

# 외란 보상 기법을 이용한 비선형시스템에서의 미지의 시변 사인파형 외란 보상

論文

56-10-24

## Compensation of Unknown Time-Varying Sinusoidal Disturbances in Nonlinear Systems using Disturbance Accommodation Technique

左東京<sup>†</sup>  
(Dongkyoung Chwa)

**Abstract** - This paper presents methods for the compensation of sinusoidal disturbances with unknown amplitude, phase, and time-varying frequency in nonlinear systems. In the previous disturbance accommodation methods, the sinusoidal disturbance with unknown time-invariant frequency was considered. In the proposed method, the disturbance with unknown time-varying frequency is compensated. As for the control structure, two control inputs are designed separately in such a way that one of them is designed for the nonlinear system control without considering the disturbance, and the other one uses the disturbance estimate obtained from the disturbance accommodating observer. The stability analysis is done considering the disturbance estimation error and the numerical simulation demonstrates the proposed approach.

**Key Words :** Sinusoidal Disturbance, Unknown Time-varying Frequency, Disturbance Accommodation, Disturbance Accommodating Observer.

### 1. 서 론

외란에 의해 제어시스템의 영향이 상당히 저하될 수 있기 때문에, 외란을 제거하거나 억제하기 위한 연구는 많이 진행되어 왔다. 특히 회전운동을 지니는 갖는 시스템에서 사인파형 외란이 두드러지게 나타나는데, 예를 들면 파도에 의한 물 운동을 지니는 배 [1], 헬리콥터의 로터 [2], 광디스크 드라이브 [3], 자기 부상 시스템 [4] 등이 이에 해당한다. [5] 및 [6] 에서는 주파수를 알 수 있다는 가정하에서 사인파형 외란을 보상하였는데, 실제로 주파수를 정확히 알기는 어렵기 때문에 이를 추정하기 위한 연구가 [7] 및 [8] 에서 진행되었다. 한편, [9] 및 [10] 에서의 비선형 최소위상 시스템 및 선형 비최소위상 시스템에서의 출력제어에 관한 연구는 주파수가 모르는 상수값이라고 가정하였는데, [11]에서도 언급되었듯이 실제 상황에서는 주파수값이 시변 특성을 지닐 수 있다.

본 논문에서는 이러한 점을 고려하여 미지의 시변 주파수 특성을 지니는 사인파형 외란이 비선형 시스템에 존재할 경우의 제어 문제를 다룬다. [12-14]에서 제시된 외란 보상 기법은 외란이 사인파형을 지닐 경우에 효과적인데, 사인파형이 시변 특성을 지니면서 미지의 진폭, 위상 및 주파수 특성을 지닐 경우에는 적용이 가능하지 않기에, 이를 개선하여 적용하는 방법을 제시한다.

외란 보상 기법의 구조는 그림 1에서와 같이, 외란 보상

추정기를 먼저 설계하여 미지의 시변 주파수 특성을 지니는 외란을 추정하게 되고, 여기서 얻어진 추정치는 제어입력에 사용하게 된다. 이와 같은 방법에 의해 외란을 고려하지 않은 제어입력과 외란을 보상하기 위한 제어입력을 결합할 수 있는데, 이와 같은 구조에 의해 심지어 비선형 비최소위상 시스템에 까지 적용할 수 있다는 점에서 외란 보상이 가능한 제어 시스템의 범위를 넓힐 수 있다. 이와 같은 구조를 지니는 제어 설계 기법을 제시한 후 그의 실험을 통해 타당성을 확인한다.

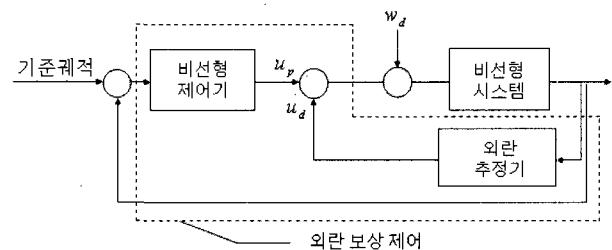


그림 1 외란 보상 기법의 구조

Fig. 1 The structure of the disturbance accommodation technique

### 2. 알고 있는 시불변 주파수를 지닌 사인파형 외란이 있는 선형시스템의 외란 보상 제어

본 절에서는 [12-14]의 외란 보상 제어에 대해 간략히 소개한다. 참고로, 여기서의 결과는 사인파형 외란의 주파수를 알고 있다고 가정한다.

† 교신저자, 正會員: 亞洲大 電子工學部 助教授 · 工博

E-mail : dkchwa@ajou.ac.kr

接受日字 : 2007年 8月 13日

最終完了 : 2007年 8月 29日

## 2.1 외란 보상 제어 모델

먼저 다음과 같이 주어진 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Fw_d \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $x \in R^n$ ,  $y \in R^m$ ,  $w_d \in R^m$ 는 각각 상태변수, 제어입력, 출력의 벡터이고,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $F$ 는 적당한 차원의 행렬이고,  $w_d$ 는  $w_d = [w_{d1} \cdots w_{dp}]^T$ 로 주어진 외란이다. 각  $w_{di}$ 는 기저함수  $f_{ij}$ 의 선형조합으로서

$$w_{di}(t) = c_{i1}f_{i1}(t) + c_{i2}f_{i2}(t) + \cdots + c_{iq}f_{iq}(t) \quad (2)$$

의 형태를 지니는데, 각  $f_{ij}$ 는 알고 있는 함수,  $c_{ij}$ 는  $1 \leq i \leq p$ ,  $1 \leq j \leq q$ 에 대해 외란 보상 추정기에 의해 추정되는 상수이다. [12]에서와 같이, 각  $f_{ij}$ 는 선형 미분 방정식을 만족하여,  $w_d$ 는 식 (3)의  $z$ -동력학 출력 형태로 나타낼 수 있다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Dz + \sigma(t) \\ w_d &= Hz. \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $z = [z_1 \cdots z_p]^T$ 이고,  $H$  와  $D$ 는 알고 있으며,  $\sigma(t)(:= [\sigma_1(t) \cdots \sigma_p(t)]^T)$ 는 임펄스 벡터이다. 참고로 언급하면, 상수, 경사형태, 사인파형의 특성을 지니는 많은 실제적인 외란은 위와 같이 나타낼 수 있다.

