

< 논문 >

유한요소 교호법을 이용한 삼차원 내부 균열의 탄소성해석

박 재 학[†] · 박 상 윤^{*}
(2007년 6월 14일 접수, 2007년 9월 4일 심사완료)

Elastic-plastic Analysis of a 3-Dimensional Inner Crack Using Finite Element Alternating Method

Jai Hak Park and Sang Yun Park

Key Words: Finite Element Alternating Method(유한요소 교호법), 3-Dimensional Crack(삼차원 균열), Elastic-plastic Analysis(탄소성해석), Symmetric Galerkin Boundary Element Method(대칭 Galerkin 경계요소법)

Abstract

Finite element alternating method has been suggested and used effectively to obtain the fracture parameters in assessing the integrity of cracked structures. The method obtains the solution from alternating independently between the FEM solution for an uncracked body and the crack solution in an infinite body. In the paper, the finite element alternating method is extended in order to obtain the elastic-plastic stress fields of a three dimensional inner crack. The three dimensional crack solutions for an infinite body were obtained using symmetric Galerkin boundary element method. As an example of a three dimensional inner crack, a penny-shaped crack in a finite body was analyzed and the obtained elastic-plastic stress fields were compared with the solution obtained from the finite element analysis with fine mesh. It is noted that in the region ahead of the crack front the stress values from FEAM are close to the values from FEM. But large discrepancy between two values is observed near the crack surfaces.

1. 서 론

설비 내에 발생하는 결함 중 가장 대표적인 것이 균열이며, 이 균열의 발생과 성장은 설비의 안전성에 큰 영향을 미치게 된다. 따라서 구조물의 안전성을 확보하기 위해서는 이들 균열의 파괴변수(fracture parameter)를 정확히 계산하여 균열의 거동을 예측하는 것이 중요하다.

설비 내에 존재하는 균열의 해석 방법으로 많이 사용되는 방법이 유한요소법(finite element method)이다. 균열 선단 근처에 적절한 균열요소를 배치함으로써 비교적 정확한 응력강도계수

(stress intensity factor)를 구할 수 있다. 그러나 이 방법을 이용할 경우 균열선단 근처에 작은 요소와 특별한 균열요소를 배치하여 모델링을 하여야 하므로 모델링에 많은 시간과 인력이 소요된다. 특히 균열의 크기와 위치, 방향 등을 바꾸어 가며 해석을 해야 할 필요가 있는 경우는 더욱 그러하다.

이러한 단점을 극복할 수 있는 한 가지 좋은 방법이 유한요소 교호법(finite element alternating method, FEAM)이다. 이 방법은 균열이 없는 유한요소 해석과 무한 물체에 대한 균열해를 번갈아 해석함으로써 원하는 해를 얻는 방법으로 유한요소 모델에 균열을 포함시킬 필요가 없으므로 간단히 모델링을 행할 수 있다. 또한 일반적으로 유한요소 모델은 설비의 설계단계에서 이미 구비되어 있는 경우가 많다. 균열이 고려되지 않은 유한요소 모델의 균열이 존재하는 위치에 독립적인 균열요소를 끼워 넣음으로써 응력강도계수를

[†] 책임저자, 회원, 충북대학교 안전공학과
E-mail : jhpark@chungbuk.ac.kr
TEL : (043)261-2460 FAX : (043)264-2460
^{*} 한국원자력연구소

구하게 된다.

유한요소 교호법을 이용하여 다양한 형상을 갖는 삼차원 균열을 해석하려는 많은 시도가 있었다.⁽¹⁻⁴⁾ 특히 Nishioka와 Atluri⁽¹⁾ 등은 타원형의 표면균열 또는 모서리 균열 등을 해석하는 방법을 제안하였고, Park 등⁽⁴⁾은 Forth와 Keat⁽⁵⁾의 해를 유한요소 교호법에 적용하여 일반적인 삼차원 균열을 해석할 수 있는 방법을 제시하였다. 여기서 Nishioka 등의 방법은 타원형 형상의 균열에만 적용할 수 있고 Park 등의 프로그램은 모드 I 하중에만 적용할 수 있었다.

