대한수학교육학회지 <학교수학> 제 10 권 제 4 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.10, No.4, 583-601. Dec. 2008

창의적 생산력의 하위 요소 탐색 및 수학영재의 창의적 문제해결 모델 개발

이 종 희* · 김 기 연**

창의적 생산력 신장은 우리나라 영재교육의 목표 중 하나로, 실제 영재교육 현장에서의 학습-지도 및 평가 활동의 주요 초점이 여기에 맞춰져 있다. 수학영재교육의 목표와 교육 활동도 다르지 않으며 이를 위해 수학영재의 창의적 생산력을 어떻게 정의하고 어떤 과정을 통해 이를 신장시킬 것인지에 대한 연구가 필요하다. 이 연구는 수학영재의 특성과 능력을 정의하고 파악하는 데에는 어떤 특화된 능력 요소가 고려되어야 할 것인지 고찰하여 창의적 생산력의 하위요소를 인지적 능력, 창의적 문제해결을 해 낼 수 있는 수행능력, 그리고 스스로의 정의적 특성이나 정서적 요인을 조정하고 인지, 수행 과정을 모니터링, 조정, 운영하는 메타-조정능력으로 구분하였다. 이에 창의적 생산력 발현의 핵심과정이 되는 창의적 문제해결 과정을 설명하고 실제 학습-지도 과정에서 활용하기 위한, 수학영재의 창의적 생산력 신장을 위한 방안 모색의 일환으로서 수학영재의 창의적 문제해결 모델을 제시하였다.

Ⅰ. 서 론

과거 영재성에 대한 인식과 정의는 뛰어난 지능과 우수한 성취를 바탕으로 하고 있었고 그에 따른 영재 판별의 방법도 지능지수와 학업성취도 검사 등과 같은 표준화된 검사가 선택되었으며 특히 지능검사는 과거 영재성 판단의 가장 확실한 수단으로 여겨졌다(박성익 외, 2003). 그러나 오늘날 영재성은 뛰어난 인지능력과 높은 학업성취도만으로 정의되는 것이 아니라 보다 다원화된 관점과 다양한 능력 특성을 고려하여 정의되고 있다. 뛰어난 인지능력이나 높은 학업성취도가 영재성의 정의에 있어서 필요조건을 충족할 수는 있으나 이것만으로 영재성을 보장할 수 없다는 각성은 지능에 포함될 수 있는 다양한 능력 요소에 대한 고찰과 인지능력 이외의 다양한 능력 요소에 대한 탐색(Gagné,2004)은 물론이고 영재성을 정의함에 있어서도 다양한 요소를 고려하도록 하였다. 그 외에도 인지능력을 바탕으로 한 Sternberg & Spear-Swerling(1996)의 정의, 인지적 영역의 능력 요소와 기타 인간 능력 요소에 의한 정의(Gagné, 2004 ; Piechowski & Colangelo, 2004), 영재성의 세 요소인 평균 이상의 능력, 창의성, 과제집착력으로 영재성 판단을 시도한 Renzulli (2003)의 정의, Tannenbaum(2004)의 교육적, 심리 사회적 관점의 영재성 정의 등 다양한 관점의 영재성 정의를 낳았다. 이와 같은 영재성의 정의를 살펴보면 영재성이란 단 하나의 용어나 문장으로 정의할 수 있는 개념이라기보다는 그것이 발휘되는 영역의 특성에 따라 달리 고려

* 이화여자대학교(jonghee@ewha.ac.kr)
** 서울북공업고등학교(freenego@lycos.co.kr)

될 수 있는 것이며 일반 아동에게는 전혀 없는 새로운 능력을 가지고 있음을 의미하는 것이 아니라 일반 아동에 비해 뛰어난 인지 능력, 수행 능력, 정의적 특성 및 창의성을 가지고 있음을 설명하고 있다. 특히 '인간 능력과 그 안에 포함되어 있는 자신의 산출물을 독창적, 유목적적으로 고안하고 개발하여 청중에게 표현해 낼 수 있는 능력으로, 창의적 생산력과 같은 의미를 지니는 것'으로 제시한 Renzulli(2004)의 창의적-생산적 영재성(Creative-Productive Giftedness) 정의는 영재교육의 방향을 제시하는 것으로 창의성은 영재성의 바탕이 되는 핵심적인 특성으로 간주되고 있으며 창의적으로 사고하고 산출물을 만들어낼 수 있는 수행능력이 강조된다. 창의성 또한 영재성과 마찬가지로 하나의 용어나 문장으로 진술되는 객관화되거나 수치화가 가능한 능력이 아니기 때문에 많은 연구들이 창의성을 이루고 있는 요소 또는 창의성을 발현하도록 하는 요소가 무엇인지에 대한 연구(Rhodes, 1961; Amabile, 1989 ; Urban, 1995)나 창의성의 발현되는 상황이나 그 가치에 대한 연구(Csikszentmihalyi, 1999) 등을 통해 창의성의 본질에 접근하고 그것을 신장시킬 수 있는 방법을 모색하였다.

살펴본 바와 같이 영재성에 대한 관점은 단지 지능이나 인지적 능력, 뛰어난 학업 성취도 만으로 한정된 것이 아니다. 영재성을 드러내는 여러 능력이나 현상이 일반 아동에게서는 전혀 발견되지 않는 것이 아니라 각각의 능력이 발현되는 영역에서 일반 아동에 비해 수행 능력의 수준이나 속도가 현저하게 뛰어나거나 스스로 사고하고 창의적으로 산출물을 만들어 내는 능력이 뛰어난 것을 의미한다는 것에는 어느 정도 합의가 도출되었다면 그 능력 수준에 맞고 특성을 반영해 줄 수 있는 창의적인 문제해결에 대한 경험을 제공해 주는 것이 영재교육에서 담당할 몫이라고 할 수 있다.

수학영재교육에서 추구하는 수학영재의 창의성 생산력은 수학적 창의성이 무엇인가에 대한 논의를 필요로 한다. Hadamard(1975), Kitcher (1984), Ervynck(1991), Srirman(2004) 등 학문으로서의 수학적 창의성이 어떻게 발현되며 그 본질이 무엇인가를 다루고 있는 연구가 수학적 문제의 발견과 그에 따른 증명(해결)의 과정을 바탕으로 논의되고, 학교수학에서 학생들에게 지도하고 신장시켜야 할 수학적 창의성에 대한 연구도 수학적 문제해결의 중요성을 강조하고 있다 (황우형, 최계현, 김경미, 이명희 , 2006; 이지현, 2004; 김경자, 이경진, 유솔아, 2005 ; 김홍원 외, 1996). 이에 이종희, 김기연(2007)은 학문으로서의 수학적 창의성과 학교수학에서의 수학적 창의성에 대한 선행연구 고찰을 바탕으로 학문으로서의 수학적 창의성과 학교수학에서의 수학적 창의성 그리고 수학영재에게 요구하는 수학적 창의성의 차이점과 공통점이 무엇이며 그 수준을 어떻게 달리 볼 것인가를 논하였다. 이종희, 김기연(2007)은 수학영재의 수학적 창의성은 학교 수학을 바탕으로 하되 전문가로서의 창의성 발현과정을 포함하는 수학적 창의성을 고려해야 한다고 하였다. 즉, 수학영재의 수학적 창의성 역시 그들의 능력과 특성이 반영된 창의적 문제해결 활동을 통해 발현되고 계발되어야 하는 바, 수학영재에게 다양한 문제 상황을 제시하고 이를 해결할 수 있는 경험을 제공함으로써 수학영재의 문제해결력을 증진시키는 것과 더불어 창의적 문제해결을 위한 학습 지도 모델의 개발이 필요하다. 이에 본 연구에서는 수학영재의 창의적 생산력을 신장하기 위한 교육 활동의 방향을 제시하기 위해 수학영재의 창의적 생산력을 구성하는 하위 요소가 무엇인지를 고찰하고 그에 따른 창의적 문제해결 모델을 제시하고자 한다.

II. 수학영재의 창의적 생산력을 구성하는 하위 요소에 대한 고찰

창의성이 창의적 생산력의 기반이 되는 것이라고 해도 창의적 생산력을 신장하기 위한 학습·지도나 평가가 창의성에만 국한될 수는 없다. 수학영재의 창의적 생산력에 대한 이해의 바탕에는 창의성뿐만 아니라 수학교육과 영재교육의 측면도 포함되어 있어야 하기 때문이다. 즉, 창의적 생산력은 그로부터 생겨나는 산출물의 가치와 질을 평가하기 위해 창의성을 기반으로 고려해야 하지만 그 이외의 다른 측면에서 어떤 요소를 고려해야 할지에 대한 논의가 있어야 한다.

