

論文

복소퍼텐셜을 이용한 타원공 또는 균열을 가진
복합재 평판 응력해석권정호^{*+}, 황경정^{**}Stress Analysis of Composite Plate with an Elliptical Hole or a Crack
Using Complex PotentialsJung-Ho Kwon^{*+}, Kyung-Jung Hwang^{**}

ABSTRACT

An approach using complex potentials is presented for analysis of composite plate with an elliptical hole or a rectilinear crack. Composite structure is susceptible to encounter impact damages, which lead to considerable decrease in its residual strength. Such impact damages could be modeled as an equivalent elliptical hole or notch-like crack. Even though finite element method is widely used to analyze stresses or fracture mechanics parameters around such damage, it is tedious to make successive FE-modeling for damage tolerance assessment under fatigue loadings. In this point of view, the solutions based on complex potentials are very simple and easy to use. The computed results are also compared and discussed with those from FEA.

초 록

복소퍼텐셜을 이용하여 타원공 또는 균열을 내재한 복합재 적층판구조 해석법을 고찰하였다. 복합재 적층판은 충격에 취약하며 이러한 충격손상은 타원공이나 균열형태의 노치로 모델화된 바 있다. 이와 같이 컷아웃부를 내재한 복잡한 형태의 복합재 적층판 해석에 유한요소해석법이 널리 사용되고 있으나 피로하중 하에서의 손상허용성 평가와 같이 손상진전에 따라 반복적으로 유한요소모델링을 수정하여 해석을 수행하여야 하는 경우 매우 번거로운 작업이 요구된다. 이러한 관점에서 복소퍼텐셜을 이용한 해석적 기법은 매우 간편하고 사용하기 손쉬운 기법이라고 할 수 있다. 이러한 해석법에 의한 계산결과를 유한요소해석 결과와 비교분석함으로써 계산과정의 유효성과 용이성을 검증하였다.

Key Words : 복소퍼텐셜(Complex Potential), 타원공(Elliptical Hole), 복합재적층판(Composite Laminated Plate), 응력집중(Stress Concentration), 응력강도계수(Stress Intensity Factor), 유한요소해석(Finite Element Analysis)

1. 서 론

항공기주구조에 적용되는 복합재구조는 감항인증 기준이 되는 손상허용성 평가가 필수적으로 요구된다[1,2]. 복합재구조는 재료의 불균질성, 손상유형의 다양성, 손상(또는 균열)진전 메카니즘의 복잡성 등으로 현재까지 신뢰성 있는 해석적

분석이 어려워 손상허용성 평가를 대부분 시험에 의존함에 따라 많은 비용과 시간이 소요되고 있고 따라서 신뢰성 있는 해석기법 개발이 시급히 요구된다. 항공기 주구조는 대부분 스트링거(또는 보강재)로 보강된 세미모노코크 형태의 조립구조로 이루어져 있으며 복합재구조의 경우도 보강재 분당접합 조립구조 형태로 이루어져 있다. 이러한 구조는 기능적 필요에

*+ 울산대학교 항공우주공학과 교신저자(E-mail:jhkwn@ulsan.ac.kr)

** (주)대한항공 항공우주사업본부 설계개발팀

따라 원공 또는 타원공 형태 등의 컷아웃(cutout)을 가질 경우가 많다. 또한 복합재구조는 층격손상에 매우 취약한 것으로 알려져 있으며 이러한 손상은 타원공 또는 균열형태로 모델링되었다[3,4]. 이와 같이 손상주변에서는 급격한 응력변화로 설계상 취약부위로 나타나게 되고 따라서 이 부위의 손상허용성 평가를 위해 파괴역학적 파라미터인 응력강도 등의 계산을 통하여 손상(또는 균열)진전과 잔여강도에 대한 엄밀한 해석이 요구된다[5,6]. 컷아웃 등과 같은 불연속부나 응력집중이 유발되는 복잡한 구조물 해석은 유한요소해석법이 널리 사용되고 있다. 그러나 피로하중의 경우 매 사이클 손상진전과 이에 따른 잔여강도 해석을 위하여 수많은 하중사이클에 대하여 반복적으로 손상부위의 유한요소모델을 수정하여야 하는 번거로움이 따른다. 또한 기존의 유한요소해석 도구를 손상진전 및 잔여강도 계산프로그램에 연계시키기가 용이하지 않아 보다 효율적인 해석적 접근법이 요구된다. 이러한 배경으로 본 연구에서는 공칭응력, $(\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty)$ 과 임의의 점에서 집중하중, P 가 동시에 작용하는 타원공 또는 균열을 내재한 복합재 적층판에 대하여 복소퍼텐셜(complex potentials)을 활용하여 보다 용이한 응력 및 응력강도(stress intensity) 해석을 시도하였다. 또한 수립된 계산도구를 사용하여 타원공과 균열을 내재한 직교이방성 적층평판에 대한 수치적 계산을 수행하고 유한요소해석 결과와 비교분석하였다.