2001년 Nikishkov, Park 및 Atluri⁽⁶⁾는 Li와 Mear⁽⁷⁾가 제시한 변위의 불연속에 대한 감소된 특이성을 갖는 대칭형의 적분방정식의 균열해를 유한요소 교호법에 적용하여 임의의 삼차원 균열을 해석할 수 있는 방법을 제시하였고 임의의 형상의 평면 및 비평면 삼차원 균열문제에 적용할 수 있음을 보였다. 이 방법으로는 모드 I 뿐만 아니라 모드 II 및 III 응력강도계수도 구할 수 있다.

Nikishkov와 Atluri⁽⁸⁾는 초기응력법(initial stress method)⁽⁹⁾을 적용하여 2차원 균열에 대하여 유한요소 교호법을 탄소성 문제의 해석으로 확장할 수 있음을 보였다. 본 논문에서는 Nikishkov와 Atluri⁽⁸⁾가 제시한 알고리즘을 3차원 균열에 적용할 수 있도록 수정하여 Nikishkov, Park 및 Atluri가⁽⁶⁾ 개발한 3차원 유한요소 교호법을 탄소성 문제를 해석할 수 있도록 확장하려고 한다. 확장된 방법은 내부 원형균열 문제에 적용하여 탄소성 응력장을 구하였다. 또한 해의 정확성을 검토하기 위하여 작은 크기의 요소격자를 가지는 유한요소법을 행하여 유한요소 교호법으로 구해진 해와 비교하였다.

2. 삼차원 균열의 해석

유한요소 교호법에 대한 일반적인 사항은 참고 문헌들^(6,10)에 상술되어 있다. 삼차원 균열에 대한 유한요소 교호법의 적용을 위해서는 무한 물체 내에 임의의 형상의 삼차원 균열이 존재하고 균열면 상에 임의의 분포의 표면력(traction)이 작용하는 경우에 대한 해가 필요하다. 본 연구에서는 이러한 목적으로 대칭 Galerkin 경계요소법을 사용하였다.

2.1 대칭 Galerkin 경계요소법

무한 물체 내에 임의의 형태의 평면 또는 비평면 삼차원 균열이 Fig. 1에서와 같이 존재하고, 균열면 상에는 임의의 표면력이 작용한다고 하자. 이때 균열은 두 개의 균열면 S_+ 와 S_- 에서의 변위의 불연속의 연속된 분포로 나타낼 수 있다. Li 등⁽⁷⁾은 균열에 대하여 다음 식과 같은 낮은 특이성(weak singularity)을 갖는 경계적분방정식(boundary integral equation)이 만족됨을 보였다.

$$-\int_{S_+} \int_{S_-} D_\alpha u_i^*(z) C_{\alpha\beta j}(\xi-z) D_\beta u_j(\xi) dS(\xi) dS(z) \quad (1)$$

$$= \int_{S_+} u_k^*(z) t_k dS(z)$$

여기서 u_i 는 균열면에서의 변위 불연속의 성분, u_i^* 는 시험함수(test function)의 성분, t_k 는 균열면 S_+ 에 작용되는 표면력 성분, ξ 및 z 는 좌표이다. 또한,

$$C_{\alpha\beta j}(\zeta) = \frac{\mu}{4\pi(1-\nu)r} \left[(1-\nu)\delta_{i\alpha}\delta_{j\beta} \quad (2)\right.$$

$$\left. + 2\nu\delta_{i\beta}\delta_{j\alpha} - \delta_{ij}\delta_{\alpha\beta} - \frac{\zeta_i\zeta_j}{r^2}\delta_{\alpha\beta} \right]$$

이다. 여기서 $\zeta = \xi - z$, $r^2(\zeta) = \zeta_i\zeta_i$, μ 는 전단탄성계수, ν 는 푸아송비(Poisson's ratio)이고, D_α 는 접선 연산자(tangential operator)로 다음과 같이 정의된다.

$$D_\alpha = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial}{\partial \eta_1} \frac{\partial x_\alpha}{\partial \eta_2} - \frac{\partial}{\partial \eta_2} \frac{\partial x_\alpha}{\partial \eta_1} \right) \quad (3)$$

여기서 η_1, η_2 는 균열면 상에서의 좌표이고, $J = |s \times t|$, s 는 η_1 방향의 접선벡터, t 는 η_2 방향의 접선벡터이다. 또한 응력은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{kl}(x) = - \int_{S_+} E_{klpq} e_{iqm} S_{ij}^P(\xi-x) D_m u_j(\xi) dS(\xi) \quad (4)$$