Renzulli & Reis(2003)는 창의적 생산력을 창의적 산출물을 만들어내는 능력인 창의적-생산적 영재성과 같은 의미로 정의했으며 창의적 산출물에는 아이디어, 행동이나 서비스, 구체적 산출물 등이 포함된다고 밝힘으로써 산출물의 범위에 대해서도 언급하였다. Renzulli & Reis의 정의는 창의적 생산력을 고려함에 있어서 '의도적으로 고안된 독창적인 자료나 산출물을 개발하려는' 사람이 자신의 흥미 영역 능력을 적용하여 창의적 산출물을 만들어 내는 능력과 과정뿐만 아니라 그 산출물의 존재와 가치를 수용하고 인정해 주는 사람, 그리고 그 사이를 매개할 수 있는 표현 능력을 포함해야 한다는 시사점을 준다. 즉, 영재의 창의적 생산력이란 그 능력을 발휘하는 주체, 그 능력을 발휘할 수 있는 영역, 특화된 영역에서 산출물을 만들어 내는 데에 필요한 능력, 산출물을 받아들여 줄 청중, 그리고 산출물을 만든 주체와 청중 사이를 매개해 줄 수 있는 특화된 영역 및 일반적인 환경에서의 효과적인 의사소통의 수단이 필요한 복합적인 개념이라고 할 수 있다.

이종희, 김기연(2007)은 수학영재의 창의성을 논할 때 창의라는 한 가지 요소만을 독립적인 능력 요소로 볼 수 없음을 지적하고 있다. 수학이라는 영역 특수성에 비추어 볼 때, 발산적이고 창의적인 사고에 대한 수렴적·비판적 사고 능력과 기술이 필수 요소가 되며, 이러한 사고는 다양한 자원에 대한 분석과 판단을 내리는 역할을 수행하게 된다. 평균 이상의 능력을 갖춘 영재라는 전제는 학습자의 지식과 개념 이해 수준 및 그것을 조직하고 활용할 수 있는 능력 수준이 평균 이상이라는 것을 의미하며, 수학적 창의성의 핵심은 문제해결에 있으므로 문제해결 과정을 조직하고 운영함에 있어서 적절한 수학적 지식과 기술을 적용하고 평가할 수 있는 능력도 요구된다.

수학영재의 창의적 생산력을 논함에 있어서 간과해서는 안 될 것이 창의적인 산출물을 만들어야 한다는 것이다. 창의적 생산력이 창의, 창의적 사고를 바탕으로 한 새롭고 기발한 아이디어의 생산에서 그치는 것이 아니라 이를 바탕으로 당면한 문제를 (수학적으로) 해결하여 유의미한 결과(물)를 만들어 내는 과정이 동반되어야 하는 능력으로 해석할 수 있는데 그 산출물이 수학적 탐구와 과정을 거쳐 만들어진 것임을 감안한다면 수학적 창의성과 마찬가지로 수학적 문제해결이 핵심적인 과정이 될 것이다.

따라서 본 연구에서는 수학영재의 창의적 생산력을 논함에 있어 '창의'적인 아이디어와 사고를 가능하게 하는 인지적 능력과 더불어 '산출물'을 생산해 낼 수 있는 창의적인 문제해결의 과정을 실질적인 창의적 생산력의 발현과정으로 보고 이를 위해 필요한 능력 요소를 다음과 같이 세 가지로 구분하였다. 첫째, 문제해결 전반에 필요한 수학영재의 인지적 능력과 둘째, 창의적 문제해결을 실제로 수행할 수 있는 능력[1]이며 셋째, 전체적인 맥락을 감지하여 문제

해결을 수행하고 자신을 조정, 통제할 수 있는 능력을 설명할 수 있는 요소이다.

1. 인지적 능력

창의성이 영재성의 핵심 요소로 그 역할을 수행하기 위해서는 창의성을 발현할 수 있는 개인의 인지적 토대가 마련되어 있어야 한다. 창의성이란 무에서 유를 창조하는 것만을 의미하는 것이 아니며 학습자 수준의 창의성에서는 더더욱 그러하다. 따라서 창의성의 발현은 개인이 얼마나 많은 지식과 그것을 실행할 수 있는 기술적 측면의 능력을 가지고 있는지, 개인의 사고 능력과 수준이 얼마나 견고하고 구조적으로 갖추어져 있는지, 개인의 인지 능력이 어느 정도인지에 따라 영향을 받을 수 있다. 창의성의 발현이나 수학적 수행, 또는 수학적 능력을 설명하기 위한 여러 연구에서 인지적 능력이 강조되고 있는 것을 볼 때, 이러한 인지적 측면의 능력 요소는 창의성이라는 추상적인 사고 능력을 창의적 생산력이라는 실질적인 수행 능력으로 이끌어 주는 토대가 되어야 한다.

Sternberg & Spear-Swerling(1996)은 인간의 인지 능력에 대한 이론을 바탕으로 사고의 특성을 비판적/분석적, 창의적, 실행적 측면의 세 가지로 구분하였고, Sternberg(1998)는 지식을 기반으로 한 전문성(knowledge based-expertise)도 함께 강조하였다.

Sak(2005)은 수학영재의 인지 능력 요소를 전문성, 창의성, 분석력의 세 가지로 제시하였다. 이 모델을 통해 Sak은 이 세 가지 요소가 수학적 정신(mathematical mind)의 3요소이자 영재성의 3유형이며 전문적 지식이나 기술의 연속체 위에서 특정한 영역의 과제에 대한 수행 능력의 수준으로 측정될 수 있는 것이므로 수학영재성의 평가에도 이 세 가지 측면의 능력 요소가 포함되어야 한다고 주장하였다.

창의성의 발현에서 지식은 중요한 역할을 하며(Urban, 1995; Feldhusen, 2001) 문제해결을 위한 숙련된 기술과 지식의 활용 등은 중요한 요소가 된다. 이는 인지능력을 발휘하는 자원이 될 수 있기 때문이다. 학생들의 문제해결 과정과 창의적 산출물 생산은 궁극적으로 수학적 개념의 이해와 지식의 확장 및 활용 능력을 목표로 한다. 따라서 전문 지식과 기술에 관한 능력이 곧 학습자의 능력이라고 할 수 있는 것처럼(Sternberg, 1998), 전문적 지식은 수학영재의 창의적 생산력에 있어서 필수적인 요소가 되어야 할 것이다. 특히 영재의 인지 능력 요소에서는 보다 일반화되고 추상화된 수학적 사고 기술과 능력에 초점을 두게 되므로 본 연구에서도 전문 지식과 기능의 측면을 포함하여 Sak이 제시한 수학적 정신 모델의 분석적 능력, 창의성, 전문 지식과 기술 요소를 반영할 것이다. 다만 그 주체가 학교수학을 기반으로 하는 수학영재교육을 받는 학생이라는 점을 고려하여 다음과 같이 조작적으로 정의한다.

가. 분석적 사고 능력

분석적 사고 능력은 찾아낸 아이디어, 해법, 전략으로부터 결과를 도출하고 이를 정당화하는 능력으로 수학적 기호와 연산을 활용하는 능력과 해결 과정의 단순·명료성, 경제성 및 타당성을 추구하며 정당화 과정에서 발견되는 오류나 어려움에 대해서는 자신의 논리적 근거를 수정·보완하는 능력이다.

나. 창의성

창의성은 주어진 과제에 대한 문제발견, 해결 계획의 수립 및 실행, 결과도출에 있어서

1) 이 연구에서는 이를 수행능력이라 할 것이다.

학습자가 드러내는 독창적이고 유의미한 아이디어, 방법, 기술, 표현력 등으로 본 연구에서의 창의성은 개인적 수준의 재발명과 재발견을 바탕으로 하는 사적 의미의 창의성이 중심이 된다.

다. 숙련된 기술과 지식

전문 지식과 기술의 요소는 학습자 수준에서 논의할 것이므로 '숙련된 기술과 지식'으로 명명할 것이다. 이 요소는 학습자의 문제해결 과정에서 수학적인 정보를 수집, 파악하여 해결에 필요한 최적의 것을 선별해 내고 지식과 기술 등을 구조화, 조직화하는 능력이다.

2. 수행 능력

수학적 창의성이나 영재성은 의미 있고 가치 있는 문제해결 활동을 얼마나 잘 수행하느냐 하는 과정을 포함한다. 따라서 인지적인 능력이나 수학적 능력이 얼마나 잘 발현되는가 하는 것은 그것을 얼마나 잘 수행해 낼 수 있는가에 의해 결정된다고 할 수 있다. 수학적 문제해결의 수행에 있어 어떤 능력이 수학적 창의성에 영향을 끼칠 것인가에 대한 연구를 살펴보면 수학영재의 창의적 생산력을 논함에 있어서 어떤 수행능력 요소가 포함되어야 할 것인지에 대한 함의를 얻을 수 있다.

Balka(1974) 수학적 문제해결을 수행하는 과정에서 수학적 창의성을 판단하고자 하였으며 이를 평가하기 위해 여섯 가지 준거를 제시하였다. Balka의 평가 준거는 주어진 문제를 해결함에 있어서 학생들이 자신의 문제해결 과정을 운영해 나가는 데 필요한 전략이나 사고 능력으로 볼 수 있다. 제시된 준거가 실제 학생들을 대상으로 문제를 제시하고 이에 대한 반응을 토대로 학생들의 수학적 창의력을 측정하기 위해 개발된 것인 만큼 추상적인 사고 능력보다는 구체적인 문제해결의 수행 능력을 살펴보고 판단할 수 있는 능력으로 구성되어 있다고 할 수 있다.

