Journal of the Society of Korea Industrial and Systems Engineering
Vol, 31, No. 4, pp.134－139, December 2008.

예산의 제약이 있는 다품종 연속적 재고 관리 문제에서 추정을 통한 해법

이동주*† · 유재욱** · 이문수***

*공주대학교 산업시스템공학과
**삼성전자 기술총괄 CTO전략실 개발혁신팀 책임연구원
***한국기술교육대학교 산업경영학부

An Approximation Approach for A Multi-Product Continuous Review Inventory Problem with Budget Constraint

Dongju Lee*† · Jaewook Yoo** · Moonsu Lee***

*Dept. of Industrial Systems Engineering Kongju National University
**R&D Innovation Team, Technology Strategy Office, Corporate Technology Operations, Samsung Electronics, Senior Engineer
***School of Industrial Management Korea University of Technology and Education

Most approaches for continuous review inventory problem need tables for loss function and cumulative standard normal distribution. Furthermore, it is time-consuming to calculate order quantity (Q) and reorder point (r) iteratively until required values are converged. The purpose of this paper is to develop a direct method to get the solution without any tables. We used approximation approaches for loss function and cumulative standard normal distribution. The proposed method can get the solution directly without any iterative procedure for Q, r and without any tables. The performance of the proposed approach is tested by using numerical examples. The budget constraint of this paper assumes that purchasing costs are paid at the time an order is arrived. This constraint can be easily replaced by capacity constraint or budget constraint in which purchasing costs are paid at the time an order is placed.

Keywords : Continuous Review Inventory Model, Nonlinear Optimization, Supply Chain Management

1. 서 론

기업들의 비용절감을 통한 경쟁력 향상을 위해 각광을 받고 있는 재고모형은 고전적인 문제임과 동시에 현재까지 많은 연구들이 진행되고 있다. 이 중 연속적 재고 모형(Continuous Review Inventory Model, (Q, r) system)은 특히 많은 연구가 행해졌으며 근래에는 다품종의 제약식을 갖는 문제에 대한 연구가 주종을 이루고 있다. 연속적 재고 모형은 제품 수요가 불확실할 때 재고수준을 계속적으로 확인하여 재고가 재주문점인 r이하로 떨어지면, Q만큼 주문하는 것으로 비용을 최소화하도록 Q와 r을 결정하여야 한다. 이 때 Q와 r을 구하기 위해서

논문접수일 : 2008년 08월 21일 논문수정일 : 2008년 09월 05일 게재확정일 : 2008년 09월 07일
† 교신저자 djlee@kongju.ac.kr

는 두 개의 주어진 식이 수렴할 때까지 반복적으로 풀어야한다[8].

연속적 재고 모형 연구의 기초가 되는 신문배달소년문제에 대한 연구와 연속적 재고 모형에 대한 연구들을 간단히 살펴보면 다음과 같다. Moon and Silver[9]는 다품종의 신문배달소년문제에서 예산의 제약과 고정주문비가 있는 경우의 문제를 동적계획법으로 최적해를 구하고 라그랑주(Lagrange)함수를 이용한 2가지의 휴리스틱을 제안하였다. Abdel-Malek and Areeratchakul[1]은 예산과 자원의 제약이 있는 다품종 신문배달소년 문제의 목적식을 주문량(Q)에 대한 2차식으로 추정하고 2차계획법(Quadratic Programming)으로 푸는 해법을 제시하였다.

Ghalebsaz-Jeddi et al.[6]은 본 논문의 문제를 정의하고 라그랑주함수를 이용한 휴리스틱을 제안하였다. 이 휴리스틱은 주기말의 기대부족수요의 예측을 위한 손실함수(Loss Function)와 누적정규분포함수의 추정을 위해 많은 구간으로 나누고 각 구간에 대해 회귀분석을 통해 이들 값을 추정하였는데 추정을 위한 많은 계산량이 필요하며 값들이 어느 구간에 속하는지 알기 위해 여전히 표가 필요한 것이 단점이다.

Wang and Hu[11]는 주부품과 주부품에 결합되는 추가부품들이 있고 예산의 제약이 있는 경우의 연속적재고모형 문제를 라그랑주함수와 Newton-Raphson 방법을 이용한 해법을 소개하였다.

