NURBS를 이용한 격자생성 및 제어기법

윤 용 현*1

A STUDY ON THE NURBS GRID GENERATION AND GRID CONTROL

Yong Hyun Yoon*1

A fast and robust method of grid generation to multiple functions has been developed for flow analysis in three dimensional space. It is based on the Non-Uniform Rational B-Spline(NURBS) of an approximation method. Many of NURBS intrinsic properties are introduced and much more easily understood. The grid generation method, details of numerical implementation. examples of application, and potential extensions of the current method are illustrated in this paper. The object of this study is to develop the surface grid generation and the grid cluster techniques capable of resolving complex flows with shock waves, expansion waves, shear layers. The knot insert method of Non-Uniform Rational B-Spline seems well worked. In addition, NURBS has been widely utilized to generate grids in the computational fluid dynamics community. Computational examples associated with practical configurations have shown the utilization of the algorithm.

Key Words : Grid Generation, NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline), Knot Vector, Surface Modeling, Knot Insert, Grid Control

1. 서 론

최근 전산유체역학의 발달로 인해 물리적으로 복잡한 유동현상의 해석과 함께 기하학적 형상이 복잡한 유동장을 해석하는 지평이 갈수록 확대되고 있다. 특히 복잡한 형상 모델링과 격자구성 및 제어, 그리고 최적설계분야에 대한 관심이 증가함에 따라 효율적인 격자구성기법이 절실히 요구되고 있다.

격자구성기법은 기본적으로 편미분방정식을 이용하여 격자를 구성하는 미분적 기법(differential grid generation method)과 주어진 점들을 보간(interpolation)하여 격자를 구성하는 대수적 기법(algebraic grid generation method)으로 크게 나눌 수 있다. 미분적 기법은 격자생성을 위한 방정식의 형태에 따라 타원형, 포물선형, 그리고 쌍곡선형 격자생성기법들이 있으나 각 형태마다 고유의 특성과 장단점을 갖고 있다. 특히 미분적 기법은 기본적으로 유연한 격자를 얻을 수 있다는 장점이 있으나 격자구성에 계산 시간이 많이 걸리고, 형상모델링과 표면격자구성, 격자점 제어나 형상제어를 하기에는 제한점이 많다[1]. 그래서 격자구성에 걸리는 계산 시간도 빠르고 형상모델링과 표면격자구성이 용이한 대수적 기법이 많이 사용된다. 대수적 기법은 보간 기법(interpolation method)과 근사적 기법(approximation method)로 분류할 수 있다. 그 동안 전통적으로 사용하여 오는 보간기법에는 Hermite방법, cubic splines, Coon's patch, Ruled surfaces 등 다양하다. 그런데 최근 이러한 보간기법 이외에 대수적 격자구성 기법 중의 하나로 자리 잡게 된 근사적 기법이 점차 그 이용이 증대되어 가고 있는 추세이다. 이 근사적 기법은 본래 CAE(Computer Aided Engineering)분야에서 필요한 공학 모델을 표현할 때 많이 사용되고 있는 Bezier기법, B-Spline기법, 그리고 NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines)기법 등이 있다. 이러한 기법들은 1962년 Bezier 곡선에서 고안 되었다고 볼 수 있다. 1974년에 들어 Gordon과 Riesenfeld이 Bezier곡선을 B-spline곡선으로 발전시켰으며[2], Gerald Farin 등에 의해서 NURBS형태로 자리 잡게 되었다[3-5]. NURBS는 다양한 잠재력을 컴퓨터 지원형상설계(CAGD: Computer Aided Geometry Design)분야 뿐 만 아니라 전산 유체 역학의 표면격자 구성, 또는 정렬 격자나 비정렬 격자를 생성하거나 격자를 제어하는 적응격자 또는 최적설계 등 다양한 분야에 많이 이용되고 있다. T.Y. Yu 와 B.K. Soni는 3차원 NURBS 정렬 격자계를 생성하는 코드를 개발하

접수일: 2007년 4월 25일, 심사완료일: 2007년 8월 31일.

1 종신회원, 공군사관학교 항공우주공학과

* E-mail: yoon@afa.ac.kr

였고[6], G.S Hufford 등은 NURBS를 이용하여 비정렬격자계를 자동생성하는 코드를 개발하여 유동해석을 하였다[7]. 이들은 주로 NURBS의 형상 모델링 기능을 바탕으로 표면격자 구성프로그램을 만든 다음, 이를 3차원 공간의 체적격자 프로그램과 연계하여 효과적인 격자프로그램을 개발한 바 있다. 최근에는 NURBS를 이용한 최적설계에 관한 연구가 매우 활발해 지고 있다. 참고문헌[8-10]에서는 에어포일이나 S형 천음속 흡입관의 공력 형상 최적 설계를 위해 격자변형과정에서 양질의 격자를 유지한 채 자유도 높은 설계공간을 보장해 주기 위해 NURBS함수의 조절점(control point)을 변환하는 방법으로 최적설계를 하였다. 한편 비정상 피칭운동을 하는 에어포일의 최대 추력을 갖는 최적경로설계를 위해 NURBS를 이용하고 있다[11,12].

그런데 이러한 대부분의 연구들은 NURBS함수의 제어점(control point)을 이용하여 형상 변환 및 최적설계를 시도하였다. 그러나 본 연구에서는 이러한 제어점이나 제어망(control net)을 이용한 형상 변환 및 설계방법은 물론 NURBS가 가지고 있는 보다 다양한 형상 모델링 능력, 격자구성능력, 그리고 격자 제어 및 조절기능이 가능한 가중함수(weight function) 조절, 차수(order)선택, Knot vector insert기법 등의 능력을 보여 줌으로써 NURBS를 이용한 형상 모델링(geometry modeling), 표면격자구성(surface grid generation), 적응격자생성(adaptive grid generation), 격자점 제어(grid control), 최적설계(optimal design) 에 활용 가능성을 보여 주는데 있다.