## 2.2 외란 보상 제어

여기서의 제어 목적은 외란  $w_d$ 가 존재하는 경우에도 출력  $y$ 가 기준모델 궤적  $y_m$ 을 추종하도록 하는 것이다. 여기서,  $y_m$ 은

$$\begin{aligned} x_m &= A_m x_m \\ y_m &= C_m x_m \end{aligned} \quad (4)$$

로부터 얻어질 수 있고,  $x_m$ 은 기준모델의 상태변수이다. 여기서,  $A_m$ 과  $C_m$ 을 잘 선택하면 원하는 제어성능을 얻도록 할 수 있다. 여기서, 제어입력은 앞의 그림 1에서와 같이

$$u = u_d + u_p \quad (5)$$

와 같다. 여기서,  $u_d$ 는 외란을 제거하기 위한 입력이고,  $u_p$ 는 원하는 추종 제어 성능을 얻기 위한 입력으로서 시스템 (1)에서의  $w_d$ 를 감안하지 않고 설계가능하므로,  $u_p$ 의 설계 시에 여러 선형 및 비선형 제어기법을 적용할 수 있다.

제어 입력  $u_d$ 이

$$Bu_d = -Fw_d = -FHz \quad (6)$$

을 만족하게 되면,  $w_d$ 의 시스템에 대한 영향을 없앨 수 있게 된다. 식 (6)이 성립하기 위해서는

$$FH = B\Gamma_d \quad (7)$$

을 만족시키는  $\Gamma_d$ 가 존재해야 하는데, 이는  $\text{rank}(B, FH) = \text{rank}(B)$ 의 조건을 필요로 한다. 이는 정합

조건에 해당하는데, 개인 적용 제어에서 많이 가정되고 있다 [15]. 이때, 다음과 같이 제어입력을 정할 수 있다.

$$u_d = -\Gamma_d \hat{z}. \quad (8)$$

여기서,  $\hat{z}$ 은  $z$ 의 추정치로서 다음 소절에서 설명되는 외란 추정기로 부터 얻어질 수 있다.

## 2.3 외란 추정기

아래의 식 (9)가 성립하게 되면, 추정치 오차  $\tilde{z} := z - \hat{z}$ 는 0으로 수렴하는 것은 자명하다.

$$\dot{\tilde{z}} = D\hat{z} - k_0(z - \hat{z}). \quad (9)$$

여기서,  $D$ 는 Hurwitz 행렬이다. 하지만, 식 (9)에서 보면  $z$ 은 추정되어야 할 변수이므로 [14]에서와 같이 상태변수에 해당하는

$$Q = \hat{z} - k_1 y. \quad (10)$$

를 정의하고 도입할 수 있는데, 식 (9)로부터  $k_1 \dot{y}$ 를 빼면

$$\dot{\tilde{z}} - k_1 \dot{y} = (D + k_0) \hat{z} - (k_0 + k_1 CFH) z - k_1(CAx + CBu) \quad (11)$$

를 얻게 된다. 여기서  $z$ 값이 알 수 없는 변수이므로,  $k_0$  및  $k_1$ 를

$$k_0 + k_1 CFH = 0 \quad (12)$$

가 만족되도록 설정하여 식 (11)에서의  $Z$  항이 소거되도록 한다. 참고로, [16]의 인공위성 시스템에 대한 응용결과에서는  $C=I$ 로 주어지므로, 식 (12)를 만족하는  $k_0$ ,  $k_1$ 를 구할 수 있다. 이때 식 (11)은

$$\dot{Q} = (D + k_0) Q + (D + k_0) k_1 y - k_1(CAx + CBu) \quad (13)$$

와 같이 되는데,  $Q$ 의 초기치는  $Q_0 = -k_1 y$ 와 같이 정할 수 있다. 식 (3), (10)으로부터 외란 추정치는

$$\hat{w}_d = H\hat{z} = H(Q + k_1 y) \quad (14)$$

와 같게 되므로, 이를 이용하여 외란 보상 제어 입력을

$$u_d = -\hat{w}_d \quad (14)$$

와 같이 구할 수 있다. 그럼 2는  $\hat{w}_d$ 를 구하기 위한 외란 추정기 구조를 보이고 있다.

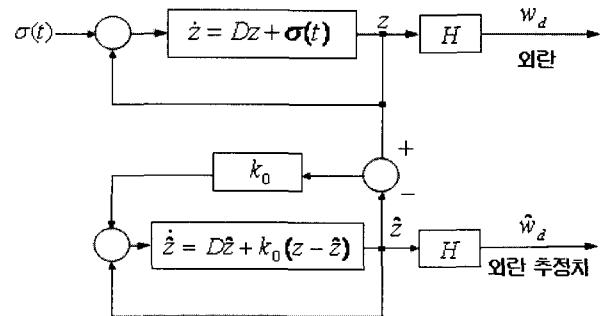


그림 2 외란 추정기 구조

Fig. 2 The structure of disturbance accommodating observer

### 3. 미지의 시변 주파수를 지닌 사인파형 외란이 있는 비선형 시스템의 외란 보상 제어

본 절에서는 먼저 시불변 주파수를 지닌 경우의 사인파형 외란에 대해 외란 보상 제어기를 설계한 후, 미지의 주파수를 지닌 경우에 대해 확장하여 제안된 방법을 제시한다.

