

ICT 시대의 대수교육의 방향과 과제

장 경 윤*

중등학교의 핵심교과로 긴 세월 동안 기호와 식의 조작이 중심이 되어 왔던 대수교육은 보편교육의 확대와 컴퓨터나 계산기 등 ICT의 편재로 그 적절성을 재고하게 하였다. 이 연구는 대수교육과정 개혁의 방향을 살펴보고, 국내 대수교육과정 연구와 실행에 시사점을 제시하기 계획되었다. 최근 대수교육의 개혁의 큰 흐름의 특징으로 대수교육을 사고교육으로 보아 대수적 사고나 추론 강조, 비형식적 대수 교육에 주목한 대수 대상 연령의 하향화, ICT 환경을 전제로 한 대수교육으로 정리하였다. ICT 환경에서의 특징적인 대수 활동을 제시하였다. ICT 활용과 관련하여 구체적인 사례를 통해 국내 중등대수 교육과정을 분석하고 본질적으로 대수교육이 전통적인 틀 안에 있게 된 이유와 국제 동향을 반영한 변화를 위한 과제를 제시하였다.

1. 서 론

대수는 추상 수학의 구조와 변수나 기호를 포함하여 형식 언어를 다루는 학문 분야(Britannica, 2002)로 산술과 달리 본질적으로 형식적인 사고를 요구한다. 19세기 중등학교 교과가 된 대수는 처음부터 추상적이고 어려운 내용으로 구성되었고, 학교수학의 핵심 주제로 줄곧 중요한 지위를 차지해오고 있다(Osborne & Crosswhite, 1970, p.158).

학교대수의 의미와 내용은 시대에 따라 조금씩 변천해 왔으나 기호와 식의 조작을 중심으로 하는 대수교육은 본질적으로 오랜 세월 동안 변하지 않았다(Kieran, 1992, 2004; Sutherland, Rozano, Bell & Lins, 2001; Usiskin, 1988). 대수의 형식성과 추상성은 다수의 학생들에게 학습 곤란으로 나타났으며, 결과적으

로 대수는 고등 수학의 관문의 역할을 하게 되었다(Stacy, Chick & Kendal, 2004; Greenes & Findell, 2005).

계산 도구의 발달은 지필연산의 폐지론(Ralston, 1999)이 대두될 만큼 지필계산 중심의 대수교육에 큰 도전이 되되었다. 계산의 측면을 덜 강조하고 문제해결에 이르는 대수 개념과 기법의 응용에 초점을 맞추는 방향으로 중등학교 대수교육을 개혁할 필요성이 1980년대 초기 이후부터 줄곧 제기되어 왔으며, 대수교육과정 개혁은 현재 수학교육과정 개발 연구에서도 크게 주목을 받고 있는 매우 중요한 주제이다(Coxford & Shulte, 1988; House, 1988; Thorpe, 1989; Bednarz, Kieran & Lee, 1996; NCTM, 1988, 1999; Greenes, 2008 in press). 최근의 대수교육과정 개혁 논의에는 컴퓨터나 계산기 등의 정보통신기술(Information Communication and Technology: ICT)의 역할이

* 건국대학교(kchang@konkuk.ac.kr)

큰 비중을 차지한다 (Heid, 1996; Kieran, 2004; NCTM, 1989, 2000; Stacy, Chick & Kendall, 2004; Sutherland, etc., 2001). 대수교육의 목적이 더 이상 지필계산의 유창성에 국한되지 않기 때문이다.

우리나라 중등학교 수학교육과정에서도 대수는 현대대수와 선형대수를 포함하는 영역으로 수학 교과목의 핵심적인 위치에 있으며 수업 시수로도 매우 큰 비중을 차지하고 있다. 그러나 대수교육과정 개혁이 국외에서 주목을 받고 있는 것과 달리 국내에서는 그리 큰 변화가 없다.

본 연구는 비교적 오랫동안 국외 수학교육 분야에서 큰 쟁점이 되고 있는 대수교육과정 개혁 논의의 배경과 개혁의 방향을 살펴보고, ICT 활용을 전제로 하는 새로운 대수활동의 사례를 제시할 것이다. 이어서 ICT 활용과 관련하여 중등 수준의 국내 대수교육을 분석하고, 우리나라 대수교육의 방향과 과제를 제시할 것이다.

II. 대수교육과정 개혁의 배경

Stacey 등(2004)은 ICMI 연구 *The Future of the Teaching and Learning Algebra* 서문에서 대수교육과정 개혁 논의의 배경으로 중등교육의 보편화와 기술공학의 편재로 인한 사회적 요구 변화를 언급하면서, '평등'과 '적절성'을 핵심 쟁점으로 지목하였다.

1. 모두를 위한 대수교육

1980년대 이후 보편교육의 확대는 평등의 관점에서 기호조작으로서의 대수교과가 모두

를 위한 수학(math for all)으로 적절한가에 주목하게 하였다.

만일 대수가 단지 기호 조작으로 해석된다면, 대수는, 선진국에서나 개발도상국에서나, 매일의 삶과 거의 관련이 없다. 그것은 정말 학생으로 하여금 수학학습을 멀리하게 하는 근원이 된다. 그러므로 대수를 학생들과 관련이 있는 교과로 재개념화하고 학생 자신이 그 관련성을 인지하는 방식으로 그것(대수)을 하도록 해야 한다는 도전이 줄곧 있어 왔다. (Stacy와 Chick, 2004, p.2)

모든 학생들에게 의미를 갖도록 하기 위하여 기호조작이 중심 되는 대수교육의 목적과 내용에 변화가 요구된다는 것이다.

2. 고등수학의 관문으로서

대수교육의 적절성

대수 교과목은 수학의 새로운 언어 학습의 기회를 제공한다. 그런데 대수는 형식성과 추상성 때문에 다수의 학생들이 실패하고 있으며, 고등 수학으로 가는 관문의 역할을 한다(Stacy & Chick, 2004). 기초적인 대수 학습에서 어느 정도 성공을 거둔 학생들도 기계적인 조작을 익혔을 뿐 대수 문제해결 능력은 낮은 것으로 나타났다(Driscoll, 1987).

따라서 고등수학의 관문의 역할을 하는 대수 교과가 '진짜 대수'의 학습 기회를 제공하는지 교과 내용과 학습 과정의 적절성을 재고할 필요성이 대두되었다.

3. ICT-기반 사회에서 대수교육의 적절성

ICT에 기반을 둔 현대사회는 수학적 능력으로 '거의 완성된 형태의 수학적 지식과 기능'보다는 오히려 변화에 적절히 수학적으로

대처할 수 있는 수학적 소양을 요구한다(NCTM, 1989). 수학적 문제해결을 효과적으로 최적화하기 위하여, 수학적 지식이나 기능 외에 문제해결의 새로운 기법을 제공하는 기술 공학을 적절히 활용할 수 있는 능력이 필요하게 되었다. 대수교육과정도 필연적으로 “이 변화에 반응해야”(Stacey, Chick & Kendal, 2004) 하는 것이다.

Usiskin(1999a, 1999b)은 교역이나 일상에서 사칙연산의 필요성, 십진기수법 도입으로 인한 계산의 용이성, 지필기구의 발명으로 기록의 용이성이 과거 산술을 쉽게 만들었던 것처럼, 오늘날 기술공학의 발달이 대수로 하여금 모두를 위한 더욱 강력한 도구가 되게 하기 때문에 대수교육에 변화가 불가피하다고 하였다.

