

슬래브축열의 최적축열시간 산정 : 구배법 알고리즘에 의한 해석

정 재 훈[†]

호서대학교 건축공학과

An Analysis of the Optimal Thermal Storage Time of Air-Conditioning System with Slab Thermal Storage : An Analysis by the Gradient Method Algorithm

Jae-Hoon Jung[†]

Department of Architectural Engineering, Hoseo University, Chungnam 336-795, Korea

(Received July 31, 2008; revision received September 17, 2008)

ABSTRACT: In this paper, the optimal thermal storage time of an air-conditioning system with slab thermal storage in office building was analyzed on the basis of the gradient method algorithm. The sum of room temperature deviation and heat extraction rate was set to the criterion function. It was calculated that four hours is the optimal thermal storage time under the standard evaluation criterion. Furthermore, some case studies were executed by controlling ratio of weight functions of room temperature deviation and heat extraction rate in criterion function. It is possible to design many kinds of optimal operation of an air-conditioning system with slab thermal storage by controlling ratio of the weight functions in criterion function.

Key words: Slab thermal storage(슬래브 축열), Optimal thermal storage time(최적축열시간), Gradient method algorithm(구배법 알고리즘), Case study(케이스스터디)

기 호 설 명	
cp	: 용적비열 [$J/m^3 \cdot K$]
g	: 열공급을 나타내는 단위계단함수 [-]
k	: 총합열전달계수 [$W/m^2 \cdot K$]
n	: 환기횟수 [1/s]
Q	: 취출풍량 [m^3/s]
q	: 외기온, 내부발열 등 외란
r_1	: 실온에 대한 가중함수 [-]
r_2	: 공조기 처리열량에 대한 가중함수 [-]
S	: 면적 [m^2]

u	: 공조기 처리열량 [W]
V	: 용적 [m^3]
x	: 상태변수

그리스 문자

α	: 열전달계수 [$W/m^2 \cdot K$]
Δx	: 차분 분할폭 [m]
θ	: 온도 [$^{\circ}C$]
λ	: 열전도도 [$W/m \cdot K$]

[†] Corresponding author

Tel.: +82-41-540-5775; fax: +82-41-540-5778

E-mail address: jungjh@hoseo.edu

하첨자

a : 공기

- c : 천정
- f : 바닥슬래브
- f_1 : 바닥슬래브 아래 표면
- f_2 : 바닥슬래브 중간
- f_3 : 바닥슬래브 위 표면
- g : 유리창
- in : 내부
- ip : 플레넘 내측
- ir : 집무실 내측
- o : 실외
- p : 플레넘
- r : 집무실
- sa : 취출공기
- w : 벽체

1. 서 론

열용량이 큰 바닥 콘크리트슬래브를 축열체로 하는 슬래브축열은 하절기 및 동절기의 최대부하 삭감, 심야전력 이용에 유효하며, 초기비용 삭감과 복사열에 의한 열적 쾌적감을 기대할 수 있다.^(1,2) 반면, 축열운전에 따른 에너지소비량의 증가, 열손실 등으로 인해 효과적인 축열을 위하여 열손실과 비용 등을 고려한 최적운전이 필요하다.

이러한 배경 가운데 선행연구⁽³⁾에서는 단순화시킨 사무소건물의 슬래브축열시스템을 대상으로 설정실온으로부터의 실온편차의 2승과 공급열량의 1승(절대치)의 합을 최소로 하는 평가기준 하에 공급열량에 상·하한의 제약조건이 있을 때의 뱁뱁형 최적제어문제를 구배법 알고리즘으로 해석

하였다. 또한, 최대원리에 의한 해석해와 비교하여 수치해의 특징에 대하여 검토하였다.

본 논문에서는 선행연구⁽²⁾의 실측건물을 대상으로 구배법 알고리즘^(3,4)을 사용하여 대규모 슬래브축열 공조시스템의 최적축열시간을 산정한다. 또한, 평가함수의 가중치를 달리한 케이스스터디를 통하여 다양한 평가기준 하에서 슬래브축열의 최적축열시간 및 각 운전의 특징에 대하여 검토한다.