#### 3.1 알고 있는 시불변 주파수를 지닌 사인파형 외란에 대한 외란 보상 제어

본 소절에서는 다음과 같이 주어진 단일 사인파형 외란을 고려한다.

$$w_d(t) = A \sin(\omega t + \phi). \quad (16)$$

여기서,  $A$  및  $\phi$ 는 모르는 값이고,  $\omega$ 는 아는 값이다. 여러 주파수를 지닌 경우에 대해서도 2.1절에서와 같이 확장하여 적용할 수 있다. 비선형 시스템은

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g_1(x)u + g_2(x)w_d \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (17)$$

와 같다. 여기서,  $x \in R^n$ ,  $y \in R^m$ ,  $y \in R^m$ ,  $f(x) \in R^{n \times 1}$ ,  $g_1(x) \in R^{n \times r}$ ,  $g_2(x) \in R^{n \times 1}$ ,  $h(x) \in R^{m \times 1}$ 는  $x$ 의 함수이고, 정합 조건  $g_2(x)w_d \in \text{span}(g_1(x))$  으로부터  $g_1(x)u_d + g_2(x)w_d = 0$ 을 만족하는  $u_d$ 가 성립하는 경우를 고려한다. 참고로, 정합 조건은 [9], [10]에서도 필요로 하는 가정이다.

제어입력  $u_p$ 의 설계 목적은 시스템에 외란이 없을 경우(즉,  $u_d = w_d = 0$ ), 시스템 (17) 이 적당한  $F_m(x_m)$ 과  $h_m(x_m)$ 에 대해

$$\begin{aligned} \dot{x}_m &= F_m(x_m) \\ y_m &= h_m(x_m) \end{aligned} \quad (18)$$

와 같은 특성을 지니도록 하는 것이다. 또한,  $w_d$ 의 추정기를 설계한 후, 역행렬이 존재하는 행렬  $g_1(x)$  및 적당한 차원을 지닌 행렬  $g_2(x)$ 에 대해

$$g_1(x)u_d + g_2(x)\hat{w}_d = 0 \quad (19)$$

이 성립하도록  $\hat{w}_d$ 에 대해  $u_d$ 를 설계하는 것이 필요하다.

식 (16)으로부터 식 (3)에서의  $z$ ,  $H$ ,  $D$  및  $\sigma(t)$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$z = [z_1 \ z_2]^T, \ H = [1 \ 0]^T, \ D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma(t) = 0. \quad (20)$$

식 (9), (10)를 이용하면

$$\begin{aligned} \dot{z} - k_1 \dot{y} &= (D + k_0) \hat{z} - [k_0 + k_1 L_{g_2(x)} h(x) H] z \\ &\quad - k_1 [L_{f(x)} h(x) + L_{g_1(x)} h(x) u] \end{aligned} \quad (21)$$

을 얻게 되는데, 이 경우 설계변수  $k_0$ 와  $k_1$ 은

$$k_0 + k_1 L_{g_2(x)} h(x) H = 0 \quad (22)$$

을 만족하도록 설계한다. 이 때,  $Q$ -동력학은

$$\begin{aligned} Q &= (D + k_0) Q + (D + k_0) k_1 y - k_1 [L_{f(x)} h(x) + L_{g_1(x)} h(x) u] \\ &= (D + k_0) Q + (D + k_0) k_1 y - k_1 [L_{f(x)} h(x) + L_{g_1(x)} h(x) u] \end{aligned} \quad (23)$$

와 같다. 외란 추정치  $\hat{w}_d$ 는 식 (23)에서 구해진  $Q$ 값을 식 (14)에 대입하면 구할 수 있고, 외란 적용 제어 입력  $u_d$ 는 식 (19)로부터 구할 수 있다.

#### 3.2 미지의 시변 주파수를 지닌 사인파형 외란에 대한 외란 보상 제어

본 소절에서는 미지의 시변 주파수를 지닌 사인파형 외란이 식 (24)와 같이 주어질 경우의 외란 보상 제어 방법을 제시한다.

$$w_d(t) = A \sin(\omega(t) + \phi) \quad (24)$$

여기서,  $\omega(t)$ 는 미지의 시변 주파수로서 모든 시간  $t \geq 0$ 에 대해  $|\dot{\omega}(t)|, |\ddot{\omega}(t)| < \infty$ 이 성립한다.  $\omega(t)$ 는 모르는 값이므로, 추정기 (23)에서의  $D$ 행렬 또한 미지의 행렬이 된다. 또한  $\omega(t)$ 가 시변이므로  $z$ -동력학 또한 식 (20)을 이용하여 식 (3)과 같이 표현될 수 없게 된다.

식 (24)의  $w_d(t)$ 를  $z_1$ 이라고 하면,  $z_1$ 의 미분치들은

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= A \cos(\omega(t) + \phi) \cdot \dot{\omega}(t) \\ \ddot{z}_1 &= -(\dot{\omega}(t))^2 z_1 + A \cos(\omega(t) + \phi) \cdot \ddot{\omega}(t) \end{aligned} \quad (25)$$

와 같이 표현되므로, 식 (3)대신 식 (24)는

$$\dot{z} = (\bar{D} - \Omega) z + \Phi \quad (26)$$

와 같이 표현될 수 있다. 여기서,

$$\bar{D} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \Omega = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ (\dot{\omega}(t))^2 & 0 \end{pmatrix}, \ \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ A \cos(\omega(t) + \phi) \cdot \ddot{\omega}(t) \end{pmatrix} \quad (27)$$

이다. 참고로, 임의의 상수값  $\sigma_1$  및  $\sigma_2$ 에 대해  $\omega(t) = \sigma_1 + \sigma_2 t$ 가 성립할 경우  $|\dot{\omega}(t)|, |\ddot{\omega}(t)| < \infty$ 가 성립함을 쉽게 알 수 있다.