2. 이방성평판 탄성거동 관계식

평면응력 상태에서 체적력을 무시할 경우 평형조건식을 만족하는 응력함수 $F(x,y)$ 를 도입하여 적합조건식에 대입하면 다음의 이방성탄성 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$a_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} - 2a_{26} \frac{\partial^4 F}{\partial x^3 \partial y} + (2a_{12} + a_{66}) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} - 2a_{16} \frac{\partial^4 F}{\partial x \partial y^3} + a_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad (1)$$

여기서, a_{ij} 는 재료의 탄성계수들로 얻어지는 상수값들을 나타낸다. 그리고 $D_k = \frac{\partial}{\partial y} - \mu_k \frac{\partial}{\partial x}$ (단, $k = 1, \dots, 4$, μ_k : 임의의 상수)로 정의되는 관계식을 도입하면 위의 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다[7].

$$D_1 D_2 D_3 D_4 F(x,y) = 0 \quad (2)$$

그리고 μ_k 는 다음의 특성방정식(characteristic equation)의 근들이 된다.

$$a_{11}\mu^4 - 2a_{16}\mu^3 + (2a_{12} + a_{66})\mu^2 - 2a_{26}\mu + a_{22} = 0 \quad (3)$$

Lekhnitskii[8]에 의하면 이방성 탄성체에서 위의 특성방정식 근들은 실수가 될 수 없고 그 계수들이 실수이어야 하므로 두 근은 각각 나머지 두 근의 공액근이 되어야 함이 밝혀졌다. 여기서 복소수 $z_k = x + \mu_k y = x_k + iy_k$; $x_k = x + \alpha_k y$; $y_k = \beta_k y$, (단, α_k, β_k 는 재료특성치로 얻어지는 상수. 그리고 $\beta_k > 0$ 이므로 $\mu_k > 0$)에 대하여 임의의 응력함수 $F_k(z_k)$ (단, $k = 1, 2$)와 다음 미분관계의 복소퍼텐셜함수, Φ_k 를 정의하면,

$$\Phi_k(z_k) = \frac{d\phi_k(z_k)}{dz_k}, \quad \phi_k(z_k) = \frac{dF_k(z_k)}{dz_k} \quad (4)$$

평면응력 상태의 이방성 탄성체의 응력, 변형률, 변위 관계식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) = 2Re \left[\sum_{k=1}^2 (\mu_k^2, 1, -\mu_k) \Phi_k(z_k) \right] \quad (5)$$

$$(\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}) = 2Re \left[\sum_{k=1}^2 (p_k, q_k, r_k) \Phi_k(z_k) \right] \quad (6)$$

$$(u, v) = 2Re \left[\sum_{k=1}^2 (p_k, q_k) \phi_k(z_k) \right] \quad (7)$$

여기서, $p_k = a_{11}\mu_k^2 - a_{16}\mu_k + a_{12}$;

$$q_k = a_{12}\mu_k - a_{26} + a_{22}\mu_k^{-1};$$

$$r_k = q_k + \mu_k p_k$$

그리고 일반적인 경계조건은 외곽 경계선과 서로 교차되지 않는 n 개의 내부 경계선으로 정의되는 영역의 외곽 경계선 상의 점에서 단위면적당 표면력 X_n, Y_n 가 작용된다면 경계조건식은 복소퍼텐셜함수, Φ_k 를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다[8].

$$a(t)\Phi_1(t_1) + b(t)\overline{\Phi_1(t_1)} + \Phi_2(t_2) = F(t) \quad (8)$$

$$\text{단, } a(t) = a_0 \frac{M_1(t)}{M_2(t)}; \quad b(t) = b_0 \frac{\overline{M_1(t)}}{M_2(t)};$$

$$F(t) = \frac{X_n(t) + \overline{\mu_2} Y_n(t)}{(\mu_2 - \overline{\mu_2}) M_2(t)};$$

$$a_0 = \frac{\mu_1 - \overline{\mu_2}}{\mu_2 - \mu_2}; \quad b_0 = \frac{\overline{\mu_1} - \overline{\mu_2}}{\mu_2 - \mu_2}$$

여기서 $M_k(t) = \mu_k \cos \theta - \sin \theta$ 이고 $\theta = \theta(t)$ 는 t 점 ($t \in L$) 에서 양의 방향의 법선과 x 축이 이루는 각을 나타낸다. 그러므로 주어진 이방성 평판에 대하여 위의 경계조건을 만족하는 복소퍼텐셜함수, $\Phi_k(z_k)$ 를 얻게 되면 임의의 위치에서 응력과 변위장을 구할 수 있다.