2. 정식화

본 장에서는 선행연구⁽²⁾의 사무소빌딩 측정대상 구역에 대하여 슬래브축열의 최적제어문제를 구배법 알고리즘으로 정식화한다. 대상구역이 포함되어 있는 건물의 중간층 평면도를 Fig. 1에 나타낸다. 해석대상구역은 검게 칠해진 4.8m×7.1m 부분이다.

2.1 구배법 알고리즘

검토에 사용한 구배법 알고리즘은 선행연구⁽³⁾과 같다.

2.2 열수지식

바닥슬래브를 3개의 격자점으로 대체한 실모형을 Fig. 2에 나타낸다. 바닥슬래브 각 점의 열수지에 관한 차분방정식 및 집무실 공기, 플레넘 공기의 열수지식을 정리하면 다음과 같다.

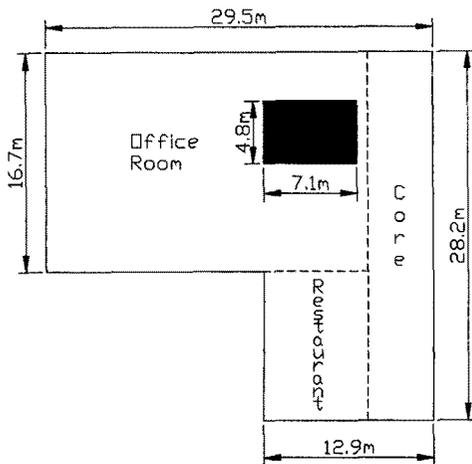


Fig. 1 Floor plan with calculation object.

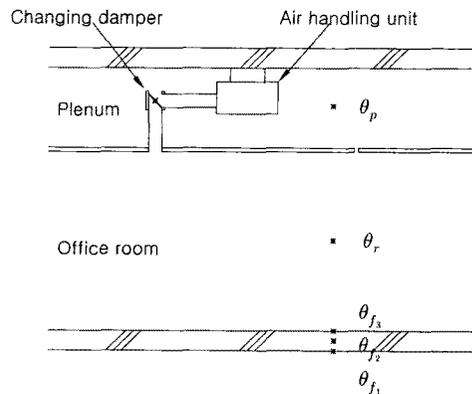


Fig. 2 Room model.

2.2.1 바닥슬래브

$$c\rho_f \frac{\Delta x}{2} \dot{\theta}_{f_1} = \alpha_{ip}(\theta_p - \theta_{f_1}) - \frac{\lambda_f}{\Delta x}(\theta_{f_1} - \theta_{f_2}) \quad (1)$$

$$c\rho_f \Delta x \dot{\theta}_{f_2} = \frac{\lambda_f}{\Delta x}(\theta_{f_1} - \theta_{f_2}) - \frac{\lambda_f}{\Delta x}(\theta_{f_2} - \theta_{f_3}) \quad (2)$$

$$c\rho_f \frac{\Delta x}{2} \dot{\theta}_{f_3} = \frac{\lambda_f}{\Delta x}(\theta_{f_2} - \theta_{f_3}) - \alpha_{ir}(\theta_{f_3} - \theta_r) \quad (3)$$

2.2.2 집무실 공기

$$\begin{aligned} c\rho_a V_r \dot{\theta}_r &= (c\rho_a V_r n + k_w S_w + k_g S_g)(\theta_o - \theta_r) \\ &+ \alpha_{ir} S_f(\theta_{f_3} - \theta_r) + k_c S_c(\theta_p - \theta_r) \\ &+ c\rho_a Q_r(\theta_p - \theta_r) + q_{\infty} + g_r u \end{aligned} \quad (4)$$

2.2.3 플레넘 공기

$$\begin{aligned} c\rho_a V_p \dot{\theta}_p &= \alpha_{ip} S_f(\theta_{f_1} - \theta_p) + k_c S_c(\theta_r - \theta_p) \\ &+ c\rho_a Q_r(\theta_r - \theta_p) + g_p u \end{aligned} \quad (5)$$

각, 운전시의 공조기 처리열량 u , 열공급의 ON-OFF를 나타내는 g_r , g_p 는 다음과 같다.