본 논문에서는 Ghalebsaz-Jeddi et al.[6]이 정의한 문제를 풀기 위해 기존에 알려진 손실 함수와 누적정규분포를 추정하는 기법들을 이용하여 표가 필요없고 Q와 r을 수렴할 때까지 반복적으로 풀 필요가 없는 알고리듬(Algorithm)을 제안하였다. 계산량이 현저히 줄어든 간단한 알고리듬임에도 불구하고 좋은 해를 구한다는 것을 예제를 통해 검증하였다. 이어지는 제 2장에서는 본 논문에서 사용되는 기호를 설명하고 문제를 정의하였다. 제 3장에서는 손실함수와 누적정규분포의 추정방법과 그들의 정확도에 대해 알아본다. 제 4장에서는 제 3장의 추정방법들을 이용한 알고리듬을 제안하고 제 5장에서는 예제를 통해 제안된 알고리듬의 성능을 알아보았다. 마지막으로 제 6장에서는 결론과 미래의 연구방향을 제시하였다.

2. 기호와 문제정의

본 장에서는 사용되는 기호와 수학모형을 살펴보기로 한다.

사용되는 기호는 다음과 같다.

n 제품 수

D_j 제품 j의 연간기대 수요

A_j 제품 j의 고정 발주비

h_j 제품 j의 연간 단위당 재고유지비

p_j 제품 j의 연간 단위당 벌과비용

C_j 제품 j의 단위가격

X_j 제품 j의 리드타임동안의 수요에 대한 확률변수. $X_j \sim (\mu_j,\ \sigma_j^2)$

Z 표준정규분포의 확률변수 N(0, 1)

W 모든 제품들에 대한 가능한 최대 예산(maximum budget)

γ 총 투자액이 예산이내가 되는 가장 작은 수락가능 확률.

$Q_j,\ r_j$ 제품 j의 주문량과 재주문점. 의사결정변수

$L_j(r_j)$ 제품 j의 재주문점이 r_j일 때 주기말의 기대부족수요. $\int_{r_j}^{\infty}(x-r_j)f(x)dx.$

$G(r_j)$ $\int_{r_j}^{\infty}f(x)dx$

수학모형(F1)은 다음과 같다.

$$Min \quad \sum_{j=1}^{n}\frac{D_j}{Q_j}A_j + h_j(\frac{Q_j}{2}+r_j-\mu_j) + \frac{D_j}{Q_j}p_jL_j(r_j) \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad P\left\{\sum_{j=1}^{n}C_j(r_j - X_j + Q_j) \le W\right\} \ge \gamma \tag{2}$$

$$\forall\, Q_j,\ r_j \ge 0\ \forall\, Q_j,\ r_j \ge 0 \tag{3}$$

식 (1)은 목적식으로 제품들의 총비용인 발주비, 재고유지비, 재고부족에 따른 벌과비용을 최소화하는 것이다. 식 (2)는 제약식으로 주문품을 수령할 때 비용을 지불한다고 할 때 재고관련비용이 예산(W) 내에 있을 확률을 γ보다 크게 하는 것이다. 본 논문의 제약식은 주문을 발주할 때 비용을 지불하는 경우와 달리 제품을 수령할 때 비용을 지불하므로 제품구입비는 불확실하게 된다.

이 제약식은 주문을 발주할 때 비용을 지불하는 경우나 혹은 저장공간에 용량제약이 있는 경우로 대체가능하다. 즉, 본 논문의 해법은 이들 경우에도 적용이 가능하다. 식 (3)은 Q_j, r_j의 비음임을 나타낸다.

$Y=\sum_{j=1}^{n}C_jX_j$, $\mu_Y=\sum_{j=1}^{n}C_j\mu_j$, $\sigma_Y^2=\sum_{j=1}^{n}C_j^2\sigma_j^2$이라고 하면, $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$이다. 식 (2)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

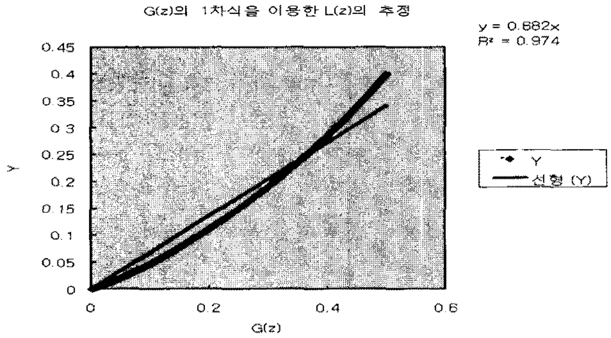
$$\sum_{j=1}^{n}C_j(r_j+Q_j) \le W+\mu_Y+z_{1-\gamma}\sigma_Y.$$