식 (26)을 다음과 같이 변환할 수 있다.

$$\dot{z} = (\bar{D} - \Psi) z + (\Psi - \Omega) z + \Phi. \quad (28)$$

여기서,

$$\Psi = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \psi \end{pmatrix}, \ \psi > 0 \quad (29)$$

이다. 이 때, 식 (9)대신 외란 추정기를

$$\dot{z} = (\bar{D} - \Psi) \hat{z} - k_0(z - \hat{z}). \quad (30)$$

와 같이 설계하게 되면 식 (21)에서와 같이 나중에 식 (34)에서 얻을 수 있다. 여기서,  $k_0$ 는 추정기 이득 행렬로서 양의 한정 행렬  $Q = \text{diag}(q_1, q_2)$ 에 대해  $(\bar{D} - \Psi + k_0) + (\bar{D} - \Psi + k_0)^T = -Q$ 이 성립하도록 나중에 설계될 것이다.  $Q$ 의 원소에 해당하는  $q_1, q_2$ 값은  $k_0, \Psi$ 값에 의해 조정될 수 있고, 식 (28), (30)으로부터는

$$\dot{z} = (\bar{D} - \Psi + k_0) \tilde{z} + (\Psi - \Omega) z + \Phi \quad (31)$$

이 성립함을 알 수 있다. 리아푸노프 함수  $V = \tilde{z}^T \bar{D} \tilde{z}$ 에 대해 미분치를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\tilde{z}^T Q \tilde{z} + \tilde{z}^T (\Psi - \Omega) z + \tilde{z}^T \Phi \\ &= -q_1 \tilde{z}_1^2 - q_2 \tilde{z}_2^2 + [-(\dot{\omega}(t))^2 z_1 + \Psi z_2 + A \cos(\omega(t) + \phi) \cdot \ddot{\omega}(t)] \tilde{z}_2 \\ &= -q_1 \tilde{z}_1^2 - q_2 [\tilde{z}_2 + (-(\dot{\omega}(t))^2 z_1 + \Psi z_2 + A \cos(\omega(t) + \phi) \cdot \ddot{\omega}(t)) / (4q_2)]^2 \\ &= -q_1 \tilde{z}_1^2 - q_2 [(\dot{\omega}(t))^2 z_1^2 + \Psi^2 z_2^2 + 2A \cos(\omega(t) + \phi) \cdot \ddot{\omega}(t) z_1 z_2 + A^2 \cos^2(\omega(t) + \phi) \cdot \ddot{\omega}(t)^2] / (4q_2). \end{aligned} \quad (32)$$

식 (32)의 마지막 등식에서의 마지막 항이 유한하므로, 추정치 오차  $\tilde{z}_1$ 는

$$|\tilde{z}_1| \leq \frac{|-(\dot{\omega}(t))^2 z_1 + \Psi z_2 + A \cos(\omega(t) + \phi) \cdot \ddot{\omega}(t)|}{2\sqrt{q_1 q_2}}$$

와 같은 형태로 궁극적으로 유한하므로 (ultimately bounded),  $q_1, q_2$ 를 조정함으로써  $\tilde{z}_1$ 값을 줄일 수 있다. 즉, 보다 정확한  $\hat{z}_1$ 값이 구해지게 되면, 식 (20)의  $H$ 를 통해 식 (14)의  $\hat{w}_d$ 를 얻는 데에 사용될 수 있다.

$Q$ -동력학을 얻기 위해

$$k_0 + k_1 L_{g_2(x)} h(x) H = 0 \quad (33)$$

를 만족하는  $k_0$  and  $k_1$ 에 대해, 식 (30)에서  $k_1 \dot{y}$ 를 빼면

$$\begin{aligned} \dot{z} - k_1 \dot{y} &= (\bar{D} - \Psi + k_0) \dot{z} - (k_0 + k_1 L_{g_2(x)} h(x) H) z \\ &\quad - k_1 [L_{f(x)} h(x) + L_{g_1(x)} h(x) u] \\ &= (\bar{D} - \Psi + k_0) \dot{z} - k_1 [L_{f(x)} h(x) + L_{g_1(x)} h(x) u] \end{aligned} \quad (34)$$

를 얻게 되고, 이로부터

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= (\bar{D} - \Psi + k_0) Q + (\bar{D} - \Psi + k_0) k_1 y \\ &\quad - k_1 [L_{f(x)} h(x) + L_{g_1(x)} h(x) u] \end{aligned} \quad (35)$$

가 성립함을 알 수 있다.

#### 4. 모의 실험

##### 4.1 비선형 시스템에서의 외란 보상 제어

제시된 방법의 유용성을 확인하게 위해, 비선형 시스템

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x - x^3 + 2 + u + w_d \\ y &= x \end{aligned} \quad (36)$$

와 기준모델 동력학

$$\begin{aligned} \dot{x}_m &= -x_m - x_m^3 + 2 \\ y_m &= x_m \end{aligned} \quad (37)$$

을 고려한다. 그리고, [11]에서 지적된 바와 같이, 시변 회전운동을 지니는 실제 시스템에서 미지의 시변 주파수를 지니는 사인파형 외란이 발생할 수 있는데, 본 절에서도 마찬가지로 식 (24)의  $A$ ,  $\omega(t)$ ,  $\phi$ 값이

$$A = 1, \omega(t) = 20 \ln(t+1), \phi = 0 \quad (38)$$

와 같이 주어진 외란을 고려한다. 이 경우,  $\dot{\omega}(t), \ddot{\omega}(t)$ 가 유한한 성질을 지닌다.