여기서 E_{klpq} 는 탄성 텐서(elasticity tensor)이고, e_{iqm} 은 permutation 부호이다. 그리고 S_{ij}^P 는 응력 기본해로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{ij}^p(\zeta) = \frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left[\frac{(1-2\nu)}{r} (\zeta_p \delta_{ij} - \zeta_i \delta_{pj} - \zeta_j \delta_{pi}) - \frac{3\zeta_p \zeta_i \zeta_j}{r^3} \right] \quad (5)$$

균열면을 몇 개의 경계요소로 나누면 각각의 요소 내에서의 변위 및 표면력은 다음과 같이 형상함수로 나타낼 수 있다.

$$u_i = N_a u_{ia}, f_i = N_a f_{ia}. \quad (6)$$

여기서 아래첨자 i 와 a 는 각각 전체좌표계와 요소 내 절점번호를 나타내고, u_{ia} 와 f_{ia} 는 각각 이들 절점에서의 변위와 표면력 값이다. 시험함수로 형상함수를 사용하고 식 (6)을 이용하면 식 (1)은 다음과 같이 이중적분의 형태로 된다.

$$-\int_S \int_S C_{\alpha\beta\gamma} D_\alpha N_a(z) D_\beta N_b(\xi) dS(\xi) dS(z) u_{jb} \quad (7)$$

$$= \int_S N_a N_q(z) dS(z) t_{iq}$$

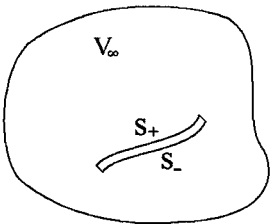


Fig. 1 Crack as displacement discontinuity

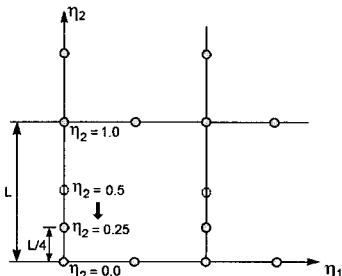


Fig. 2 Singular quarter-point boundary element

이때 균열선단에서의 응력의 특이성을 나타내기 위하여 Fig. 2에서와 같이 균열 선단을 포함하고 있는 균열요소에서 중간 절점을 1/4 지점으로 이동시켰다. Fig. 2에서 η_1 으로 표시된 축이 균열 선단에 해당한다. 이렇게 1/4 지점으로 옮기는 경우 탄성문제에서는 응력장이 $1/\sqrt{r}$ 의 특이성을 가지므로 적합하다.

2.2 이중적분의 계산

식 (7)을 사용하여 각 균열 절점에서의 변위의 불연속을 구한 후, 이들 값으로부터 각 모드에서의 응력강도계수를 구하거나 응력을 계산할 수 있다. 그런데, 식 (7)의 풀이를 위해서는 이중적분을 계산하여야 한다. 즉 적분영역 S에 대하여 적분한 후 다시 S에 대하여 적분을 행하여야 한다. 적분 영역을 몇 개의 영역으로 나누고 편의상 이를 균열요소라 하자. 임의의 두 균열요소를 S_m 과 S_n 이라 할 경우, S_m 에 대하여 적분한 후 다시 S_n 에 대하여 적분할 필요가 있다. 이때 S_m 과 S_n 이 서로 떨어져 있는 두 요소이면 일반적인 Gauss 타입의 적분공식을 사용함으로써 수치적분을 행할 수가 있다. 그러나 Fig. 3에 도시된 세 가지 경우에는 피적분 함수에 특이성이 나타나므로 적분에 어려움이 있다.

식 (1)로 표시된 적분방정식은 낮은 특이성을 가지고 있으므로 식 (1)의 피적분함수는 적분가능한 특이성을 가진다. 그러나 이 특이성을 없애지 않고 수치적분을 하는 경우 어려움이 따른다. 낮은 특이성을 가진 경우의 이중 적분에 대해서는 몇 연구자들에 의하여 활발히 연구되었다. 이들은 적분영역의 분할과 적절한 좌표변환을 통하여 특이성 문제를 해결하고 있다.⁽¹¹⁻¹³⁾ 참고문헌 6에 적분공식이 정리되어 있다.