Krutetskii(1976)의 수학영재아의 수학적 능력에 대한 연구는 수학영재의 문제해결 과정에 필요한 능력 요소가 무엇인지를 살펴볼 수 있다. Krutetskii의 수학적 문제해결 과정은 수학적 정보수집-수학적 정보의 조직 및 활용-수학적 정보의 지속-각 요소의 일반적 종합으로 구성되며, 각 단계에 따라 필요한 능력 요소를 제시한 것인데 이와 같은 능력 요소는 주어진 문제를 파악하고 해결 과정을 실행함에 있어서 필요한 능력을 제시한 것이라고 볼 수 있다. 주어진 문제가 어떤 구조를 가지고 있으며 어떤 수학적 논리와 사고 체계가 필요한지를 판단하고 그에 따라 정신과정을 재구성하고 조직하는 능력이 있어야 실질적인 문제해결 과정을 운영할 수 있고 전략의 적용이나 수행도 가능해진다. 즉, 어떤 실질적인 계산능력이나 수학적 기술을 활용하고 문제를 해결하기 위한 전략을 수행하는 데에 필요하거나 선행되어야 하는 사고 기술과 능력을 제시했다고 볼 수 있다.

본 연구에서는 학습자가 스스로 창의적인 문제 해결 과정을 수행해 나가는 수행 능력을 반영하는 문제해결 과정과 절차를 제시하기 위해 Krutetskii가 제시한 수학영재의 수학적 능력 요소를 바탕으로 Balka의 수학적 창의성 평가 준거를 수학영재의 수학적 문제해결 수행 능력으로 수용하였다. 또한 Csikszentmihalyi(1999)의 창의성 체계모형과 Kitcher(1984)의 문제해결을 바탕으로 한 창의성에서 강조한 것과 같이 언어적 표현을 토대로 해결책을 검증하고 공유할 수 있도록 하기 위해 언어적 표현 능력을 추가하여 수학적 문제 상황의 패턴이나 특징을 판단하는 능력, 일반적인 문제 상황을 특수한 상

황의 하위문제로 분해/변형/제한하는 능력, 인식된 (수학적) 문제 상황으로부터 가설을 수립하는 능력, 이미 확립된 사고의 결합으로부터 벗어나는 능력, 자신의 해결 과정에서 놓친 정보를 깨닫고 이를 확보하기 위한 질문을 던질 수 있는 능력, 학습자 수준에서 가능한 결론을 도출하기 위해 불필요한 수학적 아이디어나 정보를 평가/선별하는 능력, 수학적 표현을 사용하여 결론을 논리적으로 전개/해설/증명하는 능력, 자신이 도출한 결과를 여러 가지 방법/경로를 통해 다른 사람에게 전달하는 능력으로 수행 능력 요소를 선정하였다. 이와 같은 수행 능력 요소를 반영하여 수학영재의 창의적 문제해결 모델을 제시할 것이며 본 연구에서는 이를 수학영재의 창의적 문제해결(Mathematically Gifted-Creative Problem Solving; 이하 MG-CPS)로 명명할 것이다.

3. 전반적인 조정과 관리 능력

Urban(1995)의 요소적 접근 모델은 창의성을 발현하는 데에 필요한 능력을 인지적 능력과 정의적 능력으로 나누어 그 하위에 포함될 수 있는 세부 능력 요소가 무엇인지를 제시하고 있다. Urban의 모델에서 제시한 바와 같이 창의성을 발현하는 데에는 인지적 능력뿐만 아니라 그 과정을 조정하고 감내할 수 있는 정의적 측면의 여러 능력 요소가 요구된다. 김선희, 김기연, 이종희(2005)의 연구에서 밝힌 바와 같이 영재성을 지닌 아동의 정의적, 정서적인 특징을 고려하고 반영하는 영재교육이 필요하며 인지적 능력뿐만 아니라 정의적 측면에 대한 관심은 오늘날 영재성의 정의나 영재교육의 방향에서도 살펴 볼 수 있는 것으로 창의성이나 영재성과 같은 특성이 지적인 능력을 필요로 하는 것은 사실이지만 이를 수행하는 데에는 정의적 요소도 중요한 요소가 된다는 것을 뜻한다고 할 수 있다.

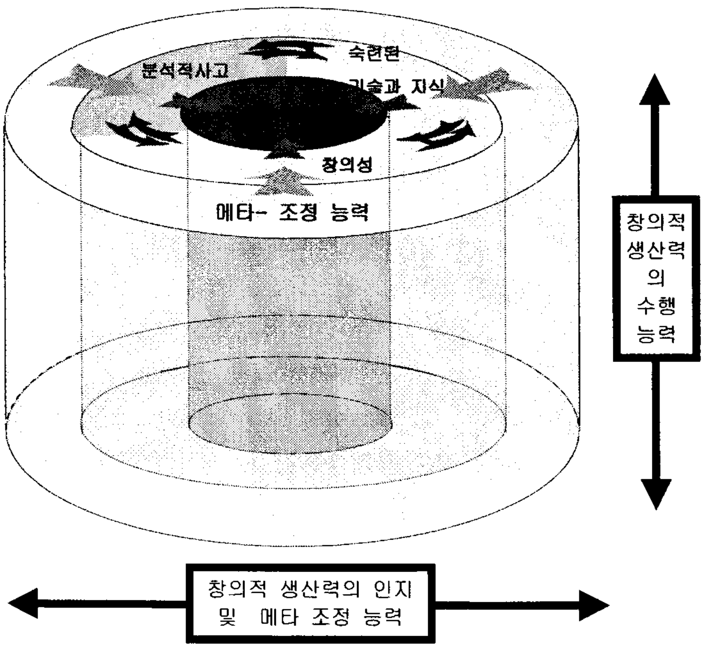
자신의 문제해결 과정이 난관에 부딪혔을 때 좌절하거나 포기하지 않고 새로운 해법을 모색하거나 기존의 해법을 다듬어 나갈 수 있는 원동력은 자신감, 과제 집착력, 문제해결에 대한 동기 등 정의적인 요소의 영향이 크다. 그러나 정의적인 요소 이외에도 보다 높은 인지적, 수행 차원에서 문제해결 과정을 조정해 줄 수 있는 능력도 요구된다.

정의적, 정서적 요인이 인지적 능력과 더불어 중요한 요소인 것은 수학영재아가 자신의 능력을 깨닫고 계발하고자 하는 의지, 자신감과 자아 효능감을 바탕으로 한 긍정적 정서의 개발에 직접적인 영향을 끼칠 수 있기 때문이라고 본다면 이와 더불어 자신이 처해 있는 문제 상황으로부터 해결책을 모색하고 그 과정을 조직 운영하면서 반성하고 평가할 수 있는 능력과 자신의 감정을 통제하고 문제해결 수행을 지속하거나 조절할 수 있는 판단 능력 등의 상위 능력 요소도 필요로 한다. 메타 인지는 학습자 자신의 학습과 사고과정을 다루고 있다는 측면에서 자기 주도적 인지 과정을 운영하게 하며, 메타인지를 위한 전략들은 창의성을 증진시키기 위한 전략과 매우 유사하기 때문에 창의성은 메타 인지의 측면에서 논의될 필요가 있다(Pesut, 1990). 창의적 생산력이 창의성을 기반으로 한 능력이고 특히 본 연구에서 구체적인 결과물을 만들어내고 수행할 수 있는 구체적인 능력 요소로 구성된 능력으로 볼 것이므로 메타 인지적 측면은 창의성뿐만 아니라 창의적 생산력에 있어서도 논의될 필요가 있다. Bruch(1988)는 창의적 경험을 하는 동안에 생각하고 느끼는 것을 인식하는 것은 메타-창의성이란 용어로 정의하였는데, 이러한 메타-창의성은 학습자의 창의적 절차나 특징을 의식적

으로 인식할 수 있게 하고 스스로의 창의성을 고무할 수 있는 기회를 부여하며 창의적 산출물과 관련된 창의적 경험을 내적으로 이해할 수 있도록 도와준다는 측면에서 매우 중요하다고 주장하였다.

학습자가 스스로의 문제해결 과정을 조정하고 평가하여 더 나은 방향으로 나아갈 수 있게 하거나, 최적의 절차와 최선의 해결책을 얻기 위해 의식적으로 자신의 수행과정이 운영되고 있는 동안에 그것을 인지하고 효과적으로 조정할 수 있는 능력은 창의적 산출물의 양과 질을 결정할 수 있다. 본 연구에서의 창의적 생산력의 능력 요소에서 조작적으로 정의하고자 하는 메타 조정(meta-regulatory)능력도 산출물을 만드는 과정을 전체적으로 조정하고 운영하는 메타인지적 능력과 문제해결, 사고, 학습 과정에서의 자기조절 및 신념과 정의적 측면의 능력을 의미하는 것이다. 메타 조정 능력은 인지에 대한 메타 인지의 역할과 마찬가지로, CPS 전 과정에 걸쳐서 인지 능력과 수행 능력을 유기적으로, 또는 문제 상황에 적합하게 선택, 결합하고 활용하는 능력으로서 자신의 문제해결 과정을 한 단계 높은 수준의 관점에서 지속적으로 모니터링, 판단·의사결정·평가하는 메타 인지적 측면과 더불어 문제해결에 대한 동기화, 의지, 집착력, 흥미 등의 정의적 측면도 함께 조절하는 능력을 의미한다.