3. L(z)와 G(z)의 추정

$L(z)$는 $G(z)$에 대한 1차 식과 2차 식으로 추정될 수 있다. Herron[7]과 Byrkett[3]은 다음과 같이 회귀모형으로 추정하였다.

$$L(z) = ae^{-bz}$$

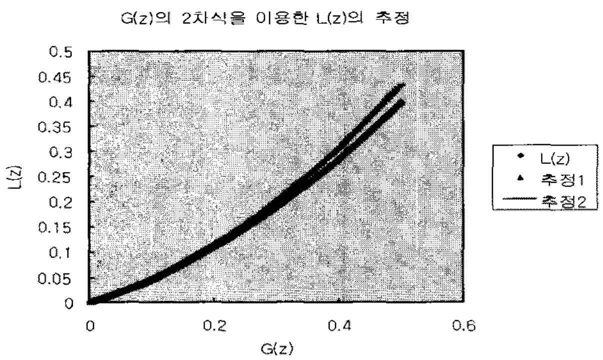
Byrkett은 파라미터(parameter) a와 b의 값을 제시하였지만 G(z)의 식으로 나타내기 위해 <그림 1>과 같이 회귀식을 이용하여 1/b를 추정하였다.



<그림 1> 회귀모형 $L(z) = G(z)/b$

Das[4, 5]는 다음과 같이 G(z)에 대한 2차 식으로 추정하였다.

$$L(z) = a(G(z))^2 + bG(z) + c \tag{4}$$



추정 1은 a = 0.79838, b = 0.39694, c = -0.0000044인 경우이며 추정 2는 = 0.98265, b = 0.37377, c = 0.0000055인 경우이다.

<그림 2> $G(z)$의 2차 식을 이용한 $L(z)$의 추정

Das[4]는 $0 \le z \le 2.57$일 때는 $a = 0.79838$, $b = 0.39694$, $c = -0.0000044$로 추정하였고, Das[5]는 $1 \le z \le 3$일 때는 $a = 0.98265$, $b = 0.37377$, $c = 0.0000055$로 추정하였다. <그림 2>에는 $0 \le z \le 3$일 때 $G(z)$의 2차 식을 이용한 $L(z)$의 추정을 나타내고 있다.

<그림 2>에서 보는 바와 같이 추정 1의 곡선과 $L(z)$의 곡선은 거의 육안으로 식별하기 힘들 정도로 일치하고 있다. 추정 1은 $L(z)$를 거의 완벽하게 추정하고 있기에 추정 1을 사용하기로 한다.

$G(z) = 1 - F(z)$이고 여기서 $F(z)$는 누적표준정규분포이다. 표준정규분포를 표를 통해 구하지 않고 추정하기 위한 많은 연구들이 있었다[2, 10, 12]. 본 논문에서는 이들 중 비교적 간단히 누적표준정규분포($F(z)$)를 추정하는 다음 식을 이용하기로 한다[12].

- $0 \le z \le 2.2$일 때 $0.5 + 0.44z - 0.1z^2$
- $2.2 < z < 2.6$일 때 0.99
- $z \ge 2.6$일 때 1.00

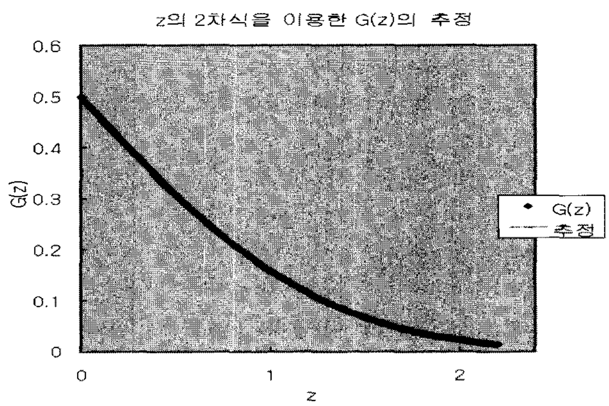
$0 \le z \le 2.14$일 때는 위와 같이 z에 대한 2차식을 이용하였는데, $2.14 \le z \le 2.2$에 약간의 값의 공백이 있기에 2.2 대신에 2.14를 사용하였다. $z > 2.14$일 때는 $z = 2.14$, $z = 2.6$, $z = 3.0$일 때 $G(z)$는 각각 0.0162, 0.0047, 0.0014인 것을 이용하여 보간법으로 추정하기로 한다. $G(z)$를 구하는 방법을 정리하면 다음과 같다.

