

퍼지신뢰도(fuzzy reliability) 해석기법을 이용한 암반사면의 파괴확률 산정

박 혁 진*

세종대학교 지구정보공학과

Evaluation of the Probability of Failure in Rock Slope Using Fuzzy Reliability Analysis

Hyuck-Jin Park*

Department of Geoinformation Engineering, Sejong University, Seoul, 143-747, Korea

Uncertainties are pervasive in engineering geological problems. Therefore, the presence of uncertainties and their significance in analysis and design of slopes have been recognized. Since the uncertainties cannot be taken into account by the conventional deterministic approaches in slope stability analysis, the probabilistic analysis has been considered as the primary tool for representing uncertainties in mathematical models. However, some uncertainties are caused by incomplete information due to lack of information, and those uncertainties cannot be handled appropriately by the probabilistic approach. For those uncertainties, the theory of fuzzy sets is more appropriate. Therefore, in this study, fuzzy reliability analysis has been proposed in order to deal with the uncertainties which cannot be quantified in the probabilistic analysis due to the limited information. For the practical example, a slope is selected in this study and both the probabilistic analysis and the fuzzy reliability analysis have been carried out for planar failure. In the fuzzy reliability analysis, the dip angle and internal friction angle of discontinuity are considered as triangular fuzzy numbers since the random properties of the variables cannot be obtained completely under the conditions of limited information. In the study, the fuzzy reliability index and the probabilities of failure are evaluated from fuzzy arithmetic and compared to those from the probabilistic approach using Monte Carlo simulation and point estimate method. The analysis results show that the fuzzy reliability analysis is more appropriate for the condition that the uncertainties arise due to incomplete information.

Key words : fuzzy sets theory, fuzzy reliability index, probability of failure, uncertainty, probabilistic analysis

불확실성은 사면의 안정성을 해석하는 과정에서 특성자료의 부족이나 지질공학적 특성의 공간적 변동성 등의 원인으로 포함되며 따라서 불확실성으로 인해 변수들의 정확한 값을 획득하기 힘들게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 확률론적 해석기법이 활용되어 왔으며 최근에는 퍼지집합이론(fuzzy set theory)을 이용한 해석기법이 활용되고 있다. 특히 확률변수들의 자료 양이 제한적인 경우 변수의 확률특성을 정확하게 파악하기 힘들어 확률론적 해석기법의 활용이 제한적일 수 있으며 이러한 경우 퍼지집합이론은 확률변수의 특성을 효과적으로 표현할 수 있다. 본 연구에서는 암반사면의 안정성 해석과정에서 포함되는 불확실성을 정량화하기 위해 퍼지신뢰도척도(fuzzy reliability measure)를 활용하여 분석을 수행하였으며 특히 암반사면의 안정성에 영향을 미치는 여러 지질공학적 특성중 불연속면의 경사와 내부마찰각을 삼각형 퍼지숫자(fuzzy number)로 해석하였다. 이를 위하여 연구대상사면을 선정하여 암반사면에서 발생하는 평면파괴를 대상으로 분석을 수행하였다. 퍼지신뢰도(fuzzy reliability) 해석에서는 퍼지숫자에 대한 퍼지연산을 통해 퍼지신뢰도 지수(fuzzy reliability index)를 획득하였으며 이러한 결과를 확률론적 해석 결과와 비교하기 위하여 몬테카를로모사기법(Monte Carlo simulation)과 점추정법(point estimate method)을 이용한 확률론적 해석을 수행하였다. 해석결과 불충분한 자료 등으로 인해 불확실성의 정량화가 어려운 경우 퍼지신뢰도 해석을 통해 적절한 퍼지신뢰도 지수와 파괴확률을 획득할 수 있을 것으로 판단된다.

주요어 : 퍼지집합이론, 퍼지신뢰도지수, 파괴확률, 불확실성, 확률론적 해석

*Corresponding author: hjpark@sejong.ac.kr

1. 서 론

암반사면의 안정성을 평가하기 위해서는 암반사면내의 불연속면 중 사면의 파괴를 유발할 것으로 예상되는 파괴예상면을 파악하고 파괴예상면에 가해지는 하중 또는 활동력(demand, D)과 이에 저항하는 힘인 저항력(capacity, C)을 계산, 이를 비교하여 사면의 안전 여부를 판단한다. 지질공학에서는 사면의 안정성을 판단하기 위하여 주로 한계평형해석기법에 기초한 안전율(factor of safety)의 개념을 사용하는 데 안전율은 저항력과 활동력의 비(C/D)로서 활동력이 저항력보다 클 경우, 즉 안전율이 1.0보다 작을 경우 사면이 불안정한 것으로 판단한다. 한편 신뢰성해석 기법에서 주로 활용되는 안전여유(margin of safety)의 경우 저항력과 활동력의 차이, 즉 C-D로 계산되며 안전여유가 0보다 작은 경우 불안정한 것으로 판단한다. 그러나 활동력과 저항력을 획득하는 과정에서 흔히 발생하는 현장조사의 제한이나 실험 수량의 부족, 지질공학적 특성의 공간적인 변동성 등으로 인해 불확실성이 개입하게 되며 따라서 이러한 불확실성을 정량적으로 다루기 위한 방법의 하나로 확률론적 해석기법이 적용되어 왔다. 확률론적 해석과정에서 활동력과 저항력은 고정된 하나의 값이 아닌 확률변수로 고려되며 이에 따라 안전율이나 안전여유 모두 확률변수로 고려된다.