[그림 II-1]은 본 연구에서 제시한 창의적 생산력의 하위 능력 요소를 바탕으로 수학영재의 창의적 생산력이 발휘되는 과정을 보여주는 것이다. 세로축은 창의적 생산력의 발현 과정을 의미하는 것으로 창의적 문제해결 과정의 수행능력을 나타내는 것이다. 창의적 생산력은 결과로써 만들어지는 산출물에만 작용하는



[그림II-1] 창의적 생산력의 능력 요소(인지-수행-메타 조정 능력)

것이 아니라 해결해야 할 문제를 이해하고 그로부터 다양한 아이디어를 생성하여 해결책에 이르기까지의 전 과정으로부터 만들어지는 산출물에 작용하는 것이기 때문에 세로축은 문제해결이 진행되는 과정을 나타낸다.

가로축을 나타내는 밑면은 창의적 생산력의 능력 요소로서 창의적 산출물을 생산하기 위한 창의적 문제해결 절차를 조직하고 운영하며 유의미한 산출물을 만들어내는 데에 필요한 학습자의 능력이 상호 유기적으로 작용해야 함을 나타낸다. 창의적 산출물을 만들기 위해 문제해결 과정을 운영하는 동안 분석적 사고와 창의성, 숙련된 수학적 기술과 지식이 적절하게 적용되고 상호작용해야 하며 이 모든 과정은 메타-조정력에 의해 모니터링 되고 유지 · 관리된다.

III. 수학영재의 창의적 생산력과 창의적 문제해결 모델

창의적 생산력의 각 능력 요소들이 발휘되는 과정의 핵심에 창의적 문제해결이 존재하고 있음을 감안한다면 수학영재의 창의적 문제해결 과정이나 방법에 대한 안내를 제시할 수 있는 모델의 필요성이 제기된다. 이에, III장에서는 수학적인 문제해결, 창의적인 문제해결(CPS)에 대한 고찰을 바탕으로 하여 수학영재의 창의적 문제해결 모델을 제시한다.

발견술을 통한 문제해결 시도와 Polya(1986)의 문제해결 단계로부터 정보처리 이론의 관점, Zawojewski & Lesh(2003)의 모델링 관점에 이르기까지 문제해결의 방법과 과정에 대한 연구는 다양한 문제해결의 관점과 전략, 학습 지도 이론 및 문제해결의 단계를 제안하였다. 창의적 문제해결과 일반적 문제해결이 서로 완전하게 구분되거나 아예 다른 차원에서 언급되는 과정은 아니지만 문제해결이 주어진 문제를 이해하고 그것에 가장 적합한 전략과 발견술을 적용하여 문제가 요구하는 해답을 찾아가도록 하는 것에 비해, 창의적 문제해결은 문제가 요구하는 해답보다 문제해결자의 의도와 지식, 경험 등을 바탕으로 최선의 해결책을 선택하기 위해 다양한 아이디어를 생성하고 그로부터 최적의 것이라고 판단되는 것을 선택하며 문제 상황의 변화와 발전을 꾀하고, 의사소통을 중시한다는 점에서 문제해결을 포함하는 보다 포괄적인 문제해결이라고 할 수 있다. 전통적인 문제해결이 잘 정의된 문제, 잘 구조화된 문제를 주로 다루었다면, 창의적 문제해결에서는 이상한 문제, 흔치 않은 문제를 비롯한 구조화되지 않은 문제, 무엇이 문제인지 드러나지 않은 문제, 처음 출발점이나 최종 도착점이 명기되어 있지 않은 문제, 기존의 문제해결 방법이나 전략으로는 쉽게 해결될 수 없는 문제를 기존의 전략과 해법을 활용하기보다는 새롭고 혁신적인 해법이나 아이디어를 만들어내고 하나의 문제에 대해서 다양한 해법을 모색하여 최선, 최적의 해법을 선택하는 '창의적인' 해결 과정과 해법을 요구한다는 점에서 기존의 문제해결과는 차별화될 수 있다.

창의적 문제해결 모델은 처음 Osborne(1963)에 의해 제안되었으며 이 모형[2]은 Parnes(1981), Treffinger(1985) 등에 의해 더욱 구체화되었다(Davis & Rimm, 2004, 재인용). 또한 Isaksen, Dorval, & Treffinger의 CPS 모델[3](Puccio, Keller-Mathers, Treffinger, 2000)은 절차의 유동적 조직이라는 특징을 가지고 있는데 창의적 문제해결 모델은 여러 가지 요소로 구성되지만

2) Osborn-Parnes의 CPS모델은 목적발견-사실발견-문제발견-아이디어발견-해법발견-수용발견의 모델로 제시되었다(전경원, 2006, 재인용).

학습자의 수준이나 과제 특성에 따라 절차를 조직할 수 있도록 함으로써 학습자가 능동적으로 문제해결 절차를 운영할 수 있다는 것은 본 연구의 창의적 문제해결 모델 개발에 참고가 되었다.

1. 수학영재의 문제해결 모델

Hadamard(1975)가 제시한 4단계의 수학적 발명의 단계는 Wallas(1926)의 창의성 발현 단계는 준비기, 부화기, 조명기, 검증기(Davis & Rimm, 2004, 재인용)의 4 단계와도 유사하다. 이들 모델은 수학적 문제해결의 결정적인 단서나 실마리를 통찰을 통해 얻게 되고 문제해결에 이르게 되는 과정을 제시하고 있는데 일반적인 수학적 문제해결 과정을 나타내기에는 그 의미가 너무 포괄적이고 일반적이며 실제 발휘되는 과정의 측면에서는 국소적이다. 즉, 통찰에 의한 문제해결은 문제의 특성에 따라 적용되지 않을 수도 있으며 창의적 문제해결의 전 과정이라기보다는 학습자가 세운 가설이나 해결책에 대한 아이디어가 검증이나 정당화 과정에서 장애물을 만났을 때 그 장애물을 넘어서는 과정에서 부분적으로 나타나는 현상이라고 할 수 있다.

송인섭과 정미경(2002)은 창의적으로 문제를 해결하기 위해서는 활동매체와 내용, 그리고 방법이라는 세 가지 측면이 상호작용을 이루어야 하며 이에 따라 3차원 상호작용을 통한 수학적 창의력 계발 모형을 제시하였다. 송인섭과 정미경은 이 모형이 수학적 창의력 계발을 위한 이론적 가치를 지니고 있는 것으로 3차원의 상호작용을 통해 학생들이 수학의 흥미와 욕구를 충족시키고, 학습동기를 유발시키는 것은 물론이고, 수학적인 기초 지식과 기능을 강화하여 개념 획득과 발달에 도움을 주어 모든 활동을 수학적으로 생각하도록 함으로써 영재의 창의력을 계발시킬 수 있다고 주장하였다. 이 모형은 적용 대상의 연령, 학습 및 사고 수준, 교수-학습 활동의 방법, 학습 내용의 영역과 수준 및 수학적 사고의 접근방법 등을 유기적으로 조직하고 활용하는 데에는 무리가 있다. 또한 창의적 사고의 3차원 구성 요소만을 제시할 뿐 구체적 조직 방법이나 운영 방안이 제시되어 있지 않다. 그러나 이 모델은 수학적 창의성을 신장하기 위해 다각적인 측면을 고려하고자 했다는 점에서 가치 있는 것이라고 할 수 있다.

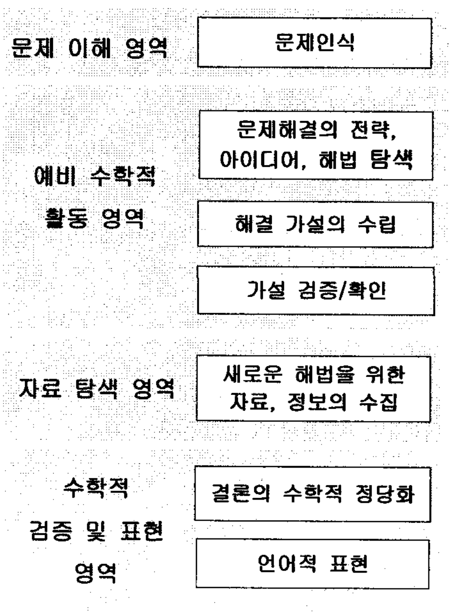
김홍원 외(1996)는 수학 창의적 문제해결력 개념 모델을 제시하고 있는데, 문제 이해-계획 수립-계획 실행-반성의 4단계 문제해결 과정에 수학적 사고 능력과 수학적 창의성, 수학문제에 대한 과제 집착력 및 배경지식이 작용하여 이루어지고 있다고 설명한다. 이 모델은 Osborn-Parnes의 모델과 Polya의 문제해결 모델을 조합하여 수학적 문제해결 상황과 연결 지은 것이라고 할 수 있다. 그러나 전통적인 문제해결 과정을 고수하고 학습자의 실질적인 탐구 활동이나 해결 과정에 어떤 수행이 포함되어야 하는 지에 대한 정보나 제안 없이 모호한 개념과 문제해결의 절차만 제시하고 있다. 일반적인 창의적 문제해결로부터 수학영역의 창의적 문제해결 모델을 특화하기 위해서는 창의적 문제해결 과정 특히 수학이라는 특수 영역에서의 창의적 문제해결 과정을 설명해 줄 수 있는 보다 구체적인 절차나 수행과정에 대한 정보나 안내가 포함되어야 할 것이다.