이러한 변화에 적극적으로 대처한 사례를 영국의 국가교육과정에서 볼 수 있다. 영국수학회는 1990년대부터 컴퓨터대수체계 (Computer Algebra System: CAS)를 내장한 소프트웨어와 계산기를 대비하여 공식적으로 소위원회를 구성하고 5세부터 19세까지의 수학교육에 CAS 활용 지침서(Oldknow & Flower, 1996)를 출간한 바 있다.

영국은 1999년 국가교육과정의 모든 학습프로그램에 ICT의 적절한 활용을 포함시켜 이런 변화를 적극적으로 반영하고 있다. 다음은 ICT 활용에 관한 영국 국가교육과정(National Curriculum online <http://www.nc.uk.net>)의 언급이다.

Key Stage 3의 수와 대수(Ma2) 영역

...(중략)...

[학습의 폭]

Key stage 동안 학생들에게 다음과 같은 활동이나 과정을 통해 지식, 기능, 이해를 가르쳐야 한다.

a. ...(중략)...

h. ICT(예를 들어, 스프레드시트, 데이터베이스, 기하 또는 그래픽 패키지)를 적절히 사용하며, 계산기를 올바르게 효율적인 사용하고, 또 언제 특정 형태의 기술공학을 사용하는 것이 적절하지 않은가를 아는데 초점을 맞춘 과제

여기에서 대수교육의 지식, 기능, 이해를 가리키는데 ICT의 적절한 사용 뿐 아니라 ICT 사용의 적절성을 판단하는 데 과제의 초점을 맞추고 있음을 알 수 있다.

III. 대수교육개혁의 방향

1. 대수적 사고와 대수적 추론

최근 대수교육과정 연구의 주요 특징 가운데 하나는 대수적 사고(algebraic thinking, 또는 algebraic way of thinking)(NCTM, 1999), 대수적 추론(Greenes & Findell, 2005), 기호적 추론 등 새로운 용어의 등장이다. 수학교육에서 대수의 학습과정과 관련된 사고과정을 ‘대수’ 자체와 분리하여 고려하기 시작한 것이다. 대수적 사고 또는 대수적 추론에 주목하는 것은 대수를 기호 조작 이상의 것으로 보는 것이며, 대수교육을 사고 교육의 일환으로 중시하는 것이다

‘대수적 사고’나 ‘대수적 추론’은 ‘변수 개념을 핵심으로 하는 사고’(Usiskin, 1988), 사회가 요구하는 ‘핵심 직업기능’(Greenes와 Findell, 2005), 관계적 사고, 여러 산술적 관계를 전반적으로 인식하고 복잡한 산술문제 해결에 활용하는 것 등을 지칭하며, ‘수학적 사고도구와 비형식적 대수 아이디어’(Kriegler, 2001)가 대수적 사고의 요소로 지목되기도 한다. 대수적 사고에 관하여 합의된 명시적 정의는 없으나 대

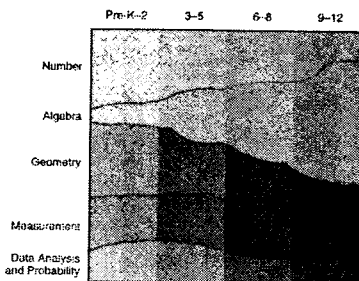
수적 사고의 특징이 ‘일반화와 일반성의 표현’에 관련한 행위, 또는 문법적으로 구조화된 일반화 ‘형식(form)’을 기초로 하는 추론으로 보는 견해에 대체로 의견을 같이 한다.

기호조작과 관련한 사고과정을 대수감각(algebraic sense), 대수적 통찰, 기호감각(symbolic sense) (Pierce & Stacey, 2002; Drijvers, 2003; Stacey et al., 2004) 등으로 개념화하고 분석하기도 한다.

2. 조기 대수 (Early Algebra)

대수적 사고나 대수적 추론에 주목하게 되면서부터 대수는 더 이상 중등교과의 전유물이 아니다. ‘가능한 한 어린 나이에 대수적 추론’ 교육의 가능성과 적절성 여부와 교육방식을 탐색하는 연구(Moses, 1999)로 이어졌으며, 조기 대수(early algebra)를 주제로 ICMI Working 그룹이 형성(Lins & Kaput, 2004)되기도 하였다.

NCTM (2000, p.30)이 제시한 내용 기준 비중도표 [그림 III-1]은 21세기 수학교육과정에서 조기대수의 흐름을 단적으로 보여준다. [그림 III-1]에 의하면, 대수교육은 초등학교 이전(Pre-K-2)에 이미 시작되며, 학년이 올라가면서 그 비중이 급격한 증가하고 고등학교에서는 대수가 수학의 거의 절반을 차지한다.



[그림 III-1]. 학년 수준별 내용 기준의 비중
(출처: NCTM(2000) P.30 Figure.3)

대수교육 대상연령의 하향화는 대수적 추론에 대한 관점의 변화에도 기인한다. Usiskin (1988)은 추상화 정도에 따라 대수의 범위와 교육목적을 네 수준으로 구분하면서 일반화된 산술을 대수의 한 수준으로 분류한 바 있다. 그는 대수가 추상적 언어라고 하지만 일상 언어보다 더 추상적인 것이 아니며 이미 대수의 많은 부분이 형식적 학습에 앞서 학생들이 학습하고 있다는 사실에서 대수를 산술 보다 나중에 가르쳐야 하는가에 의문을 제기하였다 (Greenes & Findell, 2005). 대수를 일반화된 산술과 연계시키는 이 관점은 대수의 입문시기를 초등학교 수준으로 낮추는 데 긍정적으로 기여하였으며 대수적 사고 교육이 조기대수의 중점이 된다(Linds, R. Kaput, J., 2004; Schultz, 1999).

미국의 경우 7학년이 되어야 비로소 간단한 대수를 소개했으나 최근에는 대수적 추론을 중요시하여 언어, 표, 그래프, 변수와 기호를 포함하여 관계의 도입 연령을 낮추고 있는데 그 한 예가 CMP(Connected Math Project) 교과서이다 (<http://connectedmath.msu.edu/mathcontent/algebra.html>).

3. ICT 환경에서의 대수교육

가. ICT 환경의 역할

ICME 연구모임은 대수영역에서 기술공학 환경의 역할을 다중표현, 역동적 컨트롤을 제공, 구조화된 기호계산, 컴퓨터대수체계(CAS)의 네 가지로 구분하였다 (Kieran & Yerushalmy, 2004).

- 다중표현: (계산기나 컴퓨터 환경에서) 표-그래프-식의 다중표현 제공.
- 역동적 컨트롤의 제공: (Visual Basic,

Skechpad 등을 활용한 컴퓨터 프로그램에서) 컨트롤 패널을 이용하여 그래프 또는 식을 조작할 수 있는 환경 제공

- 구조화된 기호계산환경: 계산이나 식의 조작을 단계적으로 가능하게 하는 환경
- CAS: 계산이나 식의 조작을 단번에 하게 하는 환경

나. 초점과 강조점의 변화

ICT 환경은 대수교육에서 함수적 접근을 지원하며 실생활 상황에서 대수 개념을 이해하도록 돕고, 대수교육에서의 초점을 전통적인 문장제에서 수학적 모델링으로 옮긴다(Heid & Zbiek, 1999; Coxford, et al., 1998; NCTM, 1996).

기술공학은 대수를 개개의 기술의 집합보다는 통합적으로 조직할 수 있게 하며, 지필 조작의 숙달 이전에 다양한 맥락에서 대수 학습을 지원할 수 있기 때문에 학습계열의 변화가 가능하다(NCTM, 1996).