① 축열시

$$\begin{aligned} Q_r &= 0, g_r = 0, g_p = 1 \\ u &= c\rho_a Q_p(\theta_{sa} - \theta_p) \end{aligned} \quad (6)$$

② 공조시

$$\begin{aligned} Q_r &= Q_{r0}, g_r = 1, g_p = 0 \\ u &= c\rho_a Q_r(\theta_{sa} - \theta_p) \end{aligned} \quad (7)$$

③ 무운전시

$$\begin{aligned} Q_r &= 0, g_r = 0, g_p = 0 \\ u &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

2.3 평가함수

대표적인 온열환경 평가요소인 집무실의 실온이 공조시 설정온도로 유지될 것, 동시에 축열시와 공조시의 총 공조기 처리열량이 최소가 될 것을 최적을 평가하는 평가기준으로 정하였다. 따라서 평가함수 J 는 설정온도로부터의 실온편차의 2승과 공조기 처리열량의 절대치의 합의 적분으로 한다. 즉,

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [r_1(\theta_r - \theta_s)^2 + r_2|u|] dt \quad (9)$$

가 된다. 식(9)의 피적분함수 제 1항은 설정온도로부터의 실온편차의 2승을, 제 2항은 공조기 처리열량의 절대값을 나타낸다. 이 평가함수 J 가 최소가 되도록 구배법 알고리즘을 사용하여 공조기 처리열량 u 를 결정한다. 단, 하절기 냉방운전이므로 공조기 처리열량 u 에는 다음과 같은 구속조건을 가한다.

$$u_{\min} \leq u \leq 0 \quad (10)$$

2.4 상태방정식 표현

다음의 벡터 x

$$\begin{aligned} x(t) &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T \\ &= [\theta_{f_1}, \theta_{f_2}, \theta_{f_3}, \theta_r, \theta_p]^T \end{aligned} \quad (11)$$

를 도입하여 열수지식(1)~식(5)를 상태방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + q_o(t) + q_{\infty}(t), \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, A 는 5×5차원 행렬, B 는 5차원 벡터이다. $q_o(t)$, $q_{\infty}(t)$ 는 각각 외기온, 내부발열에 관한 5차원 벡터이다.

2.5 슬래브축열문제에 구배법 적용

본 슬래브축열문제에 구배법을 적용하기 위해 상태변수 x 를 다음과 같이 둘로 나눈다.

$$x(t) = x^a(t) + x^b(t) \quad (13)$$

여기서, $x^a(t)$, $x^b(t)$ 는 다음 식을 만족하는 것으로 한다.

$$\dot{x}^a(t) = A(t)x^a(t) + q_o(t) + q_{\infty}(t), \quad (14)$$

$$x^a(t_0) = x_0$$

$$\dot{x}^b(t) = A(t)x^b(t) + B(t)u(t), \quad (15)$$

$$x^b(t_0) = 0$$

이때, 평가함수 식(9)는

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [r_1(x_4^b - s)^2 + r_2|u|] dt, \quad (16)$$

$$s = \theta_s - x_4^a$$

이 된다.

여기서, $|u|$ 는 식(10)으로부터

$$|u| = -u \quad (17)$$

가 되며, 평가함수 식(16)은

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [r_1(x_4^b - s)^2 - r_2u] dt \quad (18)$$

가 된다.

여기서, 평가함수내의 피적분함수를

$$f_0 = r_1(x_4^b - s)^2 - r_2u \quad (19)$$

라 하고, 상태방정식 (15)의 우변을

$$f = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}^b(t) + \mathbf{B}(t)u(t) \quad (20)$$

라 두어, 벡터 p

$$p(t) = [p_1, p_2, p_3, p_4, p_5]^T \quad (21)$$

를 도입하면, 해밀턴함수 $H(t)$ 는

$$H(t) = f_0 + p(t)f^T \quad (22)$$

가 되며, 공상태방정식은

$$\dot{p}(t) = -\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{x}^b} - \frac{\partial [p(t)f^T]}{\partial \mathbf{x}^b}, \quad (23)$$

$$p(t_f) = 0$$

가 된다.

구배함수 $g(t)$ 는

$$g(t) = \frac{\partial f_0}{\partial u} + \frac{\partial [p(t)f^T]}{\partial u} \quad (24)$$

가 된다.

이상의 정식화 상태에서 제어와 상관없는 $\mathbf{x}^a(t)$ 를 먼저 계산한다. 그 다음 구배법 알고리즘으로 최적제어문제를 풀어 $\mathbf{x}^b(t)$ 를 구하여 미리 계산한 $\mathbf{x}^a(t)$ 를 더해 최종해를 얻는다.