3. 복소퍼텐셜의 도입

3.1 타원공을 가진 이방성 평판의 복소퍼텐셜

Fig. 1에서 보는 바와 같이 타원공을 가진 이방성 무한 평판에 공칭응력 ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) $_{\infty}$ 가 작용할 때 임의의 점, $z (= x + iy)$ 에서의 복소퍼텐셜은 Savin[9]에 의해 다음과 같이 제시된 바 있다.

$$\Phi_k(z_k) = B_k(z_k) + \tag{9}$$

$$\frac{1}{w'_k(z_k)} \cdot \frac{1}{2\zeta_k(\mu_{3-k} - \mu_k)} [\sigma_x^{\infty} ib - \sigma_y^{\infty} a\mu_{3-k} - (a - ib\mu_{3-k})\tau_{xy}^{\infty}]$$

(단, $k = 1, 2$)

$$\mu_k = \alpha_k + i\beta_k ; \alpha_k = Re(\mu_k) ; \beta_k = Im(\mu_k)$$

$$\text{여기서, } B_1 = \frac{\sigma_x^{\infty} + (\alpha_2^2 + \beta_2^2)\sigma_y^{\infty} + 2\alpha_2\tau_{xy}^{\infty}}{2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + \beta_2^2 - \beta_1^2]}$$

$$B_2 = \frac{(\alpha_1^2 - \beta_1^2 - 2\alpha_1\alpha_2)\sigma_y^{\infty} - 2\sigma_x^{\infty} - 2\alpha_2\tau_{xy}^{\infty}}{2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + \beta_2^2 - \beta_1^2]} + i \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)\sigma_x^{\infty} + [\alpha_2(\alpha_1^2 - \beta_1^2) - \alpha_1(\alpha_2^2 - \beta_2^2)]\sigma_y^{\infty} + (\alpha_1^2 - \beta_1^2 - \alpha_2^2 + \beta_2^2)\tau_{xy}^{\infty}}{2\beta_2[(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + \beta_2^2 - \beta_1^2]}$$

그리고 임의의 점 τ 에 집중하중 $Pexp(iw)$ 가 작용할 경우 하중점에서의 특이성(singularity)을 고려하여 Savin[9]이 제안한 복소퍼텐셜로부터 다음과 같이 가정할 수 있다. 즉,

$$\phi_k(z_k, \tau_k, w) = A_k(w)l_n(z_k - \tau_k) + \phi_{k0}(z_k, \tau_k, w) \tag{10}$$

(단, $k = 1, 2$)

여기서, A_k 는 재료상수로써 직교이방성 평판의 경우 다음 식으로 표현된다[10].

$$A_k = \frac{1}{4\pi h} \cdot \frac{\beta_k^2 - \alpha_{12}/\alpha_{11}}{\beta_k(\beta_k^2 - \beta_{3-k}^2)} \tag{11}$$

(x 축 방향 하중에 대한 상수)

$$A_k = \frac{i}{4\pi h} \cdot \frac{\beta_{3-k}^2 - \alpha_{12}/\alpha_{11}}{\beta_k^2 - \beta_{3-k}^2} \tag{12}$$

(y 축 방향 하중에 대한 상수)

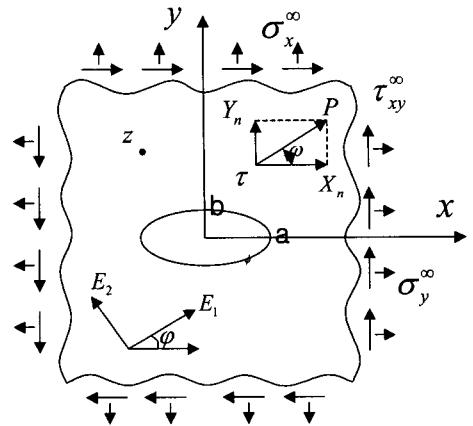


Fig. 1 집중하중과 공칭응력이 작용하는 타원공을 가진 적층판 모델.

단, h 는 평판의 두께. 여기서 $z_k = x + \mu_k y$ 복소평면상의 타원을 단위원 ($|\sigma| = 1, \sigma$: 단위원상의 점)으로 등각사상 (conformal mapping)시키면 복소변수 z_k 는 다음과 같이 쓸 수 있다[11].

$$z_k = \frac{a - i\mu_k b}{2} \phi_k + \frac{a - i\mu_k b}{2} \cdot \frac{1}{\phi_k} = w_k(z_k) \tag{13}$$

(단, $|\phi_k| \geq 1$)

그리고,

$$\phi_k = \phi_k(z_k) = \frac{z_k + \sqrt{z_k^2 - (a^2 - \mu_k^2 b^2)}}{a - i\mu_k b} \tag{14}$$

여기서, a, b 는 타원의 장, 단축 길이를 나타낸다. 그리고 사상함수 사이의 관계를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_k^*(\zeta_k, \eta_k, w) = \phi_k(z_k, \tau_k, w), \quad \eta_k = \phi_k(\tau_k) \tag{15}$$

그리고 단위원 경계에서의 표면력이 없는 경우로 간주하여(즉, $f_k^*(\sigma) = 0$) 식 (8)의 경계조건을 도입하면 다음의 복소퍼텐셜을 얻을 수 있다[12].