Star 등(2000)은 CMP 교과서와 전통적인 대수 교과서와 차이를 주요목표, 전형적인 문제 유형, 전형적인 풀이방법, 연습의 역할, 표현과 계산에서의 기술공학의 역할, 수업 요소의 6가지 측면에서 <표 III-1>과 같이 요약·비교하였다.

CMP교과서의 이러한 경향은 *Mathematics in Context*(Britannica, 1997), *Contemporary Mathematics in Context*(Coxford, et al., 1998), *Discovering Algebra*(Murdock, et al., 2000), *Algebra*(Larson, et al., 2007) 등 최근의 동향이 반영된 미국의 대수 교과서에서 공통적으로 발견되는 특징이다.

IV. ICT 환경에서의 대수활동

Lagrange(2005)는 컴퓨터의 역할을 기술의 수준에서 분석하면서 대수적 조작의 도구적 가치와 인식론적 가치를 구분하여 하였다. 전통적인 대수교육이 대수적 조작이라는 ‘도구적 가치’에 비중을 두었다면 ICT에 기반을 둔

<표 III-1>. 전통적인 대수1 교과서와 CMP 교과서의 차이 (출처: Star, Herbel- Eisenmann, & Smith, 2000, p.447)

	대수1 교과서	CMP교과서 (8학년)
근본 대상	방정식과 기호표현	표, 그래프, 방정식으로 나타난 함수관계
문제	(문장제의) 해결을 위하여 문자식 또는 언어문장을 “풀어라,” “인수분해하라,” “곱하라.”	값을 구하고 서술, 설명, 예측하기 위하여 표, 그래프, 문자식과 함께 언어 문장으로 주어짐.
해법	기호절차에서 올바른 순서로 단계를 바로 완성하라.	언어명제를 표, 그래프, 방정식과 관련시켜라; 결과를 언어로 해석하라.
연습	특정한 문제형태를 집중적으로 연습	유사한 문제를 계속 연습하는 대신 적은 수의 확장 문제 연습
기술공학	지필계산과 균형있게 중시하되, 지필계산 가치를 더 높게 평가	대부분 모든 문제에서 학생들의 작업을 지원함.
수업 요소	과제 복습, 새로운 내용제시, 다음 숙제를 위하여 시간 제공	수업마다 차이가 있음: 교사 설명, 소집단작업, 전체학급토의 혼합

대수교육은 도구(조작) 자체보다 그 도구 사용의 결과에서 얻어지는 의미, 즉 ‘인식론적 가치’에 초점을 옮기게 한다(Lagrange, 2005). ICT 환경은 대수적 조작이라는 ‘과정’에 두었던 초점을 그 ‘대상의 성질이나 관계’로 초점을 이동하게 한다.

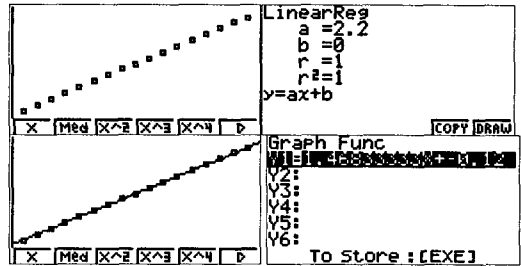
1. 현상의 설명과 예측을 위한 함수

ICT에 기반한 대수교육의 핵심은 함수개념이다. 함수란 실제로 변화하는 양 사이의 관계이며 다양한 현상을 설명하고 예측하는 역할을 한다. 실생활에서 함수관계는 직접적인 수식의 형태보다는 현상을 설명하고 예측하기 위한 수단으로 존재한다.

실질적인 자료로부터 함수관계를 찾아내는 회귀분석은 ICT의 도움이 없이는 가능하지 않다. 자료에서 변수를 지정하여 회귀분석으로 함수를 찾아내고 또 그 함수로부터 경향을 예측

하는 활동은 수학적 모델링을 경험하게 한다.

이 활동은 변수를 지정하고 자료로부터 산포도를 구하고, 주어진 산포도에 적합한 함수의 종류를 선택하여 최적의 관계식을 구하며 그것을 근거로 이전 상황을 예측하는 문제이다. ICT 환경에서 통계와 대수가 더 이상 별개의 영역이 아니며 통계 교육의 목적이 유기적인 관계를 갖게 한다. 문제해결을 위한 계산기 화면이 [그림 IV-2]과 [그림 IV-3]에 예시되어 있다.



[그림 IV-2] 속력(x)에 따른 정지거리(y1)

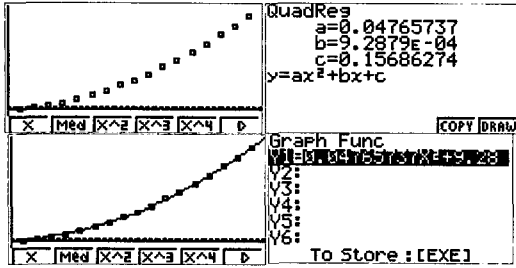
일정한 속력으로 달리는 자동차가 브레이크를 밟았을 때 정지하기까지의 지각반응거리, 제동거리, 정지거리는 각각 다음 표와 같으며, 정지거리는 지각반응거리와 제동거리의 합이다.

속력 (Mile/시)	지각반응거리(t)	제동거리(Ft)	정지거리(Ft)
10	22	5	27
20	44	19	63
30	66	43	109
40	88	76	164
50	110	119	229
60	132	172	304
70	154	234	388
80	176	305	481
90	198	386	584

- (1) 지각반응거리(y1)와 정지거리(y2)를 시속(x)에 관한 식으로 나타내봅시다.
- (2) 시속 54마일로 달리는 자동차의 정지거리는 얼마나 될까요?
- (3) 돌발상황에서 브레이크를 밟아 정지하기까지 280피트를 갔다면, 자동차의 속력은 얼마이었을지 추측해 봅시다.

<출처: *Discovering Algebra*(Murdock, et al., 2000)>

[그림 IV-1] 설명과 예측의 도구 함수



[그림 IV-3] 속력(x)에 따른 정지거리(y2)

회귀분석의 계산을 위해 기기를 사용하는 경우에도 주어진 자료가 나타내는 관계가 선형관계, 2차 혹은 3차 함수, 지수함수, 로그함수나 삼각함수 중 어느 것에 가까운가를 선택해야 하기 때문에 함수의 본질에 관한 이해가 선행되어야 한다.

2. 계산 결과의 분석과 일반화

Iterative Algebra and Dynamic Modeling (Kreith & Chakerian, 1999)은 '21세기를 위한 교육과정(A curriculum for the Third Millenium)'이라는 주제로 컴퓨터 환경에서 고등학교와 대학 수준의 교재로 개발되었다. 제목에 나타나 있듯이 무한반복(Iteration)과 그래프, 표, 식의 다중 연결을 통한 모델링이 문제해결 활동의 중심을 이룬다.

$x_{n+1} = (x_n + \frac{5}{x_n})/2$ 를 이용하여 스프레드 시트로 $\sqrt{5}$ 의 근삿값을 구하라.

<출처: Kreith & Chakerian(1999), p.12 >

[그림 IV-4] 점화식과 근삿값

교과서 본문에 소개되어 있는 이 점화식은 무한반복과정을 요하며, 답을 구하기 위하여 계산도구의 활용이 필수적이다. 초기값에 관계없이 이 계산의 결과는 $\sqrt{5}$ 에 수렴하게 되는

이 방식은 본질적으로 Newton방법과 동일하며, 고대 바빌로니아에서 제곱근의 근삿값을 구하던 방법으로 알려져 있다(Kreith & Chakerian, 1999, p.10). 이 활동은 고정점(fixed point), 프랙탈에 이르는 주제로 확장이 가능하다.