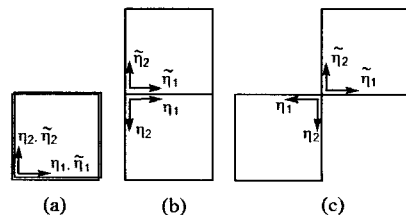


Fig. 3 Singular cases for boundary elements

2.3 탄소성해석 알고리즘

초기응력법(initial stress method)⁽⁹⁾은 각 반복해석에서 탄성해를 구함으로써 탄소성해석을 가능하게 하는 방법이다. 유한요소 교호법은 탄성해석에 기초를 두고 있는 방법이지만 초기응력법을 이용함으로써 탄소성문제의 해를 구할 수 있게 된다. Nikishkov와 Atluri⁽⁸⁾에 의하여 2차원 균열에 대한 탄소성해석 알고리즘이 제안되었고, 본 연구에서는 그들의 알고리즘을 3차원 균열에 대하여 수정하여 사용하였다. 유한요소 교호법에서의 탄소성해석 알고리즘을 식으로 표현하면 다음과 같다.

Initial conditions;

$$\{q_0^{(0)}\} = \{0\} \quad (8)$$

$$\{\psi^{(0)}\} = \{P\} \quad (9)$$

$$\{t_c^{(0)}\} = \{0\} \quad (10)$$

Iteration procedure;

$$\{\Delta q_0^{(i)}\} = [K_0]^{-1} \{\psi^{(i-1)}\} \quad (11)$$

$$\{\Delta \sigma_0^{(i)}\} = [D][B]\{\Delta q_0^{(i)}\} \quad (12)$$

$$\{\Delta t_c^{(i)}\} = -[n_c]\{\Delta \sigma_0^{(i)}\} \quad (13)$$

Analytical solution;

$$\{\Delta \sigma_c^{(i)}\} = \{\Delta \sigma_c(\{\Delta t_c^{(i)}\})\} \quad (14)$$

$$\{\Delta \sigma_e^{(i)}\} = \{\Delta \sigma_0^{(i)}\} + \{\Delta \sigma_c^{(i)}\} \quad (15)$$

$$\{\Delta \sigma_{ep}^{(i)}\} = [D^{ep}][D]^{-1}\{\Delta \sigma_e^{(i)}\} \quad (16)$$

$$\{\psi^{(i)}\} = \int_V [B]^T \{\Delta \sigma_e^{(i)} - \Delta \sigma_{ep}^{(i)}\} dV \quad (17)$$

$$\{\sigma^{(i)}\} = \{\sigma^{(i-1)}\} + \{\Delta \sigma_{ep}^{(i)}\} \quad (18)$$

Convergence criterion;

$$\|\Delta q_0^{(i)}\| < \epsilon \|q\| \quad (19)$$

여기서 $\{q\}$ 는 변위 벡터, $\{\psi\}$ 는 하중 벡터, $\{t_c\}$ 는 균열면 표면력(traction) 벡터를 뜻한다. 하점자 o 는 균열이 없을 때의 값이고 하점자 c 는 균열이 있을 때의 값이다. 또한 e 는 탄성해, ep 는 탄소성해 임을 뜻한다. 그리고 상첨자 (i) 는 반복계산 단계를 뜻한다. 각 식이 뜻하는 바를 설명하면 다음과 같다.

식 (8), (9) 및 (10)은 반복계산의 초기조건으로 변위 벡터를 0으로, 하중 벡터는 작용하중으로,

균열면 표면력 벡터를 0으로 둘을 의미한다.

식 (11)은 균열이 존재하지 않은 유한요소 모델에 $(i-1)$ 번째 반복계산 과정에서 얻어진 잔류하중을 가하여 절점에서의 i 번째 반복계산 과정의 변위증분벡터를 구하는 과정을 의미한다. 식 (12)는 변위증분벡터에서 탄성응력증분을 구하는 과정이다. 식 (13)은 얻어진 탄성응력장에서 균열이 존재하는 곳에서의 균열면에 작용되는 표면력 $\Delta t_c^{(i)}$ 를 구하는 과정이다. 균열면에서 표면력이 0이 되어야 한다는 조건을 만족시키기 위해서는 식 (13)에서 구해진 균열면 상의 표면력이 제거되어야 한다. 식 (14)는 이 표면력을 제거하기 위하여 무한 물체 내에 존재하는 균열에 $(-\Delta t_c^{(i)})$ 가 작용되는 문제를 풀어 이에 의한 응력을 구하는 과정을 나타낸 식이다. 이 응력과 식 (12)에서 구해진 응력을 더하면 총탄성응력 증분이 된다.