2. 본 론

2.1 NURBS 함수

대수적 격자생성 기법 중에서 가장 다양한 기능을 지닌 NURBS의 함수는 Bezier함수로부터 시작하여 B-Spline으로 발전하였고 마침내 Bezier와 B-Spline의 모든 기능을 포함하는 4차원 동차 좌표계(homogeneous coordinates)를 사용하는 NURBS로 정리되었다. 따라서 Bezier함수로부터 정의된 함수가 진화를 거듭하여 B-Spline이 되고 다시 NURBS함수까지 이르게 된 것이다. 이러한 방법들은 기본적으로 형상모델링을 하는데 있어서 근사적 기법(approximation method)이기 때문에 주어지는 제어벡터(control vector)가 있고 이들과의 관계를 이어주는 기저함수(basis function)와 쌍을 이루게 된다. 즉, m x n 차의 Bezier patch는 다음과 같다.

$$P(u,v)=\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}B_{i,m}(u)\ B_{j,n}(v)b_{i,j}(0\leq u,v\leq 1) \quad (1)$$

여기에서 $B_{i,m}(u)$는 매개변수 u 방향의 m^{th}차 Bernstein 기저함수 이고, $B_{j,n}(v)$는 매개변수 v 방향의 n^{th}차 Bernstein기저함수인데 u 방향에 대해서만 기저함수를 정의하면 다음 식과 같다.

$$B_{i,m}(u)=C_m^i u^i(1-u)^{m-1} \quad ,i=0,1,.....m \quad (2)$$
$$C_m^i=\frac{m!}{i!(m-i)!}$$

그리고 Bernstein 기저함수는 다음과 같은 특징을 갖는다.

(1) $B_{i,m}(u)\begin{cases}=0 & \text{if } u=0,1\\ >0 & \text{if } u\in(0,1)\end{cases}\ (i=1,2,...m-1)$
$B_{0,n}(0)=B_{n,n}(1)=1$
$B_{0,n}(1)=B_{n,n}(0)=0$
$0<B_{0,n}(u),\ B_{n,n}(u)<1,\ u\in(0,1)$

(2) $\sum_{i=0}^{m}B_{i,m}(u)=1 \quad u\in[0,1]$

(3) $B_{i,m}(u)=B_{m-1,m}(1-u), \quad (i=0,1,....m)$

(4) $B'_{i,n}(u)=n\{B_{i-1,n-1}(u)-B_{i,n-1}(u)\}(i=0,1,..n)$

(5) $B_{i,m}(u)$는 $u=i/m$에서 최대

(6) 반복되는 관계식:
$B_{i,m}(u)=(1-u)B_{i,m-1}(u)+uB_{i-1,m-1}(u)$

식 (1)에서 주어진 tensor $b_{i,j}$는 물체형상의 특성을 나타내는 다각형(characteristic polygon)으로써 입력 데이터로 주어지는 조절망(control net)이다. 그런데 이러한 Bezier함수부터 발전된 B-spline함수는 식 (1)과 같은 형태를 가지나 오로지 기저함수 만 다를 뿐이다. B-spline 기저함수(basis function) $B_{i,m}(u)$는 Cox-deBoor에 의해 다음과 같이 정의한다[13].

$$B_{i,1}(u)=\begin{bmatrix}1 & \text{if } x_i\leq u<x_{i+1}\\ 0 & otherwise\end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B_{i,m}(u)=\frac{(u-x_i)B_{i,m-1}(u)}{x_{i+m-1}-x_i}+\frac{(x_{i+m}-u)B_{i+1,m-1}(u)}{x_{i+m}-x_{i+1}} \quad (4)$$

여기서 x_i는 $x_i\leq x_{i+1}$을 만족하는 knot vector이며, 각 구간에서 기저함수의 값은 $B_{i,m}\geq 0$일 뿐 아니라 어떤 매개변수의 값 u에 대해 B-spline기점함수 값의 합은 다음 식을 만족한다.

$$\sum_{i=1}^{m+1}B_{i,m}(u)\equiv 1 \quad (5)$$

기본적으로 Knot vector는 세 가지 형태로 설정할 수 있는데 균등형(uniform type), 열린형(open type), 그리고 비균등형(non-uniform type)이 있다. 이는 knot vector에 의해 주어지는 간격의 여부에 따라 달라진다. 따라서 Non-uniform B-Spline 함수는 식 (1)에서 기저함수의 Knot vector가 비균등(non-uniform) 형태임을 의미한다.

이제 비균등(Non-Uniform B-Spline)을 Rational형태의 NURBS함수를 얻기 위해 앞에서 주어진 식(1)을 4차원 동차 좌표계(4-D homogeneous coordinate space)공간에서 표현하면 다음과 같다[14,15].

$$P(u,v)=\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}B_{i,m}(u)\;B_{j,n}(v)\,b_{i,j}^{h} \tag{6}$$

여기에서 $b_{i,j}^{h}$는 4차원동차 다각형 꼭짓점 데이터인 조절망(control net), $B_{i,m}(u)$와 $B_{j,n}(v)$는 nonrational 기저함수이다.

이를 동차좌표계를 이용하여 3차원 공간으로 다시 투영 시키면 다음과 같은 NURBS식 얻는다.

$$P(u,v)=\frac{\sum_{i=1}^{m+1}\sum_{j=1}^{n+1}h_{i,j}b_{i,j}B_{i,m}(u)\,B_{j,n}(v)}{\sum_{i=1}^{m+1}\sum_{j=1}^{n+1}h_{i,j}B_{i,m}(u)\,B_{j,n}(v)}=\sum_{i=1}^{m+1}\sum_{j=1}^{n+1}b_{i,j}R_{i,j}(u,v) \tag{7}$$

위의 식 (7)에서$b_{i,j}$는 입력으로 주어지는 다각형 데이터인 조절망(control net)이고, $h_{i,j}$는 가중함수(weight function)를 포함한 동차좌표계이며, $R_{i,j(u,v)}$는 bivariant rational B-spline 기저함수로써 값은 항상 영보다 크고, 그 총합은 1이다.

$$\sum_{i=1}^{m+1}\sum_{j=1}^{n+1}R_{i,j}(u,v)\equiv 1 \tag{8}$$

또한 각 매개변수 방향에서 NURBS의 최대 order는 그 방향의 조절망의 수와 같고, C^{i-2}, C^{j-2}연속인 곡면이다. 그리고 이 곡면은 가중치가 영보다 크거나 같을 때 조절망 내에 존재하는 특성(strong convex hull property)을 가지며, 국부형상 변화(local modification)가 가능하다. 따라서 NURBS는 Bezier, B-Spline 등의 모든 곡면을 다 생성할 수 있을 뿐 아니라 원이나 타원 그리고 구와 같은 해석적 형상(analytical configuration)까지도 구성이 가능하다.