- $\sqrt{5}$ 의 초기값을 x_0 (x_0 는 양의 유리수)라 하면, $x_0 \neq \sqrt{5}$ 이므로 $x_0 < \sqrt{5}$ 또는 $x_0 > \sqrt{5}$ 이다.

만일 $x_0 < \sqrt{5}$ ①라고 하자. 양변에 $\sqrt{5}$ 를 곱하면 $\sqrt{5} < x_0 < 5$ 이 되는데, 양변을 x_0 로 나누면 $\sqrt{5} < \frac{5}{x_0}$ ②이다. ①과 ②에서 $\sqrt{5}$ 는 x_0 와 $\frac{5}{x_0}$ 사이에 있으므로 두 수의 평균 x_1 ($x_1 = \frac{1}{2}(x_0 + \frac{5}{x_0})$)이 초기값 x_0 보다 $\sqrt{5}$ 에 더 가까운 수임을 알 수 있다. [$x_0 > \sqrt{5}$ 인 경우도 이와 유사한 방식으로 $x_1 = \frac{1}{2}(x_0 + \frac{5}{x_0})$ 이 $\sqrt{5}$ 에 더 가까운 근삿값임을 알 수 있다.] 유사한 방식으로 근삿값 $x_2 = \frac{1}{2}(x_1 + \frac{5}{x_1})$, x_3, \dots 을 계속하여 구해 나갈 수 있다.

[그림 IV-5]는 초기값을 10으로 하고, $\sqrt{5}$ 의 근삿값 2.2360679...을 각각 계산기와 스프레드 시트(엑셀)로 구한 화면이다.

초기값을 10으로 한 경우			
	A	B	
n		x(n)	
1	0	10	
2	1	5.25	
3	2	3.10119048	
4	3	2.35673727	
5	4	2.23915722	
6	5	2.23607011	
7	6	2.23606798	

[그림 IV-5] $\sqrt{5}$ 의 근삿값을 계산기와 엑셀로 구한 화면

ICT 환경은 무한반복과 점화식 알고리즘의 진위를 즉각적으로 확인할 수 있게 한다. 반복적인 알고리즘의 적용으로 근삿값을 구하는 활동은 자연스럽게 알고리즘의 수학적 분석과 이에 근거한 일반화로 확장될 수 있다.

정수론의 기초이기도 한 유클리드 알고리즘(호제법)은 지필환경에서 계산의 용이성 때문에 큰 수를 다루지 않는 것이 보통이다. 대부분의 경우 학생들은 두 수를 공약수로 차례로 나누어 가는 방법으로 최대공약수를 구하게 되며, 따라서 이 알고리즘에 대한 이해는 간단한 예에 국한하여 아는 경우가 많다. 그러나 ICT 환경에서는 큰 수의 계산이 자유롭기 때문에 지필연산에서 다루기 힘든 두 개의 큰 수, 예를 들어 28321, 14351의 최대공약수, 즉 $(28321, 14351) = (14351, 13970) = (13970, 381) = (381, 254) = (254, 127) = (127, 0) = 127$ 을 어렵지 않게 구할 수 있다. 학생들이 유클리드 알고리즘을 말할 수 있음에도 불구하고, 크기가 큰 두 수의 최대공약수를 구하는데 이를 적용할 수 없다면 이 알고리즘을 이해한 것이 아니다. ICT 환경은 기존 알고리즘의 의미와 적용을 크게 확장할 수 있다.

3. 수학적 모델링

모델링은 문제 상황에 적절한 모델을 형성하는 것에서 시작하여 타당화 과정을 거쳐 완성된다(Janvier, 1996). [그림 IV-6]은 미국 대수 교과서(Larson 등, 2007)에 나와 있는 2차 부등식 단원의 문제이다. 이 문제는 계수의 복잡성 때문에 지필계산이 불가능하여 2차 부등식 $ax^2 + bx + c < a'x^2 + b'x + c'$ 의 풀이 기법보다는, 식을 세우고 여러 방식으로 표현하며, ICT 활용한 결과를 해석하고 적용하는데 초점이

맞춰져 있다.

한 연구에 의하면, 연령이 x 세인 운전자가 청각신호에 반응하는데 걸린 시간을 $A(x)$, 시각 신호에 반응하는데 걸리는 시간 $V(x)$ 는 다음과 같다. (단위 1/1,000,000 초)

$$V(x) = 0.005x^2 - 0.23x + 22, 16 \leq x \leq 70$$

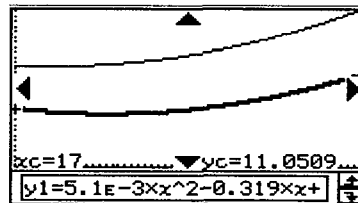
$$A(x) = 0.0051x^2 - 0.319x + 15, 16 \leq x \leq 70$$

- (식 쓰기) $A(x)$ 가 $V(x)$ 보다 작게 되는 x 값을 구하는 식을 쓰라.
- (표만들기) a의 답을 표를 이용하여 구하라.(연령 간격을 6세로 하라.)
- (그래프 그리기) 부등식 $A(x) < B(x)$ 그래프 픽계산기를 사용하여 그래프로 풀어라. 합리적인 해를 구하는데 x 의 범위 $16 \leq x \leq 70$ 을 어떻게 사용했는지 서술하라.
- (해석) b, c의 결과에 기초하여, 운전자가 사이렌소리와 신호등 변화 중 어디에 더 빨리 반응하겠는가?

<출처: Algebra 2 (Larson 등, 2007) p.306 #74>

[그림 IV-6] 이차부등식을 활용한 모델링

[그림 IV-7]은 이 문제를 해결 과정에서 $A(x)$ 와 $V(x)$ 의 그래프를 나타낸 화면이다. 학생들은 그래프로 합리적인 해를 구하기 위해서 x, y 의 범위를 적절히 조정하여 화면(V-window)을 설정할 수 있어야 한다. 화면 왼쪽 아래 x, y 값은 그래프의 십자(+) 부분의 좌표를 보여주는 것으로 17세($x=17$) 운전자가 청각신호에 반응하는데 걸리는 시간이 약 11(y) 마이크로초임을 나타낸다.



[그림 IV-7] $A(x), V(x)$ 의 그래프

c의 풀이를 위하여 그래프를 그리고, 지필환경에서 이런 종류의 문제 대부분에서 그랬듯이 학생들은 그래프의 교점을 기대한다. 그러나 해당범위에서 만나지 않는 두 그래프는 학생들을 곤혹스럽게 하며 그래프를 이용한 기계적인 해법을 넘어 그래프의 의미를 재음미하게 한다.¹⁾ 모델링의 결과 이르게 되는 “모든 연령 대에서 청각신호에 대한 반응이 시각신호에 대한 반응보다 빠르다”는 결론은 실질적으로 유용한 정보이다. 이러한 모델링활동을 통해 학생들은 수학의 심미성과 유용성을 경험하게 되며, 수학은 부지중에 학생들의 생활 속에 자리잡게 된다.

