

평면도형에 대한 교사의 PCK와 수업 실제의 비교 분석

곽 주 철* · 류 희 수**

교사의 수업 실제에 대한 개선이 절실히 요구되고 있는 상황에서 수학과 교육 전문성 향상을 위하여 본 연구는 교사의 PCK(Pedagogical Content Knowledge)의 특징을 알아보고, 교사의 PCK를 구분한 후 분석 준거에 의거하여 교사의 수학 수업의 실재를 관찰 및 분석하였다. 이에 초등학교 3학년 평면도형 단원을 선정하여 네 명의 서로 다른 PCK를 갖춘 교사를 대상으로 교사의 PCK와 수업을 비교 분석하는 연구를 실시하였다. PCK 수준에 따라 교사의 수업은 다르게 전개되었으며, PCK가 풍부할 때와 PCK가 부족할 때의 수업은 큰 차이를 보였다.

1. 서 론

교사의 수학적 지식과 실제 수업은 어떤 관련이 있을까? 교사의 수학적 지식과 수업 사이에는 높은 상관관계가 있을까, 아니면 별 관계가 없을까? 일반적으로 다른 과목에 비해 수학과에 있어서는 교사가 수학적 지식을 보다 많이 지니고 있을 때, 학생들이 수학을 더 많이 배운다는 생각을 갖고 있다. Ma(1999)에 의하면 수업 외적인 요인과는 다르게 교사가 가지고 있는 지식의 수준은 수학 교수·학습에 직접적인 영향을 미친다. 즉, 교사가 수학적 지식을 많이 가지고 있을 때 학생들이 수학을 잘 배운다는 것이다. 효과적인 수업을 위해서는 풍부한 교사 지식이 요구되고 있지만, 가르치는데 필요한 수학적 지식에 대한 이해와 함의는 부족한 실정이다(Fennema & Franke, 1992). 즉, 교사가 가진 수학적 지식의 중요성이 강하

게 제기되고 있지만, 수학 교수·학습의 향상을 위한 교수 내용의 본질에 대한 이해나, 수학적 지식을 효과적으로 발전시킬 수 있는 방법과 같은 부분에 대해서는 아직 연구가 부족하다고 할 수 있다(안선영, 2006 재인용). 교사 지식은 단일한 요소가 아니라 통합적, 기능적으로 이루어진 조직체로서 학자에 따라 다양하게 정의하고 있으며 교실 수업에 실제적인 영향력을 가지고 있다(이종욱, 2005).

1980년대 후반 스탠포드 대학의 Shulman(1986)을 필두로 하여 제기된 교사의 지식에 대한 연구들은 교사의 지식이 가르치는 내용과 방법의 혼합물임을 강조하면서 교수학적 내용 지식(Pedagogical Content Knowledge; 이하 PCK)이라는 개념을 정의하였다. PCK는 다른 사람이 이해할 수 있도록 해당 교과목을 가르치는 방법에 대한 지식인데, 이는 수학 내용에 대한 지식, 학습자의 이해에 대한 지식, 교수 방법에 대한 지식의 세 가지로 나뉘볼 수 있

* 화성 제암초등학교(jc921231@hanmail.net)

** 경인교육대학교(hsryu@ginue.ac.kr)

다(Grossman, 1990; Marks, 1990). 최근 NCTM (2000)에서는 수학을 효과적으로 가르치기 위해서 교사는 수학 내용, 학습자로서의 학생들 및 교수법적 전략을 알고 이해해야 한다고 제시하며 PCK의 중요성을 강조하고 있다.

선행 연구(조희형 외, 2006; 최승현, 2007)를 살펴보면 현장 교사를 대상으로 한 교사의 PCK에 대한 연구 실시는 매우 미비한 실정이다. 이는 자신의 수업 공개를 꺼리는 학교 현장, 축적된 개인의 경험을 소극적으로 공유하고 있는 교사의 태도, 수십 년이 흘러도 교직 전체의 전문성이 개인적 차원에 머물러 있는 점에 기인한다. 교사는 수학 수업을 통해 ‘아, 오늘 개념 지도 수업은 정말 최고였어!’의 희열의 순간 내지, ‘아, 오늘 문제 해결 수업은 참 영망이었어!’의 좌절의 경험을 한다. 이에, 교사 지식으로서의 PCK가 수업 실제에서 어떻게 구현되는지에 대한 연구가 필요하다고 할 수 있다. 다행히 최근 수업에 관심을 갖고 수업 연구대회가 교육계의 이슈로 떠오르고 있고, 이를 통해 교사들이 전문성을 신장하고 있음은 반가운 일이 아닐 수 없다.

본 연구의 목적은 평면도형에 대한 교사의 PCK를 탐색하고, 수학 수업의 실체를 분석한 후, 교사의 PCK와 수학 수업의 실체를 비교 분석함으로써, 교사의 전문성을 신장을 위한 함의점을 찾아보는데 있다.

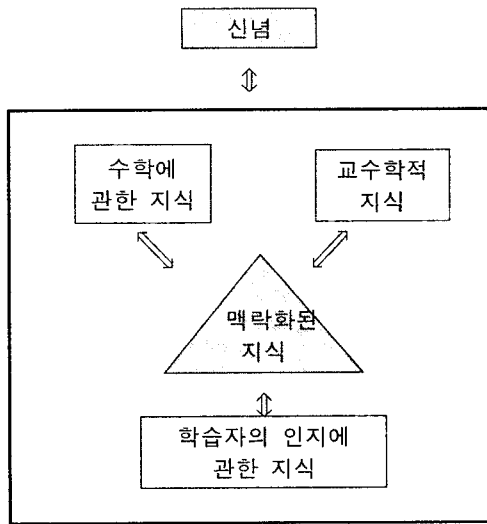
II. 이론적 배경

1. PCK

PCK란 '특정 내용을 특정 학생들의 이해를 촉진할 수 있도록 가르치는 방법에 대한 교사의 지식'을 말한다(Shulman, 1986). PCK에는 주

제, 절차 및 개념에 대한 상당량의 교과 내용 지식 및 이들 간의 관계에 대한 이해가 포함되는 내용 교수법이다. 잘 발달된 PCK를 갖춘 교사는 학생들의 잘못된 이해를 방지하면서, 심층적인 이해를 촉진할 수 있는 능력을 가지고 있다. PCK는 본질적으로 교과 내용에 따라 달라지므로, 교과 내용에 고유한 교수법(content-specific pedagogy)이라 지칭한다.

Fennema & Franke(1992)가 제시한 교사 지식에 관한 모델의 요소들을 구체적으로 살펴보면, 교사 지식의 구성 요소로는 수학에 대한 지식(content of mathematics), 교수법에 대한 지식(pedagogy), 학습자의 인지에 대한 지식(learner's cognitions)을 꼽을 수 있다. 수학에 대한 지식에는 교사가 가르치는 내용에 대한 개념, 절차, 문제해결 과정에 관한 지식과 절차를 이해하는 데 기본이 되는 개념, 개념의 상호관련성, 다양한 문제에 개념과 절차를 사용하는 방법에 대한 지식을 포함한다. 교수법에 대한 지식은 교실에서 일어나는 일과를 계획하기 위한 효과적인 전략, 행동 관리 요령, 교실 관리 절차, 동기 전략과 같은 수업 절차에 대한 지식이 해당된다. 학습자의 인지에 대한 지식은 학생들이 어떻게 사고하고 학습하는가에 대한 지식을 의미한다. 이러한 지식들은 주어진 상황 속에서 상호작용을 하며 독특한 지식을 형성하고 교사의 교실에서의 수업 행동에 영향을 미치게 된다. 따라서 Fennema & Franke(1992)는 주어진 맥락 속에서 상황과 관련되어 만들어진 지식을 모델의 중심에 놓고, 이러한 상황과의 상호작용을 통하여 만들어진 교사 지식이 교사의 신념과 서로 영향을 주고받는 것으로 간주하여, [그림 II-1]과 같이 교사 지식에 관한 모델을 제시하였다.



[그림 II-1] 교사 지식에 관한 모델

PCK는 교사지식을 구성하는 교과내용 지식, 일반 교수법적 지식 및 상황 지식 영역의 영향을 받아서 재구성되는 영역이다. 즉, 일반 교수법적 지식은 PCK에 영향을 미치는 중요한 교사 지식의 한 영역이다. 교사는 일반 교수법적 지식을 비롯하여 다양한 지식 영역을 기초로 수준 높은 학습을 촉진할 수 있는 교수 절차와 방법을 선택하여 활용하게 된다.