이상과 같은 수학적 모델은 주로 곡선이나 곡면 구성에 용이하게 이용될 수 있으나 이 개념을 확장하여 3차원 NURBS 체적에 대한 공식을 3D tensor product형태로 쓰면 다음 식 (8)과 같다.

$$V(s,t,r)=\frac{\sum_{i=1}^{m+1}\sum_{j=1}^{n+1}\sum_{k=1}^{p+1}h_{i,j,k}b_{i,j,k}B_i^{k1}(s)B_j^{k2}(t)B_k^{k3}(r)}{\sum_{i=1}^{m+1}\sum_{j=1}^{n+1}\sum_{k=1}^{p+1}h_{i,j,k}B_i^{k1}(s)B_j^{k2}(t)B_k^{k3}(r)} \tag{8}$$

여기에서 $b_{i,j,k}$는 3D control volume이고, $h_{i,j,k}$는 각 control point와 관계되는 가중함수이며, $B_i^{k1}(s)$,$B_j^{k2}(t)$, 그리고 $B_k^{k3}(r)$은 i, j, k방향에서 k1, k2, k3 차의 B-spline 기저함수이다.

2.2 Inverse NURBS

NURBS곡면$P(u,v)$은 식 (7)을 이용하여 생성하게 되는데 먼저 조절망(control net) $b_{i,j}$을 입력하고 이와 기저함수 $B_{i,m}(u)$와 $B_{j,n}(v)$에 의해 곡면이 결정 된다. 그런데 어떤 물체의 형상 데이터가 있고 조절망(control net) $b_{i,j}$의 데이터가 필요한 경우가 많다. 그래서 조절망의 값을 미지수로 하여 계산을 수행하는 것을 Inverse NURBS라 한다. 조절망의 값을 구하기 위해 이것을 메트릭스 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$[D]=[B][C] \tag{9}$$

여기에서 [D]는 곡면 데이터의 3차원 좌표 값들로 일차 선형 계를 이룬다. 예를 들어 어떤 B-spline 곡선 상에 j 개의 3차원 데이터가 주어질 경우 다음과 같은 선형 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
D_1(t_1)&=B_{1,k}(t_1)b_1+B_{2,k}(t_1)b_2+\\
&\qquad\qquad\cdots\cdots+B_{n+1,k}(t_1)b_{n+1}\\
D_2(t_2)&=B_{2,k}(t_2)b_1+B_{2,k}(t_2)b_2+\\
&\qquad\qquad\cdots\cdots+B_{n+1,k}(t_2)b_{n+1}\\
&\cdot\\
&\cdot\\
D_j(t_j)&=B_{1,k}(t_j)b_1+B_{2,k}(t_j)b_2+\\
&\qquad\qquad\cdots\cdots+B_{n+1,k}(t_j)b_{n+1}
\end{aligned} \tag{10}$$

여기에서는 $2\le k\le n+1\le j$이고, 식 (9)의 [B]는 B-spline 기저함수를 이루는 메트릭스이며, [C]가 3차원 조절점(control point)으로 찾고자하는 미지수가 된다. 따라서 다음

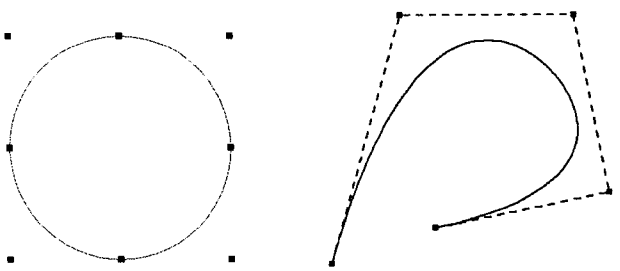


Fig. 1 Curve generations by control points

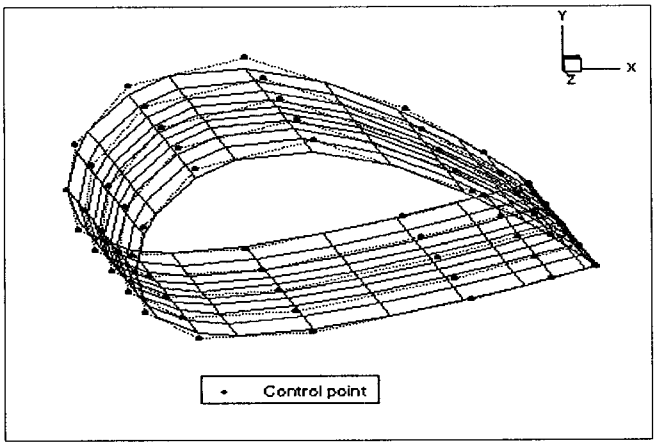


Fig. 2 Intial control net

과 같은 역행렬은 Gauss 소거법을 이용하여 조절점의 값들을 구한다.

$$[C]=\left[[B]^T[B]\right]^{-1}[B]^T[D] \tag{11}$$

이렇게 해서 얻어진 조절점의 값들은 보다 정교한 형상 설계를 위해 사용될 수 있다.

2.3 Knot Insert

Bezier함수는 knot vector를 구성할 때 "0"과 "1"을 사용하지만 B-spline과 NURBS는 [0,1]사이에서 내부 knot vector를 구성한다. 따라서 B-spline과 NURBS는 knot vector구성에 따라 기저함수가 변하기 때문에 국부 변형이 가능하다. Knot vector는 unclamped와 clamped knot vector로 구분한다. 처음과 끝의 knot values가 order만큼 반복되면 clamped라 하고 그렇지 않은 것을 unclamped라 한다. 그리고 clamped는 처음과 끝의 점을 지나는 곡선을 형성하는 반면에 unclamped는 처음과 끝점을 지나지 않는다. 또한 knot사이의 값이 일정한 것을 uniform, 일정하지 않은 것을 nonuniform이라 한다[15,16].