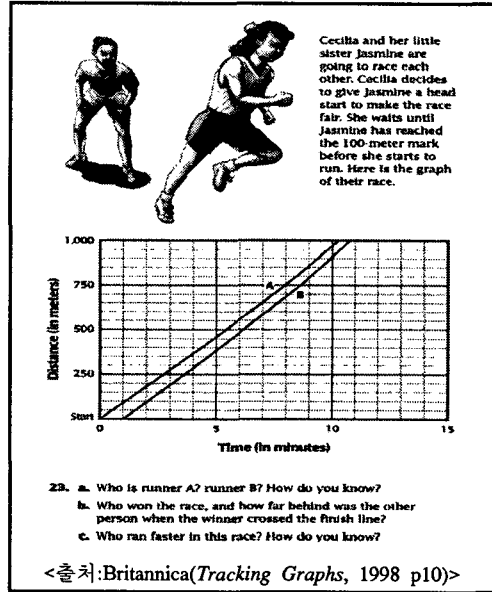
4. 다중표현과 대수적 사고

ICT 환경은 식, 표, 그래프 표현을 서로 긴밀하게 연결시키는 다중표현을 용이하게 지원한다. 대수적 사고를 중시하는 교육과정에서는 표-그래프-식-상황 사이의 다중표현을 관련시키고 특히 상황을 식이나 그래프로 표현하고, 그래프를 상황과 연결시켜 해석하는 능력이 매우 강조된다.

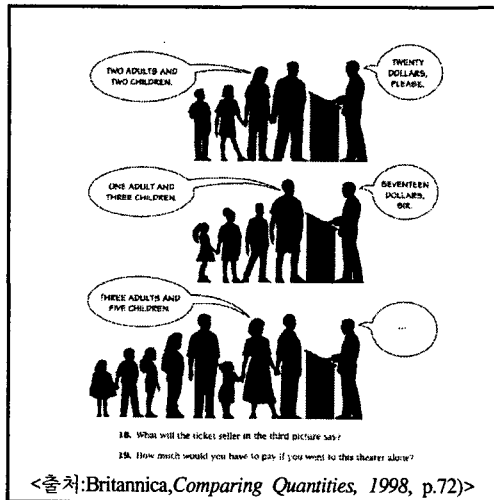
[그림 IV-8]은 100미터 뒤에서 출발시점을 달리 한 두 달리기 선수가 결승지점 이전에 만날 수 있을지 여부를 묻는 문제로, 문제해결에 필요한 정보를 시간-거리 그래프에서 모으고 이를 활용하는 사례이다. 단순한 공식의 적용과 계산이 아니라 그래프의 분석과 이해가 문제해결에 핵심을 이룬다.

실생활 맥락에서의 대수문제는 비형식적인 수준에서 대수적 사고를 촉진시킬 수 있다. [그림 IV-9]는 비형식적인 수준에서 연립방정식 $\begin{cases} 2x+2y=20 \\ 3x+y=17 \end{cases}$ 에 접근하게 하는 문제로 입장료 지불이라는 실생활의 맥락에서 시각적으

로 제시하고 있다. 이러한 접근은 대수교육대상 연령을 낮출 수 있게 하며, 학생들에게 기대하는 문제해결방식 역시 형식적인 식의 조작 수준에서가 아니라, 관계를 기초로 한 합리적 추론, 즉 대수적 사고의 활용이다.



[그림 IV-8] 상황의 그래프 표현과 해석



[그림 IV-9] 비형식적 수준에서의 대수적 사고

1) 실제로 수학교과교육과정에 있는 한 대학원생은 교점이 나타나지 않는 상황에 직면하여 문제의 답을 유보하려는 경향을 보였다.

V. 우리나라의 대수교육

학교대수에 관한 최근 연구에서 대수교육의 개혁방향은 대체로 합의를 이루고 있으며 그 연구결과는 새로 집필되는 교과서에 구체화되어 출판되고 있다.

최근의 대수교육과정 개혁 동향의 관점에서 살펴볼 때, 국내 대수교육과정은 제 6차 교육과정부터 ICT 도입을 허용하고 있다는 점이 개혁동향을 반영하는 가시적인 변화라 할 수 있다. 그러나 내용이나 지도계열에서 우리나라의 대수교육은 본질적으로 전통적인 틀을 벗어나지 못하고 있다.

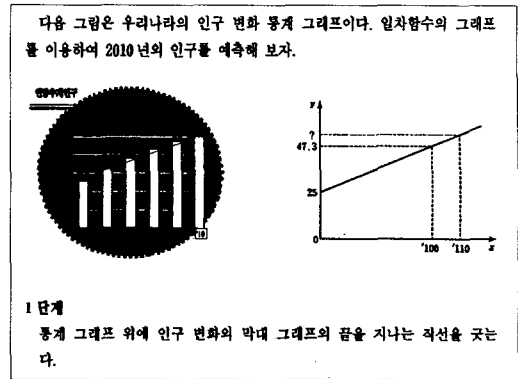
1. 두 가지 사례

다음은 우리나라 대수교육의 내용과 계열이 전통적 대수교육의 틀을 벗어나지 못한다는 판단의 근거 사례이다.

가. 사례 1: 교과서

우리나라의 대수 교육은 ‘개념을 먼저’ 가르치는 전통적인 배열을 따른다. 한 예로 8-가 수학교과서는 ① 일차함수와 그래프 이후에 ② 일차함수의 활용을 다루도록 단원을 설정하고 있다. 또 활용의 대부분은 전형적인 소재를 활용한 문장제 문제로 거의 지필 환경을 전제로 제시되고 있다. 지필환경을 전제로 학습내용을 구성한 교육과정에서는, 현상의 설명과 예측을 위한 도구로 함수를 사용하는 것과 모델링에 기초하여 관련성을 탐구하는 것에 대수교육의 초점이 맞춰지기 어렵다.

그런데 [그림 V-1]과 같이 우리나라 제 7차 수학교과서에서 일차함수의 응용을 통계자료에 기초하여 다루는 사례를 발견할 수 있었다.



[그림 V-1] 일차함수 활용
(출처: 금종해 외, 8-가, 2001, p.154)

[그림 V-1]은 직선(일차함수)을 자료에 기초한 회귀분석의 맥락에서 다루는 활동이다. 그러나 이 활동은 주어진 통계자료를 서술하는 최적의 그래프가 (화면 왼쪽 그림에) 직선으로 직접 제시되고, 결국 학생들에게 (오른쪽 그림에) 주어진 그래프를 보고 지필계산을 하게 하는데 그치고 있었다. 회귀직선은 현행 수학교육과정의 범위를 넘기 때문인 것이다.

나. 사례2: 교육과정 내용

제 7차 교육과정은 7-가에 ‘두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해’의 지도를 포함하고 있으나 방정식의 그래프해법은 매우 간략히 다루도록 되어있다.

<학습 지도(교수·학습) 상의 유의점>

- ① 두 일차함수의 그래프를 통한 연립일차방정식의 해에 대한 지도는 연립일차방정식의 해가 두 직선의 교점임을 이해하는 정도로 다룬다.(교육부, 1997, p.73; 교육인적자원부, 2007, p.28)

또 7차 교육과정과 수정 고시본 모두 중3에서 2차함수와 2차 방정식은 각각 다루되 이들 사이의 관계를 아예 ‘다루지 않도록’ 지도상의

유의사항으로 규정하고 있다.

<학습 지도상의 유의점>

- ① 이차함수와 이차방정식과의 관계는 다루지 않는다. (교육부, 1997, p.77)

<교수·학습상의 유의점>

- ① 이차방정식의 해와 이차함수의 그래프 사이의 관계는 다루지 않는다. (교육인적자원부, 2007, p.31)

함수와 방정식의 관계는 대수교육에서 매우 핵심적인 내용임에도 불구하고 교육과정에서 약화시켜 간략히 다루게 하고 있다.

2. 교육과정의 딜레마

6차 수학과 교육과정은 사회적 변화와 요구에 따라 ‘계산기나 컴퓨터를 수학적 도구로 사용하는 수학교육’(교육부, 1994)을 표방하였고, 제 7차 교육과정에서도 교수학습 방법 측면에서 ‘계산기나 컴퓨터의 활용을 권장’(교육부, 1997)하며 수학 교과서에 ICT 활용을 어느 정도 포함시키도록 지침을 정한 바 있다.