식 (16)은 탄성응력 증분에서 탄소성응력 증분을 구하는 과정이다. 우선 탄성응력 증분에 $[D]^{-1}$ 을 곱하면 탄성변형을 증분이 된다. 본 프로그램에서 채택한 초기응력법에서는 이 탄성변형을 증분이 곧 총변형을 증분이 된다. 현재 점에서의 응력이 항복이 진행되고 있는 상태, 즉 항복면(yield surface)을 벗어난 상태라면 이 응력 상태를 다시 항복면 상으로 끌어오고 동시에 항복면 자체는 변형률경화에 의하여 확장시키는 작업을 이 과정에서 하게 된다. 또한 이 과정에서 총변형을 증분은 탄성변형을 증분과 소성변형을 증분으로 나뉘게 된다. 식 (16)에서 $[D^{ep}]$ 는 이러한 과정을 나타내는 연산자를 나타낸다. 즉 유한요소법에서와 같이 실지 $[D^{ep}]$ 행렬을 구성하는 것은 아니다.

각 점에서의 응력이 탄성응력 증분만큼 증가한 경우의 응력상태는 평형방정식을 만족시키고 있는 상태이다. 그러나 응력이 식 (16)과 같이 탄소성응력 증분으로 된 상태에서는 더 이상 평형방정식을 만족시키지 못한다. 식 (17)은 탄성응력 증분과 탄소성응력 증분의 차로부터 각 요소에서 잔류하중 벡터를 구하는 과정이다. 이 잔류하중에 의하여 평형조건이 만족되지 못하므로 이 잔류하중은 제거되어야 한다. 이 하중이 다시 식 (11)의 하중벡터가 되어 반복계산이 진행된다.

본 식에서는 표시되지 않았지만 고려하는 물체가 유한 물체이면 식 (13)에서 구해진 균열면 표

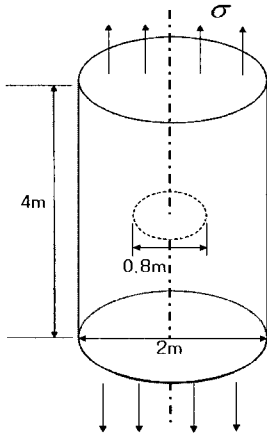


Fig. 4 Penny-shaped crack embedded in a cylindrical column

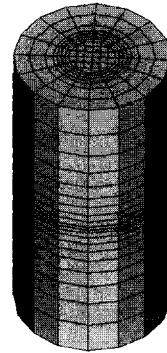


Fig. 5 FEM mesh used in the FEAM analysis

면력에 의하여 고려하는 물체의 외부경계에 표면력을 남기게 되고, 이 표면력은 제거되어야 한다. 따라서 작용되는 표면력에 의한 하중도 계산되어 잔류하중으로 제거된다. 각 외부경계에서 잔류하중이 계산되어 식 (17)에서 구해진 잔류하중에 더해져서 반복계산이 진행된다.

각 반복과정에서 구해진 탄소성응력 증분을 식 (18)과 같이 모두 더하면 총탄소성응력이 된다. 이러한 반복과정은 식 (19)와 같이 변위증분의 norm이 현재의 총 변위의 norm에 비하여 아주 작아질 때까지 반복된다.

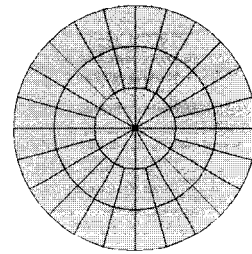


Fig. 6 Crack mesh used in the FEAM analysis

있다고 가정하였다.

3. 원형 균열의 탄소성해석

3.1 원기둥 내 원형 균열

해석 방법의 정확성을 검토하기 위하여 Fig. 4와 같이 원기둥형 물체 내에 존재하는 원형 균열을 해석하여 유한요소 해석으로 구해진 해와 비교하였다. 이때 원기둥의 직경은 2m, 높이는 4m이고 물체의 중간에 반경 0.4m의 원형균열이 존재하고 있다고 가정하였다. 그리고 원기둥의 윗면에 160MPa의 수직응력이 작용되고 있고, 원기둥의 아랫면은 완전히 고정되어 있다고 가정하였다.