- $0 \le z \le 2.14$일 때 $0.5 - 0.44z + 0.1z^2$
- $2.14 < z < 2.6$일 때 $G(2.14) = 0.162$, $G(2.6) = 0.0047$을 이용하여 보간법으로 구함.
- $2.6 \le z \le 3.0$일 때 $G(2.6) = 0.0047$, $G(3.0) = 0.0014$를 이용하여 보간법으로 구함.
- $z > 3.0$일 때 $G(z) = 0.0014$로 둔다.

$0 \le z \le 2.14$일 때 $G(z)$의 추정식을 <그림 3>에 나타내었는데 두 곡선은 육안으로 구분하기 힘들 정도로 거의 완벽하게 추정되는 것으로 보인다.

$0 \le z \le 2.14$이면 $G(z) = 0.5 - 0.44z + 0.1z^2$ 이므로 z는 식 (5)와 같다.

$$z = \frac{0.44 \pm \sqrt{0.44^2 - 4 \times 0.1 \times (0.5 - G(z))}}{2 \times 0.1} \tag{5}$$



<그림 3> $G(z) = 0.1z^2 - 0.44_z + 0.5$를 이용한 $G(z)$의 추정

4. 제안된 알고리듬

수학모형 (F1)의 라그랑주함수는 다음과 같다.

$$J(\tilde{r}, \tilde{Q}, \tilde{\lambda}) = \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{D_j}{Q_j}A_j + h_j\left(\frac{Q_j}{2} + r_j - \mu_j\right) + \frac{D_j}{Q_j}p_jL(r_j)\right) + \lambda\left(\sum_{j=1}^{n}C_j(r_j+Q_j) - W - \mu_Y - z_{1-\gamma}\sigma_Y\right)$$

위 라그랑주함수를 Q_j, r_j, λ에 대해 각각 편미분하고 =0으로 두고 풀면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$Q_j = \sqrt{\frac{2D_j(A_j + p_jL_j(r_j))}{h_j + 2\lambda C_j}} \tag{6}$$

$$G(r_j) = \frac{h_j + \lambda C_j}{p_jD_j}Q_j \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n}C_j(r_j+Q_j) - W - \mu_Y - z_{1-\gamma}\sigma_Y = 0 \tag{8}$$

따라서, 본 문제의 최적해는 식 (6)~식 (8)을 동시에 만족하는 Q_j, r_j, λ를 구하면 된다.

식 (6)를 식 (7)에 대입하여 정리하면

$$G(r_j) = \frac{\sqrt{2}(h_j + \lambda C_j)}{p_j\sqrt{D_j}\sqrt{h_j+2\lambda C_j}}\sqrt{A_j + p_jL_j(r_j)}$$

$z = \frac{r-\mu}{\sigma}$라 두면 $L(r) = \sigma L(z)$이고 $G(r) = G(z)$이다. 그러므로 식 (7)은

$$G(z_j) = \frac{\sqrt{2}(h_j + \lambda C_j)}{p_j\sqrt{D_j}\sqrt{h_j+2\lambda C_j}}\sqrt{A_j + p_j\sigma_jL_j(z_j)} \tag{9}$$

식 (9)의 양변을 제곱하여 식 (4)와 같이 $L(z_j)$를 추정하여 대입하고 $G(z_j)$에 대한 2차 식으로 정리하면

$$(Y_ja-1)(G(z_j))^2 + Y_jbG(z_j) + (K_jA_j + Y_jc) = 0$$

여기서, $K_j = \left(\frac{\sqrt{2}(h_j+\lambda C_j)}{p_j\sqrt{D_j}\sqrt{h_j+2\lambda C_j}}\right)^2$이고 $Y_j = K_jp_j\sigma_j$이다.