그러나 우리나라의 대수교육에서 ICT는 실질적인 역할을 수행하지 못하였다. 최근 제 7차 수학교육과정이 수정고지하면서 ICT 활용의 강도를 기존의 “가능하면 적극 활용”에서 “활용할 수 있다”로 약화시킨 것은 우리나라 수학교육과정에서 ICT 역할의 한계점을 드러내고 있다.

사. 교수·학습 과정에서 복잡한 계산 수행, 수학적 개념·원리·법칙의 이해, 문제해결력 향상을 위하여 가능하면 계산기나 컴퓨터를 적극 활용하도록 한다. (교육인적자원부, 1997, p.105)

카. 수학 교수·학습 과정에서...(중략)...(2) 계산 능력 배양을 목표로 하지 않는 경우의 복잡한 계산 수행, 수학적 개념·원리·법

칙의 이해, 문제해결력 향상 등을 위하여 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 확보하여 활용할 수 있다. (교육인적자원부, 2007)

위의 교육과정 문서에 나타난 바와 같이 우리나라에서 컴퓨터나 계산기 활용은 ‘교수 학습 방법’의 측면에서의 권장사항일 뿐이며, ICT 환경을 전제로 내용 변화가 없는 이러한 상황에서 수학교육을 위한 ICT 역할은 극히 제한적일 수밖에 없다.

수학교육과정 내용에 변화가 없는 이유는 교육과정이 대수교육의 주요 핵심을 ‘문자식의 사용과 지필 조작기법’으로 명시(교육부, 2000, 2001, p.109 & p.111)하고 있기 때문이다. 그러므로 교육과정이 계산기나 컴퓨터의 활용이 전통적인 교과내용 범위 안에서 이루어지기 때문에 실제로 우리나라는 전통적인 대수교육의 틀을 그대로 유지하게 된 것이다.

3. 개혁과 전통의 ‘단순-결합형 교육과정’

우리나라의 대수교육과정은 ‘교육과정 연구 동향의 반영’과 ‘전통적 가치와 틀의 유지’의 단순 결합이라 규정할 수 있다. 즉 교육의 목적과 학습내용에 전통적 가치를, 교육방법에 있어서는 ICT를 허용하도록 규정하고 있으며, 7차 수정본은 교육방법에서 ICT 활용을 다소 약화시키면서 평가영역에 ICT의 활용을 언급하고 있다.

우리나라의 대수교육과정에 나타난 ‘교육과정 개혁 동향의 반영’과 ‘전통적 가치와 틀의 유지’라는 두 관점의 단순결합 관계를 ‘단순-결합형’ 구성이라 칭하고, 그 특징을 표로 정리하면 다음과 같다.

<표 V-1> 우리나라의 대수교육과정의 특징

교육목적· 교육내용	지필 환경 고려	도구적 가치
교육방법 측면	ICT 허용	인식론적 가치

이와 같은 단순-결합형 구성에 따른 교육과정은 전통적 교육과정과 크게 다를 바가 없다. 그 이유는 목표와 내용, 교수·학습 방법의 영역 구분은 이론상으로 가능하지만, 두 측면은 씨줄과 날줄 같아서 대수 활동에서 동시에 고려하게 되는데 일반적으로 전자가 후자에 종속되기 때문이다. ICT를 활용으로 인식론적 가치를 실현할 만큼 교육내용이 구성되지 않았기 때문에, 이러한 단순결합형 적용은 결국 내용이 제한요소가 되어 전통적 가치 실현이 중심이 될 수밖에 없다. 또 이때 ICT는 내용과 목적에서 일관성있게 전개되는 대수교육에 오히려 일종의 잡음(noise)으로 인식되기 쉽다. 전술한 중학교 대수교육의 두 사례에서 두 가치의 단순-결합의 한계를 확인할 수 있다.

우리나라의 대수교육과정이 개혁동향과 전통의 ‘단순-결합’ 유형으로 구성되게 된 이유에 대해 몇 가지 설명이 가능하다.

첫 째, 수학교육과정 구성의 참여자들이 새로운 사회가 요구하는 새로운 가치에 대한 이해와 동의가 없는 상태에서 교육과정 개발이 이루어지고 있기 때문이다. 현 시대의 발달된 기술공학은 대수로 하여금 모두를 위한 더욱 강력한 도구가 되게 할 수 있다(Usiskin, 2004)는 확신이 없이 대수교육의 변화는 가능하지 않다. 21세기 ICT-기반 사회가 요구하는 수학이 과거와 차이가 있다는 인식이 없는 상태에서 교육과정의 변화를 기대하기 힘들다.

둘 째, 도구로서의 ICT의 적절한 활용에 관한 구체적인 사례에 대한 이해와 경험이 부족한 상태에서 단순-결합형을 택하는 것이 안전할 수 있기 때문이다. 국가교육과정의 모든 학습프로그램에 ICT의 적절한 활용을 포함시킨 영국의 경우, 영국수학회가 CAS 활용 지침서(Oldknow & Flower, 1996)를 출간한 것은 시사하는 바가 크다.

세 째, 학교 현장에 ICT 환경이 충분히 갖춰져 있지 않기 때문에 실행 가능성이 적다는 판단 아래, 외형상 단순-결합 형태를 택했을 수 있다.

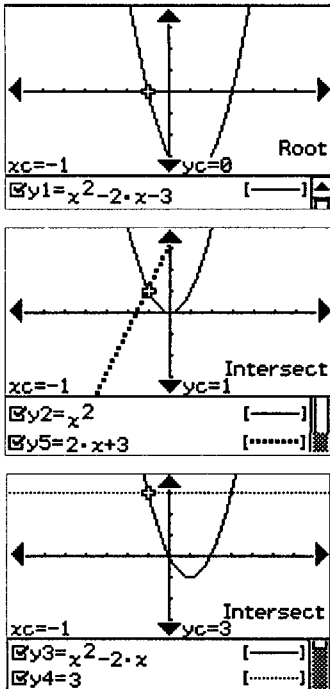
이 세 가지가 복합적으로 작용하여 가장 간편한 선택인 단순-결합형의 교육과정이 구성된 경우, ICT는 처음부터 잡음에 불과하여 효과를 기대하기 어렵다.

4. ICT의 적절한 활용 사례

ICT의 적절한 활용이 수학적 개념과 원리를 의미있게 활용할 수 있게 하는 예를 ‘방정식과 함수의 관계’에 관하여 논의하고자 한다.

그래프를 그리는 것은 많은 시간을 요하고 또 정확한 그래프를 그리기 어렵기 때문에, 지필환경에서는 그래프를 활용한 방정식 풀이가 용이하지 않을 수 있다. 그러나 대수학습의 핵심주제의 하나인 방정식과 함수의 관계를 다루지 않는다는 것은 문제가 있다. 함수의 그래프는 알고리즘적 지필조작의 의미를 이해하는데 도움이 되며 ICT를 이를 위한 도구로 적절히 사용될 수 있다.

예를 들면, 방정식 $x^2=2x+3$ 과 방정식의 풀이 과정에서 동치 변형 된 방정식 $x^2-2x=3$ 과 $x^2-2x-3=0$ 의 해는 동일하지만, 해의 의미는 명백한 차이가 있다(그림 V-2] 참조).