식 (35)로부터 외란 추정기를 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \begin{pmatrix} -k_{01} & 1 \\ -k_{02} & -\Psi \end{pmatrix} Q + \begin{pmatrix} -k_{01} & 1 \\ -k_{02} & -\Psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{pmatrix} y \\ &\quad - \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{pmatrix} (-x - x^3 + 2 + u). \end{aligned} \quad (39)$$

여기서, 설계변수  $k_0, k_1, \Psi$ 는 다음과 같다.

$$k_1 = [k_{11} \ k_{12}]^T = [100 \ 100]^T, \ k_0 = \begin{pmatrix} -k_{01} & 0 \\ -k_{02} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -100 & 0 \\ -100 & 0 \end{pmatrix}, \ \Psi = 1$$

$$(40)$$

식 (36), (37)로부터 제어입력을  $u_p = 0$  및  $u_d = -\hat{w}_d$ 와 같

이 구할 수 있고,  $\hat{w}_d$ 는 식 (14), (39)로부터 구할 수 있다.

그림 3은  $\omega$ 값이 식 (38)에서와 같이 시변일 경우  $w_d(t) = A \sin(\omega(t) + \phi)$ 를 그린 것이다. 이 외란에 의해 실제 시스템 (36)의 성능이 외란 보상 제어입력이 없을 경우 ( $u_d = 0$ ) 저하됨을 그림 4와 같이 확인할 수 있다. 그림 5에서는 식 (14), (39)로 주어지는 외란 추정기의 성능이 만족스러움을 확인할 수 있다. 이 외란 추정치를 이용하여  $u_d = -\hat{w}_d$ 와 같이 구성된 외란 보상 제어기가 유효함을 그림 6과 같이 확인할 수 있다.

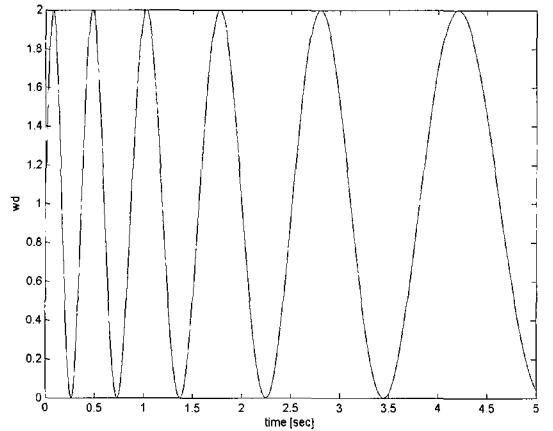


그림 3 (24) 및 (38)에 의해 생성된 시변 주파수를 지닌 사인파형 외란

Fig. 3 Sinusoidal disturbance with time-varying frequency generated by (24) and (38)

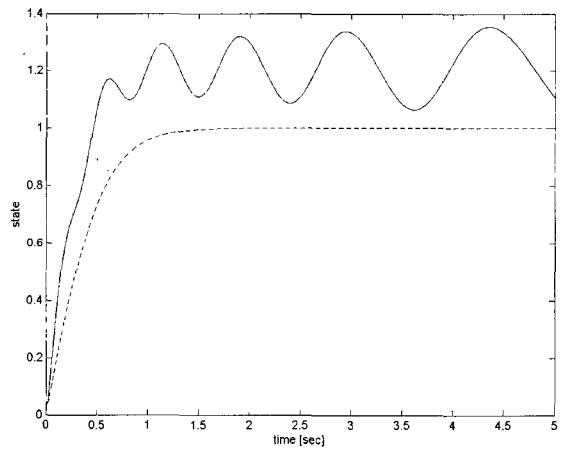


그림 4 외란 보상 제어기법이 없을 경우의 추종 성능 (실선: 실제 시스템 응답 (36), 점선: 기준모델 응답 (37))

Fig. 4 Tracking performance without disturbance accommodation technique (solid: actual plant (36), dashed: desired dynamics (37))

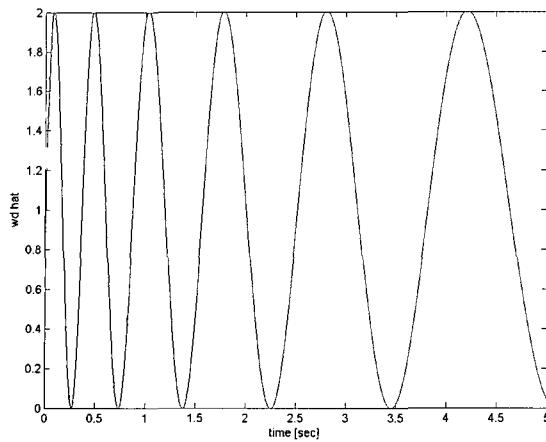


그림 5 (14) 및 (39)에 의한 외란 추정치  $\hat{w}_d$  (실선: 추정치, 점선: 실제값)

Fig. 5 Disturbance estimation  $\hat{w}_d$  (solid: estimated, dotted: actual) by (14) and (39)

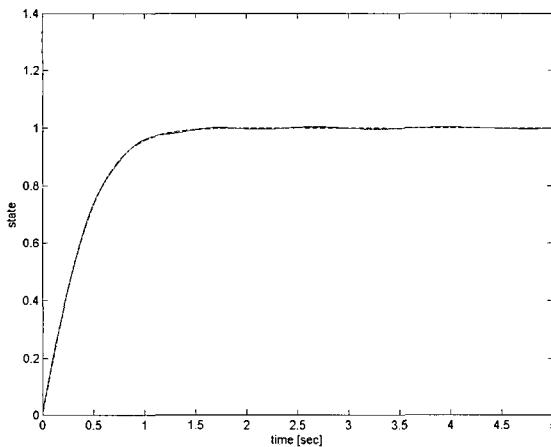


그림 6 외란 보상 제어 기법( $u_d = -\hat{w}_d$ )을 사용할 경우의 추종 성능 (실선: 실제 시스템 응답 (36), 점선: 기준 모델 응답 (37))

Fig. 6 Tracking performance using disturbance accommodation technique using  $u_d = -\hat{w}_d$  (solid: actual plant (36), dashed: desired dynamics (37))

#### 4.2 자기 부상 시스템에서의 외란 보상 제어

본 소절에서는 자기 부상 시스템의 위치 제어 모델을 통해 제안된 방법을 적용한다. 구에 주어지는 자기력은

$$F = mg - G_i(i/x_1)^2 \quad (41)$$

와 같고, 여기서  $m$ 은 구의 질량(kg),  $g$ 는 중력상수 ( $9810 \text{ mm/s}^2$ ),  $G_i$ 는 전자석 및 구에 의존하는 전자력 상수,  $i$ 는 코일에 흐르는 전류(A),  $x_1$ 는 자석의 표면으로부터 구까지의 거리(mm)이다.