3. 계산조건 및 결과

3.1 계산조건

벽체, 바닥, 집무실, 플레넘의 조건은 Table 1과 같다.

Table 1 The values used in calculation

	Symbols	Units	Values
Volumetric specific heat of the slab	$c\rho_f$	$\text{J/m}^3 \cdot \text{K}$	1.93×10^6
Mesh increment	Δx	m	0.0675
Thermal conductivity of the slab	λ_f	$\text{W/m} \cdot \text{K}$	1.5
Heat transfer coefficient through the room air layer	α_r	$\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$	9.3
Volumetric specific heat of the air	$c\rho_a$	$\text{J/m}^3 \cdot \text{K}$	1300.6
Room volume	V_r	m^3	$2.7 \times 7.1 \times 4.8$
Air change rate	n	1/s	1.0/3600
Floor area	S_f	m^2	7.1×4.8
Ceiling area	S_c	m^2	7.1×4.8
Supply air flow rate	Q_r	m^3/s	693.0/3600
Plenum volume	V_p	m^3	$0.6 \times 7.1 \times 4.8$

슬래브축열 공조시스템의 운전 스케줄은 참고문헌⁽²⁾의 실측에 맞추어 22:00~08:00를 축열운전, 08:00~09:30을 무운전, 09:30~18:30을 공조운전, 18:30~22:00를 무운전으로 하였다.

외기온은

$$\theta_o = 30 + 5\cos [2\pi/24(t - 14)] \quad (25)$$

에 의해 결정되는 것으로 하였고, 내부발열은 집무시(09:30~18:30)에 1,450 W 발생하는 것으로 하였다.

평가함수 식(9)의 실온에 관한 가중함수 $r_1(t)$ 에 대해서는 Fig. 3에 나타낸 것과 같이 실온설정시(09:30~18:30)의 가중을 크게 하였다. 제거열량에 관한 가중함수 $r_2(t)$ 에 대해서는 하루 종일 일정한 경우와 축열시(22:00~08:00) 야간전력요금을 고려하여 1/3로 한 경우를 비교 검토하였다. 또한, 설정온도 θ_s 는 26 °C로 하였으며, 공조기의 취출풍량은 0.19 m³/s로 하였다.

3.2 계산결과

3.2.1 표준 평가기준에서의 최적축열시간

평가함수의 실온에 관한 가중을 $r_1 = 10.0$, $r_1' = 0.0$ 으로 하고, 제거열량에 관한 가중을 $r_2 = r_2' = 1.0 \times 10^{-4}$ 의 경우와 $r_2 = 1.0 \times 10^{-4}$, $r_2' = r_2/3$ 의 경우 두 가지 경우를 설정하였다. 초기조건으로서 집무실 공기, 플레넘 공기, 바닥슬래브에 각각 26 °C의 온도를 부여하였다. 수렴판정은

$$|J_{k+1} - J_k| \leq \epsilon \quad (26)$$

을 사용하였으며, 판정기준치 ϵ 의 값을 순차적으로

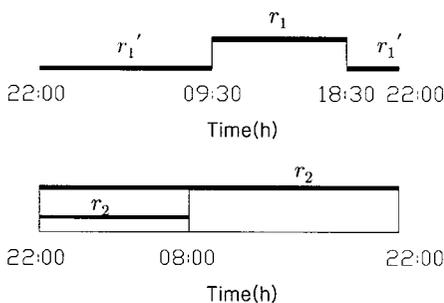


Fig. 3 Weight functions.

로 작게 하여 그에 따른 해의 변화가 충분히 작아진 것을 확인한 후 최종해로 선정하였다. 결과적으로 수렴 판정기준치 ϵ 은 1.0×10^{-10} 으로 결정되었다.