[그림 V-2] 동치인 이차방정식의 그래프해법

방정식의 풀이가 기계적인 알고리즘으로 끝나지 않고 의미를 가지려면, 각 방정식의 해는 서로 다른 그래프의 교점의 x 좌표로 결국 동일한 값이 되지만 각 방정식의 해가 가지는 의미는 같지 않음을 이해할 필요가 있다.

현 교육과정에서 방정식과 함수관계의 약화는, Lagrange (2005)의 표현을 빌면, 지필환경에서 대수적 조작의 용이성이라는 ‘도구적 가치’를 때문에 도구 사용의 결과에서 비롯되는 ‘인식론적 가치’를 포기한 결과라 해도 과언이 아니다.

VI. 결론 및 논의

보편교육의 확대와 기술공학의 편재는 기호와 식의 조작을 중심으로 하는 전통적인 학교 대수교육과정의 적절성을 재고하게 하였다.

고등 수학의 관문의 역할을 하던 대수 교과가 모든 사람을 위한 교과가 되면서 학교대수는 사고 교육의 일환으로 간주되었다. 지필조작의 유창성을 개념과 원리의 유창성으로 확대하며 ‘대수적 사고’나 ‘대수적 추론’을 중시하는 등 기능보다는 개념이나 원리의 적절한 사용과 결과의 해석의 중요성에 주목하게 된 것이다. 대수적 사고 교육에 대한 관심은, 자연스럽게 비형식적 대수와 표현과 관계의 탐구를 조기에 도입하는 조기 대수(Early Algebra)를 탄생시켰다.

새로운 대수교육과정의 특징은 ICT 환경을 전제로 하며 현상을 서술하고 예측하는 함수 개념이 핵심을 이룬다는 점이다. ICT 환경을 전제로 한 대수교육과정에서는 계산결과로 나타난 관계의 분석과 일반화, 다중표현의 활용, 모델링을 크게 강조된다는 점을 활동 사례를 통해 기술하였다.

이러한 대수교육과정의 새로운 동향은 우리나라에서 수학의 교수·학습에 ICT 활용을 허용하는 것으로 영향을 주었으나, 우리나라의 대수교육은 본질적으로 전통적인 틀 안에 있다는 것을 교과서 내용전개와 교육과정의 함수교육의 사례에서 확인할 수 있었다.

기술공학이 ‘가르칠 수학 내용을 변화시킨다’는 선언(NCTM, 2000)은 이미 수학교육의 여러 영역에서 구체적인 사례로 실현되고 있다. ICT는 학교대수를 사고교육의 일환으로 개념의 이해와 적용에 초점을 맞추도록 도울 수 있으며 이를 위해서 대수의 지도 내용과 계열이 의미있게 재구성되어야 한다.

중등과정에서 적어도 그래프와 함수는 함께 지도하여야 한다. 그래프를 활용한 해법은 그 적용 가능성으로 보아서도 결코 가볍게 다룰

주제가 아니다. 또 주어진 자료의 최적곡선 구하기(비형식적 회귀분석)를 교육과정 내용에서 제외시키고는 함수의 활용을 제대로 이해할 수 없다. ICT 환경은 수학적 탐구의 대상을 실생활로 확장하여 자연스럽게 수학화를 경험할 수 있게 될 것이다.

사회적 변화에서 비롯된 대수교육과정 개혁의 요구와 방향은 우리나라 수학교육에도 도전이 되고 있다. 물론 선부른 ICT의 활용은 수학교육, 특히 대수교육에 역기능으로 나타날 가능성이 충분히 존재하며, 바로 이 점이 수학교육자로 하여금 학교수학에서 ICT 활용에 소극적이게 만드는 원인이기도 하다. 그러나 현행 교육과정처럼 전통과 변화를 영역별로 단순결합하여 적용하는 것은 의미가 없으며 그 효과를 기대하기 어려우며 오히려 학교 현장에 혼란만 가중시킬 뿐이다. 교육과정 문서에서 ICT 활용을 “권장(6차)-> 적극 권장(7차)-> 허용(7차 수정)”의 혼란스러운 입장변화는 단순결합 형태의 교육과정에서 비롯된 결과라 할 수 있다.

대수교육과정에서 지필연산의 유창성 정도로 설정할 것인가를 결정하기 이전에 학교대수의 목표설정이 선행되어야 한다. 대수 교육과정의 개혁은 근본적으로 대수 교과에 대한 관점의 변화에서 시작된다. 교육과정 개혁의 논의는 우리가 살고 있는 사회가 학교대수의 변화를 요구하고 있다는 사실의 인식에서 출발하여야 하며, 대수교육의 목표설정, 내용의 선정과 학습계열의 조직, 수업방법 및 평가를 포함한 교육과정 전 영역에서 대수교육개혁의 배경 요인으로 작용한 ICT의 역할을 통합적으로 고려하여야 한다.

교육환경에 계산기나 컴퓨터 등 지원의 확대 선행되어야 한다. 그러나 그 지원의 확대 속도는 학교와 사회적 필요에 의해 조정될 것이다. 환경적 지원 정도의 폭을 고려하여 대수 교육과정의 내용과 수준을 유연하게 설정하는 것도 ICT 환경의 점진적 확대를 대비하는 방법이 될 수 있을 것이다.

ICT의 적용을 위한 교육과정에 탄력적 설정, 영역별 주제의 확장과 축소 등 교육내용의 조정, 교육과정의 설정과 실행에서의 유연성 보장, ICT가 진짜 도구가 되는 교과서 및 교육 자료의 개발과 지원, 평가방안 등이 우리가 당면한 과제이다. 그러나 무엇보다도 수학 교사들이 대수교육에 대한 관점의 변화가 있어야 한다. 교사교육에서 새로운 교육과정 내용이나 교수 방법 뿐 아니라 새로운 교육과정을 요구하게 된 시대적 변화를 이해하고 이를 적용할 수 있는 안목을 갖추는 것이 선행되어야 할 것이다.

참고문헌

- 교육부(1994). **중학교 수학과 교육 과정 해설**. (교육부 고시 제1992-11호에 따른) 서울: 대한교과서주식회사.
- _____ (1997) **수학과 교육과정-제 7차교육과정**. (교육부 고시 제 1997-15호 [별책 9]). 서울: 대한교과서주식회사.
- _____ (2000). **중학교 교육 과정 해설(III) - 수학, 과학, 기술, 가정**. 서울: 대한교과서주식회사.
- _____ (2001) **고등학교 교육과정 해설 -수학-**.(교육부 고시 제1997-15호). 서울: 대한교과서주식회사.