재료의 탄성계수는 200GPa, 푸아송 비는 0.3, 항복강도는 200MPa이고 응력 변형률 관계식은 다음과 같은 Ramberg-Osgood 식으로 나타낼 수

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_o} = \frac{\sigma}{\sigma_o} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_o} \right)^n \quad (20)$$

여기서, σ_o 는 참조응력값(reference stress value)으로 일반적으로 항복강도가 사용되며, $\epsilon_o = \sigma_o/E$, α 는 무차원 상수, n 은 변형률 경화지수(strain-hardening exponent)이다. 본 해석에서 고려한 재료의 경우 $\alpha=1.0$, $n=5.0$ 으로 가정하였다.

해석에 사용된 유한요소 모델은 Fig. 5와 같고, 2880개의 20절점 삼차원 요소로 구성되었다. 이미 언급한 바와 같이 유한요소 격자에서는 균열을 고려하지 않았다. 편의상 균열면이 xy 평면상에 있다고 가정하였고, 균열의 중심이 좌표축의 중심과 일치하고, 원기둥의 축이 z 축이 되도록 좌표축을 선택하였다.

또한 대칭 Galerkin법에서 사용된 균열격자는

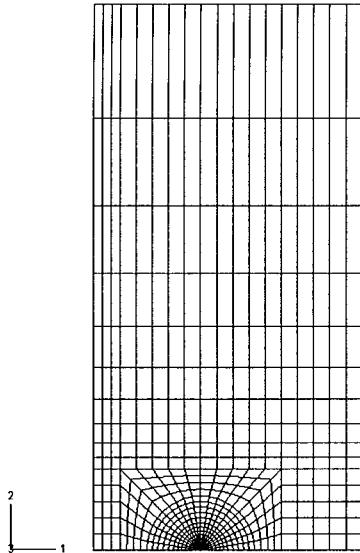


Fig. 7 FEM mesh for a circular crack

Fig. 6과 같다. 60개의 8절점 요소가 사용되었다. 해석결과의 정확성을 검토하기 위하여 유한요소법으로 응력장을 구하였다. 유한요소 해석에서는 ABAQUS 프로그램을 사용하였으며 축대칭의 특성을 이용하여 이차원 문제로 모델화 하였고, 정확한 응력을 구하기 위하여 균열선단 주위에 매우 작은 유한요소 격자를 사용하였다. 이 때 사용된 유한요소 모델은 Fig. 7과 같다. 540개의 8절점 평면요소가 사용되었다.

유한요소 교호법을 통하여 얻어진 균열선단 전방의 xy평면 상에서의 σ_z 와 σ_e 를 구하였다. 여기서 σ_z 는 z 방향 수직응력, σ_e 는 von Mises 응력이다.

우선 탄성 응력장 σ_z 와 σ_e 를 Fig. 8에 표시하였다. 여기서 r은 균열선단으로부터의 거리이다. 가장 정확한 응력값들은 각 요소의 적분점에서 얻어지나 xy 평면상에 존재하는 적분점은 없으므로 요소 내에서 외삽을 하여 xy 평면 상에서의 점들에 대한 응력값을 얻어야 한다. 그러나 이렇게 하는 경우 응력에 대한 정확도가 떨어지므로 xy 평면에 가장 가까운 적분점에서의 응력값을 xy 평면 상에서의 응력값으로 표시하였다. 즉 Fig. 8에서 응력을 표시한 점들은 $z=0.01057m$ 의 좌표를 가진 점들이다. Fig. 8에서 균열선단으로

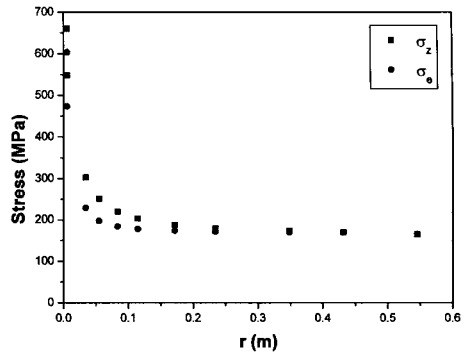


Fig. 8 Elastic stress distributions on xy plane obtained from the finite element alternating method