상태 변수  $x = [x_1 \ x_2]^T$ 를 도입하고,  $x_1$  및  $i$ 를 각각 출력

및 입력으로 두면, 식 (41)이  $mx$ 과 같다는 사실로부터 시스템을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= g - (G_i/m) \cdot (i/x_1)^2 \\ y &= x_1. \end{aligned} \quad (42)$$

자기 부상 시스템은 회전 운동을 지닌 저마찰력의 베어링 시스템으로서 주기적인 외란을 가지고 있는 것으로 알려져 있다[4]. 위치 제어 모델 (42)에

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= g - (G_i/m) \cdot (i/x_1)^2 + w_d \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (43)$$

와 같이 미지의 진폭, 위상, 주파수를 지닌 사인파형 외란이 있다고 가정한다. 여기서,  $w_d$ 는

$$A = 100, \omega(t) = 20\ln(t+1), \phi = 0 \quad (44)$$

에 대해 식(24)와 같이 주어진다.

전류 입력  $i$ 를 결정하는데 있어서는, 구의 위치  $x_1$ 이 기준모델의 위치  $x_d$ 를 추종하도록 한다. 즉, 추종 오차  $e(:=x_1 - x_d)$ 가 0으로 수렴하도록 하기 위해 양의 상수  $a$  및  $b$ 에 대해

$$i = x_1 \sqrt{(m/G_i) \cdot (g + \hat{w}_d - \ddot{x}_d + b(x_1 - x_d) + a(x_2 - \ddot{x}_d))} \quad (45)$$

일 경우, 추종 오차 동력학은

$$\ddot{e} + ae + be = \tilde{w}_d \quad (46)$$

와 같게 된다. 단, 여기서,  $x_d$ ,  $a$ ,  $b$ 값은 식 (45)의 근 내부의 값이 양수가 되도록 선택되어야 한다.

식 (35)를 이용하여 외란 추정기를 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \begin{pmatrix} -k_{01} & 1 \\ -k_{02} & -\Psi \end{pmatrix} Q + \begin{pmatrix} -k_{01} & 1 \\ -k_{02} & -\Psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{pmatrix} x_2 \\ &\quad - \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{pmatrix} (g - (G_i/m) \cdot (i/x_1)^2) \end{aligned} \quad (47)$$

여기서, 설계변수  $k_0, k_1, \Psi$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} k_1 &= [k_{11} \ k_{12}]^T = [100 \ 200]^T \\ k_0 &= \begin{pmatrix} -k_{01} & 0 \\ -k_{02} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -100 & 0 \\ -200 & 0 \end{pmatrix}, \Psi = 10. \end{aligned} \quad (48)$$

외란 추정기(47)은  $x_2$ 의 정보를 필요로 하는데, 여기서는 [17]에서와 같이 속도 정보  $x_2$ 를  $\dot{x}_2 = sx_1/(\epsilon s + 1)$  즉,  $\dot{x}_2 = -1/\epsilon(\bar{x}_2 - x_2)$ ,  $\epsilon = 0.01$ 와 같이 구하여 시스템의 안정성을 확인한다. 즉, 식 (47)대신  $\dot{\bar{Q}} = \bar{z} - k_1 \bar{x}_2$ ,  $\bar{z} = [\bar{z}_1 \ \bar{z}_2]^T$ 에 대해 외란 추정기

$$\begin{aligned} \dot{\bar{Q}} &= \begin{pmatrix} -k_{01} & 1 \\ -k_{02} & -\Psi \end{pmatrix} \bar{Q} + \begin{pmatrix} -k_{01} & 1 \\ -k_{02} & -\Psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{pmatrix} \bar{x}_2 \\ &\quad - \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{pmatrix} (g - (G_i/m) \cdot (i/x_1)^2) \end{aligned} \quad (49)$$

를 사용한다. 그러면,  $\tilde{Q} := Q - \hat{Q}$ 에 대해

$$\dot{\tilde{Q}} = \begin{pmatrix} -k_{01} & 1 \\ -k_{02} & -\Psi \end{pmatrix} \tilde{Q} + \begin{pmatrix} -k_{01} & 1 \\ -k_{02} & -\Psi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_{11} \\ k_{12} \end{pmatrix} (x_2 - \bar{x}_2) \quad (50)$$

가 성립한다.

한편, 식 (43)은  $e_1 = x_1 - x_d = e$ ,  $e_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_d$ 에 대해

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= g - (G_i/m) \cdot (i/x_i)^2 + w_d - \ddot{x}_d \end{aligned} \quad (51)$$

로 나타낼 수 있고,  $i$ 를

$$i = x_1 \sqrt{(m/G_i) \cdot (g + z_1 - \ddot{x}_d + b(x_1 - x_d) + a(\dot{x}_2 - \dot{x}_d))} \quad (52)$$

로 결정하면,  $z_1 = w_d$  및  $\bar{e} = \dot{x}_2 - \dot{x}_d$ 에 대해

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= -ae_2 - be_1 + w_d - z_1 \\ &= -ae_2 - be_1 + z_1 - H(\bar{Q} + k_1 \bar{x}_2) \\ &= -ae_2 - be_1 + z_1 - H(\bar{Q} + k_1 x_2 - Q - k_1 x_2) \\ &= -ae_2 - be_1 + z_1 + H(\bar{Q} - k_1(e_2 - e_1)) \\ &= -ae_2 - be_1 + z_1 + \bar{Q}_1 - k_{11}(e_2 - e_1) \\ \dot{e}_2 &= -(e_2 - e_1)/\epsilon - \ddot{x}_d \end{aligned} \quad (53)$$