2. 수학과 PCK

수학과 PCK는 교사가 자신의 교과 지식과 교수 경험을 통하여 발전시켜나가는 것으로, 특정한 수학 내용을 학생들이 이해할 수 있는 방식으로 가르치는 방법에 대한 지식이다. 다시 말하면, 좋은 수업을 하는 교사는 수학과 교육과정과 함께 이를 구현할 수 있는 관련 자원과 기법까지도 파악하여, 이를 활용하여 수업을 이끌어가며, 수업에 활용할 수 있는 다양한 수업 자원을 학생들이 학습을 유의미하게 참여할 수 있도록 제공한다. 학생들의 학습을 지원할 수 있는 이러한 자원에 대한 지식과 교

과내용에 관련된 다양한 수업 전략은 교사가 갖추어야 할 수학과 내용 교수 지식 중 하나이다(최승현, 2006).

수학과 내용 교수 지식(PCK)은 다른 교과와 마찬가지로 내용, 학생, 상황 지식의 영향 하에 형성되지만, 이와는 독립적으로 존재하는 교사의 실천지(practical knowledge)이다. 즉 수학과 내용 교수 지식(PCK)은 수학과 수업의 배경 지식이 되는 수학과 자체의 수업 목표, 내용, 교수 방법 및 평가, 수학과 학습에 대한 학생 이해, 수학과 수업 상황 등의 구성 요소로 이루어지며, 동시에 이러한 요소들이 서로 결합된 지식이라고 볼 수 있다.

3. 평면도형에 대한 PCK

가. 수학 내용에 대한 지식

1) 평면도형의 개념에 대한 지식

수학적 개념에 대한 지식은 수학 내용의 의미를 파악하여 수학적인 안목을 가지고 사고하는 것을 의미하며, 개념에 대한 내포와 외연의 명확한 이해는 현상을 해석하고 정리하는 수단이 된다(우정호, 2000). 평면도형 수업에서 수학적 개념은 주로 여러 가지 용어와 기호, 그림 등으로 표현된다. 교사의 수학적 개념에 대한 지식은 이러한 다양한 수학적 언어의 구사를 의미하기도 한다. 여기에서는 평면도형 기본 개념에 대한 지식으로 다음과 같이 영역을 한정하고자 한다.

- 점, 직선, 평면의 의미
- 반직선, 사선, 선분의 의미
- 평행, 수직의 의미
- 각의 의미
- 삼각형과 사각형의 의미와 성질
- 예와 반례에 대한 지식

2) 도형 지도에 대한 교육과정 이해 지식
7차 교육과정에서는 학습자의 활동을 중시하고 구체적인 조작물을 학습 도구로 활용하는 수학 교육을 강조하고 있다(교육부, 1999). 교사가 일방적으로 지식을 전달하는 것을 지양하고 학생들이 스스로가 수학적 개념이나 원리를 탐구하는 방향으로 수업을 진행하는 것을 권장하며, 단순히 종이와 연필을 이용하는 학습이 아니라 다양한 구체물을 활용하여 학생들이 직접 체험하는 과정에서 수학 학습이 이루어지는 것을 꾀하고 있다.

나. 학습자의 이해에 대한 지식

1) 학습자 오류의 유형화

장영은(2003)은 도형과 관련한 문제해결 과정에 관하여 학습자의 오류에 대하여 <표 II-1>과 같이 7 가지로 유형화하였다.

<표 II-1> 도형 영역 학습자 오류의 유형

유형	사례
(1) 부정확한 개념과 정의에 의한 오류	기초 도형 개념의 부족과 혼란으로 인한 오류
(2) 시각적 자료를 부적절하게 사용하는 오류	시각적 추측으로 인한 오류, 보조선으로 인한 오류 등
(3) 논리적으로 부적절한 추론으로 인한 오류	문제자료를 잘못된 유도를 통해 해결하는 오류
(4) 문제 자료를 불충분하다고 여기는 오류	원하는 자료가 주어지지 않아서 포기하는 오류
(5) 문제 자료를 왜곡하는 오류	제시된 자료 사이의 왜곡
(6) 기술적인 오류	계산오류와 알고리즘의 잘못된 적용으로 인한 오류
(7) 문제해결을 기피하는 오류	도형 문제 해결을 두려워하여 기피하는 오류

2) 학습자의 선수 학습에 대한 지식

선수 학습은 본 차시 수업을 배우기 이전의

모든 학습을 통틀어 지칭한다. 3-가 단계를 배우기 전, 학생들은 1-가 단계에서 여러 가지 물건의 관찰을 통하여 직육면체, 원기둥, 구 모양을 이해하고, 1-나 단계에서 물건의 관찰을 통해 사각형, 삼각형, 원 모양의 평면도형을 이해하고, 2-가 단계에서는 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원 등의 기본적인 평면도형을 그리고, 그 구성 요소에 대한 이해를 하고, 구체물이나 그림의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동으로 공간 감각을 익히며, 2-나 단계에서는 쌓기나무로 입체도형의 이해를 확장하도록 구성되어 있다.

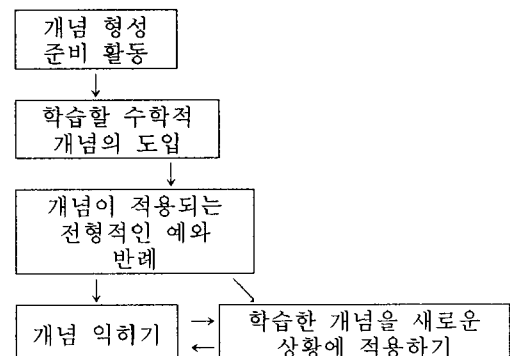
다. 교수 방법에 대한 지식

1) 도형의 일반적 교수 전략에 대한 지식

가) 개념 형성 수업 모형

수학적 개념을 효과적으로 지도하기 위해서는 ① 학습할 수학적 개념의 선정, ② 선정된 수학적 개념을 학습하는 데에 영향을 주는 긍정적 요소와 부정적 요소에 대한 탐색, ③ 학습할 개념의 논리적 위계성에 따른 전후 관계 개념의 파악, ④ 선수 학습 요소와 학습자의 출발점 행동, ⑤ 개념 학습 후의 평가 과정을 고려하여야 한다.(정은숙, 2005)

수학과의 개념 형성 수업 모형은 대체로 [그림 II-2]와 같은 절차에 따라 진행된다.(정은숙, 2005)



[그림 II-2] 개념 형성 수업 모형의 절차

나) 배중수의 도형 지도 방법

배중수(1999)는 도형 지도를 할 때 다음과 같은 순서 중에서 선택하는 발견적 학습에 의한 모델을 제시하였다.

(1) 현실에서 알아보는 단계

학생들이 느낄 수 있는 현실 상황을 제시하여 의미 있는 수업이 되도록 소재를 선택한다.

(2) 활동의 단계

관찰이나 조작활동은 공간 시각 표상의 발전을 증대시킬 뿐 아니라 문제해결에 적용된다.

(3) 모델을 그리는 단계

관찰이나 조작 활동을 한 후 관찰한 관점(위치, 크기, 모양 등)에 따라서 모형을 그린다.

(4) 개념(도형의 정의)

① 분류 단계: 그린 모형들을 관점에 따라 유사점과 차이점으로 분류 및 정리한다.

② 정의 단계: 관점에 따라 분류한 것 중에서 공통인 속성만을 가지고 정의한다.

(5) 성질을 발견하는 단계

도형을 정의한 후, 도형의 성질을 발견하는 이유는 작도나 제작, 증명과 같이 활용하기 때문이다. 도형의 성질은 도형의 정의를 제외하고 나타낼 수 있는 도형의 특성으로 생각할 수 있다. 그러나 활용되지 않는 성질은 의미가 없기 때문에 활용할 가치가 있는 것을 택하여 성질로 하는 것이다.

(6) 도형의 작도와 제작

도형의 작도와 제작은 개념을 명확하게 하는데 큰 도움을 주며, 도형이 가지고 있는 속성을 알게 해 주는 역할을 한다.

2) 수학 교과서 재구성에 대한 지식

교과서 재구성이란 기존에 있는 교과서를 지역 및 학교의 특수성을 고려하여 제작하여 만드는 활동을 의미한다(김민아, 2004). 초등학교 수학 교과서는 전국이 하나로 통일되어 있는

데, 교사는 주로 교과서에 기초하여 학생들에게 수학을 가르친다. 교과서는 수학 교육 목표를 실현하는데 일부의 자료로써 교사가 가르치는 교과서의 내용은 그 자체로서는 큰 의미가 없다(이홍우, 1987). 이는 곧 교과서는 교육과정의 정신과 의도를 모두 포괄하지 못하다는 것을 말해준다. 따라서 교사는 단지 교과서의 내용만을 전달해서는 안 되며, 교육과정이 교육의 목표와 목적을 구체적으로 표현하고 있으므로 교육과정을 전체적인 관점과 맥락에서 파악해야 가르칠 필요가 있다. 그리고 학습자 개인의 학습 능력을 고려하고, 타 교과와의 관련성을 연관하여 지도할 필요가 있다.