사면의 안정성을 파악하는 다른 척도인 신뢰도(reliability)는 사면이 공용기간 또는 내구연동안 파괴없이 유지될 수 있는 가능성 또는 확률을 의미한다. 따라서 신뢰도는 확률론적 접근방식을 통해 획득되며 이는 활동력이나 저항력 또는 두 변수를 모두 확률변수로 고려하여 확률론적 해석을 수행하여야 함을 의미한다. 확률론적 해석기법은 확률변수에 대하여 현장자료로부터 통계적으로 의미있는 확률분포함수(probability distribution function), 평균(expected value) 그리고 표준편차(standard deviation)를 획득하고 이러한 정보를 활용하여 해석을 수행하는 것이다. 그러나 현장에서의 제약이나 내재적인 문제점 또는 예산상의 한계 등으로 인해 충분한 자료의 획득이 불가능하여 확률밀도함수나 평균 등과 같은 확률특성을 명확하게 정의하기 힘든 경우 지질공학자의 판단이나 경험에 비추어 변수들의 확률특성을 결정하거나 과거의 연구사례 및 문헌 등을 참고하여 확률특성을 가정하게 된다. 그러나 이러한 경우 부정확한 해석결과를 획득하게 될 가능성이 증가한다. 따라서 본 연구에서는 이러한 한계점을 극복하기 위한 목적으로 퍼지집합이론(fuzzy set

theory)의 활용을 제안하였다. 퍼지이론은 Zadeh(1965)에 의해 제안되었으며 불충분한 자료로부터 유발되는 불확실성을 효과적으로 다룰 수 있는 기법으로 인식되고 있다(Zimmermann, 1991). 따라서 여러 연구자들에 의해 사면의 안정성을 파악하는 데 확률론적 해석기법의 한계를 극복할 수 있는 대안으로 인식되고 있다(Juang *et al.*, 1998; Dodagoudar and Venkatachalam, 2000; Giasi *et al.*, 2003).

2. 퍼지집합이론(fuzzy set theory)

퍼지집합이론은 현상의 불확실한 상태를 수학적인 개념을 통해 표현해 주는 방법으로 1965년 Zadeh에 의해 제안되었다. 퍼지집합이론은 흔히 많이 사용되는 보통집합(crisp or ordinary set)개념을 확장 또는 일반화한 개념으로 일정한 구간으로 표현된 값이나 언어적 표현(linguistic expression) 등과 같이 애매하거나 불확실한 정보를 모델화하고 수식으로 처리할 수 있는 수학적인 도구로 제안되었다. 본 논문에서 활용된 퍼지이론의 기초적인 개념과 정의는 다음과 같다.

2.1. 퍼지집합(fuzzy set)과 소속함수(membership function)

보통집합(crisp or ordinary set)에서는 임의의 원소(element) x 가 집합 A 에 소속되어 있거나 그렇지 않은 경우로 구분되며 x 가 집합 A 에 소속되어 있으면 x 가 집합 A 의 원소 또는 멤버(member)라고 한다. 이러한 개념은 소속함수(membership function)의 개념을 통해 표현될 수 있는데 원소 x 가 집합 A 에 소속되는가 그렇지 않은가를 다음과 같이 소속함수를 통해 나타낼 수 있다.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

즉 원소 x 가 집합 A 에 소속되었을 경우 소속함수는 1, 포함되지 않을 경우 0의 소속함수 값을 보인다. 따라서 보통집합에서 소속함수의 값은 $\{0,1\}$ 두 가지 값만 존재한다.

반면 퍼지집합에서는 보통집합과 달리 원소 x 가 집합 A 에 포함하는 가를 판단하는 뚜렷하거나 정확한 경계가 존재하지 않는다. 그 결과 퍼지집합에서는 원소 x 의 소속함수가 전혀 소속되어 있지 않은 상태를 의미하는 0에서 완벽하게 소속되었음을 의미하는 1사이에 존재하게 되며 퍼지집합의 소속함수는 소속정도에 따

라 0과 1사이의 어떠한 숫자로도 표현될 수 있다. 따라서 퍼지집합에서 소속함수의 값은 원소 x 가 퍼지집합 A 에 속하는 정도(degree) 또는 grade of membership을 나타낸다. 즉, 소속함수 $\mu_A(x)$ 가 1에 가까우면 x 가 A 에 속하는 정도가 높다는 것을 나타내고, 반대로 0에 가까우면 낮다는 것을 나타내고 있다.

퍼지집합 A 의 원소 x 가 이산값(discrete value)를 갖는 경우 원소와 소속함수의 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$A = [x, \mu_A(x)] \text{ 또는 } A = \frac{\mu_A(x)}{x}$$

한편 퍼지집합에서 소속함수(membership function)는 다양한 형태의 함수로 표현될 수 있으며 원소의 불확실성이나 애매함을 표현하는 데 매우 중요한 역할을 한다. 원소의 값이 연속값의 경우 다양한 볼록형태(convex shape)의 함수를 적용할 수 있으며 중형, 삼각형, 사다리형 등이 주로 많이 사용된다.

2.2. 소속함수의 형태

일정한 퍼지숫자의 소속함수의 형태가 사다리꼴인 경우, 이를 사다리꼴 퍼지숫자라고 하며 4개의 수를 이용하여 이를 표현한다.

$$A = [a, b, c, d]$$

이때 a 와 d 는 각각 소속함수가 0일 때의 퍼지숫자의 최소값과 최대값을 의미하며 b 와 c 는 소속함수가 1일 때의 x 값을 의미한다. 한편 삼각형의 퍼지숫자(triangular fuzzy numbers)는

$$A = [a, b, c]$$

로 표현되며 a 와 c 는 각각 소속함수가 0일 때의 최소값과 최대값, b 는 소속함수가 1일 때의 x 값을 나타낸다.