$$\begin{aligned} \phi_k^*(\zeta_k, \eta_k, w) &= \\ A_k(w) \ln(\zeta_k - \eta_k) - l_k \overline{A_1(w)} \ln \frac{\zeta_k \overline{\eta_1}}{\zeta_k \eta_1 - 1} - \eta_k A_2(w) \ln \frac{\zeta_k \overline{\eta_2}}{\zeta_k \eta_2 - 1} \\ \Phi_k^*(\zeta_k, \eta_k, w) &= \frac{d\phi_k^*(\zeta_k, \eta_k, w)}{d\zeta_k} \\ &= \frac{A_k(w)}{\zeta_k - \eta_k} + \frac{l_k \overline{A_1(w)}}{\zeta_k(\zeta_k \eta_1 - 1)} + \frac{\eta_k \overline{A_2(w)}}{\zeta_k(\zeta_k \eta_2 - 1)} \end{aligned}$$

$$\Phi_k(z_k, \tau_k, w) = \frac{d\phi_k}{dz_k} = \frac{\Phi_k^*(\zeta_k, \eta_k, w)}{w'_k(\zeta_k)} \quad (16)$$

3.2 균열을 가진 직교이방성 평판의 복소퍼텐셜

실제 구조물 설계에서 복합재 적층판은 대칭적층 형태를 가지는 직교이방성 특성의 경우가 많다. 이 경우 식 (3)의 특성방정식 근은 두근이 서로 같고 각각의 공칭근도 서로 같게 된다. 이러한 특성을 고려하여, 장단축이 각각 a, b 인 타원공을 가진 직교이방성평판에 집중하중 P 와 공칭응력 $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})_\infty$ 가 동시에 작용될 때 복소퍼텐셜은 앞의 식 (9)~(16)들로부터 다음과 같이 간략화될 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi_k(z_k, \tau_k) &= \frac{1}{w'_k(z_k)} \left[\frac{A_k}{\zeta_k - \eta_k} + \frac{l_k \bar{A}_1}{\zeta_k^2 (\bar{\eta}_1 - \frac{1}{\zeta_k})} + \frac{\eta_k \bar{A}_2}{\zeta_k^2 (\bar{\eta}_2 - \frac{1}{\zeta_k})} \right] + \\ &B_k(z_k) + \frac{1}{w'_k(z_k)} \cdot \frac{1}{2\zeta_k(\mu_3 - k - \mu_k)} [\sigma_y^\infty a \mu_3 - k - (a - ib\mu_3 - k)\tau_{xy}^\infty] \end{aligned} \quad (17)$$

단, z : 응력 및 변위 계산점, τ : 집중하중 작용점

그리고, $z_k = w_k(\zeta_k)$, $\zeta_k = \zeta_k(z_k)$ 와 $\eta_k = \zeta_k(\tau_k)$ 는 식 (13), (14), (15)와 같다. 따라서,

$$w'_k(z_k) = \frac{a - i\mu_k b}{2} - \frac{A + i\mu_k b}{2} \cdot \frac{1}{\zeta_k^2} \quad (18)$$

그리고 재료상수 A_k 는 식 (11), (12)로부터 얻을 수 있다. 여기서, 타원공 대신 Fig. 2와 같이 균열 $2a$ 를 가진 평판의 경우는 단축길이 b 를 zero($b=0$)로 취함으로써 식 (17)로부터 다음과 같은 복소퍼텐셜을 얻을 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \Phi_k(z_k, \tau_k) &= \frac{1}{w'_k(z_k)} \left[\frac{A_k}{\zeta_k - \eta_k} + \frac{l_k \bar{A}_1}{\zeta_k^2 (\bar{\eta}_1 - \frac{1}{\zeta_k})} + \frac{n_k \bar{A}_2}{\zeta_k^2 (\bar{\eta}_2 - \frac{1}{\zeta_k})} \right] \\ &+ B_k(z_k) + \frac{1}{w'_k(z_k)} \cdot \frac{1}{2\zeta_k(\mu_3 - k - \mu_k)} \cdot a [-\tau_{xy}^\infty - \mu_3 - k \sigma_y^\infty] \end{aligned} \quad (19)$$

3.3 응력강도 해석

탄성거동에서 균열을 가진 평판의 mode I, II의 응력강도계수는 참고문헌[13]으로부터 다음과 같이 정의된다. 즉,

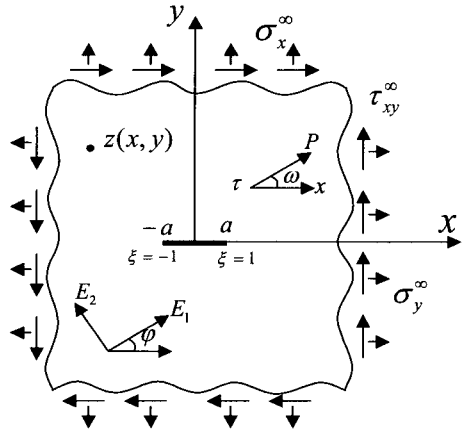


Fig. 2 균열을 가진 적층판 평판 모델.