4. 선행연구

신민아(2003)는 TIMSS 비디오 연구의 방법을 적용한 수학과 수업분석에서 수학과 수업 형태를 관찰하기 위하여 고등학교 수학과 수업 6차시를 비디오 녹화한 후, 학교에서 사용하는 수업참관록을 적용하여 분석하였다. 수업 내용, 조직, 과정면, 교사 발언 및 학생 발언 면에서 신규 교사와 경력 교사의 차이를 분석하였다.

권민성(2005)은 초등학교 수학 수업에서 이루어지는 교사와 학생의 상호작용을 분석하여 질문하기, 설명하기, 수학적 아이디어의 근원과 관련하여 교사와 학생의 상호작용 분석을 실시하였다. 교사 중심에서 학생 중심 교실로의 변화 측면에서 어떠한 교실 문화를 형성하고 있으며, 어떠한 성과와 어려움을 겪고 있는지를 바탕으로 학생 중심 교실로의 교실 수업 개선을 위한 기초적인 정보를 제공하고자 하였다.

안선영(2006)은 평면도형의 넓이에 대해 수학 내용에 대한 지식·학습자의 이해에 대한 지식·교수 방법에 대한 지식의 범주로 PCK를 정의하고, 교사의 평면도형에 대한 PCK와 수업

실제와의 관계를 분석하였다. 교사의 지식은 수업에 직접적인 영향을 미치고 있었다. 교사들은 교과서를 기반으로 수업을 진행하였으나 교사 지식에 따라 활동을 변용하거나 강조하여 다루는 등 PCK가 교사들에게 얼마나 내면화되었느냐에 따라 수업에 많은 차이가 있었다.

조성민(2006)은 교육과정 실행 관점에서 본 교사의 지식과 수업의 관련성 연구에서는 수학과 교육과정을 실행하는데 영향을 미치는 주요한 요인으로 교사, 특히 교사의 지식을 설정하고 교사가 갖고 있는 지식 특징과 이들이 수업에서 나타나는 양상을 분석하였다. B는 일반적인 설명과 지도를 중심으로 수업을 진행하였다.

III. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구의 대상은 총 4명으로 대학에서의 심화 전공과 경력은 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 연구 대상자

교사	학부 전공	학력 및 경력
A	수학 교육	10년차, 교육대학 수학교육과/교육대학원 초등수학 석사, 수학연구회 활동
B	영어 교육	9년차, 교육대학 영어교육과/교육대학원 초등수학 전공 중, 수학연구회 활동
C	체육 교육	7년차, 사범대학 체육교육과/교육대학원 초등체육 전공 중
D	과학 교육	4년차, 교육대학 과학교육과 졸업

2. 연구 절차

교사가 진정한 교과 전문가가 되기 위해서는

무엇보다 수업을 잘 해야 한다는 입장 아래, 수학 교육 전문가로서 교사의 PCK와 실제 수학 수업과의 관련성을 분석한 본 연구는 교사의 지식의 분석 준거 설정에 앞서 문헌 연구를 실시하였다. 연구 결과 교사의 지식을 교과 내용 지식, 교수학적 지식, 학습자 이해에 대한 지식 세 축으로 구분하고, 각 지식별 구성 요소를 추출하였다. 이를 바탕으로 도형의 개념을 도입하는 초등학교 3학년 '평면도형' 단원을 선정하여, 교사의 지식 준거를 설정하고 질문지 및 인터뷰 문항지를 작성하였다([부록] 참조). 작성된 질문지는 참여 교사의 교과 내용 지식과 교수학적 지식, 그리고 학습자 이해에 대한 지식을 알아보는데 사용되었으며, 초등학교 수준을 넘어서는 문항을 구성하여 교사의 수학적 지식 수준을 알아보고자 하였다. 또한 본 연구에 참여한 교사의 교육관, 수학과, 학습자에 대한 이해도를 인터뷰하고 수업 후 수업 진행에 대한 사후 인터뷰를 실시하였다. 각 교사별로 4~5회의 수업 관찰을 실시하였으며, 교실 수업 실제 속에서 구체적인 특징을 찾고자 하였다. 흔히 학교에서 이루어지는 공개 수업과는 달리, 연구 대상자들에게 평상시의 전형적인 수업을 보여주도록 요청하였다.

3. 자료 수집

가. 질문지를 통한 자료 수집

PCK 질문지 문항은 van Hiele의 검사지와 한국교육과정평가원의 교사 진단지, 그리고 사전 학위 논문들을 종합하여 실제 교육 현장에 맞도록 <표 III-2>의 분석 준거에 따라 작성하였으며, 수학교과연구회 및 동료 교사에게 사전 투입하여 수정한 후, 전문가의 검증을 통해 질문 내용을 확정하였다(van Hiele, 1986, 1988; 김현미, 1999; 장영은, 2003; 김종일, 2004; 안선영,

2006; 한국교육과정평가원, 2006; 김홍식, 2007). 질문지에는 초등학교 3학년 내용뿐만 아니라 고학년, 그리고 일부는 중학교 도형 부분에 대한 질문이 포함되어 있으며, 이를 통해 교사의 지식을 심도 있게 알아보고자 하였다.

나. 수업 관찰을 통한 자료 수집

연구 대상 선정 절차에 따라 초등학교 3학년을 지도하는 네 교사의 수업을 관찰하였다. 초등학교 3-4 단계 '3. 평면도형' 단원 중 재미 있는 놀이와 수준별 학습 차이를 제외한 5차시의 수업, 총 17차시의 수업을 관찰하고 수업의 실체를 분석하였다. 17차시의 수업은 A교사 5회, B, C, D교사 각 4회로 수업을 재구성성을 통해 각 교사별로 약간의 차이가 있었다. 교사와 학생을 중심으로 수업 과정을 녹화하기 위해 교실의 가장자리에 캠코더를 설치하였다. 학생이 칠판에 나와 문제를 풀거나 개별 활동을 할 경우는 학생활동을 중심으로 녹화하였고 실외 활동을 하거나 소집단 협동 학습을 하는 경우에는 캠코더의 위치를 소집단으로 이동하여 학생 과업 수행 및 교사의 소집단 지도 등을 중심으로 녹화하였다. 교사의 수업 설계 및 진행에 중점을 두고 촬영하였으며, 학생 활동이나 전반적인 수업 상황도 부가적으로 촬영하였다. 수업 관찰을 통한 17차시의 촬영 자료는 추후 프로토콜을 작성하여 분석의 기초로 삼았다.

다. 인터뷰를 통한 자료 수집

인터뷰는 질문지를 보완하는 사전 PCK 인터뷰, 수업의 실체에 대한 인터뷰 등으로 구분하여 실시하였다. 인터뷰를 시작하기 전에 연구자의 연구 의도와 탐구 목적을 차차 안내하였으며 초기 질문으로 연구 대상자의 경력이나 학교 환경과 같은 중립적이고 서술적인 정보에 대한 답변을 유도하여 인터뷰에 대한 부담감을

덜 느끼도록 하였으며, 연구자와 실험 교사가 친밀도를 유지하여 형식적이거나 가식적인 답을 내놓지 않도록 유도했다.

4. 분석 준거

본 연구는 교사의 PCK 분석, 연구 대상자의 교실 수업 관찰 및 분석, 교사의 PCK와 수업 실제와의 관계 비교의 3단계로 이루어져 있다. 교사의 PCK 분석은 질문지와 인터뷰에서 수집한 자료를 토대로 연구자가 설정한 수학 내용에 대한 지식, 학습자의 이해에 대한 지식, 교수 방법에 대한 지식의 측면에서 연구 대상자들의 답변을 제시하며 상세하게 분석하였다. 교실 수업의 개별 분석은 동일한 분석 준거에 의거하여 구체적인 에피소드를 들어 자세하게 기술하였다. 그리고 교사의 PCK와 수업 실제의 비교 분석은 앞서 기술한 내용을 바탕으로 교사의 지식 수준에 따라 수업의 실제가 어떻게 전개되는지 관계를 밝히는 데 초점을 두었다.

먼저 연구 문제와 관련하여 교사의 PCK 분석 준거를 마련하기 위해 선행 연구에서의 교사 지식에 대한 분석 준거를 살펴보았다.

수학 내용에 대한 지식에는 주로 수학 개념 지식에 중점을 두었으며, 최승현(2007)의 연구에서 수업 상황 및 자원 지식의 하위에 속하는 교육과정을 통합하여, 평면도형의 개념 지식과 도형 지도에 대한 교육과정 이해 지식으로 설정하였다. 학습자의 이해에 대한 지식에는 학습자의 오류와 오개념 및 인지 수준을 종합하여 학습자 오류에 대한 지식으로 설정했고, 안선영(2006)이 마련한 학생들의 선행 개념에 대한 지식을 포괄하여 학습자의 선행 학습에 대한 지식으로 설정하였다. 그리고 교수 방법에 대한 지식에는 선행연구에 공통적으로 포함되어 있는 도형의 일반적 교수 전략에 대한 지식

과 조성민(2006)의 연구에서 제시한 교재의 재구성을 본 연구에서는 수학 교과서 재구성에 대한 지식으로 수정하여 준거를 마련하였다.