2.3. 퍼지숫자의 α 수준(α cut)

퍼지집합 A 의 α 수준은 다음과 같이 표현된다.

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}, \text{ for } \alpha \in [0, 1]$$

즉, 퍼지집합 A 의 α 수준은 소속함수의 값이 α 라는 특정한 값보다 크거나 같은 원소를 포함하는 보통집합 A_α 이다. α 수준의 기본적인 개념은 퍼지숫자를 α 수준의 구간으로 구분하는 것이다.

3. 퍼지 신뢰도(fuzzy reliability measure)

3.1. 확률론적 해석에서의 신뢰도 지수(probabilistic reliability index)

암반사면의 신뢰도를 산정하기 위하여 확률론적 해석에서는 신뢰도 지수(reliability index)를 활용하는 데 신뢰도 지수는 저항력과 활동력의 차이인 안전여유(safety margin, $SM = C - D$)의 개념을 이용한다. 그런데 안전여유의 개념에서 사용되는 저항력과 활동력을 결정하기 위해 이용되는 지질공학적 특성들(즉 내부마찰각, 점착력 등)은 정확하게 그 값을 알 수 없는 확률변수이므로 결과적으로 이 값들을 이용하여 획득되는 저항력 C 와 활동력 D 역시 확률변수로 고려되어야 하며 두 값의 차이인 안전여유 역시 확률변수로 고려된다. 확률변수인 저항력과 활동력을 Fig. 1(a)과 같은 분포함수로 표현하면 저항력이 활동력에 비해 작은 부분, 즉 두 함수곡선이 겹쳐지는 부분이 파괴가 일어나는 영역이다. 이 영역은 Fig. 1(b)의 안전여유의 확률밀도함수곡선 내 빗금 쳐진 영역, 즉 확률변수인 안전여유가 0보다 작은 영역과 동일한 영역($C - D = 0$)이다. 따라서 파괴가 발생할 가능성인 파괴확률은

$$P_f = P((C - D) \leq 0) = P(SM \leq 0)$$

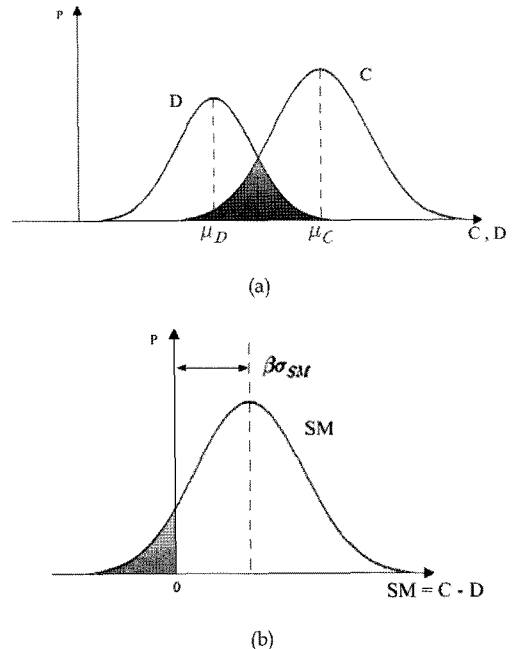


Fig. 1. probability density function for (a) demand and capacity and (b) safety margin.

로 표현된다. 결과적으로 파괴확률의 산정은 두 함수곡선이 겹쳐진 영역의 면적계산을 통해 가능해진다. 그 영역의 계산은 안전여유에 대한 확률밀도함수를 획득한 후 안전여유가 0보다 작은 영역의 면적을 계산하는 방법을 통해 가능하다. 만일 저항력과 활동력의 확률밀도함수를 정규분포함수로 가정하면 확률이론에 의해 안전여유의 확률밀도함수도 정규분포함수이다. 이때 안전여유의 평균과 표준편차는 각각

$$\mu_{SM} = \mu_C - \mu_D$$

$$\sigma_{SM} = (\sigma_C^2 - \sigma_D^2)^{\frac{1}{2}}$$

로 계산되며 μ_C 와 μ_D 는 각각 저항력과 활동력의 평균값, σ_D 와 σ_D 는 저항력과 활동력의 표준편차이다. 이러한 계산식을 통해 안전여유의 평균과 표준편차를 획득하고 정규분포함수의 특성을 이용하여 안전여유가 0 이하일 확률을 계산하여 파괴확률로 산정한다.

확률론적 해석에서 파괴확률과 함께 사면의 안정성을 나타낼 수 있는 지수로 사용되는 신뢰도지수(reliability index), β 는 안전여유의 확률밀도함수에서 불안정영역의 경계가 되는 $SM = 0$ 인 지점로부터 안전여유의 평균까지의 거리를 나타낸 것이다(Fig. 1.b). 따라서 거리가 클수록, 즉 신뢰도지수가 클수록 안전함을 의미하며 신뢰도 지수는 다음의 식에 의해 계산된다.

$$\beta = \frac{\mu(SM) - 1}{\alpha(SM)}$$

이러한 과정을 통해 획득된 안전여유의 확률밀도함수가 정규분포곡선을 보인다는 가정아래에서 신뢰도지수로부터 사면의 파괴확률을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$P_f = 1 - \Phi(\beta)$$

이 때 Φ 는 정규누적분포함수의 값을 의미한다.

3.2. 퍼지 신뢰도(Fuzzy reliability measure)

만일 자료수의 한계 등과 같은 원인에 의해 저항력 C과 활동력 D 내에 내제되어 있는 불확실성을 명확하게 판단하기 힘든 경우 저항력과 활동력은 퍼지숫자로 고려될 수 있다. 퍼지숫자는 일반적으로 구간(interval)으로 표현되는 데 퍼지 연산의 편의를 위해 α -cut interval로 표현하기도 한다.