근의 공식에 대입하여 풀면

$$G(z_j) = \frac{1}{2(Y_ja-1)}\{-Y_jb \pm \sqrt{Y_j^2b^2 - 4(Y_ja-1)(K_jA_j+Y_jc)}\} \tag{10}$$

$L(z_j)$를 $G(z_j)$의 1차 식으로 추정하고 $G(z_j)$에 대한 2차 식으로 정리하면

$$(G(z_j))^2 - Y_jbG(z_j) - K_jA_j = 0.$$

근의 공식에 대입하여 풀면

$$G(z_j) = \frac{Y_jb \pm \sqrt{Y_j^2b^2 - 4K_jA_j}}{2} \tag{11}$$

식 (10)과 식 (11)에서는 두 개의 값이 계산되나 양수의 값을 $G(z_j)$의 값으로 취하면 된다.

식 (10) 혹은 식 (11)을 이용하여 $G(z_j)$의 값을 구할 수 있고 제 3장에서 소개한 누적정규분포값의 추정을 통해 z_j를 구할 수 있다.

식 (8)에서 $g(\tilde{Q}_j, \tilde{r}_j) = \sum_{j=1}^{n}C_j(r_j+Q_j) - W - \mu_Y - z_{1\gamma} - \sigma_Y$라 두면 Q_j와 r_j는 λ에 영향을 받으므로 $g(\lambda)$로 둘 수 있다. 여기서 $g(\lambda) > 0$이면 식 (2)를 위반하고 $g(\lambda) \le 0$이면 식 (2)를 만족한다.

이상의 결과를 이용한 본 논문에서 제안하는 알고리듬은 다음과 같다.

제안된 알고리듬

단계 1 : $g(\lambda_1)g(\lambda_2) < 0$인 λ_1, $\lambda_2 \ge 0$를 구한다.

단계 2 : $\lambda = \lambda_1$일 때 $\tilde{Q}_1$, $\tilde{r}_1$, $\lambda = \lambda_2$일 때 $\tilde{Q}_2$, $\tilde{r}_2$를 구한다.

- 2.1 식 (10) 혹은 식 (11)를 이용하여 $G(z_j)$를 구한다.
- 2.2 단계 2에서 구한 $G(z)$가 $0 \le z_j \le 2.14$이면 식( )를 이용하여 z_j를 구하고 $z_j > 2.14$이면 보간법으로 구한다.
- 2.3 $z_j = \frac{r_j - \mu_j}{\sigma_j}$를 이용하여 r_j를 구하고 식 (6)를 이용하여 Q_j를 구한다.

단계 3 : $\lambda_{new} = (\lambda_1+\lambda_2)/2$라고 할 때 $\tilde{Q}_{new}$, $\tilde{r}_{new}$를 구한다. 만약 $g(\lambda_{new}) > 0$이면 $\lambda_1 = \lambda_{new}$, $\tilde{Q}_1 = \tilde{Q}_{new}$, $\tilde{r}_1 = \tilde{r}_{new}$이다. 만약 $g(\lambda_{new}) < 0$이면 $\lambda_2 = \lambda_{new}$, $\tilde{Q}_2 = \tilde{Q}_{new}$, $\tilde{r}_2 = \tilde{r}_{new}$이다.

단계 4 : ε은 임의로 정한 작은 수라고 할 때, $(g(\lambda_1), -g(\lambda_2)) < \epsilon$이면 종료한다. 아니면 단계 3으로 돌아간다.

5. 예 제

이번 장에서는 우선 간단한 예제를 이용하여 본 논문

에서 제안한 앨고리듬의 이해를 도왔다. 또한, 제안한 앨고리듬의 성능을 알아보기 위해 10개의 데이터를 발생시켜 기존의 앨고리듬과 비교하였다.

5.1 예제를 통한 제안된 앨고리듬의 이해

Ghalebsaz-Jeddi[6]의 논문의 예제를 이용하여 본 논문에서 제안된 해법으로 해를 구하고 이를 비교하기로 한다.