분석 준거에는 하위 세부 분석 항목을 두어 교사의 지식을 세분화하고 구체화하였다. 평면도형의 개념 지식에는 교사의 평면도형 지도 필수 항목으로, 평면도형의 정의, 각과 직각의 의미, 내각의 크기, 평면도형의 성질, 수직과 평행, 도형의 넓이, 공간 감각, 합동과 대칭으로 구성하였다. 여기에는 초등학교 3학년 과정뿐만 아니라, 평면도형에 대한 지식을 심층적으로 파악할 수 있는 초등학교 전 과정과 나아가 중학교 수학 내용 영역까지 포함하여 문항으로 구성하였다. 도형 지도에 대한 교육과정 이해 지식에는 수학 교육 과정에 대한 개념도 작성 항목을 구성하였다. 수학 내용을 학습하는 과정에서 한 번 형성된 오개념은 올바른 개념 해석과 함께 지속되면서, 교사가 학생들의 선행 지식과 오개념을 인식하지 못한다면 더욱

강화된다(Grossman, 1990). 이에 학습자의 오류에 대한 지식의 세부 분석 항목으로 학습자 오류의 분석 및 학습자의 기하 학습 수준 항목으로 구성하였다. 그리고 학습자의 선후 학습에 대한 지식으로는 이미 알고 있는 지식인 선수 학습에 대한 지식과 앞으로 배우게 될 내용이 무엇인지에 대한 후속 학습에 대한 지식으로 구성하였다. 도형의 일반적 교수 전략에 대한 지식에는 도형 지도 수업 모형에 대한 이해와 도형 수업을 전개하는 방법에 대한 부분인 일반적 교수 전략으로 구성하였다. 교실수업에서 다루어야 할 교육과정의 양과 수준은 이미 정해져 있으며 한정된 수업시간에 다루어져야 한다. 이에 수학 교과서 재구성에 대한 지식으로는 교과서 재구성에 대한 인식과 교과서의 문제점에 대한 이해로 구성하였다.

교사의 지식을 절대적으로 나누는 근거는 매우 어려운 일이지만, 본 연구에서는 <표 III-2>에서 제시한 분석 준거로 질문지 작성 과정에

<표 III-2> 교사의 PCK 분석 준거

PCK 영역	분석 준거	세부 분석 항목
수학 내용에 대한 지식	가. 평면도형의 개념 지식	<input type="checkbox"/> 평면도형의 정의 <input type="checkbox"/> 각과 직각의 의미 <input type="checkbox"/> 내각의 크기 <input type="checkbox"/> 평면도형의 성질 <input type="checkbox"/> 수직과 평행 <input type="checkbox"/> 도형의 넓이 <input type="checkbox"/> 공간 감각 <input type="checkbox"/> 합동과 대칭
	나. 도형 지도에 대한 교육과정 이해 지식	<input type="checkbox"/> 수학교육과정에 대한 개념도
학습자의 이해에 대한 지식	가. 학습자의 오류에 대한 지식	<input type="checkbox"/> 학습자 오류의 분석 <input type="checkbox"/> 학습자의 기하 학습 수준
	나. 학습자의 선후 학습에 대한 지식	<input type="checkbox"/> 선수 학습 지식 <input type="checkbox"/> 후속 학습 지식
교수 방법에 대한 지식	가. 도형의 일반적 교수 전략에 대한 지식	<input type="checkbox"/> 도형의 교수 전략 <input type="checkbox"/> 도형 지도 수업 모형
	나. 수학 교과서 재구성에 대한 지식	<input type="checkbox"/> 교과서 재구성에 대한 인식 <input type="checkbox"/> 수학 교과서의 문제점

서 드러난 평면도형에 대한 교사의 PCK가 어떠한지를 3단계로 구분하였다. 교사들의 PCK 수준은 분석 준거에 의거해 우열의 차이가 존재하며, 각 교사는 PCK 항목별 지식에 다소 차이가 있어 수준을 구분하여 수업 실제간 비교를 논의하고자 하였다. 질문지의 응답에 따라, 1, 2, 3 수준으로 나뉘고, 3 수준이 가장 높고, 1 수준이 가장 낮은 것으로 구분하였다.

세부 분석 항목에 따라 질문지 문항을 설계하였으며, 분석 준거는 <표 III-2>와 같다.

IV. 연구 결과

1. 수학 내용에 대한 지식

가. 평면도형의 개념 지식 비교

A, B 교사는 PCK가 높게 나타났고 구체적

조작 활동을 중심으로 수업을 전개하였으며, 학생의 사고를 자극하는 발문과 상호작용을 강조하며 핵심 내용을 지도하였다. 특히 A 교사는 조작활동의 중요성을 알고 수업 실제에서도 종이접기, 본뜨기 활동에 많은 시간을 할애하여 학생들이 탐구하면서 수학적 사고력을 신장하도록 하였다. 단순한 암기식의 용어 설명을 지양하고 교사-학생간의 상호작용을 통한 속성 탐구로 개념을 심어주고자 하였다. 평면도형 개념에 대한 PCK가 낮은 C 교사는 실제에서도 교육과정을 넘어서는 용어, 즉 마름모, 사다리꼴, 세 각의 합, 대각선, cm^2 , 정삼각형의 용어를 대수롭지 않게 여과 없이 사용하여 학생들이 혼동을 일으키기도 하였다. 용어의 혼란을 보인 D 교사는 수업의 실제에서도 용어 사용에 오류를 보였으며, 교재의 재구성보다는 교과서 위주의 수업 전개를 보였다. 평면도형의 개념 지식 비교는 <표 IV-1>과 같다.

<표 IV-1> 평면도형의 개념 지식 비교

평면도형의 개념 지식 비교		
교사	교사의 PCK	수업의 실제
A	<ul style="list-style-type: none"> • 27문항 중 25개 정답 • 삼각형은 내부를 포함하지 않음 • 자를 이용하여 직각 지도 • 종이접기를 통한 도형 개념 형성 강조 • 증명문제 못 구함 	<ul style="list-style-type: none"> • 색종이 접기, 본떠 보기 활동 등 구체적 조작활동으로 도형 지도 • 교사의 시범과 학생과의 상호작용으로 합의하고, 속성 탐구를 통해 용어를 정의 • 단순 암기식 용어의 정의를 지양
B	<ul style="list-style-type: none"> • 27문항 중 24개 정답 • 삼각형은 선분만을 의미하며 내부를 포함안함 • 증명문제 논리적 해결 	<ul style="list-style-type: none"> • 조작활동으로 개념 학습 • 상호작용을 통한 협동학습 여건 조성
C	<ul style="list-style-type: none"> • 27문항 중 18개 정답 • 정사각형을 접으면 정삼각형 2개가 됨으로 설명 • 삼각형은 선분과 내부를 모두 포함함 • 도형의 내각의 합 해결 시 이해 부족 • 사각형의 포함관계 설명 못함 	<ul style="list-style-type: none"> • 속성 탐구를 중심으로 개념 지도 • 세 각의 합이 180도이며, 현 3학년 교육과정을 벗어난 용어 지도 • 정사각형 설명에서 오류 발생
D	<ul style="list-style-type: none"> • 27문항 중 21개 정답 • 평면도형의 예를 한 개씩 제시 • 삼각형은 세 선분만 포함 • 각은 도형이 아님 • 오일러의 공식을 아르키메데스의 원리로 혼동 	<ul style="list-style-type: none"> • 직각삼각형을 직삼각형으로 혼동하여 사용 • 교과서의 약속하기에 충실한 수업전개 • 생활속에서 다양한 표상 소개

나. 도형 지도에 대한 교육과정 이해 지식 비교

교육과정 이해에 대한 지식을 알아보기 위해 평면도형 개념도를 작성한 결과 A, B, C 교사는 20개 이상의 개념을 마인드맵으로 나타냈으며, D 교사는 13개 정도에 그쳤다. 특히 D 교사는 넓이를 중심으로 단순하게 평면도형에 대한 이해를 하고 있었다. 마인드 맵 답변 결과에 대하여 연구자는 각 교사들에게 보조 질문을 통해 교사의 교육과정 이해도를 세부적으로 파악해 보았다. A 교사는 조작활동을 시도하려 하였으나, 학생의 기하 수준이 낮아 심화 보충 활동으로 조작활동을 수행하지 못하는 경우가 발생하였다. B 교사는 시간 안배가 계획한대로 이루어져 학생의 조작 활동 시간을 통해 알게 된 사실을 다른 사람에게 발표하게 하고, 비교하는 시간을 가졌다. C 교사는 교사의 설명과 발문에 많은 시간을 할애하여 학생의 활동 기회가 적어 교사 중심 수업이 이루어졌으며, 교육과정의 체계를 무시하고 4학년 과정의 내용과 용어를 도입하여 학생의 혼란을 가져왔다. D 교사 역시 교사의 설명이 많아 학생 중심의 교육과정 운영에 어려움이 있었다. 평면도형 지도에 대한 교육과정 이해 지식 PCK와 수업의 실제 비교를 정리하면 <표 IV-2>와 같다.

