.113-132.
25. Juang, C. H., Chen, C. J., and Tien, Y. M. (1999), "Appraising CPT-based Liquefaction Resistance Evaluation Methods-Artificial Neural Network Approach", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.36, No.3, pp.443-454.
26. Li, K. S. and Lumb, P. (1987), "Probabilistic Design of Slopes", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.24, pp.520-535.
27. Low, B. K. (2003), "Practical Probabilistic Slope Stability Analysis", *12th Panamerican Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering and 39th U.S. Rock Mechanics Symposium*, MIT, Cambridge, Massachusetts, Vol.2, pp.2777-2784.
28. Madsen, H. O., Krenk, S., and Lind, N. C. (1986), *Methods of Structural Safety*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall.

29. Papadrakis, M., Papadopoulos, V., and Lagaros, N. (1996), "Structural Reliability Analysis of Elastic-plastic Structures Using Neural Networks and Monte Carlo Simulation", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.136, pp.145-163.
30. Stein, M. L. (1987), "Large Sample Properties of Simulations Using Latin Hypercube Sampling", *Technometrics*, Vol.29, pp.143-151.
31. Ugai, K. and Leshchinsky, D. (1995), "Three-dimensional Limit Equilibrium and Finite Element Analysis: a Comparison of Results", *Soils and Foundation*, Vol.35, No.4, pp.1-7.
32. White, D. J., Schaefer, V. R., Yang, H., and Thompson, M. J. (2005), "Innovative Solutions for Slope Stability Reinforcement and Characterization", Vol.I, Final report CTRE Project 03-127, Center for Transportation Research and Education Iowa State University.
33. Xu, B. and Low, B. K. (2006), "Probabilistic Stability Analyses of Embankments Based on Finite-Element Method", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol.132, No.11, pp.1444-1454.
34. Zienkiewicz, O. C., Humpheson, C., and Lewis, R. W. (1975), "Associated and Nonassociated Visco-plasticity and Plasticity in Soil Mechanics", *Geotechnique*, Vol.25, No.4, pp.671-689.

(접수일자 2007. 2. 2, 심사완료일 2007. 7. 20)

Appendix

인공신경망 구조

본 연구에서는 식 (A.1)과 (A.2)를 사용하여 [-1, 1]의 범위에 놓이도록 입력과 target을 정규화하였다. 또한 식 (A.3)을 이용하여 출력층의 자료 변환된 결과를 다시 원래의 결과로 변환하였다.

$$pn = \frac{2(p-\min p)}{(\max p-\min p)} - 1 \quad \text{(A.1)}$$

$$tn = \frac{2(t-\min t)}{(\max t-\min t)} - 1 \quad \text{(A.2)}$$

$$t = 0.5(tn+1)(\max t-\min t)+\min t \quad \text{(A.3)}$$

여기서 p=입력자료, t=출력자료, pn=정규화된 입력자료, tn=정규화된 출력자료, $\min p$=최소값을 갖는 입력자료, $\max p$=최대값을 갖는 입력 자료, $\min t$=목표출력값들 중에서 최소값, $\max t$=목표출력값들 중에서 최대값이다.

예제1의 경우에 대하여 3-3-1 구조를 가지는 ANN 모델은 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$tn = purelin[C\times \tan sig(A\times pn+B)+D] \quad \text{(A.4)}$$

여기서, A는 입력층과 은닉층 사이의 weight matrix, B는 은닉층에 대한 bias vector, C는 은닉층과 출력층 사이의 weight matrix, D는 출력층에 대한 bias vector이다. 그리고 사용된 전달함수는 다음과 같다.

$$\tan sig(X) = \frac{2}{1+\exp(-2X)} - 1, \quad purelin(X) = X \quad \text{(A.5)}$$

입력벡터 p는 다음과 같이 주어진다.

$$p = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad \text{(A.6)}$$

구성된 인공신경망 모델의 weight와 bias는 표 A.1과 같다.

표 A.13 예제1: 구성된 인공신경망 모델의 weight와 bias

A	1.9118	−0.9993	−0.3722	B	1.3526
	−0.0738	−0.2189	−0.1314		0.0780
	−1.1233	−0.0398	0.4827		−0.5414
C	0.5224	−2.1280	−0.2529	D	−0.2834

예제2의 경우에 대하여 9-9-9-1 구조를 가지는 ANN 모델은 다음 식으로 표현될 수 있다.

$$tn = purelin[E\times \tan sig(C\times \log sig(A\times pn+B)+D)+F] \quad \text{(A.7)}$$

여기서, A는 입력층과 첫 번째 은닉층 사이의 weight matrix, B는 첫 번째 은닉층에 대한 bias vector, C는 첫 번째 은닉층과 두 번째 은닉층 사이의 weight matrix, D는 두 번째 은닉층에 대한 bias vector, E는 두 번째 은닉층과 출력층 사이의 weight matrix, F는 출력층에 대한 bias vector이다. 예제1과 마찬가지로 weight와 bias는 변수의 개수와 뉴런 수에 대응하는 행렬들로 정의되며 사용된 전달함수는 다음과 같다.

$$\log sig(X) = \frac{1}{1+\exp(-2X)} \quad \text{(A.8)}$$