---

3) 이 모델은 세 가지의 과정 요소(Process components)로 구성되어 있으며 이 요소는 다시 여섯 개의 구체적인 단계로 분화된다. 각 단계에서는 생성 국면(generating phase)과 초점화 국면(focusing phase)이 포함되어 Osborn-Parnes의 CPS 모델과 마찬가지로 사고 기능에 있어서 창의적 사고와 비판적 사고가 함께 활용될 것을 강조한다.

2. 수학영재의 창의적 문제해결(MG-CPS) 모델의 영역 및 단계

수학영재의 창의적 생산력이 발휘되는 중심에 창의적 문제해결이 있고 앞 장에서 살펴본 창의적 생산력의 하위 능력 요소들이 이러한 문제해결의 수행과정에 작용하게 되므로 실제 학습-지도 및 평가에 있어서 학생들이 어떠한 문제해결의 과정을 경험하였는가 하는 것은 산출물의 질이나 창의적 생산력의 신장을 위한 학습 활동에서 중요한 변수가 된다고 할 수 있다. MG-CPS의 기본 골격은 Polya의 문제해결 단계를 따라 문제 이해, 해결 계획의 수립과 실행, 반성의 단계를 포함하지만 수학적 특성을 반영하기 위해 전체적인 과정은 문제 이해-예비 수학적 활동-수학적 검증과 표현 및 자료 탐색의 네 개 영역으로 구분하고 그에 따른 구체적인 문제해결의 단계를 [그림 III-1]과 같이 선정하였다.



[그림 III-1] 수학영재의 창의적 문제해결의 영역 및 단계

가. 문제 이해

문제 이해 영역에서는 학생들이 선택하거나 교사에 의해 주어진 과제에서 무엇을 문제로 정의하고, 문제해결의 목표가 무엇인지를 확인해야 한다. 수학영재의 CPS의 첫 단계는 주어진 주제에 대한 이해와 그로부터 탐구해야 할 문제를 선정, 정의, 진술하고 전체적인 문제해결의 방향을 모색하는 것으로 시작되며 이 단계에서는 문제해결의 목표 수립, 문제 진술, 문제의 내용과 목표 이해, 해결할 문제 또는 해결된 문제로부터 발견한 새로운 문제 제기에 포함된 수학적 개념의 이해와 탐색 및 선택 등의 수행이 이루어져야 한다. 즉 문제 제기를 비롯한 문제의 내용, 목표 이행, 개념의 탐색과 선별 등 보다 포괄적인 문제 이해의 과정이 요구되는 것이다. 따라서 이 연구에서 개발할 수학영재의 CPS 모델에서는 이를 '문제 인식' 단계로 명명한다. 또한 일련의 문제해결 활동이 끝난 후에, 도출된 결과를 바탕으로 좀 더 심화된 문제를 인식하거나 제기할 수도 있는데, 이 경우도 문제이해 영역에 포함된다.

나. 예비 수학적 활동

예비 수학적 활동 영역의 근거는 Ervynck (1991)의 예비 기술적 단계에서 찾을 수 있다. Ervynck에 의하면 수학적 창의성의 발달을 위해서는 이론적 근거에 대한 완전한 이해가 선행되지 않은 상황에서 실질적인 절차를 먼저 이용해 보는 도입 단계의 필요성을 강조하였는데, 이를 예비 기술적 단계라 칭하였다. 영재의 수학적 창의성은 학교수학을 근간으로 하여 수학적 개념이나 증명과정을 재발견, 재발명하고 이해한다는 점에서 학교수학의 수학적 창의성과 그 맥을 같이 한다. 그러나 창의성의 발현이 이해한 개념을 바탕으로 다양한 문제 상황에 활용하는 것에 그치는 것이 아니라 보다 학

문적인 접근 과정을 통하여 수학적인 정당화의 과정을 거쳐 학습자 개인의 수학적 지식의 구조를 견고히 하고 확장한다는 점에서 일반적인 학교수학 수준의 창의성을 넘어서서 보다 '수학적인' 문제해결 과정을 추구한다는 점에서 학교수학에서의 수학적 창의성과는 구별된다.

본 연구에서는 예비 기술적 단계의 활동을 받아들여 이를 예비 수학적 활동 영역으로 명명하였다. 이 영역에 학습자 수준의 지식과 개념을 바탕으로 하는 아이디어 탐색, 가설 수립 및 실험적·경험적·비형식적 방법에 의한 검증을 포함할 것이다. 예비 수학적 활동 영역에 포함되는 단계는 다음과 같다.

무엇을 해결해야 할 것인가를 판단했다면 어떻게 해결할 것인가를 결정해야 한다. 학습자는 진술된 문제의 목표를 확인한 후, 해결 계획을 수립해야 하는데 먼저 자신의 지식과 개념 구조 안에서 문제해결의 아이디어와 전략을 탐색한다. 이를 '문제해결의 전략, 아이디어, 해법 탐색'의 단계로 명명한다.

영재학생은 일반학생에 비해 더 많은 수학적 지식과 기술, 정보를 소유하고 있거나 이해할 수 있는 능력을 지니고 있다고 가정된다. 해결과제의 문제가 정의되고 나면 그 문제를 해결하기 위한 해법을 찾기 위해 우선 자료나 지식정보를 수집하는 것이 아니라, 자신이 소유하고 있는 수학적 지식과 기술, 정보, 직관, 통찰을 비롯한 다양한 사고 능력을 동원하여 비록 그것이 수학적으로 엄밀하거나 정확한 것이 아니라고 하더라도 스스로 해법에 대한 아이디어를 생성할 기회를 제공하는 단계이다. 이 단계에서는 발산적 사고 기술이 필요하며 다양한 아이디어의 생성을 바탕으로 여러 가지 해결방안에 대한 가능성을 열어둔다.

주어진 문제에 대한 해결 방안을 모색하기 위해 다양한 아이디어나 전략 등이 생성되었다면 다음은 '해결 가설의 수립' 단계로 진입해야 한다. 이 단계에서는 학생들이 자신이 가진 수학적 지식과 기술, 사고 능력 등을 바탕으로 탐색한 아이디어나 전략들 중 그럴듯한 것을 선택하여 해결의 가설을 수립하고 진술하는 단계이다. 가설은 수학적 표현이나 언어적 표현으로 진술될 수 있으며 이 중 유의미한 것은 창의적 산출물의 요소로 추출된다. 이 단계에서는 그럴듯한 가설을 얼마나 많이 수립하는가와 같이 발산적 사고와 가설을 선정하기 위한 수렴적, 비판적 사고를 요구한다. 또한 문제 진술과 마찬가지로 수립한 가설을 효과적으로 진술하거나 표현하는 것도 중요한 능력으로 간주한다.

다음은 가설 검증·확인 단계이다. 이 단계에서 요구하는 가설 검증과 확인은 수학적으로 엄밀한 증명이나 논리 전개에 의한 것이라기보다는 학습자의 경험, 직관, 통찰을 바탕으로 실험적 방법에 의해 그 결과의 타당성 여부를 확인하는 것을 의미한다. 수립한 가설이 옳은 것인지를 어떻게 확인할 것이며, 어떤 방법으로 확인하는 것이 가장 쉽고 효과적인지 등에 대한 아이디어 생성이 필요하다. 예를 들어 삼각형의 무게중심에 대한 가설을 세웠다면 실제로 삼각형을 만들어 그 점에 축을 세워보거나, 팽이로 돌려보는 등의 실험적인 방법으로 예상한 점이 실제로 무게중심이 되는지(거의 무게중심과 가까운지)의 여부를 판단해 보는 단계이다. 이 단계에서 문제해결자는 수립한 가설로 정당화 단계까지 나아갈 것인지, 아니면 수정, 보완하거나 새로운 가설을 수립할 것인지를 결정하게 된다.

다. 자료 탐색

자료 탐색 영역은 '새로운 해법을 위한 자료, 정보의 수집' 단계라고 할 것이다. 기존의 CPS에서는 아이디어의 탐색과 자료, 정보의 수

집이 같은 단계의 작업으로 간주된다. 그러나 본 연구에서 개발할 모델에서는 수학영재의 CPS를 전제로 하는 것이므로 학생들이 기존에 가지고 있는 지식과 개념의 이해 범위 안에서 아이디어를 탐색하는 단계와 외부의 자원으로부터 지식, 기술, 정보, 자료를 수집하는 단계를 분리하였다. 이 단계는 학생들이 스스로 세운 가설을 수정·보완해야 하거나 새로 수립해야 하는 경우, 또는 가설 검증의 방법에 대한 정보나 지식이 필요한 경우, 정당화의 논리나 방법에 대한 정보나 지식이 필요한 경우 진입하게 된다. 일차적으로 수립했던 그럴듯한 가설이 참이 아닌 것으로 확인되었을 경우, 가설이 틀린 것인지, 확인 방법이 부적절한 것인지, 기존의 가설을 수정·보완해야 하는지, 또는 새로 수립해야 하는지 등의 의사결정을 하기 위해 진입하거나, 그럴듯한 가설의 결과도 그럴듯한 것으로 나와 정당화를 하게 되는 경우 정당화의 기술이나 논리, 방법 등에 대한 지식을 탐색하기 위해 진입하게 되는 단계로써 학생들의 지식과 정보의 양을 증가시키고 수학적 이해의 수준을 높이는 장이 된다. 또한 수집한 정보나 지식을 어떻게 활용할 것인지, 그것을 활용할 만큼 자신이 이해하고 있는 것인지, 자신의 문제해결 과정에 유용한 것인지 등에 대한 판단을 바탕으로 학생들은 자신의 지식과 개념을 평가하게 되며 이를 통해 학생들의 지식과 개념은 보다 명확해지고 확장될 수 있다. 새로운 자료나 정보 수집은 문제해결의 각 단계에서 학생들의 수행이 벽에 부딪힐 때 활용하는 단계이지만 학습자가 가지고 있는 지식과 개념 범위 안에서의 아이디어 탐색 과정이 반드시 선행되어야 한다.