저항력과 활동력을 퍼지숫자라 하면 퍼지연산의 편의를 위해 다음과 같이 구간으로 표현할 수 있다.

$$C = [c_1, c_3]$$

$$D = [d_1, d_3]$$

만일 α -cut interval로 표현될 경우에는

$$C_\alpha = [c_1(\alpha), c_3(\alpha)]$$

$$D_\alpha = [d_1(\alpha), d_3(\alpha)]$$

로 표현된다.

앞 서 설명한 바와 같이 안전여유 Z는 저항력과 활동력의 차이 $C - D$ 로 표현되는 데 C와 D가 퍼지숫자인 경우 안전여유도 퍼지숫자이다. 따라서 퍼지숫자의 연산을 통하여 퍼지숫자 Z의 소속함수는 다음과 같이 계산된다.

$$z_1 = c_1 - d_3$$

$$z_3 = c_3 - d_1$$

즉 퍼지숫자 Z는

$$Z = [z_1, z_3] = C - D = [c_1, c_3] - [d_1, d_3]$$

$$= [c_1 - d_3, c_3 - d_1]$$

로 계산된다. 한편 α level에 의해 표현된 경우는

$$z_1(\alpha) = [c_1(\alpha), d_3(\alpha)]$$

$$z_3(\alpha) = [c_3(\alpha), d_1(\alpha)]$$

로 표현된다. 따라서 안전여유는

$$z(\alpha) = [z_1(\alpha), z_3(\alpha)] = [c_1(\alpha) - d_3(\alpha), c_3(\alpha) - d_1(\alpha)]$$

으로 표현된다.

만일 저항력과 활동력이 삼각형 퍼지숫자(triangular fuzzy number)라면 세 개의 숫자를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C = [c_1, c_2, c_3]$$

$$D = [d_1, d_2, d_3]$$

또한 이로부터 계산된 안전여유도 삼각형 퍼지숫자이며 다음과 같이 획득된다.

$$Z = [z_1, z_2, z_3] = [c_1 - d_3, c_2 - d_2, c_3 - d_1]$$

사면에서의 파괴는 활동력이 저항력보다 클 때 발생하므로 안전여유가 0보다 작은 경우($Z < 0$)는 사면이 불안정함을 의미하며 안전여유가 0보다 큰 경우인 $Z > 0$ 인 경우 사면이 안정함을 의미한다. 이러한 사면의 안정성을 표현하기 위해 퍼지신뢰도 해석에서는 퍼

지신뢰도 지수(fuzzy reliability index)를 사용한다. 퍼지신뢰도 지수(fuzzy reliability index, FR)는 확률론적 해석기법에서의 신뢰도 지수(reliability index)의 값과 유사한 의미를 가지며 퍼지숫자인 안전여유 Z의 소속함수가 0보다 클 가능성을 표현하는 데 안전여유의 소속함수 전체의 면적과 안전여유가 0보다 큰 경우 면적의 비로 계산된다(Fig. 2).

저항력과 활동력의 소속함수 값에 따라 퍼지신뢰도 지수는 다음과 같이 획득할 수 있다. 먼저 사면이 완벽하게 안전한 경우 FR은 최대값인 1을 갖는다. 사면이 완벽하게 안전한 경우는 저항력의 소속함수와 활동력의 소속함수가 겹치는 영역이 발생하지 않으며 저항력이 활동력보다 항상 큰 경우를 의미한다(Fig. 3). 즉 $z_1 \geq 0$ 또는 $c_1 \geq d_3$ 인 경우로 이때 $FR = 1$ 이다. 반면 사면이 완벽하게 불안정한 경우 FR은 최소값인 0을 보인다. 이 경우는 저항력의 소속함수와 활동력의 소속함수가 겹치는 영역이 발생하지 않으며 활동력이 저항력보다 항상 큰 경우를 의미한다(Fig. 4). 즉, $z_3 \leq 0$ 또는 $c_3 \geq d_1$ 인 경우로 이때 $FR = 0$ 이다. 앞 선 두 경우를 제외한 모든 경우, 즉 활동력의 소속함수와 저항력의 소속함수가 겹치는 경우($z_1 < 0$ 이고 $z_3 > 0$)에는 다음의 식을 이용하여 퍼지신뢰도 지수를 획득한다(Fig. 2).

$$FR = \frac{\int_{z>0} \mu_z(z) dz}{\int_z \mu_z(z) dz}$$

이 때 $\mu_z(z)$ 는 퍼지숫자 Z의 소속함수(membership function)를 의미한다.

4. 현장 적용

퍼지신뢰도 해석을 실제 현장에 적용하여 확률론적

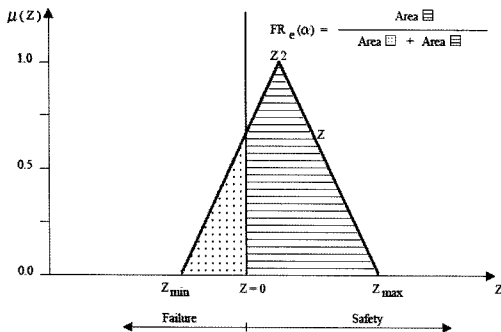
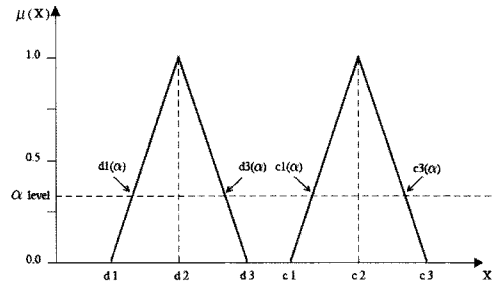
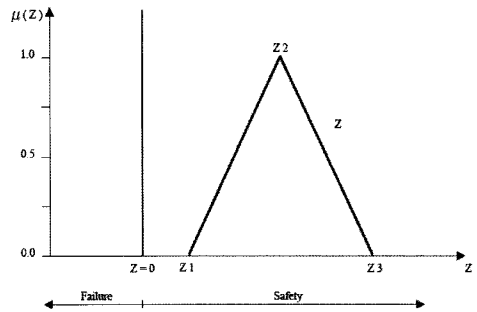