우선, 에너지소비량으로 평가했을 경우($r_2' = r_2$)의 집무실 공기온도, 플레넘 공기온도 및 제거열량을 Fig. 4에 나타낸다. 이 결과에 의하면, 상기의 가중($r_2 = r_2' = 1.0 \times 10^{-4}$)하에서의 최적 축열 시간은 4시간 정도임을 알 수 있다. 축열운전을 개시하기까지는 집무실 공기온도, 플레넘 공기온도 모두 거의 변화가 없으나, 4시가 지나 축열운전을 시작함과 동시에 플레넘 공기온도가 급격히 낮아지고 집무실온도도 서서히 저하하는 것을 알 수 있다. 축열운전이 종료되면, 집무시에 들어가기까지의 무운전시(08:00~09:30)에 집무실온도와 플레넘온도는 상승하며, 공조개시시각 9:30의 집무실온도는 25.7 °C 정도까지 상승한다. 집무시(09:30~18:30)의 집무실온도는 공조운전에 의해서 설정온도로 유지되고 있다.

다음으로 비용으로 평가했을 경우($r_2' = r_2/3$)의 집무실온도, 플레넘온도 및 제거열량을 Fig. 5에 나타낸다. 이 계산조건인 경우, 심야전력요금을 고려함으로써 축열시간은 다소 증가하지만, 심야전력요금을 고려하지 않았을 경우와의 차는 크지 않음을 알 수 있다. 집무시의 제거열량에 관한 가중 r_2 에 대하여 실온편차에 관한 가중 r_1 의 비율이 압도적으로 크기 때문에 제거열량보다 실온편차에 평가의 무게가 실려져 있기 때문이다.

3.2.2 다양한 평가기준에서의 최적축열시간

평가함수의 제거열량에 관한 가중 r_2 의 값을 변경하여 실온에 관한 가중 r_1 과의 비율을 변화시

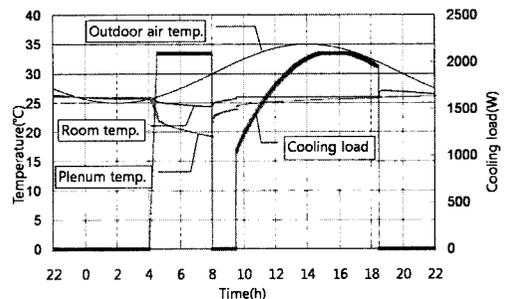


Fig. 4 Room temperature and cooling load(Case of evaluation by energy consumption).

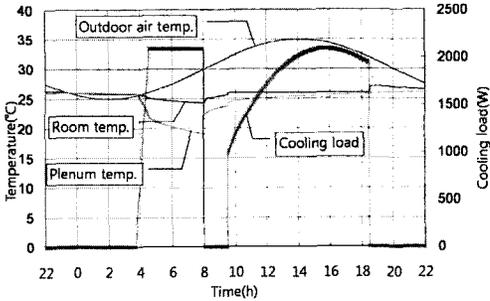
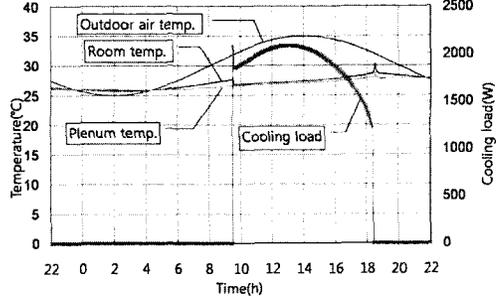


Fig. 5 Room temperature and cooling load(Case of evaluation by running cost).

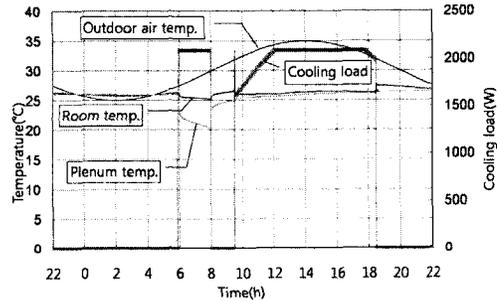
켰을 경우의 케이스터디를 실행하였다. 다른 조건은 모두 3.2.1의 표준 평가기준과 동일하였다.