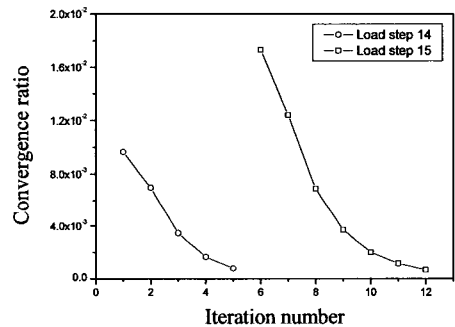


Fig. 9 Variation of the convergence ratio during the load steps 14 and 15

가면서 탄성응력들이 빠르게 증가하고 있는 특성을 잘 보여주고 있다.

다음으로 유한요소 교호법에서 얻어진 탄소성 응력을 표시한다. 탄소성해석에서 식 (19)의 ϵ 값으로 0.001을 주었으며 하중 160MPa를 15단계로 나누어 가하였다. 각 하중 단계에서 잔류하중의 제거를 위한 반복계산이 행해졌다. 하중단계 14 및 15에서 행해진 반복계산에서의 수렴과정을 Fig. 9에 나타내었다.

유한요소 교호법으로 얻어진 탄소성응력장을 Fig. 10에서 보여주고 있다. σ_z 를 볼 때 r이 아주 작은 영역에서는 소성변형에 의하여 응력 값들이 Fig. 8의 탄성 응력 값에 비하여 작아지고 있음을 확인할 수 있고 그 바깥 영역에서는 탄성 응력값

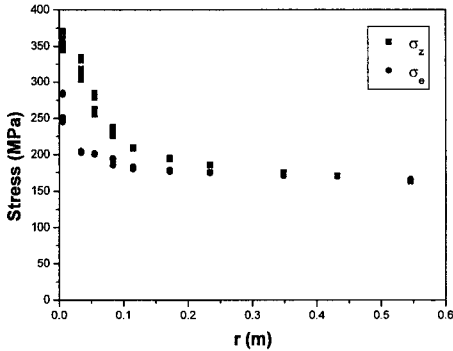


Fig. 10 Elasto-plastic stress distributions on xy plane obtained from finite element alternating method

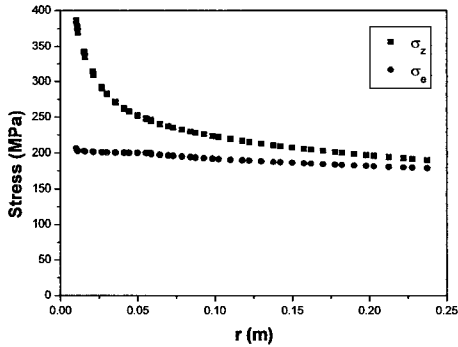


Fig. 11 Elasto-plastic stress distributions along x axis obtained from finite element analysis with fine mesh

에 비하여 오히려 커지고 있음을 확인할 수 있다. σ_e 의 경우 아주 작은 값을 유지하고 있는데 이는 원형균열의 경우 균열선단의 접선 방향으로 큰 응력성분을 가지는 삼축 응력상태가 되므로 von Mises응력이 작은 값으로 되기 때문이다.

비교를 위하여 유한요소법으로 구한 응력값들을 Fig. 11에 도시하였다. xy 평면상에 존재하는 적분점은 없으므로 $0 < z < 0.005m$ 범위에 존재하는 적분점에서의 응력들을 표시하였다. 유한요소 교호법으로 구해진 Fig. 10의 응력장과 비교할 때 유사한 응력분포를 보이고 있음을 확인할 수

있다. σ_e 의 경우 r이 아주 작은 영역에서 차이가 많이 나는 것 같이 보이나 이는 r의 최소값이 서로 다르기 때문이다.

이상의 해석으로부터 삼차원 내부 균열의 경우 유한요소 교호법을 이용하여 탄소성해석을 행할 수 있음을 확인할 수 있었다. 그러나 균열면에서 먼 곳에서의 응력값은 정확하게 얻어지나 균열면상이나 근처의 응력값은 오차를 많이 포함하고 있다. 그 이유는 특이성을 포함하는 피적분함수의 적분을 행할 때의 오차에 기인하는 것으로 이들 응력값의 정확성을 향상시키는 연구가 필요한 것으로 판단된다.