Fig. 2. concept of fuzzy reliability index.

해석결과와 비교하기 위해 충청북도 보은군 일대의 대상사면 1개소를 선정하였다. 본 연구를 위해 선정된 사

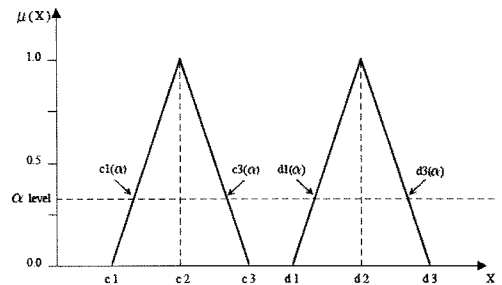


(a)

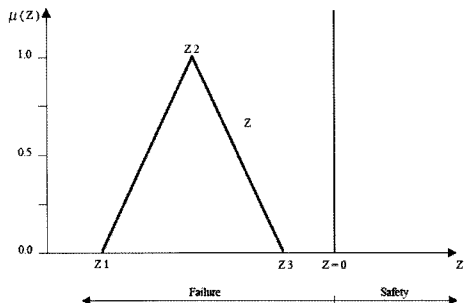


(b)

Fig. 3. Absolute safety condition.



(a)



(b)

Fig. 4. Absolute failure condition.

면의 경사방향과 경사는 각각 325도와 65도를 보이고 있으며 40.8m의 사면 높이를 보이고 있다. 사면은 주로 선캠브리아기의 변성퇴적암으로 구성되어 있으며 현장에 대한 정밀조사를 수행하여 불연속면의 기하학적 특성을 조사하였다. 현장사면에 대한 선측선(scanline) 기법을 이용하여 약 350개의 불연속면 자료를 획득하였고 방향성 분석결과 6개의 절리군을 확인하였으며 이를 평사투영해석을 통하여 운동학적 해석을 수행하여 평면파괴의 가능성을 가지는 절리군(경사방향/경사 = 320/30)을 선정하여 확률론적 해석과 퍼지신뢰도 해석을 수행하였다. 또한 불연속면 시료를 획득하여 총 19회의 직접전단시험을 수행하였으며 그 결과 내부마찰각이 20.9도에서 46.3도 사이의 값을 보이는 것으로 보고되었다(Fig. 5). 실험으로부터 획득된 자료의 평균 값은 34.6도 그리고 표준편차는 8.2를 보이고 있으며 변동계수가 23.3%로 기존의 문헌(Schultze, 1975; Harr, 1987)에서 내부마찰각의 변동계수를 10%로 보고한 사실과 비교해 보면 분산이 상당히 심하게 나타나고 있어 상당히 불확실성이 포함되어 있는 것으로 판단되었다.

또한 기존의 연구들에 의하면 내부마찰각의 경우 정규분포함수를 보이는 것으로 보고되고 있으나(Mostyn and Li, 1993; Hoek, 1998; Nilsen, 2000; Pathak and Nilsen, 2004; Park *et al.*, 2005) Fig. 5에서 확인할 수 있는 바와 같이 본 연구를 통하여 획득한 내부마찰각의 확률특성을 정규분포함수로 규정하기엔 무리가 있는 것으로 보인다. 이것은 마찰각의 확률특성을 파악할 수 있을 만큼 충분한 자료가 수집되지 못해 불확실성이 내재되어 있는 것으로 따라서 본 연구에서는 이러한 문제점을 보완하기 위해 내부마찰각을 퍼지숫자로 고려하여 퍼지신뢰도 분석을 수행하였다. 또한 내부마찰각과 함께 불연속면 방향성의 경우도 그 특성

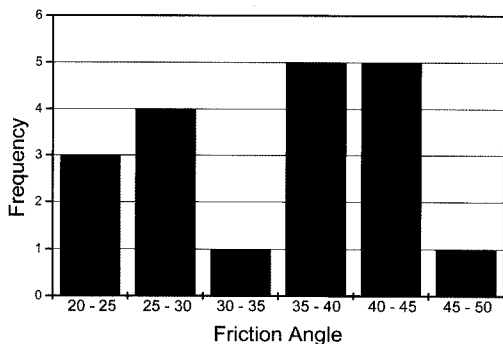


Fig. 5. distribution of friction angles.

상 분산이 매우 크고 확률밀도함수를 결정하기 힘들다는 점을 감안하여 파괴 예상면인 불연속면의 경사도 퍼지숫자로 고려하여 퍼지신뢰도 분석을 수행하였다. 이러한 해석결과는 내부마찰각과 불연속면의 경사를 확률변수로 고려하여 분석을 수행한 확률론적 해석 결과와 비교해 보았다. 한편 암반사면 안정해석시 불연속면 점착력을 고려하지 않는 Hoek(1998)의 제안과 같이 본 연구에서는 불연속면의 점착력의 값을 0으로 고려하였다.