<표 1> 예제의 파라미터들

제 품	D_j	μ_j	σ_j	A_j
1	120	30	10	40
2	1600	750	50	4000
제 품	h_j	p_j	C_j	
1	20	50	100	
2	10	2000	50	

2종의 제품이 있고 $W = 36{,}000$, $\gamma = 0.903$, $z_{1-\gamma} = -1.3$이고 이외의 값들은 <표 1>과 같다. 종료조건은 $\varepsilon = W \times 0.01 = 360$으로 한다.

Hadley-Whitin 알고리듬(H-W)은 각 λ에 대해 식 (6)과 식 (7)을 수렴할 때까지 반복적으로 풀어 Q_j와 r_j를 구하고 이를 종료조건이 만족할 때까지 λ의 값을 변화해가며 반복적으로 푸는 알고리듬으로 계산량이 아주 많다.

Ghalebsaz-Jeddi의 알고리듬은 z를 작은 구간으로 쪼개고 각 구간마다 z를 독립변수로 하여 $G(z)$와 $L(z)$를 회귀식으로 추정한다. 이 예제에서는 17개의 구간으로 쪼개었다. 또한, z의 값이 어느 구간에 속하는지 판단하기 위해 표를 이용하여야 한다.

<표 2>~<표 4>는 H-W 알고리듬, Ghalebsaz-Jeddi의 알고리듬의 결과와 본 논문에서 제안된 알고리듬의 결과를 나타낸다.

3개의 알고리듬의 결과가 모두 비슷하게 나타난 것으로 보아 제안된 알고리듬은 간단한 알고리듬임에도 불구하고 좋은 해를 제공함을 알 수 있다.

<표 2> H-W 알고리듬의 결과

제 품	λ	r_j	Q_j	g(λ)	목적값
1	0.0	42.1	23.6	35129.7	13819.3
2		884.5	1146.8		
1	1.0	38.0	9.9	-7009.6	23412.7
2		874.0	350.1		
1	0.5	40.0	12.1	-320.4	19011.5
2		878.3	471.2		

<표 3> Ghalebsaz-Jeddi 알고리듬의 결과

제 품	λ	r_j	Q_j	g(λ)	목적값
1	0.0	43.4	27.1	35605.0	13829.7
2		884.5	1146.7		
1	1.0	38.3	10.3	-6936.9	23392.4
2		874.1	350.0		
1	0.5	40.6	12.4	-224.9	19004.5
2		878.2	471.3		

<표 4> 제안된 알고리듬의 결과

제 품	λ	r_j	Q_j	g(λ)	목적값
1	0.0	43.4	27.1	35846.6	13669.2
2		1151.5	884.5		
1	1.0	38.2	10.3	-6758.4	23795.6
2		875.5	352.2		
1	0.5	40.6	12.4	-64.5	18950.6
2		878.9	473.7		

5.2 예제를 통한 제안된 앨고리듬과 H-W 앨고리듬의 성능비교

논문에서 제안한 앨고리듬의 성능을 알아보기 위해 1개의 제품종류부터 10개의 제품종류가 있는 총 10개의 데이터를 <표 5>와 같이 일양분포를 이용하여 발생하였다.

$W = \sum_i \mu_i \times C_i \times factor$로 하여는데 $factor$는 U[0.6, 0.9]에서 발생하였다. 나머지 조건은 이전의 예제와 동일하다.

<표 5> 예제에 사용된 각 파라미터의 범위

파라미터	범 위	파라미터	범 위
μ_j	U[100,1000]	h_j	U[1,30]
σ_j	U[10,100]	p_j	U[30,100]
A_j	U[100,1000]	C_j	U[50-100]

예제의 결과는 <표 6>과 같다. λ값은 데이터 2의 경우를 제외하고는 모든 데이터에 대해 같게 나왔다. 대부분의 경우 λ값은 같지만 Q, r이 다르므로 H-W 앨고리듬과 제안된 앨고리듬의 g(λ)와 목적값은 다르게 나타났다. 그러나, 목적값의 경우 두 앨고리듬의 차이는 작게 나타났다. 또한, 제안된 앨고리듬에서 마지막 열은 실제목적값을 나타내는데 제안된 앨고리듬에서 구한 Q_j, r_j를 이용하여 $L_j(r_j)$을 구하고 이를 이용하여 계산한 목적값이다. 추정된 목적값과 실제목적값의 차이도 작아 보인다.