를 구할 수 있다. 여기서,  $\bar{z}_1$ 는 다음 식으로부터 얻어진다.

$$\dot{\bar{z}} = (\bar{D} - \Psi + k_0) \bar{z} + (\Psi - \Omega) z + \Phi \quad (54)$$

따라서,  $x_2 - \bar{x}_2 = e_2 - \bar{e}_2$ 를 이용하고, 식 (50), (53), (54)을 결합하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt} E = SE + B. \quad (55)$$

여기서,  $E = [e_1 \ e_2 \ \bar{e}_2 \ \bar{z}_1 \ \bar{z}_2 \ \bar{Q}_1 \ \bar{Q}_2]^T$ 이고,

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b & k_{11} - (k_{11} + a) & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\epsilon & -1/\epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{01} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{02} & -\Psi & 0 & 0 \\ 0 & -k_{01}k_{11} & k_{12} & 0 & 0 & -k_{01} & 1 \\ 0 & -k_{02}k_{11} & -k_{12}\Psi & 0 & 0 & -k_{02} & -\Psi \end{pmatrix}$$

는  $a, b, \epsilon, k_0, k_1$  값을 적절히 선택하면 안정한 행렬이 되고,  $B = [0 \ 0 \ -\ddot{x}_d \ [(\Psi - \Omega)z + \Phi]^T \ 0 \ 0]^T$ 는 유한하므로, 추종 오차의 궁극적 유한성을 유지할 수 있다.

자기 부상 시스템에 대해 제안된 방법의 유효성을 모의실험을 통해 확인한다. 초기 위치는  $x_1(0) = 14mm$ 이고 식 (52)에서의 설계변수들은  $a=28$ ,  $b=400$ 와 같다. 식 (44)에서의 값을 이용한 외란  $w_d(t) = A\sin(\omega t + \phi)$ 를 보이면 그림 7과 같다. 먼저, 외란 보상 제어가 없을 경우의 제어기의 추종 성능은 사인파형의 기준모델에 대해 그림 8과 같다. 여기서, 외란에 의해 자기 부상 시스템 (43)의 성능이 저하됨을 알 수 있다. 반면에, 그림 9에서는 외란 추정 성능이 식 (14) 및 (49)에서의 외란 추정기에 의해 만족스러움을 알 수 있고, 외란 추정치를 이용한 외란 보상 제어 성능은 그림 10에서와 같이 얻어질 수 있다. 이상의 결과로부터 제안된 방법의 유효성을 확인할 수 있다.

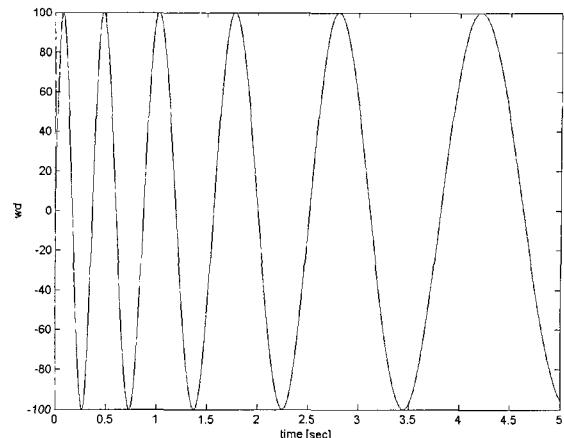


그림 7 (24) 및 (44)에 의해 생성된 시변 주파수를 지닌 사인파형 외란

Fig. 7 Sinusoidal disturbance with time-varying frequency generated by (24) and (44)

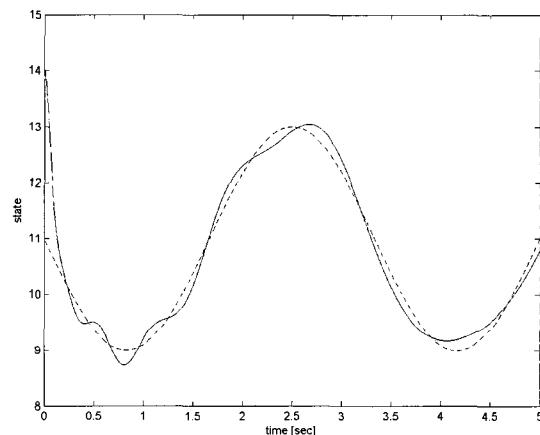


그림 8 외란 보상 제어기법이 없을 경우의 추종 성능 (실선: 자기 부상 시스템 응답 (43), 점선: 사인파형의 기준모델)

Fig. 8 Tracking performance without disturbance accommodation technique (solid: actual magnetic levitation system (43), dotted: desired dynamics).

## 5. 결 론

제안된 외란 보상 제어기법을 통해, 미지의 시변 주파수 특성을 지니는 사인파형 외란을 먼저 외란 추정기를 통해 추정한 후, 비선형 시스템에서의 외란의 영향을 보상하였다. 특히, 제어특성을 만족시키는 제어입력을 분리하여 설계가 가능하므로, 보다 다양한 비선형 시스템에 대해서도 적용 가능하다. 여러 비선형 시스템 모델에 대한 모의실험을 통해서 제안된 방법의 유효성을 확인할 수 있었다. 추후 과제로서 외란 추정기가 적용 가능한 시스템의 영역을 확장하고, 또한 보다 다양한 시스템에서의 실제적인 실험을 통해 적용 가능성을 확인해 볼 수 있을 것이다.