본 연구에서 사용한 Knot vector를 구성하는 방법은 Inverse NURBS 생성과정에서 chord length를 이용해서 매개변수를 얻을 때 centripetal 방법을 사용했다. 조절점 b_i 의 개수가 $n+1$일 때 centripetal method에 의해 c_i를 구성한다.

$$c_{i+1}=c_i+\frac{\sqrt{|b_{i+1}-b_i|}}{d}\quad (i=1,\ \ldots,n-1) \tag{12}$$
$$d=\sum_{i=1}^{n-1}\sqrt{|b_{i+1}-b_i|},\ c_1=0,\ c_{n+1}=1$$

식 (12)의 c_i 를 이용해서 $m=n+k+1$의 개수만큼 생성된다. clamped knot vector를 형성하게 되면 처음과 끝의 knot vector는 order k만큼 반복 된다.

$$x_{j+k-1}=\frac{1}{k-1}\sum_{i=j}^{j+k-2}c_i \qquad (j=2,\ldots,n-k+2) \tag{13}$$
$$x_1=\ldots=x_k=0, \qquad x_{m-k+1}=\ldots=x_m=1$$

3. NURBS 격자 생성

3.1 형상 모델링과 형상제어 인자

형상 모델링은 첫째, 원하는 형상에 대한 형상 조절망(control net)인 $b_{i,j}$을 입력함으로써 구성할 수 있다. 다음 Fig. 1은 원이나 곡선을 그리기 위한 조절점을 보여 주고 있으며, 조절점에 의해서 형성된 convex hull에 의해 곡선의 모양은 달라진다.

다음 Fig. 2는 날개를 설계할 때 사용된 조절점들을 보여주고 있으며, 최적 설계인자를 찾을 경우 이 제어점(control point)을 이용해 최적형상으로 설계가 가능하다.

다음 Fig. 3(a)는 제어망(control net)에 의해 원통을 구성한 다음 제어망 내의 한 점을 이동하였을 경우 원통형상이 변함을 Fig. 3(b)에서 보여 주고 있다. 형상 모델링을 하는데 가장 효과적인 형상제어 인자는 Fig. 3에서 보여 주는 바와 같이 제어점이라 할 수 있다. Fig. 4는 축소-확대 노즐이나 공기흡입구 또는 원통의 크기와 형상이 변하는 도관(duct)의 형상설계를 위해 조절망의 조절점을 변화시킨 형상이다. NURBS는 이처럼 자유형상이나 곡선을 모델링할 수 있을 뿐 만 아니라 해석적 형태를 가진 형상도 모델링이 가능한 기능을 가지고 있다.

다음 Fig. 5는 NURBS의 포괄적인 기능 중 자유형상(free form geometry)뿐 만 아니라 원과 타원, 그리고 구면체와 같은 해석적 형상도 생성이 가능함을 보여주는 것으로 제어점에 의해 구성된 구(sphere)를 모델링한 그림이다.