<표 6> 데이터별 H-W 알고리듬과 제안된 알고리듬의 결과

데이터	제품 종류	H-W 알고리듬			제안된 알고리듬			
		λ	g(λ)	목적값	λ	g(λ)	추정된 목적값	실제 목적값
1	1	1.000	233	25006	1.000	203	25018	25042
2	2	0.031	477	20843	0.039	-413	21008	20874
3	3	0.203	169	28718	0.203	174	28746	28737
4	4	0.563	49	88226	0.563	-318	88276	88465
5	5	0.313	881	83493	0.313	399	83570	83736
6	6	0.219	-1170	76720	0.219	-629	77007	76642
7	7	0.203	911	99458	0.203	973	99651	99567
8	8	0.500	775	122289	0.500	572	122359	122548
9	9	0.234	373	110886	0.234	1744	111414	110701
10	10	0.188	-379	148057	0.188	-1317	148027	148352

6. 결론 및 미래의 연구과제

본 논문에서는 연속적 재고관리의 경우 제품을 수령할 때 비용을 지불한다고 할 때 총지불액이 예산을 초과하지 않도록 하는 제약식을 갖는 경우의 휴리스틱에 대해 알아보았다. 이 제약식은 제품 주문시 비용을 지불하는 경우와 저장용량을 제약식으로 하는 경우에 모두 적용될 수 있다.

제안된 알고리듬의 장점은 Q_j, r_j의 반복적인 계산없이 Q_j, r_j를 구하고 손실함수(Loss Function) $L(z)$와 누적 표준정규분포를 1에서 빼 준 함수인 $G(z)$를 추정하여 표를 참조하지 않고 해를 구해내는 최초의 알고리듬이다. 더군다나 계산량이 많지 않으면서 기존의 복잡한 알고리듬과 근사한 해를 구할 수 있었다. 단점은 쉽게 알 수 있듯이 비록 아주 근사하게 $L(z)$와 $G(z)$를 추정하지만 오차는 존재하며 오차로 인해 최적해와 차이가 발생할 수 있다. 본 알고리듬을 좀 더 발전시켜 좀 더 근사하게 $L(z)$와 $G(z)$를 추정하는 방법에 대한 연구가 필요하며 이를 이용하여 유사한 다른 문제들에 적용하는 경우에 대한 연구가 필요하다.

참고문헌

[1] Abdel-Malek, L. L., and Areeratchakul N.; "A quadratic programming approach to the multi-product newsvendor problem with side constraint," *European Journal of Operational Research*, 176 : 1607-1619, 2007.

[2] Bagby, R. J.; "Calculating Normal Probabilities," *Amer. Math. Monthly*, 102 : 46-49, 1995.

[3] Byrkett, D. L.; "An Empirical Evaluation of Further Approximations to An Approximate Continuous Review Inventory Model," *Naval Research Logistics Quarterly*, 28 : 169-180, 1981.

[4] Das C.; "Some Adis for Lot-Size Inventory Control under Normal Lead Time Demand," *AIEE Transactions*, 7 : 77-79, 1975.

[5] Das C.; "On the Solution of Some Approximate Continuous Review Inventory Models," *Naval Research Logistics Quarterly*, 32 : 301-313, 1985.

[6] Ghalebsaz-Jeddi, B., Shultes B. C., Haji R.; "A multi-product continuous review inventory system with stochastic demand, backorders, and a budget constraint," *European Journal of Operational Research*, 158 : 456-469, 2004.

[7] Herron, D. P.; "Inventory Management for Minimum Cost," *Management Science*, 14 : B219-235, 1967.

[8] Johnson, A. and Montgomery D. C.; "Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control," Wiley, New York. 1974.

[9] Moon, I. and Silver E. A.; "The multi-item newsvendor problem with a budget constraint and fixed ordering costs," *Journal of the Operational Research Society*, 51 : 602-608, 2000.

[10] Patel, J. K. and Read, C. B.; "Handbook of the Normal Distribution," Dekker, New York, 1982.

[11] Wang, T-Y and Hu J-M; "An inventory control system for products with optional components under service level and budget constraints," *European Journal of Operational Research*, 189 : 41-58, 2008.

[12] Weisstein, E. W.; "Normal Distribution Function," From MathWorld-A Wolfram Web Resource, http://mathworld.wolfram.com/NormalDistributionFunction.html.