2. 학습자의 이해에 대한 지식

가. 학습자의 오류에 대한 지식 비교

A, B, D 교사는 오류의 유형과 사례를 파악하고 있었으며 자의 사용을 강조하였고, 수업의 실제에서도 자리 순회를 통한 개별 학습 지도를 통해 이를 그대로 구현하였다. A 교사는 학생의 수준과 단계에 맞는 필수 지도 요소에 대해 중요성을 인식하고 많이 가르치기 보다는 정확히 개념을 정착시키는 것에 중점을 두어 오류를 줄이고자 하였다. 상호작용이 원활해지도록 유도하지만 사정이 여의치 않자 교사는 학생들에게 지명을 하나, 교사가 원하는 반응을 얻지 못하자 교사가 답을 대신해주기도 하였다. B 교사는 교사의 시범과 발문, 학생의 반복 연습을 통해 각도를 실제 조작함으로써 도형과 친숙한 환경을 조성하여 오류 예방을 하고자 했다. 확산적이고 추론적인 발문이 이루어졌으며, 이를 통해 학생들과의 상호작용이 원활하게 이루어졌다. C 교사는 저학년을 벗어난 3학생들을 의식해 개념을 어려워할 것으로 예상하여 ICT를 적용하였으나, 이는 각도의 의미를 나타내는 4학년 단계의 활동으로 단계를 벗어난 학습이 학생의 혼란을 가져왔다. 직각 삼각형, 직사각형, 그리고 정사각형을 학습하는

<표 IV-2> 도형 지도에 대한 교육과정 이해 지식 비교

도형 지도에 대한 교육과정 이해 지식 비교		
교사	교사의 PCK	수업의 실제
A	<ul style="list-style-type: none"> ● 25개 평면도형 개념 제시 ● 평면도형 내용 영역 이해 	<ul style="list-style-type: none"> ● 부진 처방으로 인한 설명 시간 지연 ● 심화 보충시간 부족
B	<ul style="list-style-type: none"> ● 40개 평면도형 개념 제시 ● 평면도형 내용 영역 이해 	<ul style="list-style-type: none"> ● 조작활동을 통해 알게된 사실 발표하게 함 ● 성질탐구의 시간 부여
C	<ul style="list-style-type: none"> ● 24개 평면도형 개념 제시 ● 평면도형 내용 영역 이해 	<ul style="list-style-type: none"> ● 교사 중심 수업 전개 ● 교육과정의 단계를 넘어선 용어의 도입
D	<ul style="list-style-type: none"> ● 13개 평면도형 개념 제시 ● 평면도형 내용 영역 이해 ● 넓이와 한정적으로 연계 	<ul style="list-style-type: none"> ● 교사의 설명이 많아 학생의 활동 적게 배정

3-가 단계에서 정삼각형을 소개함으로써 학생들이 직각삼각형과의 혼동을 일으키는 요인이 되기도 하였다. D 교사는 오류의 사례를 파악하고 있었으며, 특히 수업의 실제에서 사각형의 관계를 정리함으로써 학생들이 직사각형과 정사각형과의 관계를 이해하도록 도왔다. 학습자의 오류에 대한 지식을 비교하여 표로 나타내면 <표 IV-3>과 같다.

나. 학습자의 선후 학습에 대한 지식 비교
네 교사 모두 전시 학습 상기의 중요성을 인식하며 도형 수업을 구성하였고, 전시 학습과 후행 학습의 관련성을 고려하여 본시를 전개하

였다. 대동소이한 PCK를 가지고 있으며, 수업의 실제에서는 표상, 추론, 속성 탐구, 예의 제시 등 다양한 방법으로 표현되었다. A교사는 전시 학습의 표상을 제시하며 속성을 탐구하며 학생과 상호작용을 하는 시간을 가졌다. B교사는 선수 학습에 대한 교사의 발문을 통해 학생의 관심을 집중시키고, '왜 그럴까?'라는 발문을 통해 학생의 생각을 논리적으로 표현하고 정리하도록 도왔다. C교사는 전 차시의 정의와 성질을 중심으로 확인하는 시간을 가졌다. D교사는 3학년 단계에서 배우는 변과 각을 이전 단계에서 배운다는 혼동을 하고 있었으며, 전시 학습의 예와 반례를 중심으로 퀴즈를 통해

<표 IV-3> 학습자의 오류에 대한 지식 비교

학습자의 오류에 대한 지식 비교		
구분	교사의 PCK	수업의 실제
A 교사	<ul style="list-style-type: none"> 오류 유형과 사례를 파악하고 있음 직각의 수 혼동 	<ul style="list-style-type: none"> 자를 이용한 도형지도 필수 지도 요소 강조 교사 지명을 통한 상호작용 자리 순회를 통한 개별 지도로 부진아 방지
B 교사	<ul style="list-style-type: none"> 구체적인 예시의 중요성 파악 교사의 시범과 학생의 반복 연습 강조 오류 유형과 사례를 파악하고 있음 	<ul style="list-style-type: none"> 자를 이용한 도형지도 수학적 사고를 고양하기 위한 연속적이고 확산적인 발문 적용 자리 순회를 통한 개별 지도 점판학습지를 통한 구체적인 도형 지도 실시
C 교사	<ul style="list-style-type: none"> ICT를 활용한 도형지도 선호 학생들은 개념을 어려워하고 생소하다고 봄 	<ul style="list-style-type: none"> 자를 이용하지 않고 대충 그리는 경향 단계를 넘어선 내용의 지도와 ICT의 적용으로 학생 혼란 초래
D 교사	<ul style="list-style-type: none"> 오류의 사례를 파악하고 있음 	<ul style="list-style-type: none"> 자를 이용한 도형 제시 자리 순회를 통한 개별지도로 부진아 방지

<표 IV-4> 학습자의 선후 학습에 대한 지식 비교

학습자의 선후 학습에 대한 지식 비교			
교사	교사의 PCK		수업의 실제
	선수 학습에 대한 지식	후행 학습에 대한 지식	
A	<ul style="list-style-type: none"> 세모, 네모, 원, 규칙 찾기 	<ul style="list-style-type: none"> 도형 움직이기, 평행, 수직 	<ul style="list-style-type: none"> 표상을 제시하며 속성 탐구
B	<ul style="list-style-type: none"> 쌍기나무, 세모, 네모, 원, 삼각형, 사각형 	<ul style="list-style-type: none"> 여러 사각형, 각도, 내각의 합, 평행, 수직 	<ul style="list-style-type: none"> 논리적 추론 강조
C	<ul style="list-style-type: none"> 선분, 직선, 점, 길이 	<ul style="list-style-type: none"> 도형 움직이기, 넓이와 부피, 회전, 입체도형 	<ul style="list-style-type: none"> 정의와 성질 탐구
D	<ul style="list-style-type: none"> 변, 각을 배웠다고 혼동함 	<ul style="list-style-type: none"> 입체도형을 학습 	<ul style="list-style-type: none"> 예와 반례 제시

학생의 흥미를 유발시켰다. 수업에서 속성에 대한 이해와 탐구는 복습을 겸한 본시 학습이 동시에 이루어졌다는데 의의가 있다. 즉, 이와 같은 선후 학습에 대한 교사의 인식은 새로운 차시를 학습하는 학생들에게 학습의 근간이 되기도 하고, 선후 연결에 대한 관계를 정립하는데 기여하였다고 볼 수 있다. 학습자의 선후 학습에 대한 지식 비교를 표로 나타내면 <표 IV-4>와 같다.

3. 교수 방법에 대한 지식 비교

가. 도형의 일반적 교수 전략에 대한 지식
40분의 수업을 전개할 때 수업의 목표와 내용에 맞는 교수법을 선택해야 한다. A, B, D 교사는 실제 생활 속에서 개념을 도입하고, 학생의 흥미에 기초한 구체적 조작 활동이 기반이 된 수업이 바람직하다고 보았으며, C 교사는 조작 활동이 미숙한 3학년 학생들에게 기초 조작 연습을 통해 구체적인 활동을 경험하게 하는 것을 바람직한 수업으로 보았다.