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_y \sqrt{2\pi r}; \quad K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \tau_{xy} \sqrt{2\pi r} \quad (20)$$

여기서, $r = |z - a|$; 즉, 균열중심을 원점으로 균열상에 x 축을 둘 때, x 축 상의 점 z 가 균열 양단 $\pm a$ 로 근접할 때의 응력 $\sigma_y(z, 0)$, $\tau_{xy}(z, 0)$ 로 응력강도계수를 다음 식으로부터 얻을 수 있다.

$$K_I = \lim_{z \rightarrow \pm a} \sigma_y(z, 0) \sqrt{2\pi r}; \quad K_{II} = \lim_{z \rightarrow \pm a} \tau_{xy}(z, 0) \sqrt{2\pi r} \quad (21)$$

여기서, 앞의 식 (13), (14), (15)에서 $b=0$ 으로 두면, (즉, 타원공을 균열로 전환) 각각

$$\begin{aligned} \zeta_k &= \frac{z_k}{a} + \sqrt{\left(\frac{z_k}{a}\right)^2 - 1}; \quad \eta_k = \frac{\tau_k}{a} + \sqrt{\left(\frac{\tau_k}{a}\right)^2 - 1}; \\ w'_k(z_k) &= \frac{a}{2} \left(1 - \frac{1}{\zeta_k^2}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

가 된다. 그리고 식 (22)를 (19)에 대입함으로써 균열 $2a$ 를 가진 평판에 공칭응력 $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})_\infty$ 와 집중하중 P 가 작용되는 평판에 대한 z 점에서의 응력퍼텐셜을 얻을 수 있고 $\sigma_y(z, 0)$, $\tau_{xy}(z, 0)$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_y = 2Re \left[\sum_{k=1}^2 \Phi_k(z_k) \right]; \quad \tau_{xy} = -2Re \left[\sum_{k=1}^2 \mu_k \Phi_k(z_k) \right] \quad (23)$$

그리고 식 (23)을 식 (21)에 대입하여 $\lim_{z \rightarrow \pm a}$ 를 취함으로써 mode I, II의 응력강도 계수값을 구하게 된다.

4. 수치계산 및 결과검토

앞에서 제시한 복소퍼텐셜들을 활용하여 타원공 또는 균열을 가진 직교이방성 적층평판의 응력 및 응력강도에 대한 수치계산을 수행하고 계산결과를 검토하였다. 앞의 Fig. 1에서와 같이 장축 a 를 x 축 상에 둔 타원공을 가진 직교이방성 적층평판의 타원공 장축 뿌리부에서 타원공의 장단축비 b/a 와 x 축과 적층판의 주축 사이 각 ϕ 의 변화에 따른 y 방향 수직응력, σ_y 의 계산을 수행하였다. 계산을 위한 입력자료로서 적층판의 주축에 대한 특성치 및 하중조건은 각각 Table 1, 2에서 제시되어 있다. 여기서 특성치는 적층판을 구성하는 한 예로써 탄소직조강화섬유에폭시 각 층의 탄성계수 및 적층방향각들로부터 얻어지는 적층판의 직교 주축에 대한 등가 탄성계수치들을 나타낸다. 작용하중에서 집중하중 $P(1,1,5\pi/4)=500\text{N/mm}$ 는 균열 양단점 $\pm a$ 를 등파라미터(isoparameter), $\xi=\pm 1$ 로 등각사상한 하중작용점 좌표가 (1,1)이고 x 축에 대하여 작용방향각이 $5\pi/4$ 인 방향으로 500N/mm 이 작용하는 것을 나타낸다. 계산결과를 Fig. 3에서 보여주고 있다. 여기서 보는 바와 같이 σ_y 는 b/a 가 감소함에 따라 급격히 증가하고 $\phi=90^\circ$ 인 경우 $b/a = 0.6$ 근방에서부터 응력집중이 두드러지게 나타남을 알 수 있다. 그리고 $b/a = 0.17 \sim 0.18$ 부근에서 ϕ 에 따라 σ_y 값이 최대 4배까지 차이가 남을 알 수 있다.

그리고 동일한 적층평판과 하중조건에서 Fig. 2에서와 같이 타원공 대신 균열이 내재된 경우에 대하여 적층판의 주축방향 각 ϕ 의 변화에 따른 균열양단에서의 mode I 응력강도계수, K_I 를 계산하였다. 계산결과를 다음 Fig. 4에서 보는 바와 같이 집중하중 $P(1,1,5\pi/4)=500\text{N/mm}$ 가 작용하는 경우에 대하여, $P=0$ 인 경우의 mode I 응력강도계수, $\sigma_y^\infty \sqrt{\pi a}$ 로 표준화한 값으로 변화거동을 제시하고 있다. 여기서 $K_I(\pm 1)$ 은 각각 균열 좌우양단에서의 mode I 응력강도계수값을 나타낸다. 여기서 보는 바와 같이 $\phi=30^\circ$ 에서 우측 균열선단의 응력강도계수는 최대, 좌측은 최소가 됨을 알 수 있고, $\phi=90^\circ$ 에서는 좌측 균열선단에서는 집중하중의 영향이 사라지고 $P=0$ 에서 응력강도와 동일한 최대의 응력강도계수값을 나타내는 반면 우측 균열선단에서는 1/2값으로 최소값을 나타내고 있다. 응력강도계수 계산결과를 비교검토하기 위하여 동일한 직교이방성 적층평판에 대하여 MSC/NASTRAN을 사용하여 유한요소해석을 수행하였다. 비교 편의성을 위하여 단위두께의 2차원 면요소인 CQUAD4 요소를 사용하였으며 다음 Fig. 5에서 유한요소 모델을 보여주고 있다. 균열선단 주변의 응력집중을 충분히 모사하기 위하여 이 부위는 그림과 같이 조밀하게 meshing을 하였으며 총요소수는 3,558개, 총절점수는 5,125개로 구성하였다.