라. 수학적 검증 및 표현

예비 수학적 활동에 의해 해결책으로 선정된 가설은 학습자의 수준에서 수학적 검증을 거쳐야 하고 그 결과를 타인에게 설명하거나 공유하기 위해 언어적 표현단계를 거쳐야 한다. 이 영역은 일반적인 CPS나 문제해결 과정에서 반성에 해당하는 것으로 결론의 수학적 정당화 단계와 언어적 표현 단계를 포함한다.

결과 검증을 통해 옳다고 확인된 가설은 주어진 문제에 대한 해법이 될 수 있다. 그러나 왜 옳은지, 어떻게 설명할 수 있는지, 옳다는 것을 수학적으로 보일 수 있는지 등의 문제를 제기할 수 있고, 그에 대한 확인은 수학적 증명을 통해서 이루어져야 한다. 수학적 증명은 학문 체계를 공고히 하고 발전시키는 밑거름이 되기도 하지만 학생들에게는 비판적이고 반성적인 사고를 개발하는 수단이 되기도 한다 (Fawcett, 1938). 증명이란 어떤 명제를 정당화하는 데 필요한 수학적 주장으로 수학적 엄밀성을 추구하지만 최근 들어 사회적 측면과 메타 수학적인 관점에서 개방성과 유연성을 가지고 사회적 과정을 거칠 것을 강조하고 있다 (Hanna, 1991). 따라서 학생들이 수학적 문제해결 과정에서 결론을 수학적으로 검증하고 확인하는 것은 학생 수준의 증명이며 이는 수학적 정당화라는 용어로써 보다 포괄적으로 해석한다. 즉, 수학영재의 CPS에서 궁극적으로는 엄밀한 수학적 증명을 추구하되 학습자 수준에서의 증명이라고 받아들여지는 수학적 확인, 계산, 검증 등에 대한 해설이나 논리적 주장 등을 포함하여 수학적 정당화로 보고 이를 '결론의 수학적 정당화'라고 할 것이다.

수학적 논리에 타당한 해결책인가에 대한 답을 구하기 위해 학생들의 지식과 사고 수준에서 수학적 정당화의 과정을 거쳐야 한다. 이러한 증명은 형식적인 증명이 아니지만 학생들은 이러한 증명을 더 좋아하고 전형적인 예를 들어 개념을 설명하는 포괄적 증명은 형식적 증

명에 앞서 학생들의 사고와 기술을 발달시키는 데 유용하게 활용될 수 있다(Tall, 1991). 이 과정이 비록 수학적으로 엄밀하게 이루어지는 증명의 수준까지는 이르지 못한다고 하더라도 학생들이 세우는 논리의 타당성, 정당화를 이끌어가는 과정에서의 수학적 아이디어와 이를 확인하는 방법 등은 유의미한 산출물이 된다. 또한 학생들이 이해한 문제 상황으로부터 결론을 도출하고 이를 정당화하는 과정에서 학생들은 새로운 개념을 이해하거나 기존에 이해하고 있는 개념을 평가하고 확장시켜 나가게 되고 수학적 표현 방법에 대해서도 학습할 수 있는 기회가 된다.

학습자 수준에서 수학적 정당화의 방법은 학습자 스스로 고안해낸 새로운 증명의 방법이나 계산 방법 등이 될 수도 있겠지만 그보다는 기존에 있는 지식이나 개념에 대한 이해를 바탕으로 학습자 수준에서의 재발견이나 재발명으로 기대할 수 있다. 중학교급 이상의 학생들을 대상으로 하는 경우에는 수학적 증명을 포함할 수 있지만 더 어린 학생들에 대한 영재교육을 담당하는 교사라면 증명 등의 엄밀성을 추구하는 것은 제외할 수도 있다. 비록 학습자가 새로운 증명의 아이디어나 방법을 고안해 냈다고 하더라도 그것을 완전히 새로운 방법에 의해 결론까지 도달하게 하거나 수학적 엄밀성을 학문적으로 보장할 것을 요구하는 것은 학습자에게 학문적 수학의 창의성을 요구하는 것과 같다. 문제해결 과정에서 학습자 나름대로의 독창적인 아이디어나 증명의 접근이 이루어진 경우라고 하더라도 기존의 지식과 개념, 증명의 방법을 통해 결론에 도달하는 것도 학습자 수준에서는 상당한 가치가 있는 정당화라고 할 수 있다.

수학적 검증 및 표현 영역에서는 언어적 표현단계가 포함된다. 언어적 표현단계는 수학영재의 CPS의 특징을 반영하는 것 중 하나이다. 표현은 문제나 가설을 진술하거나 수학적 표현을 통한 정당화를 구축해 나가는 등 학생들의 문제해결 과정 전반에 걸쳐 중요한 요소이다. 문제해결 과정에서 언어적 표현과 더불어 결과물의 형태 결정 및 표현에 있어서도 언어적 표현은 중요한 요소가 된다. 따라서 수학영재의 창의적 문제해결 과정에 포함시키고자 하는 요소로서 언어적 표현은 산출물의 결과적 표현을 의미한다. 이 단계는 정당화를 통해 결론의 수학적 확인이 끝난 후 이를 타인과 공유하거나 다른 영역과 연결하기 위해 진입하게 된다. 언어적 표현은 수학적 표현을 비롯하여, 질의응답, 구두 발표, 토론, 보고서 작성, 발표 자료의 제작 등 실질적인 표현 기술과 능력을 요구하며 이러한 과정을 통해 자신의 해결 과정에 대한 이해를 다시 한 번 확인하고 자신이 만들어낸 산출물을 구체화시키게 된다.

3. 수학영재의 창의적 문제해결(MG-CPS) 모델

선행연구에서 살펴본 CPS 모델과 같이, 본 연구에서 개발하려는 수학영재의 CPS 모델도 기본 골격의 절차는 제시하지만 과제의 특징이나 종류, 진술된 문제의 특성에 따라 학습자에 의해 여러 가지로 배열되거나 반복되는 경로로 재구성될 수 있다. 하지만 본 연구에서 수학영재의 CPS 절차는 일반적인 CPS 절차와 다른 것이 있다. 일반적인 CPS 절차가 해결 과제에 대한 문제 인식이나 주어진 문제에 대한 해법을 찾기 위해 다양한 측면에서 자료와 정보를 탐색하고 이를 바탕으로 해결 방안에 대한 가설을 수립하는 것에 비해, 창의적 생산력이 강조되는 수학영재의 CPS 절차에서는 예비 수학적 활동 영역을 자료 탐색 영역보다 선행하도

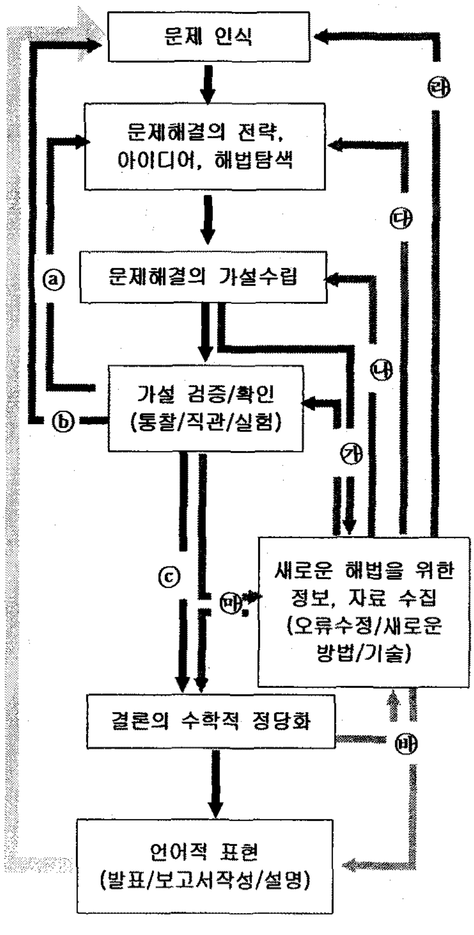
록 구성하여 우선 문제해결에 대한 가설을 수립하고 실질적인 절차나 알고리즘, 수학적 기술의 적용 등을 통해 가설의 진위 여부를 확인해 보도록 한 것이다. MG-CPS 모델에서 각 단계로의 진행과 절차를 고려하여 제시하고자 하는 수학영재의 창의적 문제해결 모델은 [그림 Ⅲ-2]와 같다.