A 교사는 생활에서 소재를 찾아, 활동하기를 거쳐, 개념의 모델을 그려, 도형의 성질을 교사

와 학생이 발견하는 기회를 갖고, 개념을 정의한 다음 도형의 작도를 연습하는 전략으로 수업을 전개하였다.

B 교사는 본 차시의 평면도형 개념 형성을 준비하고, 생활에서 알아보기를 통해 동기 유발을 한 다음, 새로운 모델을 제시하여 도형의 속성을 탐구하고 개념을 정의하였다. 그런 후 도형을 작도하고, 나아가 배운 내용을 바탕으로 성질을 발견하는 시간을 가졌다.

C 교사는 개념 형성을 준비하고 평면도형의 모델을 그린 후, 개념을 정의하고 평면도형의 속성을 탐구하는 시간을 가졌다. 그리고 개념 연습을 한 후 학생이 스스로 도형의 작도를 해 보도록 하였다.

D 교사의 수업은 개념 형성을 준비한 다음, 교사가 모델을 제시하고 그를 통해 개념을 정의하였다. 그런 후 개념 익히기와 함께 속성을 탐구하는 시간을 가졌다. C, D 교사는 실생활 속에서 알아보기 부분을 거의 다루지 않았고, 특히 D교사는 도형의 작도 활동이 없는 경우가 있었다. A, B 교사는 학생 스스로 발견하는 기회를 제공하는 한편, C, D 교사는 교과서에 있는 순서대로 정형화된 수업을 통해 주입하는

<표 IV-5> 도형의 일반적 교수 전략에 대한 지식 비교

도형의 일반적 교수 전략에 대한 지식 비교		
구분	교사의 PCK	수업의 실제
A 교사	<ul style="list-style-type: none"> 생활 속에서 개념의 도입과 조작활동 강조 예와 반례를 통한 정의 	<ul style="list-style-type: none"> 생활에서 알아보기→활동하기→모델 그리기→속성 탐구하기→개념 정의하기→도형의 작도
B 교사	<ul style="list-style-type: none"> 생활 속에서 개념의 도입과 조작활동 강조 	<ul style="list-style-type: none"> 개념 형성 준비하기→생활에서 알아보기→모델 그리기→속성 탐구→개념 정의하기→도형의 작도→성질 발견하기
C 교사	<ul style="list-style-type: none"> 기초 조작 연습 강조 구체적인 예를 통한 정의 	<ul style="list-style-type: none"> 개념 형성 준비하기→모델 그리기→개념 정의하기→성질 발견→개념 익히기→도형 작도
D 교사	<ul style="list-style-type: none"> 생활 속에서 개념의 도입과 조작활동 강조 개념 익히기 통한 연습 강조 	<ul style="list-style-type: none"> 개념 형성 준비하기→모델 그리기→개념 정의하기→개념 익히기→성질 발견하기

경향이 있었다. 도형의 일반적 교수 전략에 대한 지식 비교는 <표 IV-5>와 같다.

나. 수학 교과서 재구성에 대한 지식 비교
네 교사의 수업을 살펴보면 전형적인 수업의 형태는 수학 교과서를 마치 성서처럼 받아들이고 교과서를 중심으로 활동하며 제시된 표상을 따라 예와 반례를 설명하는 측면에서, 이른바 교과서의 ‘성서화 현상’이 두드러지게 드러나고 있었다(박교식, 1996). 교육과정에서는 교과서를 하나의 교재로 활용하도록 되어 있지만, 실제 교실 수업을 관찰한 결과 교과서에 중점을 두고 수업을 전개하였다. A 교사는 교과서를 대신할 수 있는 것으로서 탱그램, 지오보드, 폴리드론, 색종이, 모눈종이 등으로 재구성할 수 있다고 설명하며, 교과서에 나와 있는 몇몇 표상만으로는 학생들의 기하 학습의 의미를 고찰시키는 결과를 초래할 수 있다고 보며, 교과서만을 믿고 의지하는 태도를 버려야 한다고 설명했다. 그리고 실제 수업에서는 지오보드, 모눈종이 등을 통해 그려보고 만져보는 체험 활동의 시간을 가졌다. B 교사는 교과서를 다루기 전, 개념 형성 활동과 실생활에서 알아보기 등을 통해 학생의 사고를 자극하며, 교과서는 주로 정의하기(약속하기)와 익히기를 중심으로 활

용하였으며, 보조 자료로 점판 학습지를 이용하였다. C 교사는 주로 교과서의 순서대로 진행하며 수학 익힘책을 차시 당 10분간 할애하였다. D 교사 역시 교과서에 제시된 순서에서 크게 벗어나지 않았으며, 수학 익힘책은 시간이 부족할 경우는 다루지 않고 평가 자료로 활용하기도 하였다. C, D 교사는 교과서를 성서처럼 받아들이는 교과서의 성서화 현상이 드러났으며, 교과서와 수학 익힘책은 교육과정의 한 부분이며 재구성의 대상이지만, 시간적·물리적 여유가 없었기에 교과서를 비판적으로 보거나 재구성하기에는 어려움이 있었다. 수학 교과서 재구성에 대한 지식 비교는 <표 IV-6>과 같다.

V. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구를 통해 나타난 교사의 PCK와 수업의 실재를 비교·분석하여 특징을 결론적으로 논의하면 다음과 같다.

첫째, 분석 준거를 통해 평면도형에 대한 교사의 PCK와 수업의 실재를 비교한 결과, PCK

<표 IV-6> 수학 교과서 재구성에 대한 지식 비교

수학 교과서 재구성에 대한 지식 비교		
교사	교사의 PCK	수업의 실제
A	<ul style="list-style-type: none"> • 탱그램, 지오보드, 폴리드론, 색종이, 모눈종이 등으로 재구성 • 교과서에 중심 표상 고찰 경계 	<ul style="list-style-type: none"> • 1-2 차시 통합 차시를 1시간씩 실시
B	<ul style="list-style-type: none"> • 교사의 설명 후 교과서 다룸 • 익힘책은 가정학습으로 제시 	<ul style="list-style-type: none"> • 1-2 차시 각과 직각 영역 통합운영
C	<ul style="list-style-type: none"> • 교과서를 중심으로 전개 • 익힘책은 수업 중 10분간 할애 	<ul style="list-style-type: none"> • 2-3 차시 직각과 직각 삼각형 통합 운영
D	<ul style="list-style-type: none"> • 교과서의 기본적인 순서대로 전개 • 익힘책은 평가 자료로 활용 	<ul style="list-style-type: none"> • 1-2 차시 각과 직각 영역 통합 운영

와 실제 수업은 높은 상관관계를 갖고 있었다. PCK가 풍부한 A, B 교사는 평면도형 설명을 위하여 구체적 조작물의 중요성을 알고 실제에서도 적용하였으며, 학생의 활동 중심 수업을 원활히 진행하였다. 하지만 PCK가 부족한 C, D 교사는 용어의 혼동, 개념 이해 미흡 등으로 학생의 오류를 유발하였으며, 시간이 부족하여 교사중심 설명식 수업이 전개되기도 하였다.

둘째, 평면도형에 대한 교사별 PCK는 각 영역에 따라 수준 차이가 나타났으며, 특히 수학 내용에 대한 지식과 교수 방법에 대한 지식에서 차이가 크게 나타났다. 학교 현장에는 대학에서 수학교육을 심화과정으로 전공한 교사와 그렇지 않은 교사가 혼재해 있다. A 교사는 수학교육을 대학과 대학원에서 전공하였으며, B 교사 역시 대학원에서 수학교육을 전공하고 있으며 연구회 활동과 자기 연수를 통해 부단히 자신의 수학적 지식을 함양하기 위해 노력하였다.

셋째, 교사의 PCK가 풍부할 때 수업의 재구성 능력이 뛰어나며, 교사의 PCK가 부족할 때 교과서에 의존한 교과서 성서화 현상이 나타난다. PCK 수준이 낮은 C, D 교사는 A, B 교사에 비해 주로 교과서에 의존하여 교과서 순서대로 수학을 가르치는 이른바 교과서 ‘성서화 현상’이 나타났다. 제 7차 교육과정 지도서에서는 “교사는 가르치고 있는 학교나 학생들의 여건을 고려하여 교과서를 재구성하여 활용해야 한다”라고 명시되어 있다(2001, 교육부). 하지만 많은 교과를 가르쳐야 하는 현실, 교재 연구를 제대로 하지 못하는 여건, 형식적으로 이루어지는 연수 등은 교사에게 재구성하기를 더욱 어렵게 하였다. 수학과 교육과정 및 교과서를 꿰뚫어 학교나 학생 수준에 적합하게 재구성하는 것은 교사의 위치를 이전의 가르치는 지식 전달자에서 교육과정 실천가, 즉 수업의 전문가의 위치로 전환하는 것으로, 이 과정에서 교

사는 창의성과 전문성이 나타나는 것이다.