둘째, 형상 모델링하는 과정에서 제어점 이외에 가중함수 변화를 통한 형상 제어가 가능하다. NURBS곡선은 동차좌표

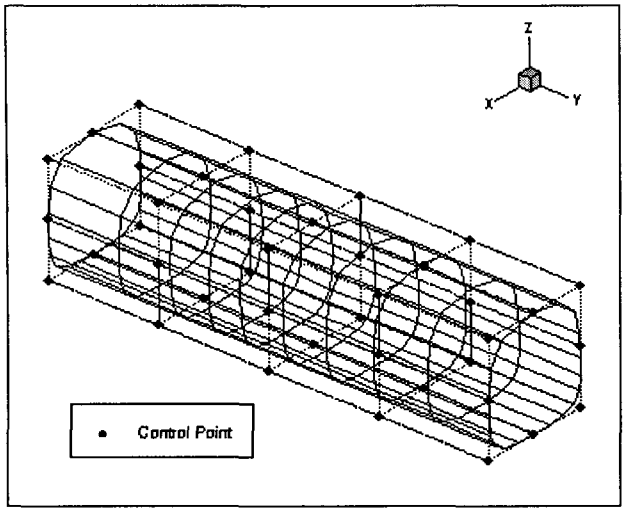


Fig. 3 (a) Initial cylinder configuration

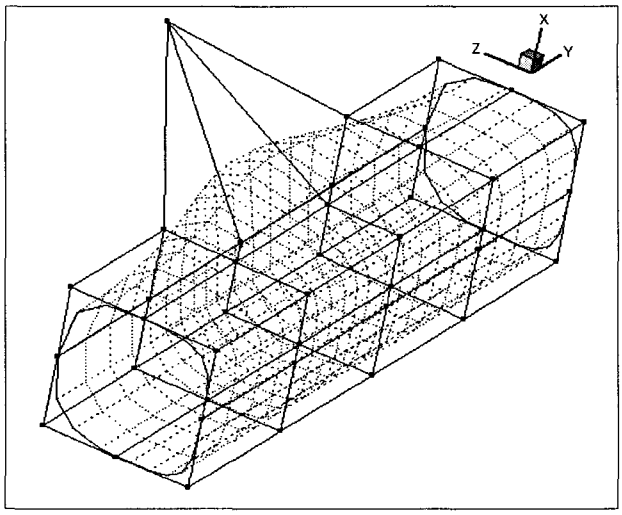


Fig. 3 (b) New cylinder configuration

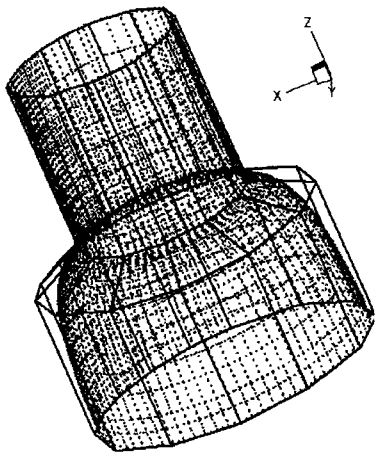


Fig. 4 NURBS duct modeling

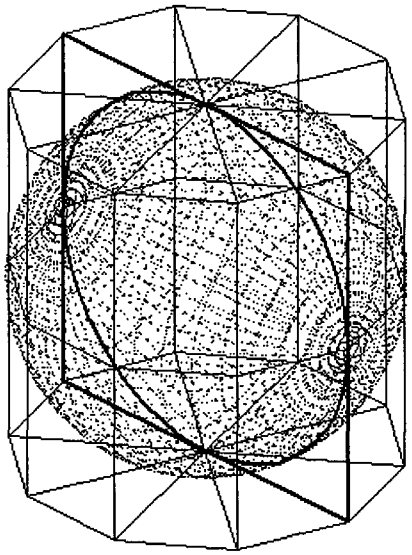


Fig. 5 NURBS sphere modeling

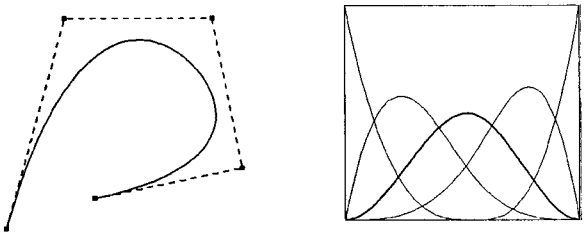
계를 사용하므로 형상변형인자 가중함수를 가지고 있다. 식 (7)에서 가중함수 $h_{i,j}$에서 가중치를 증가시키거나 감소시킴으로써 형상변화가 가능하다.

Fig. 6은 동일한 제어점을 이용하지만 가중치 h를 1, 5, 0.5로 변화 시켰을 경우 기저함수가 달라지면서 곡선형태가 변함을 알 수 있다. Fig. 6에서 보여 주듯이 가중치가 증가하면 조절점 쪽으로 곡선이 당겨지는 효과를 나타내고, 가중치가 감소하면 곡선은 조절점에서 멀어지는 효과를 나타냄을 알 수 있다. 또한 가중치가 무한히 증가하면 곡선은 조절점을 통과 할 것이고, 가중치가 무한히 감소하면 그 가중치에 해당하는 조절점은 더 이상 곡선에 영향을 주지 않는다는 것을 알 수 있다.

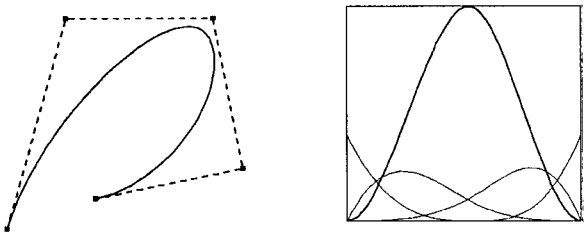
NURBS는 모든 Conic section을 모델링 할 수 있다. 조절점 $b_1[0,0,0], b_2[1,1,0], b_3[2,0,0]$ 에 대해 가중치 h_1, h_3 값을 1로 주고 h_2를 변형 시켰을 때의 형상 변화는 다음 Fig. 7과 같다.

가중함수를 변화시키면 형상변화가 가능하지만 아울러 격자점 조절기능도 가능하다. Fig. 8에서는 조절망(control net)의 값은 그대로 유지한 상태에서 가중함수만을 변화하여 격자점을 집중시킬 수 있음을 보여 준다.

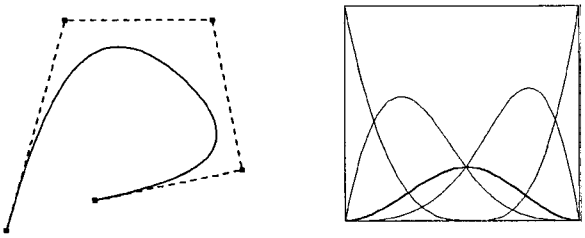
셋째는 Order의 변화에 의해 형상을 변화시킬 수 있다. 이때 order의 최대값은 조절점의 개수에 의해 결정된다. 즉 order는 조절점의 개수와 같거나 작은 값이어야 하고 최소값은 '2'이다. 다음은 order의 변화에 따른 형상의 변화를 나타내는 예이다. 주어진 조절점의 Convex hull 내에서 그려지는 곡선에 단지 order만을 k=3에서 k=6까지 1씩 변화 시켰을 때



(a) $h=1$



(b) $h=5$



(c) $h=0.5$

Fig. 6 가중치 h의 변화에 대한 변화

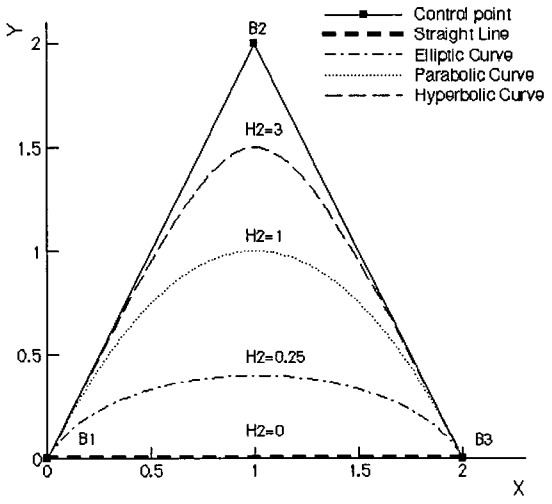


Fig. 7 Conic sections by changing weight

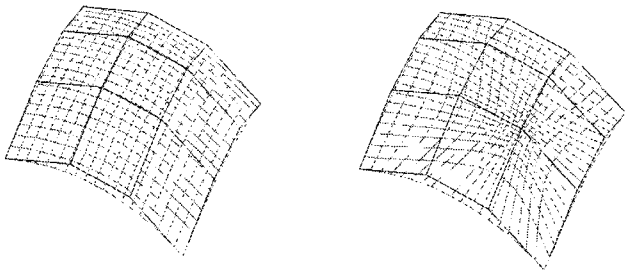


Fig. 8 Grid clustering by weight function

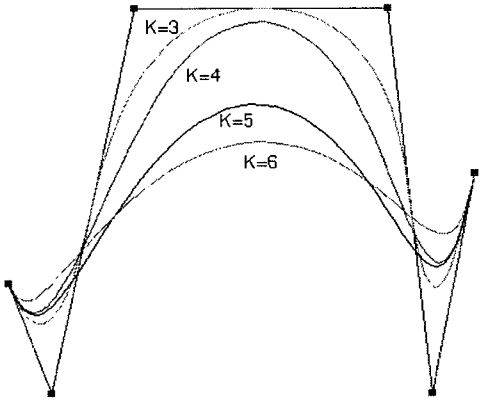


Fig. 9 Curve types by changing orders

달라지는 곡선의 모양을 보여 주고 있다.