Table 1 적층판 주축방향 특성치

Material Data (Carbon Fabric Epoxy Laminate)	
E_1	276.10 GPa
E_2	11.04 GPa
G_{12}	5.52 GPa
ν	0.25

Table 2 작용하중 조건

Applied Load Data	
σ_x^∞	150 MPa
σ_y^∞	300 MPa
τ_{xy}^∞	100 MPa
$P(x, y, \omega) = P(1, 1, 5\pi/4)$	500 N/mm

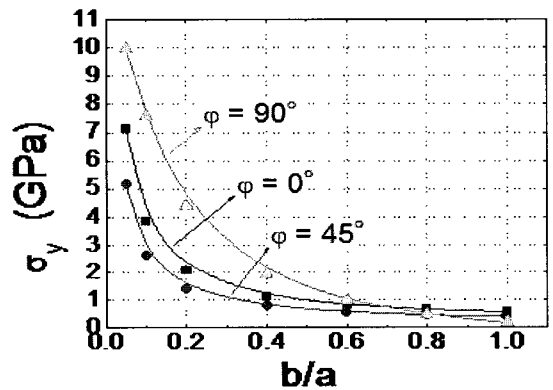


Fig. 3 타원공 장축단에서의 σ_y 계산결과.

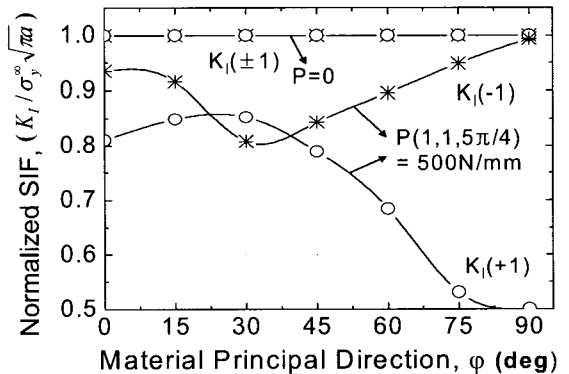


Fig. 4 mode I 응력강도계수 해석결과.

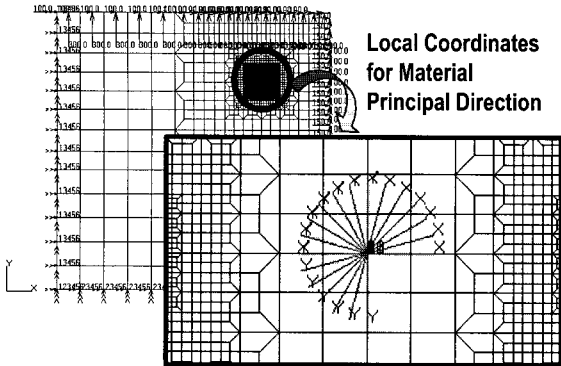


Fig. 5 균열을 가진 직교이방성 적층평판의 유한요소 모델.

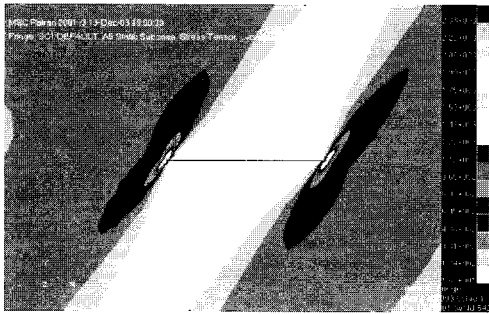


Fig. 6 Von-Mises 응력분포 (P=0인 경우).

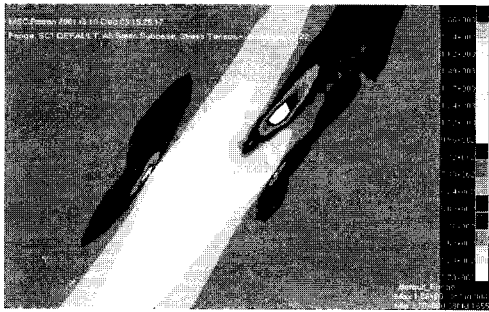


Fig. 7 Von-Mises 응력분포 (P=500N/mm인 경우).