2. 제언

본 연구 결론으로부터 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 본 연구 결과를 바탕으로 도형 이외의 다른 영역을 지도하는 과정에서 나타나는 교사의 PCK를 분석하고 비교하는 연구가 필요하다. 수학 내용 영역의 분석 준거를 마련하고 전문성 신장을 위한 기준을 바탕으로 다양한 사례를 연구하는 것이 필요하다.

둘째, 교사의 전문성 신장을 위하여 수학 PCK 연수 프로그램의 개발 및 보급이 필요하다. 재교육 전문기관에서 교사의 PCK를 교과별로 집중적으로 개발해서 실시하는 연수가 심도 있게 구성되어야 한다. 수학 PCK는 교사의 경력이나 필요에 따라 다르다는 점을 고려하여 연수 프로그램을 구성해야 한다.

셋째, ‘생애 주기별 교사 맞춤형 연수 프로그램’(가칭) 시스템을 도입하여 국가 수준의 연수 지원과 제도적 장치가 마련되어야 한다. 교사의 경력 단계에 따라 필요로 하는 전문성이 다르므로 각 단계에 알맞은 전문성을 함양할 수 있도록 해야 한다.

넷째, 교사 스스로 전문성 신장을 위해 노력할 수 있도록 분위기가 요구된다. 세계적으로 수준 높은 교사의 양성은 국가와 대학뿐만 아니라, 교사 자신의 노력이 가장 필요하다. 그러므로 교사로 임용된 후에도 부단히 자기연수를 하여야 하며, 현직교사 연수 및 각종 학회 참가, 연구회 활동 등도 부지런히 참여해야 한다.

참고문헌

- 교육부(1999). **초등학교 교육과정 해설(IV)-수학**. 과학. 실과, 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육부(2001). **수학 3-가 교사용지도서**, 서울: (주)두산.
- 교육부(2001). **수학 3-가 교사용지도서**, 서울: (주)두산.
- 김민아(2004). **선수학습과 교과서 재구성이 학업 성취도와 수학 학습 태도에 미치는 영향**. 석사학위논문, 국민대학교.
- 김중일(2004). **도형 영역의 오류 분석에 관한 연구**. 석사학위논문, 춘천교육대학교.
- 김현미(1999). **반 힐레 이론에 근거한 초등학교 도형 지도**. 석사학위논문, 경인교육대학교.
- 김홍식(2007). **학습부진아의 도형개념 형성을 위한 교육용 게임의 개발**. 석사학위논문, 한국교원대학교.
- 박교식(1996). **우리나라 초등학교의 수학 교수·학습에서 볼 수 있는 몇 가지 특징**, *대한수학교육학회 논문집*, 6(2), 99-113.
- 배종수(1999). **초등수학교육 내용지도법**. 서울: 경문사
- 안선영(2006). **평면도형의 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용 지식과 수업 실제와의 관계 분석**. 석사학위논문, 한국교원대학교.
- 우정호 (2000). **수학 학습-지도 원리와 방법**. 서울대학교 출판부.
- 이종욱(2005). **분수에 대한 교사 지식의 변화에 관한 연구**. 박사학위논문, 한국교원대학교.
- 이흥우(1987). **교육의 목적과 난점**. 서울: 교육과학사.
- 장영은(2003). **도형과 관련된 문제해결 과정에서 초등학생의 오류 유형과 원인 분석 연구**. 석사학위논문, 전주교육대학교.
- 정은숙 (2005). **예와 반례 제시를 통한 도형 개념 지도 방안**. 석사학위논문, 경인교육대학교.
- 조성민(2006). **교육과정 실행의 관점에서 본 수학교사 지식과 수업의 관련성 연구**. 박사학위 논문, 이화여자대학교.
- 조희형 외(2006). **중등 과학교사 양성 교육과정과 교수내용 지식 연구 동향의 탐색**. *교과교육학연구*, 10(2), 281-301.
- 최승현 외(2006). **고등학교 수학과 선택 중심 교육과정 개선 방안 연구**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRC 2006-6.
- 최승현(2007). **교육과정 개정에 따른 수학과 내용 교수 지식(PCK) 연구**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2007-3-2.
- Fennema, E., & Franke, M. L.(1992). *Teachers' knowledge and its impact*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.147-164). New York: Macmillan.
- Grossman, P. L.(1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Ma, L.(1999). **초등학교 수학 이렇게 가르치라**. 신현용·승영조 역. 서울: 승산.
- Marks, R.(1990). **Pedagogical Content Knowledge : From a Mathematical Case to a Modified Cconception**. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3-11.
- NCTM(2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The Author.
- Shulman, L. S.(1986). **Those who understand: Knowledge growth in teaching**. *Educational researcher*, 15, 4-14.
- van Hiele, P. M.(1986). *Structure and Insight*.

New York : Academic Press.
van Hiele, P. M.(1988). The van Hiele Model
of Thinking in Geometry among Adole-

scents. *Journal for Research in Mathematics Education*. monograph number 3.

Comparative Analysis of the PCK of Teachers on Plane Figure and Their Educational Practice

Kwak, Ju Cheol (Je Am Elementary School)

Ryu, Heui Su (Gyeongin National University of Education)

The purpose of this study was to examine the Pedagogical Content Knowledge(PCK) of teachers and their educational practice in the category of plane figure, to make a comparative analysis of their PCK and educational practice, and to discuss the relationship between their PCK and the characteristics of their instruction. Instruction of four selected elementary school teachers was analyzed to find out their educational practice.

In conclusion, the characteristics of the PCK and actual instruction of the teachers could be listed as below:

First, as a result of comparing their PCK and educational practice on plane figure by applying selected analysis criteria, there was a close correlation between their PCK and actual instruction.

Second, the teachers had various levels of PCK on different areas. Especially, there was a large disparity in mathematical content knowledge and knowledge of teaching methods.

Third, the teachers who had plenty of PCK were more excellent in textbook reconstructing, and those who fell behind in terms of PCK were more reliant on textbooks as if the textbooks had been the Bible.

* key words : Pedagogical Content Knowledge(교수학적 내용 지식), analysis of instruction (수업 분석), mathematical content knowledge(수학적 내용 지식), knowledge of learner understanding(학습자 이해에 대한 지식), knowledge of teaching methods(교수법에 대한 지식).

논문접수 : 2008. 7. 30

논문수정 : 2008. 8. 25

심사완료 : 2008. 9. 1

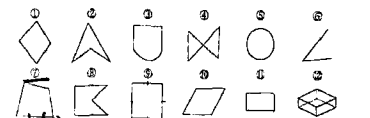
[부록1] 답안 작성 예시

A 교사의 답안 작성 예시

<부록 1> 교사 PCK 질문지 내용

A 수학 내용에 대한 시제 질문지

1. 다음 중 평면도형을 모두 고르시오. (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)
(평면도형의 정의)



2. 삼각형을 정의할 때, 세 선분과 삼각형의 내부를 포함하는지, 아니면 단 지 세 선분만을 의미하는지 자신의 생각을 설명해 보시오. (평면도형의 정의)

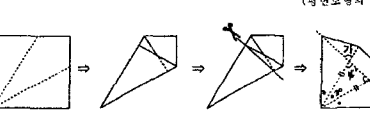
3. 다음은 삼각형의 세 변의 길이를 나타낸 것이다. 삼각형을 그릴 수 있는 것은 어느 것인지 다음 중 여러 개 고르시오. (삼각형의 정의)

- ㉠ 4cm, 4cm, 5cm ㉡ 8cm, 7cm, 2cm
- ㉢ 9cm, 9cm, 9cm ㉣ 10cm, 2cm, 9cm
- ㉤ 8cm, 9cm, 5cm

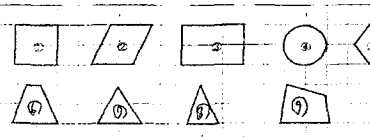
4. 다음 도형 중 각을 갖고 있지 않은 것은 어느 것인지 고르시오. (각의 의미)



9. 다음 그림은 정사각형 모양의 색종이를 접어서 가위로 자르는 과정을 나타낸 것이다. 마지막 그림에서 각 가의 크기는 몇 도인지 구하시오. (평면도형의 성질)



10. 다음 도형을 보고 돌출에 답하시오. (평면도형의 성질)

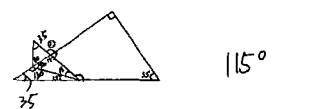


- 1) 삼각형을 찾아 쓰시오. (1) (7)
- 2) 정삼각형을 찾아 쓰시오. (X)
- 3) 이등변삼각형을 찾아 쓰시오. (2) (8)
- 4) 사각형을 찾아 쓰시오. (1) (2) (3) (4) (5) (6) (9) (10)
- 5) 마름모꼴 찾아 쓰시오. (5)
- 6) 평행사변형을 찾아 쓰시오. (1) (2) (3) (4)
- 7) 직사각형을 찾아 쓰시오. (3)
- 8) 정사각형을 찾아 쓰시오. (1)

5. 초등학교 3학년 아들에게 다음 주어진 도형이 직각임을 설명하라고 한다. 어떻게 설명할 수 있을지 적으시오. (교육과정 이해 지식)

(삼각자를 이용하거나 교각 또는 약간의 등분 대각 법) 해 양차하며 직각임을 증명해 줬다.