Fig. 9에서 알 수 있듯이 order가 감소함에 따라 곡선이 조절점 부근에서 민감하게 변하는 것을 볼 수 있다.

3.2 Inverse 곡면구성

최근 디자인 도구나 형상모델링 프로그램이 발달하면서 복잡한 형상을 가진 모델들의 데이터를 구성하는데 큰 어려움이 없다. 특히 3차원 스캔자료를 획득할 수 있어 주어진 형상에 대한 데이터를 얻기가 매우 용이하다. 그런데 이러한 형상데이터를 획득한 다음 이를 이용하여 격자를 구성하거나 최적설계 또는 격자점을 조절 또는 격자점들을 다시 분포시킬 필요가 있을 때 형상데이터에 대한 제어점을 찾게 된다. 이때 식 (10)을 이용하면 제어점을 찾을 수 있다. Fig. 10은 에어포일 데이터를 입력으로 식 (10)을 이용하여 제어점을 찾은 다음 다시 NURBS식을 이용하여 에어포일을 구현한 그림이다. 원래의 형상과 재구성한 형상이 매우 잘 일치하고 있다.

Fig. 11에서 보여 주는 그림은 inverse program을 사용하여 원래의 곡면데이터를 입력하여 새로운 제어망 데이터를 구한 다음 다시 곡면을 재구성한 결과이다. 원래의 곡면상에 새로 fitting한 데이터가 잘 일치함을 보여 주었다

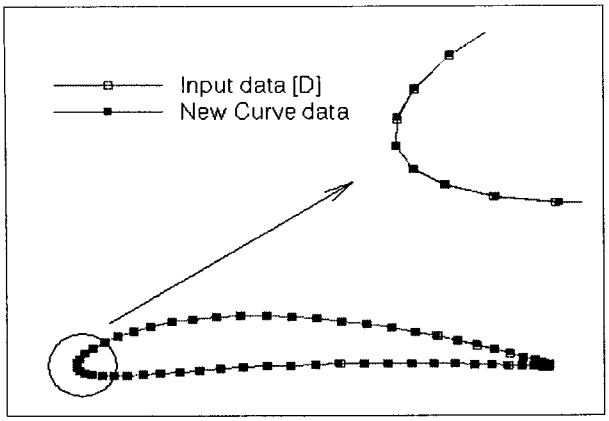


Fig.10 NURBS curve fitting

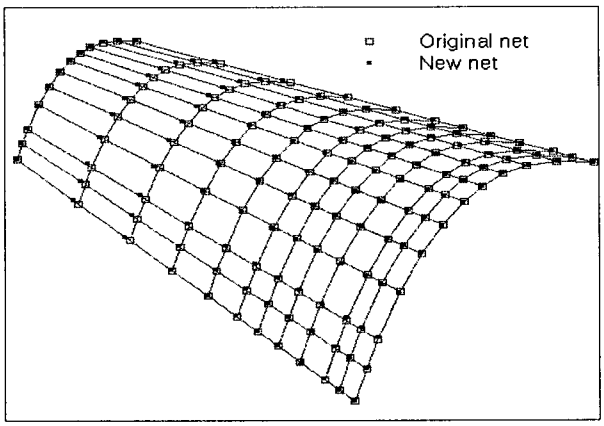


Fig. 11 NURBS surface fitting

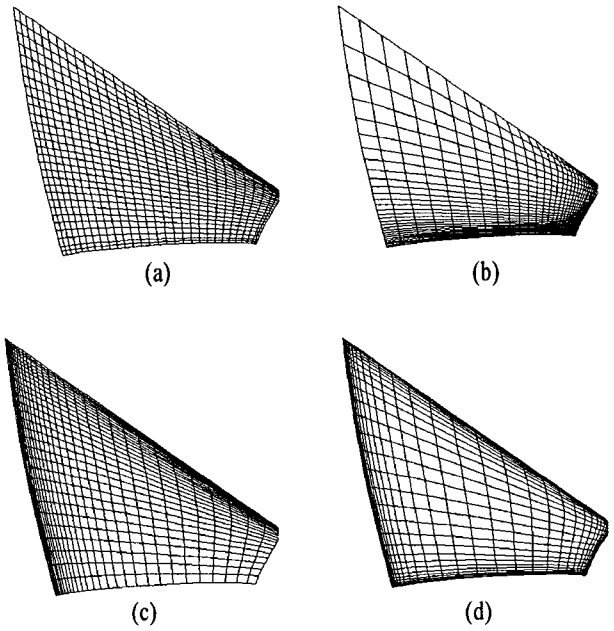
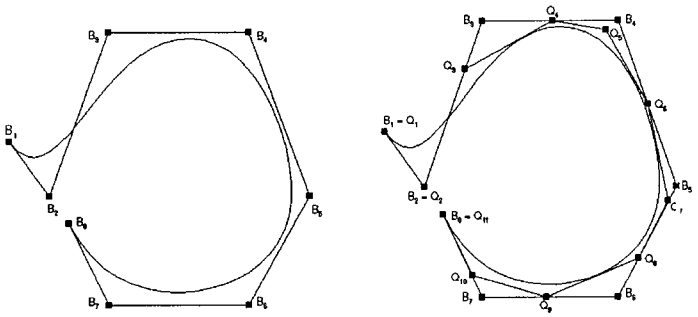