우선, 제거열량에 관한 가중으로서 축열시와 비축열시에 동일한 값을 사용한 경우(에너지소비량에 의한 평가)의 결과를 Fig. 6에 나타낸다. Case I ~ Case III의 r_2 값은 각각 1.0×10^{-1} , 1.0×10^{-2} , 1.0×10^{-3} 이다. Case I의 경우, 실온편차에 대한 제거열량의 비율이 크기 때문에 실온 비설정시에 일어나는 열손실을 피하여 전혀 축열하고 있지 않다. 때문에 비공조시에 실온은 상승하고 공조시에 들어와 실온편차를 억제하기 위하여 약 3분 정도 최대용량으로 공조한다. 또한, 집무시에 있어서의 실온은 전반적으로 설정온도보다 높고, 설정온도로부터의 편차가 가장 큰 경우(공조종료시)에 약 2.5°C 이다. Case II의 경우, 제거열량에 대한 실온편차의 비율이 Case I보다 약간 커지고, 공조개시시의 실온편차를 억제하기 위하여 2시간 정도 축열하고 있다. 축열운전에 의해 플레넘온도와 집무실온도는 저하하며, 공조개시 직후의 최대용량에 의한 공조운전은 Case I보다 짧아 약 1분 정도로 끝난다. 공조시에 있어서의 실온의 설정온도로부터의 편차는 가장 큰 경우가 약 0.5°C 정도로 작아졌다. Case III의 경우에는 축열시간이 Case II의 경우보다 더 늘어나 약 3시간 30분 정도가 되었다. 때문에 Case I, Case II에서 보이는 공조개시시의 최대용량에 의한 공조운전은 보이지 않고, 공조시에 있어서의 실온도 거의 설정온도 가까이 유지되고 있다.

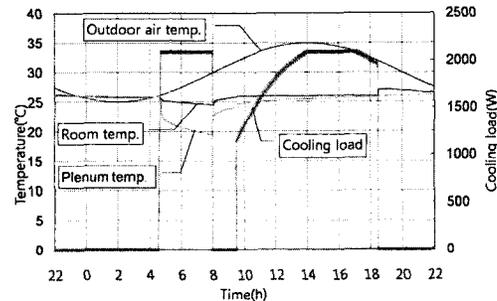
다음으로 비용에 의한 평가를 실행하여 제거열량에 관한 야간의 가중치 r_2' 를 주간 가중치 r_2 의 1/3로 한 경우의 계산결과를 Fig. 7에 나타낸다. Fig. 7의 Case IV~Case VI은 각각 Fig. 6의



(a) Case I ($r_2 = r_2' = 1.0 \times 10^{-1}$)



(b) Case II ($r_2 = r_2' = 1.0 \times 10^{-2}$)



(c) Case III ($r_2 = r_2' = 1.0 \times 10^{-3}$)

Fig. 6 Room temperature and cooling load(Case of evaluation by energy consumption).

Case I ~ Case III에 대응한다. 에너지소비량에 의한 평가의 경우(Case I ~ Case III)는, 열손실을 피하여 주로 공조시, 또는 공조운전 직전에 부하를 제거하고 있는 데 비해, 비용을 중시한 Case IV ~ Case VI에서는 주로 축열시에 부하를 제거하기 때문에 축열시에 있어서의 제거열량이 커진다. 특히 Case IV의 경우, 일련의 계산중에서 가장 비용을 중시한 결과가 되었으며, 축열가능시간 전부를 활용하여 최대용량으로 축열하고 있다. 이 영향으로 플레넘온도는 축열종료시에는 약 15.3°C

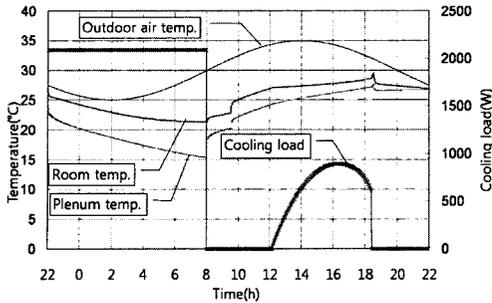
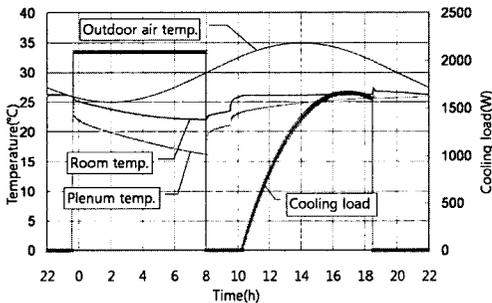
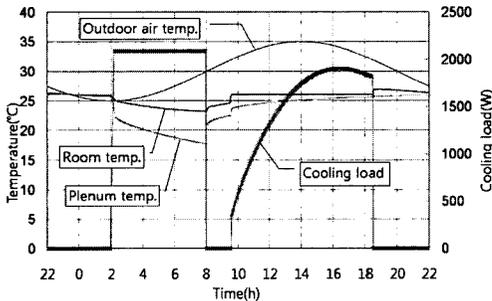
(a) Case IV ($r_2 = 1.0 \times 10^{-1}$, $r_2' = r_2/3$)(b) Case V ($r_2 = 1.0 \times 10^{-2}$, $r_2' = r_2/3$)(c) Case VI ($r_2 = 1.0 \times 10^{-3}$, $r_2' = r_2/3$)