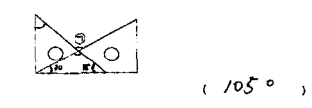
6. 오른쪽 그림은 직각삼각형 모양의 종이를 접은 것입니다. 각 B의 크기는 몇 도(°)인지 답을 구하시오. (내각의 크기)



7. 시제의 식량과 분량이 이르는 각 중 작은 각의 크기가 가장 큰 것은 어느 것인지 고르시오. (각의 크기)

- ㉠ 1시 30분 ㉡ 3시 30분 ㉢ 6시 30분
- ㉣ 7시 30분 ㉤ 9시 30분

8. 다음 그림과 같이 한 쌍의 삼각자를 겹쳐 놓았을 때, 각 A의 크기는 얼마인지 구하시오. (내각의 크기)



11. 정사각형의 성질에 대해 설명해 보시오. (평면도형의 성질)

네변의 길이가 같고 네모가 직각인 사각형 (정사)

- ㉠ 네변의 길이가 같고 네모가 직각인 사각형
- ㉡ 네변의 길이가 같고 네모가 직각인 사각형
- ㉢ 네변의 길이가 같고 네모가 직각인 사각형
- ㉣ 네변의 길이가 같고 네모가 직각인 사각형

12. 다음을 설명하시오. (평면도형의 성질)

1) 이등변삼각형과 등변삼각형, 직각삼각형의 면적을 비교하시오.

이등변삼각형: 두 변이 같은 삼각형, 정삼각형: 세 변의 길이가 같은 삼각형 (정삼각형)

2) 이등변의 성질을 아는 대로 쓰시오. 정삼각형: 정삼각이 없는 삼각형

- ㉠ 네 변의 길이가 같고 네모가 직각인 사각형
- ㉡ 두 변의 길이가 같고 네모가 직각인 사각형

13. 다음 그림에서 만들 수 있는 정삼각형의 개수를 모두 구하시오. (평면도형의 성질)

- ㉠ 1개 → 9
- ㉡ 2개 → 4
- ㉢ 3개 → 1

14. 다음 그림에서 만들 수 있는 정삼각형의 개수를 모두 구하시오. (평면도형의 성질)

- ㉠ 1개 → 9
- ㉡ 2개 → 3
- ㉢ 3개 → 1

C 교사의 답안 작성 예시

<부록 1> 교사 PCK 질문지 내용

A. 수학 내용에 대한 지식 질문지

1. 다음 중 평면도형을 모두 고르시오. () (평면도형의 정의)

2. 삼각형을 정의할 때, 세 선분과 삼각형의 내부를 포함하는지, 아니면 단지 세 선분만을 의미하는지 자신의 생각을 설명해 보시오. (평면도형의 정의) (서술식 사정평가요소: 학습자의)

3. 다음은 삼각형의 세 변의 길이를 나타낸 것이다. 삼각형을 그릴 수 없는 것은 어느 것인지 다음 중에서 고르시오. () (평면도형의 정의)

4cm, 4cm, 5cm 8cm, 7cm, 2cm
 9cm, 9cm, 9cm 10cm, 2cm, 9cm
 8cm, 3cm, 5cm

4. 다음 도형 중 각을 갖고 있지 않은 것은 어느 것인지 고르시오. () (각의 의미)

5. 초등학교 3학년 아동에게 다음 주어진 도형이 직각임을 설명하려고 한다. 어떻게 설명할 수 있을지 적으시오. (교육과정 이해 지식)

(수학) 직각(90°)은 99사선이다. (모서리, 직각표, 직각은, 90도, 직각은, 90사선이다.)

6. 오른쪽 그림은 직각삼각형 모양의 종이틀 접은 것입니다. 각 ㉠의 크기는 몇 도(*)일지 답을 구하십시오. (내각의 크기)

7. 시계의 시침과 분침이 이루는 각 중 작은 각의 크기가 가장 큰 것은 어느 것인지 고르시오. () (내각의 크기)

1시 30분 3시 30분 6시 30분
 7시 30분 9시 30분

8. 다음 그림과 같이 한 쌍의 삼각자를 겹쳐 놓았을 때, 각 ㉠의 크기는 얼마인지 구하십시오. (내각의 크기)

9. 다음 그림은 정사각형 모양의 색종이를 접어서 가위로 자르는 과정을 나타낸 것입니다. 마지막 그림에서 각 ㉠의 크기는 몇 도인지 구하십시오. (60°) (평면도형의 성질)

10. 다음 도형을 보고 물음에 답하십시오. (평면도형의 성질)

1) 삼각형을 찾아 쓰시오. (7, 8)
 2) 정삼각형을 찾아 쓰시오. (7)
 3) 이등변삼각형을 찾아 쓰시오. (7, 8)
 4) 사각형을 찾아 쓰시오. (1, 3, 5, 6, 9)
 5) 마름모를 찾아 쓰시오. (5)
 6) 평행사변형을 찾아 쓰시오. (2)
 7) 직사각형을 찾아 쓰시오. (3)
 8) 정사각형을 찾아 쓰시오. (1)

11. 정사각형의 성질에 대해 설명해 보시오. (평면도형의 성질)

정사각형의 성질은 네 변의 길이가 같고, 네 각의 크기가 같고, 대각선이 서로 수직이고, 대각선이 서로 이등분하며, 대각선이 각을 이등분한다.

12. 다음을 설명하십시오. (평면도형의 성질)

1) 이등변삼각형과 정삼각형, 직각삼각형의 차이점을 비교하십시오.

이등변삼각형은 두 변의 길이가 같고, 두 각의 크기가 같고, 밑변과 양 변의 길이가 다를 수 있다. 정삼각형은 세 변의 길이가 같고, 세 각의 크기가 같다. 직각삼각형은 한 각의 크기가 90도이다.

2) 마름모의 성질을 아는 대로 쓰시오.

마름모의 성질은 네 변의 길이가 같고, 대각선이 서로 수직이고, 대각선이 서로 이등분하며, 대각선이 각을 이등분한다.

13. 다음 평면에서 만들 수 있는 정사각형의 개수를 모두 구하십시오. (평면도형의 성질)

$3 \times 3 = 9 + 3 = 12$

14. 다음 평면에서 만들 수 있는 정삼각형의 개수를 모두 구하십시오. (평면도형의 성질)

$9 + 4 + 1 = 14$

[부록2] 사전 수업 인터뷰의 일부

1. 사각형, 사다리꼴, 직사각형, 정사각형, 마름모, 평행사변형의 포함관계를 말씀해 주세요.
2. 학생들이 수학을 어려워할 때, 수학을 잘 이해하도록 하기 위해 주로 어떤 방법을 사용하십니까?
3. 평면도형을 배울 때, 학생들은 주로 어떤 방법으로 배우기를 좋아한다고 생각하나요?
4. 평면도형을 학습할 때 학생들이 겪는 어려움에는 어떤 것이 있을까요?
아는대로 답하시오.
5. 평소 수학을 가르칠 때 주로 어떤 도구, 어떤 방법으로 가르치나요?
6. 평면도형 영역 지도와 관련하여 선생님이 중요하게 생각하는 것은 무엇입니까?
7. 평면도형 영역을 효과적으로 가르치기 위한 교수 전략에는 어떠한 것이 있다고 생각하십니까?
8. 새로운 개념을 설명할 때 선생님께서는 주로 어떠한 방법으로 하십니까?
9. 선생님은 평면도형의 작도가 처음 등장하는 3학년 도형 단원을 어떻게 지도하십니까?

[부록3] 수업 참관후 인터뷰의 일부

1. 본 차시의 수업에 만족하십니까? 혹시 본인의 수업에서 어떤 점이 부족하다고 생각하십니까?
2. 선생님께서 알고 계신 수학적 지식을 모두 발휘하였다고 생각하십니까?
2-1. 혹시 발휘하지 못하셨다면 그 이유는 무엇입니까?
3. 수업을 준비하신 부분과 실제 수업은 어떤 차이점이 있었습니까?
4. 학생들이 가장 어려워하는 부분은 어떤 부분이었나요?
어떻게 오류를 지도하셨나요?
5. 수업 중 교과서 재구성은 어떻게 하였나요?