Fig. 12 (a) linear distribution (b) hyperbolic sine
(c) hyperbolic tangent (d) both direction



(a) Before knot insert (b) After knot insert

Fig. 13 Knot insert function

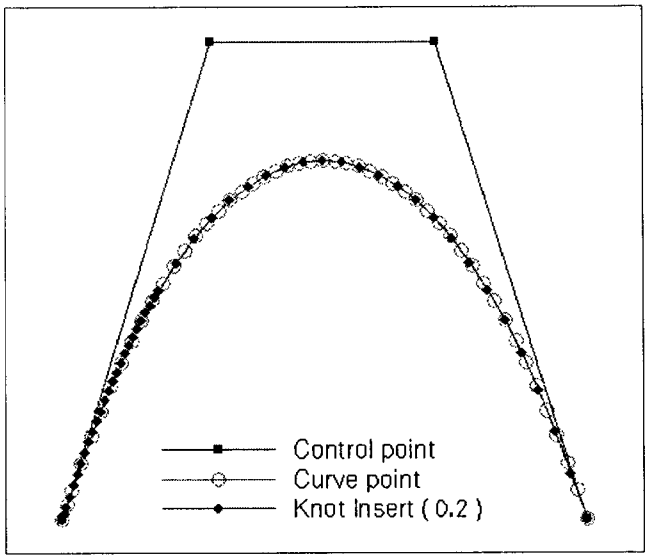
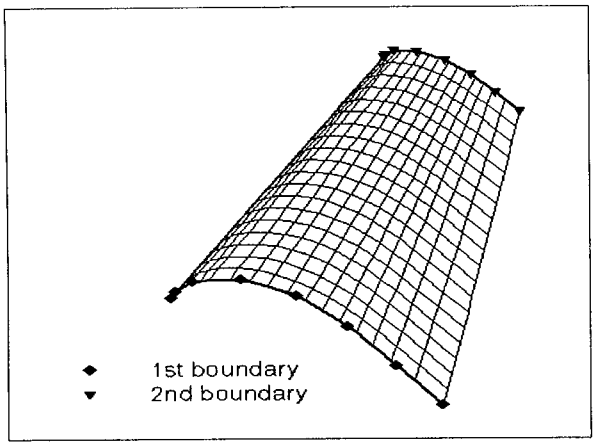


Fig. 14 Grid added by knot insert

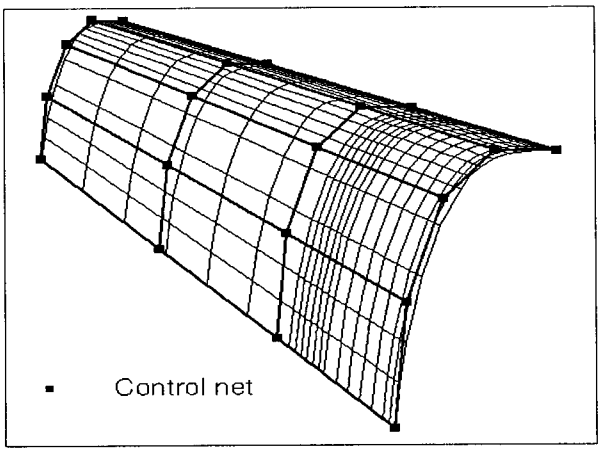
3.3 격자 제어 기능 프로그램

전통적인 격자의 분포도 조절기능은 hyperbolic sine 이나 hyperbolic tangent 함수를 이용한다. hyperbolic sine은 격자를 곡선의 시작점에 밀집시키는 함수이고, hyperbolic tangent는 격자를 곡선의 끝에 밀집시키는 함수이다. 또한 이러한 함수를 조합함으로써 양쪽 끝에 격자점을 밀집시킬 수도 있다. 다음 Fig. 12는 각 방향의 격자분포기능을 보여 주고 있다[18].

NURBS의 격자조절기능은 control point제어, knot insert 제어, weight제어 등 다양한 격자조절 기능이 있다. 뿐 만 아니라 NURBS와 위의 Fig. 12에서 제시한 격자조절 기능과 함께 조합하여 격자를 조절할 수도 있다. 그러나 본 연구에서는 knot insert기능을 이용한 NURBS의 격자 조절 기능 만을 소개하겠다. 기본적으로 Knot insert는 형상은 변화하지 않으면서 격자를 조절 가능하다. Fig. 13은 knot insert를 여러 번 거듭했지만 형상변화는 없음을 보여 주고 있다. 그러나 knot insert를



(a) Before applying knot insert



(b) After applying knot insert

Fig. 15 Grid distribution by knot insert

통해 격자의 분포를 조절할 수 있다. Fig. 14와 Fig.15는 knot insert에 의해 격자를 밀집시키거나 추가 생성시킬 수 있음을 보여 주고 있다. Knot insert기능은 곡면에 대해서는 u, v방향에 대해 각각 적용 가능하다.

Fig. 16은 CAD데이터를 기본으로 NURBS의 다양한 기능을 적용하여 F-15 형상에 대한 표면격자를 구성한 결과이다. 특히 Fig. 16의 원형표시 부분의 날개표면격자를 구성할 때 NURBS의 knot insert기능을 적용하여 날개 표면의 격자점 분포를 제어하였다.

4. 결 론

NURBS를 이용하여 형상 모델링, 격자 구성 및 제어에 관한 여러 가지 기법을 구현하였다. 전산유체역학에서 격자구성이 차지하는 비중은 매우 크며 격자생성이 용이한 코드나 기