그리고 균열선단에서는 mode I 응력강도계수를 계산하기 위하여 MSC/NASTRAN에서 제공하는 CRACK2D 요소를 도입하였다. 또한 그림에서 보는 바와 같이 국부좌표계를 설정하여 적층판의 주축방향각 ϕ 의 변화에 따른 해석을 수행하고 응력강도계수값의 변화거동을 고찰하였다. 경계조건은 적층판 상단과 우측단에서 각각 수평, 수직방향 변위를 제외한 자유도를 구속하였다. 작용하중은 공칭응력 요소들을 하단과 좌측단 상에 접점하중으로 분포시켜 작용시켰고 집중하중은 해당 위치에서 접점하중으로 작용되도록 하였다. 그리고 경계구속이 균열선단의 응력분포에 미치는 영향을 최소화시키기 위하여 균열 위치를

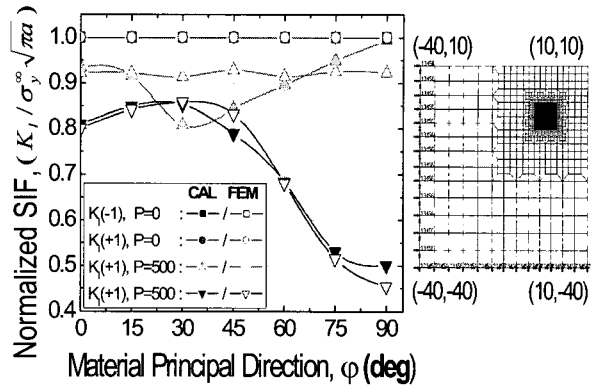


Fig. 8 경계조건 변화에 따른 Normalized SIF 계산결과(Case I).

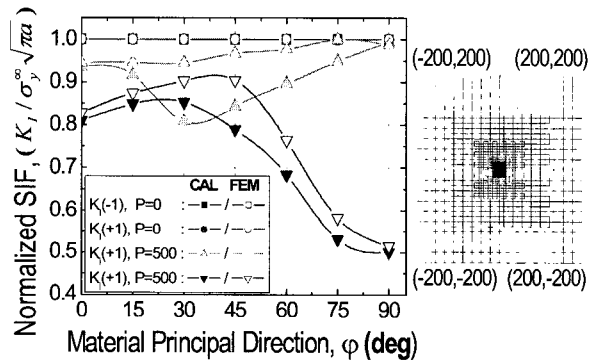


Fig. 9 경계조건 변화에 따른 Normalized SIF 계산결과(Case II).

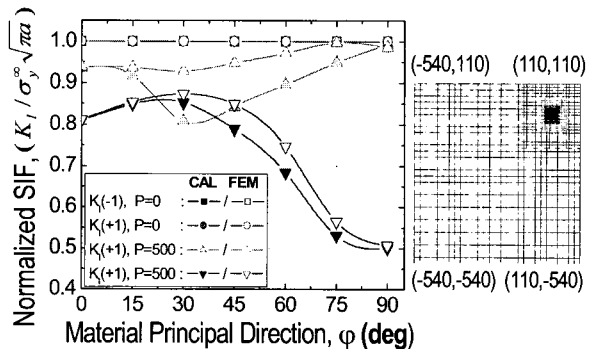


Fig. 10 경계조건 변화에 따른 Normalized SIF 계산결과(Case III).

구속경계로부터 균열길이의 10배 이상 떨어지도록 모델링하였다. 여기서 무한평판 해석에서 경계조건 영향을 살펴보기 위하여 유한요소 모델링을 각각 달리하여 해석을 수행하고 응력강도 해석결과를 비교하였다. Fig. 8의 case I에 비해 Fig. 9, 10의 case II, case III는 균열부위를 각각 구속경계와 하중작용

경계로부터 충분히 멀리 떨어지게 모델링하였다. 다음 Fig. 6, 7은 유한요소 해석결과로서 각각 집중하중 $P=0$, $P=500\text{N/mm}$ 이 작용할 때의 균열주변에서의 Von-Mises 응력분포 해석결과를 보여주고 있다. 그리고 Fig. 8~10에서 요소모델 및 경계조건 변화에 따라 균열양단에서의 응력강도계수값의 변화 거동을 복소퍼텐셜 해석결과와 비교하여 보여주고 있다. 집중하중 $P=0$ 의 경우 유한요소해석 결과와 복소퍼텐셜 해석 결과는 거의 일치함을 알 수 있다. 그러나 $P=500\text{N/mm}$ 가 작용하는 경우 균열 우측 끝단에서의 응력강도는 복소퍼텐셜 해석결과와 비교적 잘 일치하나 case II의 경우는 다소 오차가 큼을 알 수 있다. 그러나 균열 좌측 끝단에서의 응력강도 변화 거동은 세 경우 모두 상당히 큰 차이를 나타냄을 알 수 있다. 특히 case I의 경우 $\phi=60^\circ$ 부근에서부터 복소퍼텐셜 해석결과와 반전되는 양상을 보이며 응력강도계수값이 작아지는 결과를 보이고 있다. 그리고 전체적으로 case II 보다 case III의 결과가 복소퍼텐셜 해석결과와 보다 근접됨을 알 수 있다.