MG-CPS 모델의 절차 조직은 다음과 같이 각 단계의 특성과 상황을 고려한다.

문제 인식 단계는 기본 절차상으로는 창의적 문제해결 과정의 처음과 끝 단계로 조직될 수 있다. 초기에 주어진 문제 상황으로부터 해결해야 하는 문제인식의 과정과 최종적으로 도달한 결론을 수학적 정당화하고 나서 새로 이해된 개념으로부터 좀 더 심층적으로 제기된 문제나, 다른 영역과의 연결성으로 확장하고자 하는 문제 상황의 인식의 과정을 포함한다. 특히 해결된 문제로부터의 새로운 문제 인식이나 새로운 개념 이해의 필요성 인식은 수학영재의 창의적 문제해결 과정을 통해 학습자의 수학적 지식과 이해의 폭을 넓히는 데 중요한 역할을 수행한다. 또한 이 단계는 문제해결의 중간 절차에서도 필요에 따라 주어진 문제의 재진술이나 새로운 이해를 위해 진입할 수도 있다.

새로운 해법을 위한 자료, 정보 수집의 단계는 학습자가 수립한 그럴듯한 가설에 대한 1차적인 검증과 확인이 끝나고 난 후 언제 진입하게 되는가에 따라 문제해결 절차가 달라진다. 인식된 문제의 해결 가설을 수립한 이후의 단계부터 학습자의 필요에 따라 진입할 수 있다. 단계별로 진입하는 경우는 [그림 Ⅲ-2]에서 ㉮~㉯에 해당하며 다음과 같다.

㉮ 수립한 가설을 실험적으로 검증해 본 후, 가설 검증의 방법에 대한 아이디어를 더 얻고자 할 때
㉯ 학습자가 세운 가설을 수정, 보완, 정교화하기 위한 아이디어나 자료를 얻고자 할 때
㉰ 새로운 가설을 수립하기 위한 자료를 얻고자 할 때
㉱ 주어진 문제 상황이나 학습자 자신이 진술한 문제 등을 다시 되짚어보고 수정, 재진술하고자 할 때
㉲ 가설을 확인한 후, 수학적으로 정당화를 하기 위한 이론이나 개념, 정당화의 방법과 기술에 대한 자료를 얻고자 할 때
㉳ 학습자가 자신의 산출물을 타인에게 효과적으로 표현하기 위한 방법과 기술에 대한 자료를 얻고자 할 때



[그림 Ⅲ-2] 수학영재교육에서의 CPS 모델(MG-CPS)

학습자가 수립한 가설을 검증·확인한 후에 어떤 단계로 진입할 것인가에 대한 결정으로 인해 문제해결의 절차가 달리 조직될 수도 있다. 학습자가 수립한 가설을 검증하는 데에는 직관, 통찰을 비롯하여 경험적, 실험적 방법이 사용된다. 학습자가 세운 가설이 정당화를 거칠만한 것인가를 판단한 후에 어떤 단계로 진입할 것인가는 학습자가 결정하게 되는데, 각 경우는 위의 그림에서 ⓐ~ⓒ와 ㉶에 해당하며 다음과 같다.

ⓐ 가설 검증 결과 '그럴듯한' 가설이 옳지 못한 것으로 판단되는 경우, 처음 생성했던 아이디어나 고안했던 해결책 중에 선택하지 않고 보류했던 것들을 다시 검증해보고자 할 때

ⓑ 가설 검증 결과 '그럴듯한' 가설이 옳지 못한 것으로 판단되는 경우, 주어진 문제 상황이나 학습자 자신이 진술한 문제 등을 다시 되짚어보고 수정, 재진술하고자 할 때

ⓒ 가설 검증 결과 '그럴듯한' 가설로 선택한 것이 옳은 것으로 판단되어 수학적 정당화의 과정을 거쳐 산출물의 결과로써 도출할 가치가 있다고 판단되었을 때

수학영재의 창의적 생산력 신장을 위한 학습·지도 모델로서 MG-CPS를 개발한 것은 일반 CPS 모델로는 수학적 문제해결의 특성을 반영해야 한다는 필요성뿐만 아니라 수학적 지식과 기술을 바탕으로 능동적으로 문제해결 과정을 조직하고 운영할 수 있는 능력을 발휘할 기회 구성의 측면도 반영되어야 함을 인식했기 때문이다. 본 연구에서 제시한 MG-CPS 모델은 앞서 밝힌 바와 같이 예비 수학적 활동과 자료 탐색, 수학적 검증과 표현의 단계를 제시함으로써 일반 CPS 모델의 절차와 구분되며 수학적 문제해결의 특성도 반영하고 있다. 먼저 예비 수학적 활동은 학생들로 하여금 자신의 지식과 기술을 능동적으로 활용하고 시도해 볼 수 있는 기회를 부여할 뿐만 아니라, 다양한 아이디어의 생성을 효과적으로 이끌어 낼 수 있다. 또한 주어진 문제를 해결하기 위해 자신의 지식과 기술을 하나의 자료 영역으로 삼아 탐색해 보는 것은 해법을 찾고 이를 검증하는 과정에서도 다양한 자원을 제공할 수 있다. 그리고 수학적 검증과 더불어 언어적 표현 단계를 추가한 것은 창의적 산출물이 그것을 만들어낸 개인에게만 의미 있는 것으로 끝날 것이 아니라 타인과의 의사소통과 공유를 통해 구체화되고 검증될 수 있도록 하기 위한 것으로 학습자의 사고 안에서만 추상적으로 존재하는 해법이 아니라 타인이 이해할 수 있고 그 사회나 분야에서 검증되고 활용될 수 있도록 하기 위해 수학적 표현을 비롯하여 다양한 발표 기법, 발표를 위한 소프트웨어나 기타 자료, 기구 등을 활용하는 기술, 언어적 표현 능력 등을 신장시키기 위함이다.

Ⅳ. 결 론

창의적 생산력 신장이라는 교육 목표의 이해를 바탕으로 한 교육 활동과 수학영재라는 특화된 영역에서의 영재교육을 위한 창의적 생산력 개념에 대한 하위 능력 요소 탐색은 수학영재에게 신장시켜 주어야 할 능력이 무엇이며 어떤 학습의 과정과 경험을 제공해야 할 것인지에 대한 시사점을 얻을 수 있다. 창의적 생산력의 핵심은 창의적 문제해결 과정이며 이를 위해서는 수학영재의 특성과 능력 수준 및 창의적 생산력에서 요구하는 능력 요소를 발휘할

수 있는 문제해결 모델의 필요성이 제기된다.

이에 본 연구에서는 수학영재의 창의적 생산력이라는 개념을 탐색하고 그에 따른 문제해결 모델을 제시하였다. 본 연구에서 제시한 모델을 실제 수학영재교육의 현장에 적용함으로써 학생들은 스스로 문제를 이해하고, 문제를 정의하거나 제기하며 자신이 이해한 문제해결을 위해 해결 계획을 수립, 실행함에 있어 보다 수학적인 접근 방법을 경험하도록 하기 위한 것이다. 창의적 생산력을 발휘한다는 것은 이를 구성하는 하위 능력요소인 수학적 문제해결 능력을 신장하고 발휘하는 것을 통해 이루어지지만 이는 문제해결 능력 하나만을 독립적으로 요구하는 것이 아니며 인지능력과 전체적인 조정과 운영을 해 나갈 수 있는 메타 조정 능력의 적정한 조화와 효과적인 조직을 요구하는 것이다.

기존의 수학적 문제해결이나 CPS 모델이 모든 학생들을 대상으로 하는 창의적 문제해결 교육에 활용되어 왔다면 본 연구에서 제시하는 MG-CPS(수학영재의 창의적 문제해결)은 수학이라는 영역 특성과 수학영재라는 학습 주체의 특성을 반영함으로써 수학영재의 창의적 생산력 신장을 목표로 하는 학습-지도라는 보다 특화된 활동에 활용 가능한 모델이라고 할 수 있다. 이 모델이 제시하고 있는 각 영역과 단계는 창의적 생산력을 구성하는 하위 능력 요소들이 적재적소에 발휘됨으로서 보다 효과적으로 운영될 수 있으며 이를 통해 자신의 산출물을 만들고 반성하는 과정도 함께 경험하게 될 것이다. 특히 창의적 생산력이 그 영역을 구성하고 있는 구성원들의 커뮤니티 안에서 의미와 가치를 인정받을 수 있는 산출물을 만들어내는 능력이라는 관점에서 볼 때 수학영재의 창의적 문제해결은 해결해야 할 문제에 대한 수학적 접근과 사고, 해결도 중요하지만 이를 수학적 언어로 또는 일상의 언어로 유창하게 표현하고 의사소통함으로써 스스로의 가치를 창출해 낼 뿐만 아니라 '청중'에게 그 가치를 전달하고 인정받으며 창조적 가치 창출 사회의 인재로서 성장해 나갈 수 있는 경험도 제공해야 한다. 영재성의 정의가 뛰어난 지적 능력이나 학업성취도가 아니라 그 사회의 전문 분야에서 가치를 창출해 내고 당면한 문제를 해결함으로써 그 영역의 발전을 위해 진일보 할 수 있는 인재로 바뀌어가고 있으며 수학영재의 능력 또한 뛰어난 수학자가 될 수 있는 능력만을 표방하는 것이 아니라 수학이라는 특화된 분야에서 창의적이고 주도적인 문제해결을 해 나갈 수 있는 인재로서의 능력을 요구하는 것이라는 것을 감안한다면 본 연구에서 제시하고 있는 문제해결 모델을 통해 실제 영재교육 현장에서 수학영재를 지도하는 교사들이 학생들에게 제공할 학습의 과정, 문제해결의 경험에 대한 실질적인 아이디어를 얻을 수 있을 것이다.