4.1. 확률론적 해석 결과

앞서 평사투영해석을 통해 운동학적으로 불안정한 것으로 해석되었던 절리군에 대해 한계평형해석을 통한 결정론적 해석(deterministic analysis)을 실시하였다. 이는 퍼지신뢰도 해석을 통해 획득된 해석결과를 동일한 입력자료를 활용하여 수행한 다른 기법의 해석결과와 비교를 하기위한 것으로 결정론적 해석을 통해 획득한 안전율(factor of safety)은 1.23으로 계산되었다.

확률론적 해석의 경우 내부마찰각과 불연속면 경사의 두 변수를 확률변수로 고려하고 그 외의 다른 변수들(불연속면 경사 방향, 암석의 단위 중량 등)은 고정변수로 가정하여 해석을 수행하였다. 확률론적 해석에서 기존의 해석과정에 의한 결과를 획득하기 위하여 내부마찰각의 경우 정규분포함수를 확률밀도함수(probability density function)로 고려하였으며 실험자료로부터 획득한 평균과 표준편차인 34.6도와 8.2를 사용하였다. 불연속면 경사의 경우 평균값인 30도를 기준으로 기존의 연구(Schultze, 1975; Harr, 1987)로부터 변동계수 10%를 적용하여 표준편차 3을 획득하였으며 확률분포특성에 대한 정보가 부족한 점을 감안하여 삼각형분포함수를 사용하였다. 확률론적 해석에서는 Park *et al.*(2005)이 제안한 해석기법에 따라 몬테카를로 모사기법을 활용하여 약 10,000회의 반복계산을 수행하였으며 파괴확률을 획득하였다. Fig. 6은 몬테카를로 모사기법을 통해 획득된 안전율의 분포를 보여주고 있으며 해석결과 28.9%의 파괴확률이 계산되었다. 이 결과를 결정론적 해석 결과와 비교해 보면 결정론적 해석을 통해 획득된 안전율은 1.23으로 안전한 것으로 분석되어 28.9%의 비교적 높은 파괴확률을 보이는 확률론적 해석결과와는 차이를 보이고 있다. 이는 분산이 심한 자료로부터 대표값만을 계산에 사용하는 결정론적 해석기법과 자료에 내재한 불확실성을 고려하여 자료의 분산을 고려한 확률론적 해석기법의 차이에서 발생하는 것으로 판단된다. 또한 현장으로부터 획득한

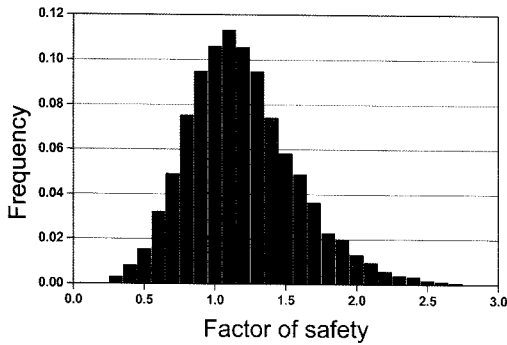


Fig. 6. distribution of factor of safety analyzed with normal density function.

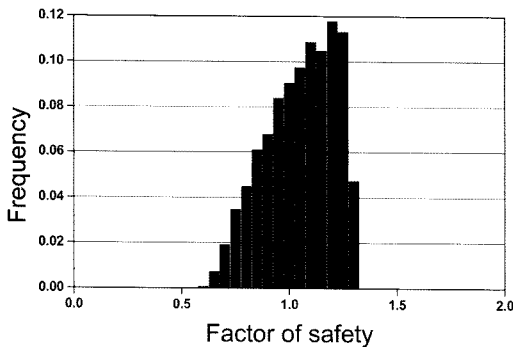


Fig. 7. distribution of factor of safety analyzed with triangular density function.

내부마찰각의 값이 정규분포함수를 보이지 않는다는 점을 고려하고 삼각형 퍼지숫자를 사용한 퍼지신뢰도 지수의 결과와 비교를 목적으로 내부마찰각의 확률분포함수를 최소값이 20.9도, 최대값이 46.3도 그리고 최빈값이 34.6도를 보이는 삼각형분포함수를 이용하여 확률론적 해석을 수행하였다. 또한 파괴면의 경사값도 이전의 해석과 같이 삼각형 분포함수로 고려하였다. 이 경우도 이전의 해석과정과 같이 몬테카를로 모사해석을 이용하여 약 10,000회의 반복계산을 통하여 파괴확률을 획득하였다. Fig. 7은 분석을 통해 획득된 안전율의 분포로 해석결과 21.4%의 파괴확률이 계산되었다. 이 결과에서도 알 수 있듯이 확률론적 해석에서는 확률밀도함수 특성에 따라 파괴확률에 크게 차이가 발생할 수 있다.

4.2. 퍼지신뢰도 해석(fuzzy reliability analysis)

본 연구에서는 현장으로부터 획득한 자료로부터 확률특성을 정확하게 판단하게 힘든 내부마찰각과 파괴면의 경사를 퍼지숫자로 고려하여 퍼지신뢰도 해석을

수행하였다. 먼저 퍼지신뢰도 지수와의 비교를 목적으로 확률신뢰도 지수(probabilistic reliability index)를 획득하였다. 확률신뢰도 지수는 점추정법(point estimate method)(Park, 2002)을 사용하여 획득하였으며 이를 위하여 내부마찰각은 평균 34.6도와 표준편차 8.2를 보이는 확률변수로, 파괴면 경사의 경우 평균 30도와 표준편차 3.0을 보이는 확률변수로 고려하여 계산을 수행하였다. 이러한 방법을 통해 획득된 신뢰도 지수는 0.39로 계산되었으며 안전여유가 정규분포함수를 보이는 가정하에서 계산된 파괴확률은 약 34.8%이다. 점추정법의 경우 내부마찰각이나 파괴면의 경사와 같은 확률변수의 확률분포함수에 대한 고려없이 평균과 표준편차만을 활용하여 신뢰도 지수를 획득하는 근사법으로 간단한 계산을 통하여 파괴확률을 획득할 수 있다는 장점이 있는 반면 정확한 확률특성에 기초하여 계산을 수행한 몬테카를로 모사를 통해 획득한 파괴확률인 29.5%와는 차이를 보이고 있다.