4. 결 론

유한요소 교호법을 이용한 삼차원 균열 해석방법을 탄소성해석을 할 수 있도록 확장하였다. 개발된 방법을 유한 물체 내에 존재하는 원형균열 문제에 적용하여 균열선단 전방의 응력장을 구하였고, 이를 유한요소해석 결과와 비교하여 개발된 방법의 효용성을 살펴보았다. 해석 결과 유한요소 교호법을 물체 내부에 존재하는 삼차원 균열의 탄소성해석 문제에 적용할 수 있음을 확인하였다. 해석 결과 균열 전방에서 유한요소법과 비교적 잘 일치하는 응력들이 얻어졌으나 균열면 근처에서는 오차가 많이 발생하였다. 이는 특이성을 포함하는 피적분함수의 적분을 행할 때의 오차에 기인하는 것으로 이에 대한 추가 연구가 필요한 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2006년도 충북대학교 학술연구지원 사업의 연구비지원에 의하여 연구되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Nishioka, T. and Atluri, S.N., 1983, "Analytical Solution for Embedded Elliptical Cracks, and Finite Element Alternating Method for Elliptical Surface Cracks, Subject to Arbitrary Loading," *Engng Frac. Mech.*, Vol. 17, pp. 247~268.
- (2) Liao, C.Y. and Atluri, S.N., 1991, "A Finite

- Element Alternating Method for Evaluation of Stress Intensity Factors for Part-circular Cracks Subjected to Arbitrary Loading," *Com. Methods Appl. Mech. Engng*, Vol. 91, pp. 12531~1270.
- (3) Rajiyah, H. and Atluri, S.N., 1991, "Analysis of Embedded and Surface Elliptical Flaws in Transversely Isotropic Bodies by the Finite Element Alternating Method," *J. Appl. Mech., Trans. of ASME*, Vol. 58, No. 2, pp. 435~443.
- (4) Park, Jai Hak, Kim, Tae Soon and Atluri, S.N., 2000, "Analysis of Three Dimensional Cracks Subjected to the Mode I Loading by Using FEAM," *Transactions of the KSME A*, Vol. 24, No. 4, pp. 982~990.
- (5) Forth, S.C. and Keat, W.D., 1996, "Three-dimensional Nonplanar Fracture Model Using the Surface Integral Method," *Int. J. Fracture*, Vol. 77, pp. 243~262.
- (6) Nikishkov, G.P., Park, J.H. and Atluri, S.N., 2001, "SGBEM-FEM Alternating Method for Analyzing 3D Non-planar Cracks and Their Growth in Structural Components," *Comp. Modeling in Engng & Sci.*, Vol. 2, No. 3, pp. 401~422.
- (7) Li, S. and Mear, M.E., "Singularity-reduced Integral Equations for Displacement Discontinuities in Three Dimensional Linear Elastic Media," *Int. J. Fracture*, Vol. 93, pp. 87~114.
- (8) Nikishkov, G.P. and Atluri, S.N., 1994, "Analytical-Numerical Alternating Method for Elastic-Plastic Analysis of Cracks," *Comput. Mech.*, Vol. 13, No. 6, pp. 427~442.
- (9) Nayak, G.C. and Zienkiewicz, O.C., 1972, "Elasto-plastic Stress Analysis Generalization for Various Constitutive Relations Including Strain Softening," *Int. J. Numer. Methods in Engng*, Vol. 5, pp. 113~135.
- (10) Atluri, S.N., 1997, *Structural Integrity and Durability*, Tech Science Press, Forsyth..
- (11) Andra, H., 1998, "Integration of Singular Integrals for the Galerkin-type Boundary Element Method in 3D Elasticity," *Com. Methods Appl. Mech. Engng*, Vol. 157, pp. 239~249.
- (12) Erichsen, S. and Sauter, S.A., 1998, "Efficient Automatic Quadrature in 3-d Galerkin BEM," *Com. Methods Appl. Mech. Engng*, 157, pp. 215~224.
- (13) Frangi, A., Novati, G., Springhetti, R. and Rovizzi, M., 2000, "Fracture Mechanics in 3D by the Symmetric Galerkin Boundary Element Method," VIII Conf. on Numerical Methods in Continuum Mechanics, Liptovsky Jan, Slovak Republik.