교사는 학생들로 하여금 안내된 기본적인 문제해결의 영역과 단계를 바탕으로 다양한 경로의 문제해결 과정을 스스로 조직해 보도록 하거나 다양한 문제 상황을 해결하는 경험을 제공할 수도 있다. MG-CPS는 같은 문제 상황에 대해 서로 다른 경로로 조직한 문제해결 과정을 수행해 본 후 산출물을 비교해 본다거나 다양한 문제 상황을 동일한 경로로 조직한 문제해결 과정으로 수행해 본 후 산출물을 비교해 보는 활동, 학생이 산출물을 만들어 내는 과정에서 활용한 수학적 사고나 창의적 생산력의 하위 능력 요소 분석을 통한 수업의 계획 및 피드백 등 실제 수업을 계획-수행-평가하는 교사에게는 물론이고 영재교육을 받는 학생들에게도 자신이 무엇을 하고 있는지, 어떤 목표를 가지고 학습하고 있으며 어떻게 산출물이라는 것을 만들어 내야 하는 것인지에 대한 안내를

제공할 수 있을 것이다.

참고문헌

김경자 · 이경진 · 유솔아(2005). **창의성 증진을 위한 초등수학 교육과정 개발의 실제.** 서울 : 교육과학사.

김선희 · 김기연 · 이종희(2005). 중학교 수학영재와 과학영재 및 일반학생의 인지적 · 정의적 · 정서적 특성 비교. **수학교육, 44**(1), pp.113-124.

김홍원 · 김명숙 · 송상헌(1996). **수학영재 판별 도구 개발 연구(Ⅰ).** 연구보고 CR 96-26. 한국교육개발원.

박성익 · 조석희 · 김홍원 · 이지현 · 윤여홍 · 진석언 · 한기순(2003). **영재교육학원론.** 서울: 교육과학사.

송인섭 · 정미경(2002). 수학적 사고를 통한 창의력 개발 프로그램의 개념화(Ⅰ). **영재와 영재교육, 1**(2), pp.5-28.

이종희 · 김기연(2007). 창의적 생산력 신장의 교육목표 이해를 위한 수학영재의 수학적 창의성 개념 탐색. **수학교육, 46**(4), pp445-464.

이지현(2004). **창의성 계발을 위한 수학 교실 수업 분석체계 연구. 창의성 계발을 위한 교실 수업연구 및 개선방향.** 이화여자대학교 교육과학 연구소 2004 정기학술 대회. pp.31-77.

전경원(2006). **창의성 교육의 이론과 실제.** 서울 : 창지사.

황우형 · 최계현 · 김경미, · 이명희(2006). 수학교육과 수학적 창의성. **수학교육논문집, 20**(4). pp.561-574.

Amabile, T. M. (1998). **창의성과 동기유발. 전경원 편역.** 서울 : 창지사. (원저는 1989년 출판)

Balka, D. S. (1974). *The development of an instrument to measure creative ability in mathematics.* Doctorial dissertation, University of Missouri-Columbia.

Bruch, C. B. (1988). Metacreativity : Awareness of thoughts and Feelings During Creative Experiences. *The Journal of Creative Behavior,* 22(2), pp.112-122.

Csikszentmihalyi, M. (1999). Implications of a Systems Perspective for the Study of Creativity. In Sternberg, R. J.(Ed.), *Handbook of creativity,* pp.313-335. New York : Cambridge University Press.

Davis, G. A., Rimm, S. B. (2004). *Education of the Gifted and Talented, Fifth edition.* Pearson Education, Inc.

Ervynck, G. (1991). Mathematical Creativity. In Tall, D (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking,* pp.42-54. Kluwer Academic Publishers.

Fawcett, H. P. (reprinted in 1995, originally published in 1938). *The Nature of Proof.* NCTM. The Thirteenth Yearbook.

Feldhusen, J. F. (2001). Multiple Options as a Model for Teaching the Creatively Talented Child. In Lynch, M. D., Harris, C. R.(Eds.). *Fostering Creativity In Children, K-8,* pp.3-14. Allyn & Bacon.

Gagné .F. (2004). Giftedness and Talent : Reeaxmining a Reexamination of the Definitions. In Reis, S. M.(Ed.). *Definitions And Conceptioms of Giftedness,* pp. 79-96. California : Corwin Press.

Hadamard, J. S. (1990). **수학분야에서의 발명**

의 심리학. 정계섭 역(1990). 서울 : 범양사 출판부. (원저는 1975년 출판)

Hanna, G. (1991). Mathematical Proof. In Tall. D(Ed.). *Advanced Mathematical Thinking,* pp.54-63. Kluwer Academic Publishers.

Kitcher, P. (1984). *The Nature of Mathematical Knowledge.* New York : Oxford Press.

Krutetskii, V. A. (1976). The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren. The University of Chicago Press.

Pesut, D. J. (1990). Creative Thinking as a Self-Regulatory Metacognitive Process-A Model For Education, Training and Further Research. *The Journal of Creative Behavior, 24*(2), pp.105-110.

Piechowski, M. M., Colangelo, N. (2004). Developmental of the Gifted. In Sternberg, R. J.(Ed.). *Definitions and Conceptions of Giftedness,* pp.117-132.

Polya, G. (1997). **어떻게 문제를 풀 것인가?** . 우정호 역(1997), 서울 : 천재교육 (원저는 1986년 출판)

Renzulli, J. S., Reis, S. M. (2003). The Schoolwide enrichment Model : Developing Creative and Productive Giftedness. *Handbook of Gifted education, Third edition,* pp.184-203. Allyn and Bacon.

____________(2004). Myth : The Gifted Constitute 3-5% of the Population. In Renzulli, J. S.(Ed.). *Identification of Students for Gifted and Talented Programs,* pp.63-70. California : Corwin Press.

Puccio, K., Keller-Mathers, S., Treffinger, D. J.(2000). *Adventures in Real Problem Solving.* Prufrock Press, Inc.

Rhods, M. (1961). Analysis of creativity. *Phi Delta Kapplan, 42,* pp.305-310.

Sak, U. (2005). *M^3: The Three-Mathematical Minds Model for the Identification of Mathematically Gifted Students.* Doctorial dissertation, University of Arizona.

Sriraman, B. (2004). The Characteristics of Mathematical Creativity. *The Mathematical Educator.* 14(1). pp.19-34.

Sternberg, R. J., Spear-Swerling, L. (1996). Teaching For Thinking. Washington, DC :American Psychological Association.

Sternberg, R. J. (1998), Abilities Are Forms of Developing Expertise. *Educational Researcher, 27*(3), pp.11-20.

Tall, D. (1991). The Psychology of *Advanced Mathematical Thinking.* In Tall. D.(Ed.). Advanced Mathematical Thinking, pp. 3-21. Kluwer Academic Publishers.

Tannenbaum (2004). **영재교육-심리학과 교육학에서의 조망.** 김태련, 김정휘, 조석희 역 (원저는 1993년 출판). 서울 : 이화여자대학교출판부.

Urban, K. K. (1996). **창의성-요소적 접근 모델.** 조석희 역. 인간발달 연구, 24, pp.5-27. (원논문은 1995년)

Zawojewski, J. S., Lesh, R. (2003). A Models and Modeling Perspective on Problem Solving. In Lesh, R., Doerr, H. M.(Eds.). *Beyond Constructivism Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching,* 317-336.

The Research on Developing Model of Creative Problem Solving for the Mathematically Gifted

Lee, Chong Hee (Ewha Womans University),
Kim, Ki Yoen (Seoul Buk Technical High School)

The creative productivity is regarded as an essential factor to perform the gifted education. While it is very important to cultivate and to expand a creative productivity through mathematically problem solving in gifted education, we have difficulties in actual education of the (mathematically) gifted, even are there few researches/studies which deal with teaching and guiding the creative problem solving in mathematically gifted education, it is hard to find a guideline that provides proper ways (or directions) of learning-instruction and evaluation of the mathematically gifted.

Therefore in this study, the researcher would provide a learning-instruction model to expand a creative productivity. The learning-instruction model which makes the creative productivity expanded in mathematically gifted education is developed and named MG-CPS(Mathematically Gifted-Creative Problem Solving). Since it reflected characteristics of academic- mathematical creativity and higher thinking level of the mathematically gifted, this model is distinguished from general CPS. So this model is proper to provide a learning experience and instruction to the mathematically gifted.

* key words : mathematically gifted(수학 영재), creative problem solving(CPS)(창의적 문제 해결), evaluation, criteria(평가기준), (mathematical) creativity, creative productivity(창의적 생산력), creative products(창의적 생산)

논문접수 : 2008. 11. 1
논문수정 : 2008. 12. 4
심사완료 : 2008. 12. 13