- 교육인적자원부(2007) 초중등학교 수학과교육과정 (교육인적자원부 고시 제 2007-79호 [별책 8] 대한교과서주식회사.
(<http://www.moe.go.kr>)
- 금중해, 이만근, 이미라, 김영주(2001). 수학 8-가. 서울: (주)고려출판.
- Bednarz, N., Kieran, C. & Lee, Lesley(eds.). (1996). *Approaches to Algebra Perspectives for Research and Teaching*. Dordrecht, Netherland: Kluwer Academic Publisher.
- Britannica (1998). *Mathematics in Context*. 40 vols. Chicago, IL: Encyclopaedia Educational Corporation.
- _____(1998a) *Comparing Quantities: Mathematics in Context*. Chicago, IL: Encyclopaedia Educational Corporation.
- _____(1998b). *Tracking Graphs: Mathematics in Context*. Chicago, IL: Encyclopaedia Educational Corporation.
- _____(2002). *Encyclopedia Britannica*.
- Coxford, A. & Shulte, A. (1988) *The ideas of algebra, K-12. 1988 yearbook*. Reston, VA: NCTM.
- Coxford, A., Fey, J., Hirsch, C., Schoen, H., Burril, G., Hart, E., Watkins, A. 1998, 2003) *Contemporary Mathematics in Context. A Unified Approach, Course 2 Part A. Core Plus Mathematics Project*. Chicago, IL: Everyday Learning
- Drijvers, P.H.M. (2003) *Learning Algebra in a Computer Algebra Environment: design research on the understanding of the concept of parameter*. Utrecht: CD- β Press 3-25.
- Driscoll, M. (1987) *Research within Research: Secondary School Mathematics: A Research-Guided Response to the Concerns of Educators*. Reston, VA: NCTM.
- Greenes, G. & Findell, C. (eds.) (2005). *Developing Students' Algebraic Reasoning Abilities*. Lakewood, CO: NCSM.
- Greenes, G. (ed.) (2008, in press). *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics*. 2008 Yearbook, VA, Reston: NCTM.
- Heid, M. & Zbiek, R. M. (1999). A Technology-Intensive Approach to Algebra. In B. Moses. *Algebraic Thinking: Grades K~12*. pp.82-89. Reston, VA: NCTM
- Heid, M. (1996). *Algebra in a Technological World: Addenda Series Grades 9-12*. Reston, VA: NCTM.
- House P. A. (1988). Reshaping School Algebra: Why and How? In A. Coxford & A. Shulte. (eds.). *The ideas of algebra, K-12. 1988 yearbook*. Reston, VA: NCTM.
- Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. In D. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp. 390-419). New York: MacMillan Publishing Company.
- _____(2004). The Core of Algebra: Reflections on its main Activities. In K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (eds.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra, The 12th ICMI Study*,

- (pp.21-34) Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Kissane, B., M. Kemp, Bradley, J. (1997) .Symbolic Manipulation with TI-92: New Treats or Hidden Treasure?. In N. Scott & S. Hollingsworth (eds.), *Mathematics: Creating the future, Melbourne, Australian Association of Mathematics Teachers*, 388-396. "
- Kreith, K. & Chakerian, D. (1999). *Iterative Algebra and Dynamic Modeling: A curriculum for the Third Millenium*. New York: Springer-Verlag.
- Kriegler, S. (2001). Just What is Algebraic Thinking? Submitted for Algebraic Concept in the Middle School.<http://www.math.ucla.edu/~kriegler/pub/algebra.html> >
- Lagrange, J. (2005) Using Symbolic Calculators to Study Mathematics. In D. Guin, K. Ruthven & L. Trouche. (eds.) *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators. Chapter 5.* (pp.113-135). Mathematics Education Library vol. 36. New York: Springer Science+Business Media, Inc.
- Larson, R., Boswell, L., Kanold, T. & Stiff, L. (2007) *Algebra 2*. Boston, MA: McDougal Littell.
- Lins, R. & Kaput, J. (2004) The Early Development of Algebraic Reasoing. In K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (eds.), *The future of the teaching and learning of algebra*. The 12th ICMI Study, the university of Melbourne, Australia.
- Lins, R., Rozano, T., Bell, A., & Suterland, R. (2001) Approaches to Algebra. In R. Sutherland, T. Rozano, A. Bell,, & R. Lins (eds.) *Perspectives on School Algebra*. 1-12, Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Moses, B. (1999). *Algebraic Thinking: Grades K~12. Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications*. Reston, VA: NCTM
- Murdock, J., Ellen & Eric Kamischke. (2000) *Discovering Algebra: An Investigative Approach* Key Curriculum press.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM
- _____(1996). *Algebra in a technological world: Agenda series, Grade 9-12*. Reston, VA: NCTM
- _____(1999). *Algebraic Thinking: Grades K~12. Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications*. Reston, VA: NCTM
- _____(2000) *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Oldknow, A. & Flower, J. (eds.) (1996) *Symbolic Manipulation by Computers and Calculators*. Locester, UK: The Mathematical Association.
- Osborne, A. & Crosswhite, F. (1970) .Forces and Issues Related to Curriculum and Instruction, 7-12. In NCTM *A History of Mathematics Education in the United States and Canada*. Part Three. (pp. 155-300) Washington, D. C.
- Ralston, A. (1999) Let's Abolish Pencil-and-Paper Arithmetic. *Journal of*

- Computers in Mathematics and Science Teaching*. Vol. 18(2), pp. 173-194.
- Schultz, J. (1999) Teaching Informal Algebra. In B. Moses. *Algebraic Thinking: Grades K~12*. pp.163-167. Reston, VA: NCTM
- Stacey, K. & Chick, H.(2004). Solving the Problem with Algebra. In K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (eds.), *The future of the teaching and learning of algebra* (pp. 1-20). The 12th ICMI Study, the University of Melbourne, Australia.
- Stacey, K., Chick, H. & Kendal, M. (eds.) (2004). *The future of the teaching and learning of algebra*. The 12th ICMI Study, the University of Melbourne, Australia.
- Stacey, K. & MacGregor, M. (2001) Curriculum Reform and Approaches to Algebr. In R. Sutherland, et al. (eds.) (2001). *Perspectives on School Algebra* pp. 141-154. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Stacey, K. & Yerushalmy, M. (2004). Research on the Role of Technological Environments in Algebra learning and Teaching. In K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (eds.), *The future of the teaching and learning of algebra*. The 12th ICMI Study, (pp. 99-152) the University of Melbourne, Australia.
- Star, J., Herbel-Eisenmann, B. & Smith, J. (2000 Feb) Changing Conceptions of Algebra: What's Really New in New Curricula? *Mathematics Teaching in the Middle School*.
- Sutherland, R., Rojano, T., Bell, A., & Lins, R. (2001). *Perspectives on school algebra*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Thorpe, J. (1989). Algebra: What Should We Teach and How We Teach It? In S. Wagner & C. Kieran. (eds.) *Research Agenda in mathematics Education: Research Issues in Teaching and Learning Algebra* pp.11-24. Reston, VA: NCTM.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of School Algebra and Uses of Variables. In A. Coxford & A. Shulte. (eds.). *The ideas of algebra, K-12. 1988 yearbook*. (pp. 8-19). Reston, VA: NCTM.
- Usiskin, Z. (1999a). Why is Algebra Important to Learn? In B. Moses. *Algebraic Thinking: Grades K~12*. pp.22-30. Reston, VA: NCTM NCSM.
- Usiskin, Z. (1999b). Why Elementary algebra can, should, and must be an eight-grade course for average students? In B. Moses. *Algebraic Thinking: Grades K~12*. pp.40-48. Reston, VA: NCTM NCSM.

New Directions for School Algebra in ICT based Society

Chang, Kyung Yoon (Konkuk University)

The relevance of secondary school algebra focused on paper and pencil manipulation has been reconsidered along with the expansion of universal education and the development of ICT such as computer or calculators. This study was designed to investigate the issues and trends of the recent algebra so as to provide implementations for algebra curriculum in Korea.

The focus of algebra education has being shifted from paper pencil manipulation to

algebraic thinking. The early algebra or informal algebra is one of the important traits of revolution, and the role of ICT is integrated in newly developed curricula.

In Korea, algebra education has been retaining the traditional line even though the national curriculum documents allows ICT for instruction. The reasons of these discrepancies were analyzed and the tasks for the new curriculum in accordance with the current trends were suggested in this paper.

* key words : algebra curriculum(대수교육과정) ICT, technology(기술공학) functional approach(함수적 접근) algebraic thought/reasoning(대수적 사고/추론) 교사 교육(teacher education) 적절성(relevance)

논문접수 : 2007. 8. 15

심사완료 : 2007. 9. 1