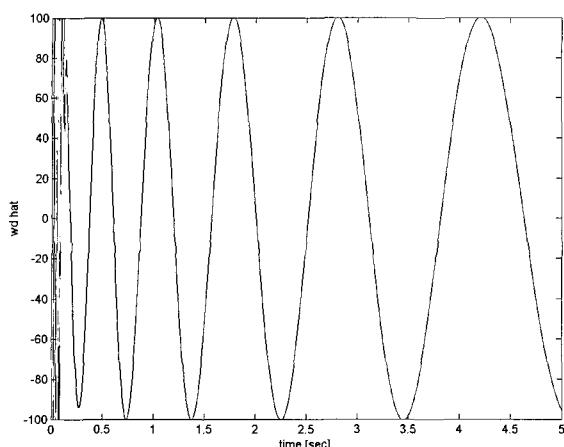


그림 9 (14) 및 (49)에 의한 외란 추정치  $\hat{w}_d$  (실선: 추정치, 점선: 실제 값)

Fig. 9 Disturbance estimation  $\hat{w}_d$  (solid: estimated, dotted: actual) by (14) and (49)

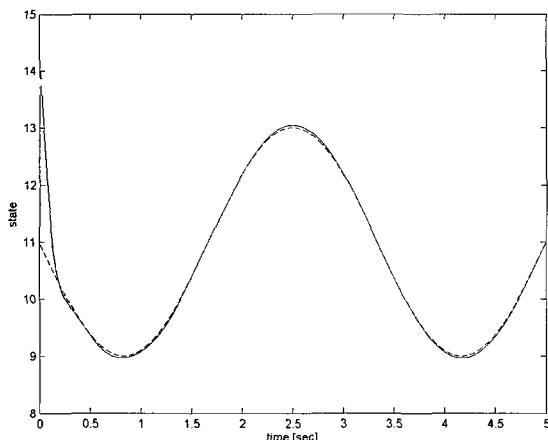


그림 10 외란 보상 제어기법을 사용할 경우의 추종 성능 (실선: 자기 부상 시스템 응답 (43), 점선: 사인파형의 기준 모델)

Fig. 10 Tracking performance using disturbance accommodation technique (solid: actual magnetic levitation system (43), dotted: desired dynamics)

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구 R01-2006-000-11373-0 지원으로 수행되었음.

### 참 고 문 헌

- [1] C. G. Källström and P. Otterson, "The Generation and Control of Roll Motion of Ships in Closed Turns," Proceedings of the 4th-IFAC/IFIP Symposium on Ship Operation Automation, Genova, Italy, pp. 22-36, 1983.

- [2] P. Arcara, S. Bittanti, and M. Lovera, "Periodic Control of Helicopter Rotors for Attenuation of Vibrations in Forward Flight," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 8, No. 6, pp. 883-894, 2000.
- [3] M.-N. Lee, J.-M. Moon, K. B. Jin, and M. J. Chung, "Robust  $H_\infty$  Control with Multiple Constraints for the Track-Following System of an Optical Disk Drive," IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 45, No. 4, pp. 638-645, 1998.
- [4] A. Alleyne, and M. Pomerykalski, "Control of a Class of Nonlinear Systems Subject to Periodic Exogenous Signals," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 8, No. 2, pp. 279-287, 2000.
- [5] M. Bodson, A. Sacks, and P. Khosla, "Harmonic Generation in Adaptive Feedforward Cancellation Schemes," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 39, No. 9, pp. 1939-1944, 1994.
- [6] A. Sacks, M. Bodson, and P. Khosla, "Experimental Results of Adaptive Periodic Disturbance Cancellation in a High Performance Magnetic Disk Drive, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 118, pp. 416-424, 1996.
- [7] M. Bodson, and S. C. Douglas, "Adaptive Algorithms for the Rejection of Periodic Disturbances with Unknown Frequency," Automatica, Vol. 33, No. 12, pp. 2213-2221, 1997.
- [8] L. J. Brown and Q. Zhang, "Identification of Periodic Signals With Uncertain Frequency," IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 51, No. 6, pp. 1538-1545, 2003.
- [9] A. Serrani, A. Isidori, and L. Marconi, "Semiglobal Nonlinear Output Regulation with Adaptive Internal Model," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 46, No. 8, pp. 1178-1194, 2001.
- [10] R. Marino and P. Tomei, "Output Regulation for Linear Systems via Adaptive Internal Model," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 48, No. 12, pp. 2199-2202, 2003.
- [11] H. Du, L. Zhang, Z. Lu, and X. Shi, "LPV Technique for the Rejection of Sinusoidal Disturbance with Time-Varying Frequency," IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol. 150, No. 2, pp. 132-138, 2003.
- [12] C. D. Johnson, "Adaptive Controller Design Using Disturbance-Accommodation Techniques," International Journal of Control, Vol. 42, No. 1, pp. 193-210, 1985.
- [13] C. D. Johnson, "Disturbance-Accommodating Control - An overview," Proceedings of the American Control Conference, Seattle, WA, pp. 526-536, June 1986.

- [14] J. Kim, "Disturbance Accommodating Sliding Mode Control," Proceedings of the American Control Conference, Chicago, IL, pp. 888-890, June 1992.
- [15] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, Nonlinear and Adaptive Control Design, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [16] I. Kim, J. Kim, and Y. Kim, "Angular Rate Estimator Using Disturbance Accommodation Technique (for Gyroless Spacecraft)," AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, Monterey, CA, Aug. 5-8, 2002.
- [17] Z.-J. Yang and M. Tateishi, "Adaptive Robust Nonlinear Control of a Magnetic Levitation System," Automatica, Vol. 37, No. 7, pp. 1125-1131, 2001.

### 저 자 소 개



#### 좌 동 경 (左 東 京)

1971년 12월 23일생. 1995년 서울대 제어계측공학과 졸업. 2001년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공박). 2005년 ~ 현재 아주대 전자공학부 조교수

Tel : 031-219-1815

Fax : 031-212-9531

E-mail : dkchwa@ajou.ac.kr