Fig. 7 Room temperature and cooling load(Case of evaluation by running cost).

까지 저하하고, 집무실온도는 집무시에 들어서도 23°C 정도로 낮다. 집무실온도는 11:00까지는 설정온도보다 낮으며, 그 후는 설정온도보다 높아진다. 그러나 비용이 높은 주간의 공조운전은 가능한 피하여 낮 12:00가 지나 공조운전을 시작한다. 공조종료시의 실온은 약 28.6°C이며, 설정온도로부터의 편차는 2.6°C로 크다. Case IV의 경우, 집무시 실온편차는 -3°C에서 +2.6°C까지 변동하고 있으며, 집무자는 열적으로 불쾌한 환경에 노출되는 결과로 나타난다. Case V의 경우, 8시

간 정도의 축열운전이며, 집무시에 들어서부터 약 30분 간의 실온은 설정온도보다 낮으나, 그 후는 설정온도 근방으로 유지된다. 한편, Case IV에서는 6시간 정도의 축열운전이며, 집무시의 실온은 거의 설정온도로 유지되고 있다.

이상의 케이스스터디로부터 알 수 있듯이 실온 편차에 관한 가중 r_1 과 제거열량에 관한 가중 r_2 의 비율을 적절히 조절함으로써 폭넓은 평가기준에서의 슬래브축열 공조시스템의 최적 운용설계가 가능하다.

4. 결 론

본 논문에서는 사무소건물의 슬래브축열 공조시스템의 최적축열시간을 실온편차와 공조기 처리열량의 합이 최소가 되도록 구배법 알고리즘에 의해 정식화하고 해석하였다. 또한, 평가함수의 실온 편차 및 공조기 처리열량에 관한 가중함수의 비율을 조정하여 케이스스터디를 실시하였다. 그 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 연구에서 설정한 표준 평가기준에서의 해석 결과, 계산대상구역의 최적축열시간으로 약 4시간이라는 결과가 얻어졌다. 또한, 공조기 처리열량에 비해 실온편차에 상대적으로 큰 가중이 주어졌을 때, 야간전력을 고려해도 그렇지 않았을 때와 비교해 큰 차이가 없다는 결과가 얻어졌다.

(2) 일련의 케이스스터디 가운데 비용에 가장 중점을 둔 케이스 IV의 경우, 축열가능시간 전부를 활용하여 축열하고 주간에는 1000 W 이하로 공조운전함으로써 집무시의 실온편차가 -3°C에서 +2.6°C까지 발생하여 집무자가 열적으로 불쾌적인 환경에 노출되는 결과가 되었다.

(3) 케이스스터디를 통하여 평가함수의 실온 편차에 관한 가중과 공조기 처리열량에 관한 가중의 비율을 적절히 조절함으로써 폭넓은 평가함수에서의 슬래브축열 공조시스템의 최적운용설계가 가능함을 확인할 수 있었다.

참고문헌

1. Shinkai, K. I., Kasuya, A. and Kato, M. H., 2000, Performance evaluation of floor thermal storage system, ASHRAE Transactions, Vol. 106, No. 1, pp. 311-316.

2. Jung, J.H. and Shin, Y.G., 2005, An experimental study on thermal storage performance of an air-conditioning system with slab thermal storage, Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 17, No. 5, pp. 427-435.
3. Jung, J.H., 2008, An analysis of the optimal control of an air-conditioning system with slab thermal storage by the gradient method algorithm, Korean Journal of Air-Conditioning and Refrigeration Engineering, Vol. 20, No. 8, pp. 534-540.
4. Shimizu, K. T., 1994, Optimal control-Theory and algorithms, Corona Publishing Co., Ltd.