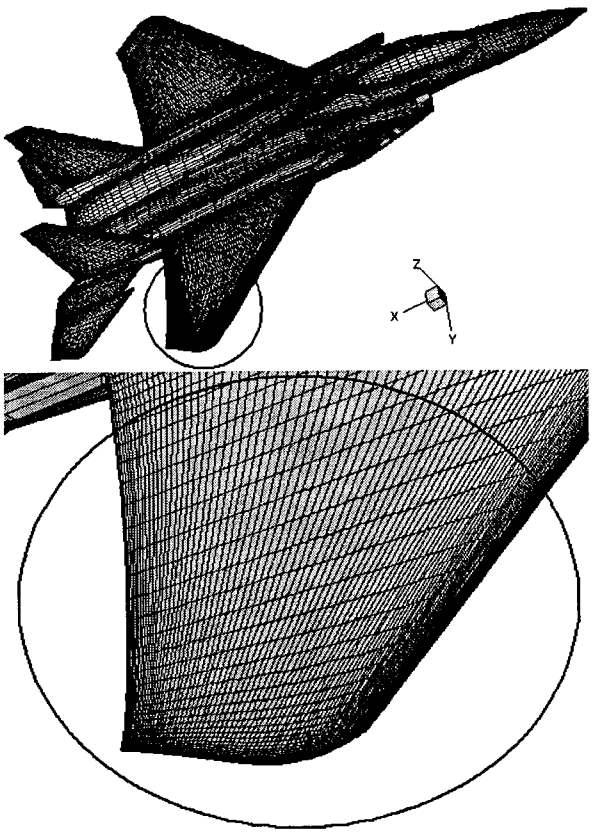


Fig. 16 NURBS applications for F-15 fighter

법들은 실제문제를 해결하는데 관건이 된다. 본 연구를 통해 얻어진 결과는 다음과 같다. (1) 대수적 격자생성 방법 중의 하나인 근사기법인 NURBS는 형상모델링에 있어서 Bezier 방법이나 B-spline 방법으로 구현할 수 있는 자유형상(freeform configuration) 뿐 만 아니라 기존의 근사기법으로 구현이 어려운 해석적 형상(analytical configuration)까지 형상모델링이 가능함을 보였다. (2) 조절점(control point)이나 조절망(control net)을 이용한 형상변화, (3) 가중함수(weight function)의 가중치의 변화에 따른 형상변화, (4) order선택에 따른 형상 변화의 기능을 구현하였다. 이러한 기능들은 (5) 형상모델링과정에서 매우 유용할 뿐 아니라 설계인자변수에 의한 최적설계에 적용이 가능하다. (6) NURBS의 inverse기능은 주어진 형상으로 부터 조절점을 구한 다음, 표면 격자를 재구성할 수 있기 때문에 곡선이나 곡면 fitting에 매우 필요한 기능을 구현할 수 있다. (7) 가중함수나 knot insert기능을 통하여 격자구성 및 제어할 수 있음을 보였다. 결론적으로 NURBS의 다양한 기능은 형상모델링 뿐 만 아니라 표면격자에서 정의 되어야할 격자 조절 기능과 최적 설계, 점성 및 초음속 흐름 등을 해석하는데 필요한 여러 가지 잠재 능력이 있다. 향후 이러한 NURBS의 기능을 해석프로그램과 같이 연동할 경우 그 유용성 및 활용도는 매우 높아 질 것으로 전망된다.

참고문헌

[1] 2006, Steve L. Karman, W. Kyle Anderson, and Mandar Saharabudhe, "Mesh Generation Using Unstructured Computational Mesh and Elliptic Partial Differential Equation Smoothing," *AIAA Journal*, Vol.44, No.6, pp.1277-1286.

[2] 1974, Robert E. Barnhill and Richard F. Riesenfeld, "Computer Aided Geometric Design," *Academic Press.*

[3] 1990, Gerald Farin, "Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design," 2nd Edition, *Academic Press.*

[4] 1992, J.C. Fiorot and P. Jeannin, "Rational Curves and Surfaces; Application to CAD," *John Wiley & Sons.*

[5] 1995, Gerald Farin, "NURBS Curves & Surfaces", *A K Peters.*

[6] 1995, T.Y. Yu and B.K. Soni, "Geometry Modeling and Grid Generation Using 3D NURBS Control Volume," *NASA Conference Publication 3291*, pp.491-500.

[7] June 17-20. 1996, G.S. Hufford, C.R. Mitchell, and V.J. Harrand, "Trimmed NURBS, Unstructured Grid and CFD," *the 27th AIAA Fluid Dynamics Conference*, New Orleans, USA.

[8] 2005, X.q. Xing and M. Damodaran, 2005, "Application of Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation Method for Aerodynamic Shape Design Optimization," AIAA Journal Vol.43, No.2.

[9] 2006, 이병준, 김종암, "NURBS를 이용한 S형 천음속 흡입관 최적 설계," *한국전산유체공학회지*, 제11권, 제1호. pp.57-66.

[10] 2006, Simon Painchau-Quellet, "Airfoil Shape Optimization Using a Nonuniform Rational B-Splines Parameterization Under Thickness Constraint," *AIAA Journal*, Vol.44, No.10, pp.2170-2178.

[11] 2006, Mustafa Kaya and Ismail H. Tuncer, "Path Optimization of Flapping Airfoils Based on NURBS," *Parallel CFD Conference*, Busan, Korea, pp.263-266.

[12] 2006, Daniel R. Millman, P.I. King, R.C. Maple, P.S. Beram, L.K. Chilton, "Uncertainty Quantification with a B-Spline Stochastic Projection," *AIAA Journal*, Vol.44, No.8, pp.845-1853.

[13] 1972, de Boor, C., "On te Calculation wit B-splines," *Journal of Approximation*, Vol.6, pp.50-62.

[14] 1975, Versprille, K.J., "Computer-Aided Design Applications of the Rational B-spline Approximation Form," *Ph.D dissertation*, Syracuse Univ., Syracuse, NY.

[15] 1983, Tiller, W., "Rational B-splines for Curve and Surface Representation," *IEEE Computer Graphics & Applications.*, Vol.3, No.6, pp.61-69.

[16] 1987, Piegl, L., and Tiller, W., "Curve and Surface Constructions Using Rational B-splines," *Computer Aided Design*, Vol.19, pp.485-498.

[17] 1980, Barsky, B.A., and Greenberg, D.P., "Determining a Set of B-spline Control Vertices to Generate an Interpolating Surface," *Computer Graphic Imagnation. Proceeding*, Vol. 14, pp.203-226.

[18] 1985, Joe F. Thompson, Z.U. Warsi, and C. Wayne Mastin, "Numerical Grid Generation," *Elsevier Science Publishing Co., Inc*, pp.305-310.