퍼지신뢰도 해석에서는 내부마찰각과 파괴면의 경사를 모두 불확실성을 고려하여 사다리꼴의 소속함수보다는 삼각형의 소속함수를 가지는 삼각형 퍼지숫자로 고려하였으며 내부마찰각을 최소값이 20.9, 최대값이 46.3, 최빈값이 34.6인 삼각형 퍼지숫자(triangular fuzzy number, TFN), 즉 TFN(20.9, 34.6, 46.3)로, 파괴면의 경사는 삼각형 퍼지숫자 TFN(27.0, 30.0, 33.0)으로 고려하였다. 저항력과 활동력은 각각

$$C = W \cos \theta \tan \phi$$

$$D = W \sin \theta$$

를 통하여 획득하였으며 이 때 W는 평면파괴가 발생할 것으로 예상되는 블록의 무게, θ 는 파괴면의 경사, ϕ 는 내부마찰각이다. 이 식에 내부마찰각과 파괴면 경사의 퍼지숫자를 대입하여 획득한 저항력과 활동력의 퍼지숫자는

$$C = TFN (876.8, 1638.5, 2548.2)$$

$$D = TFN (1233.0, 1370.0, 1479.6)$$

이다. 또한 저항력과 활동력의 퍼지숫자로부터 fuzzy 연산을 통해 획득한 안전여유의 퍼지숫자는

$$Z = TFN (-602.8, 268.5, 1315.2)$$

이다. fuzzy 연산을 통해 획득한 안전여유의 퍼지숫자는 퍼지신뢰도 지수의 계산 과정 중 $z_1 < 0$ 이고 $z_3 > 0$ 인 경우에 해당하며(Fig. 8) 따라서 이를 Shrestha and

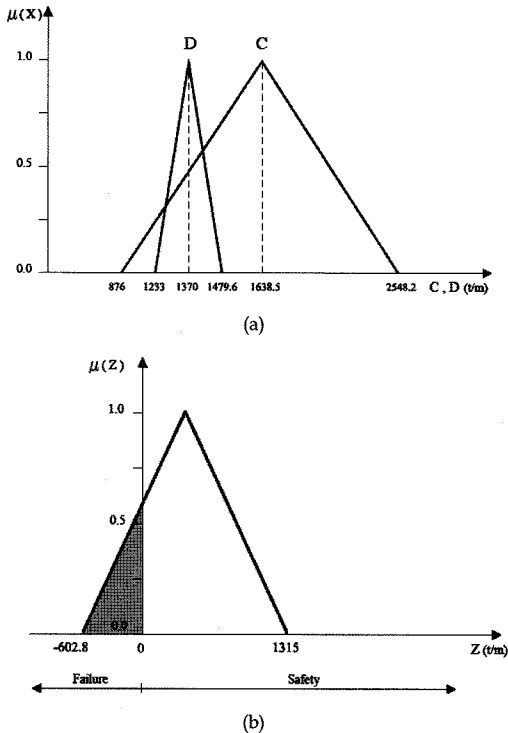


Fig. 8. membership function of (a) capacity and demand and (b) safety margin.

Duckstein (1997)이 제안한 계산법에 따라 전체 삼각형 퍼지숫자의 면적에 대한 퍼지숫자가 0보다 큰 면적의 비인 퍼지신뢰도 지수를 획득하였다.

계산된 퍼지신뢰도 지수 값은 0.783으로 퍼지신뢰도 지수의 정의에 따라 계산된 파괴 확률은 21.7%이다. 21.7%는 확률신뢰도 지수를 통해 획득한 파괴확률 34.8%와도 크게 차이를 보이고 있으며 확률변수의 분포함수를 정규분포함수로 고려하여 몬테카를로 모사기법을 통해 획득한 파괴확률은 29.5%로 차이를 보이고 있다. 반면 확률변수의 확률분포를 삼각형 함수로 고려하여 몬테카를로 모사기법을 통해 획득한 파괴확률은 21.2%로 유사한 결과를 보이고 있다.

5. 토의 및 결론

앞서 논의된 바와 같이 퍼지신뢰도 해석을 통해 획득된 퍼지신뢰도 지수는 0.783으로 확률론적 해석기법을 통해 획득한 신뢰도 지수인 0.39와는 크게 차이를 보이고 있다. 퍼지신뢰도 지수와 확률신뢰도 지수는 그 값을 통해 직관적으로 사면의 신뢰도(reliability)를 파악할 수 있고 파괴확률을 추정할 수 있다는 개념상의