5. 토의 및 결론

복소퍼텐셜을 활용하여 공칭응력과 집중하중이 동시에 작용되는 타원공 또는 균열을 가진 복합재 적층평판에 대한 아웃 주변의 응력 및 응력강도 해법을 고찰하고 전산프로그래밍을 수행하였다. 얻어진 계산도구를 타원공 또는 균열을 가진 직교이방성 적층평판에 적용하여 응력 및 응력강도계수 수치계산을 수행하고 유한요소 해석결과와 비교분석 결과 다음의 결론을 요약할 수 있다.

- 타원공의 장단축비 b/a 와 적층판 주축방향각 ϕ 가 변함에 따라 타원공 장축 끝단에서 단축방향의 수직응력 σ_y 변화를 관찰한 결과 b/a 가 감소함에 따라 급격히 증가하고 $\phi=90^\circ$ 인 경우 $b/a=0.6$ 근방에서부터 응력집중이 두드러지게 나타남을 알 수 있다. 그리고 $b/a=0.17\sim 0.18$ 부근에서 ϕ 에 따라 최대 4배까지 차이가 남을 알 수 있다.

- 균열을 가진 직교이방성 적층평판에 대한 모드 I 응력강도 해석 결과 45° 방향으로 비대칭 집중하중이 작용하는 경우 $\phi=30^\circ$ 부근에서 우측 균열끝단에서 응력강도가 최대가 되고 좌측 균열끝단에서는 최소가 됨을 알 수 있다. 그리고 비교분석을 위한 유한요소해석 결과 우측 균열끝단에서의 응력강도는 복소퍼텐셜 결과와 비교적 일치되는 결과를 보이나 좌측 끝단에서는 상당한 차이를 나타내었다. 즉, 유한요소해석에서는 적층판의 주축방향에 따른 응력강도 변화가 덜 민감하게 나타나므로 복소퍼텐셜 결과와 최대 10% 정도의 오차를 나타내었다.

- 또한 무한평판에 대한 유한요소모델링에서 경계조건에 따라 균열 주변 응력강도에 상당한 차이를 나타내므로 정확

해를 얻기 위해서 적절한 경계조건 설정이 중요함을 알 수 있다. 따라서 복소퍼텐셜 해석법은 입력자료 처리가 매우 용이하고 경계조건 설정과 관계없이 정확한 해를 얻을 수 있다.

- 특히 피로하중의 경우 유한요소해석법은 매 사이클 균열 또는 손상진전에 따라 응력강도해석에 반복적으로 균열끝단의 요소모델링을 수정해야 하는 번거로움이 따르고, 손상진전 및 잔여강도해석 등의 피로수명 계산프로그램에 연계시키기가 용이하지 않으나 복소퍼텐셜 해석법은 기존의 피로해석 계산도와 쉽게 연계시킬 수 있다.

후 기

본 연구는 울산대학교 교비연구비(과제번호:2002-0169)와 산자부 지원 2006년도 항공우주부품기술개발사업 연구비의 일부로 수행되었음.

참고문헌

- 1) Aircraft Structural Integrity Program, Airplane Requirement., MIL-STD-1530A, Dec. 1975, pp. 4-8
- 2) Aircraft Damage Tolerance Requirement., MIL-A-83444 (USAF), July 1974, pp. 2-12
- 3) Kinsey A., "Post-impact Compressive Behaviour of Low Temperature Curing Woven CFRP Laminates," Composite, Vol. 26, No. 9, 1995, pp. 661-667.
- 4) Kassapoglou C., "Compression Strength of Composite Sandwich Structures after Barely Visible Impact Damage," J. Compos. Tech. and Res., JCTRER, Vol. 18, No. 4, 1996, pp. 274-284.
- 5) Poe, C. C., Jr., "Stress Intensity Factor for a Cracked Sheet with Riveted and Uniformly Spaced Stringers," NASA TR R-358. 1971.
- 6) Barrois, W., "Stress and Displacement Due to Load Transfer by Fasteners in Structural Assemblies," Eng. Fract. Mech. Vol. 10, 1978, pp. 115-176
- 7) Kosmodamiansky, A.S., Stress Strain State of Anisotropic Mediums with Holes or Cavity's, Vischa schkola, Kiev, 1976, pp. 4-6.
- 8) Lekhnitskii, S.G., Anisotropic Plates, Gordon and Breach Press, 1968, pp. 28-31
- 9) Savin, G.N., Stress Concentrations Around Holes, Pergamon Press, N.Y., 1961, pp. 152-174
- 10) Lekhnitskii S.G., Anisotropic Plates, Gordon and Breach, 1968, pp. 130-131

- 11) Muskhelishvili, N.I., Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity, Noordhoff Ltd, Groningen, 1963, pp. 171-190, pp. 389-392
- 12) Lekhnitskii S.G., Anisotropic Plates, Gordon and Breach, 1968, pp. 157-171
- 13) Broek, D., Elementary Engineering Fracture Mechanics, 4th Ed., Martinus Nijhoff pub., 1986, pp. 73-81