유사점을 가지고 있으나 이 두 값은 그 값의 정의와 계산과정에서 차이를 보이고 있다. 확률신뢰도 지수는 안전여유의 확률밀도함수로부터 안전여유가 0인 지점에서 안전여유의 평균값까지의 거리를 의미하지만 퍼지신뢰도 지수의 경우는 안전여유의 소속함수에서 전체 소속함수의 면적과 안전여유가 0보다 큰 소속함수 부분의 면적과의 비율을 나타내고 있어 그 값에 차이가 발생할 수밖에 없다. 또한 이러한 정의의 차이에 따라 퍼지신뢰도 지수로부터 획득된 파괴확률은 21.7%로 신뢰도 지수로부터 획득한 파괴확률인 34.8%와 차이를 보이고 있다. 특히 파괴확률을 계산하는 과정에서 퍼지신뢰도 지수의 경우 퍼지 연산으로부터 안전여유의 소속함수가 사전에 결정되어 있어 쉽게 파괴확률을 획득할 수 있는 반면 신뢰도 지수의 경우 파괴확률은 안전여유가 정규분포곡선을 보인다는 가정 하에서 획득된 값이다. 따라서 많은 현장자료의 특성이 그러하듯 안전여유의 확률분포함수가 정규분포곡선으로부터 상당히 차이가 있는 형태를 보이거나 특정한 함수곡선으로 표현하기 힘든 경우 파괴확률의 획득이 매우 어렵고 정규분포곡선을 보인다는 가정 하에서 획득된 값과는 크게 차이를 보이게 될 것이다. 특히 확률론적 해석의 경우 신뢰도 지수를 통해 획득한 파괴확률(34.8%)은 몬테카를로 모사기법을 통해 획득한 파괴확률인 29.5% 및 21.2%와 차이를 보이고 있어 해석기법에 따라 파괴확률 값에 큰 차이를 보이는 등 한계점을 보이고 있다. 따라서 이러한 점을 감안할 때 퍼지신뢰도 해석이 좀 더 현장정보에 충실한 해석과정이라 할 수 있을 것이다.

또한 퍼지신뢰도 해석결과를 확률론적 해석 결과와 비교해 보면 확률변수를 삼각형의 퍼지숫자로 해석에 활용한 퍼지신뢰도 해석으로부터 획득한 파괴확률은 21.7%로 동일한 확률변수의 확률분포함수로 정규분포함수를 고려하여 몬테카를로 모사해석을 수행한 해석결과인 29.5%와는 차이를 보이고 있으나 확률분포함수로 삼각형함수를 고려한 해석결과(21.2%)와는 유사한 결과를 보이고 있다. 이러한 결과는 확률론적 해석 과정에서 확률변수의 확률분포함수가 파괴확률의 산정에 큰 영향을 미치고 있음을 보여주고 있으며 불확실성을 정량화하기 힘든 여건에서는 확률변수를 퍼지숫자로 고려한 해석결과와 확률변수의 확률분포함수로 삼각형 확률변수를 고려한 확률론적 해석 결과가 잘 일치함을 보여주고 있다. 이러한 연구결과는 maximum entropy theory(Harr, 1987)에서 제안된 바와 같이 확률론적 해석과정에서 불확실성에 대한 정보가 부족할

경우 균일(uniform) 함수나 베타(beta) 함수 또는 이와 유사한 삼각형 함수를 확률밀도함수로 활용하는 접근 방식과 잘 일치하고 있다. 따라서 이러한 연구결과는 불충분한 자료 등으로 인해 불확실성에 대한 정량적으로 파악하기 힘든 경우 퍼지신뢰도 해석을 통해 적절한 퍼지신뢰도 지수와 파괴확률을 획득할 수 있을 것으로 판단된다.

사 사

본 연구는 2007년도 세종대학교 교내연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- Dodagoudar, G.R. and Venkatachalam, G. (2000) Reliability analysis of slope using fuzzy sets theory. *Computers and Geotechnics*, v. 27, p. 101-115.
- Harr, M.E. (1987) *Reliability Based on Design in Civil Engineering*. McGraw-Hill, New York.
- Hoek, E.T. (1998) Factor of safety and probability of failure. Course notes. Internet edition, <http://www.rock-eng.utoronto.ca/hoekcorner.htm>.
- Giasi, C.I., Masi, P., and Cherubini, C. (2003) Probabilistic and fuzzy reliability analysis of a sample slope near Aliano. *Engineering Geology*, v.67, p.391-402.
- Juang, C.H., Jhi, Y.Y., and Lee, D.H. (1998) Stability analysis of existing slopes considering uncertainty. *Engineering Geology*, v.49, p.111-122.
- Mostyn, G.R. and Li, K.S. (1993) Probabilistic slope analysis - state of paly. *Proceeding of Conference on Probabilistic Method in Geotechnical Engineering*, p.89-109.
- Nilsen, B. (2000) New trend in rock slope stability analysis. *Bull. Eng. Geol. Environ.*, v.58, p.173-178.
- Park, H.J. (2002) Evaluation of failure probability for planar failure using point estimate method. *Tunnel and Underground*. v. 12, p. 189-197.
- Park, H.J., West, T.R. and Woo, I. (2005) Probabilistic analysis of rock slope stability and random properties of discontinuity parameters, Interstate Highway 40. *Engineering Geology*, v. 79, p. 230-250.
- Pathak, D. and Nilsen, B. (2004) Probabilistic rock slope stability analysis for Himalayan condition. *Bull. Eng. Geol. Environ.*, v. 63, p. 25-32.
- Schultze, E. (1975) The general significance of statistics for the civil engineer. *Proc. of 2nd Int. Conf. on Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering*. Aachen.
- Zadeh, L.A. (1975) Fuzzy sets. *Information and Control*, v.8, p.338-353.
- Zimmermann, H.J. (1991) *Fuzzy Set Theory and its Application*. Kluwer Academics, p. 456.

2008년 11월 14일 원고접수, 2008년 12월 10일 게재승인.