

# 확률계수 열화율 모형하에서 판정가속을 도입한 가속열화시험의 설계

조유희<sup>1</sup> · 서순근<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>(주)한국 신뢰성기술서비스 / <sup>2</sup>동아대학교 산업경영공학과

## Design of Accelerated Degradation Test with Tightened Critical Values under Random Coefficient Degradation Rate Model

You-hee Cho<sup>1</sup> · Sun-keun Seo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Korea Reliability Technology Service, Inc., Seoul 138-858, Korea

<sup>2</sup>Department of Industrial & Management Systems Engineering, Dong-A University, Busan 604-714, Korea

This paper presents accelerated degradation test plans considering adoption of tightened critical values. Under a random coefficient degradation rate and log-linear acceleration models, the asymptotic variance of an estimator for a lifetime quantile at the use condition as the optimization criterion is derived where the degradation rate follows a lognormal and Reciprocal Weibull distributions, respectively and then the low stress level and proportions of units allocated to each stress level are determined. We also show that the developed test plans can be applied to the multiplicative model with measurement error.

**Keywords:** Accelerated Degradation Test, Random Coefficient Degradation Rate Model, Test Plans, Tightened Critical Value

### 1. 서론

최근 단기간내에 제품의 사용현장 신뢰도와 품질을 개선하면서 소비자의 요구를 만족시킬 수 있는 고 신뢰도 제품들이 생산되고 있다. 이로 인해 신뢰도가 크게 향상되어 가속수명시험(Accelerated Life Test : ALT)을 실시하더라도 허용된 시험 시간동안 고장자료를 충분히 얻지 못하는 경우가 많아 연구소나 기업에서 열화량의 측정 및 새로운 분석방법에 대한 관심이 높아지고 있다(Meeker and Hamada, 1995).

가속열화시험(Accelerated Degradation Test : ADT)을 실시하기 위해서는 시험에 필요한 스트레스 수준, 각 스트레스 수준에 할당되는 시험단위의 비율, 총 시험단위의 수, 검사횟수, 시험종결시간, 그리고 열화량에 근거한 고장판정기준 등을 결정하여야 하는데 이러한 변수들을 결정하는 것을 가속열화시험의 설계 또는 시험계획의 개발이라고 한다 시험계획이 설정

되면 이에 따라 시험을 실시하여 결과를 분석할 수 있다.

가속열화시험 계획에 대한 연구로서 Boulanger and Escobar (1994)는 대수정규분포를 따르는 열화량 분포와 시간 및 스트레스의 비선형모형을 이용하여 사용조건하의 관심있는 분위수의 점근적 분산을 최소화하는 스트레스 수준, 각 스트레스 수준에 할당되는 시험단위의 비율, 측정시간, 시험단위의 수를 2단계로 설정하는 가속열화시험을 계획하는 연구를 수행하였다. 그리고 Yu(2003, 2006)는 열화율이 대수정규분포와 Reciprocal-Weibull(이하 R-Weibull) 분포를 각각 따를 경우 열화모형은 선형으로, 열화율과 스트레스와의 가속모형은 아레니우스와 역누승 모형 등이 속하는 단순 선형모형으로 가정하고 총 시험비용이 정해진 예산을 초과하지 않는 제약조건하에서 사용조건에서의 제품 수명의 관심있는 분위수에 대한 평균 제품오차를 최소화하는 총 시험단위의 수, 검사횟수, 그리고 각 스트레스 수준에서의 시험 종결시간을 결정하는 최적 가속

이 논문은 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(R05-2004-000-10410-0).

\* 연락저자 : 서순근 교수, 604-714 부산시 사하구 하단2동 840 동아대학교 산업경영공학과, Tel : 051-200-7693, Fax : 051-200-7697

E-mail : skseo@dau.ac.kr

2007년 08월 접수; 2007년 11월 수정본 접수; 2007년 11월 게재 확정.

열화시험을 계획하였다.

한편 Yang and Yang(2002)은 단순 일정을 모형과 대수수명 분포하에서 열화량에 대한 고장기준을 엄격하게 설정하여, 즉, 판정가속) 가속시험을 실시하는 경우에 수명, 고장판정기준, 그리고 스트레스간의 관계를 모형화하고 사용조건에서 평균 수명의 점근적 분산을 최소화하는 고장판정기준 스트레스 수준, 각 수준의 시험단위 할당비율을 설정하는 열화량을 이용한 가속수명시험을 설계하여 기존의 Kiepinski and Nelson (1975)이 제안한 최적 가속수명시험계획과 비교하였다.

기존의 열화시험계획의 개발에 관한 대부분의 연구는 가장 중요한 설계변수인 스트레스 수준을 최적화 변수에서 제외하여 고정시킨 후 각 시험표본에 반복 측정되는 검사횟수, 각 수준에 할당되는 시험단위의 수, 그리고 시험종료시간을 결정변수로 하여 시험계획을 개발하고 있으나, 이런 결정변수의 값이 클수록 통계적인 측면에서 더 우수하므로 최적화하기에 어려움이 존재한다. 이런 점을 해결하고자 기존의 연구에서는 목적함수와 제약조건을 총 실험비용 또는 통계적 효율성으로 정식화하여 최적 시험계획을 개발하는 연구를 수행하고 있으나, 성격이 판이한 통계적인 측도와 비용요소가 혼합된 이런 모형에서의 최적조건 설정의 타당성이 의심시되며 포함된 비용의 타당성 여부와 더불어 관련 비용요소의 정확한 추정 또한 쉽지 않다.

따라서 본 논문에서는 기존 연구의 문제점들을 보완하고 열화시험시 가속성을 높이기 위해 적용하는 판정가속을 수용할 수 있는 가속열화시험의 계획을 개발하기 위해서 모형모수를 미지의 상수로 설정한 단순 일정을 모형보다 포괄적인 확률계수 열화율 모형하에서 열화율이 대수정규분포와 R-Weibull 분포를 각각 따를 경우에 대해 사용 조건에서 수명분포의 관심 있는 분위수의 추정량에 대한 점근적 분산을 유도하고자 한다. 또한 ALT의 설계와 동일한 방법으로 시험계획의 정밀도를 나타내는 전술된 점근적 분산을 최소화하는 저 스트레스 수준과 저 스트레스 수준에 할당되는 시험단위의 비율을 설정하는 시험계획을 제시하고 이의 구체적 활용방법을 수치예로서 예시하고자 한다.

## 2. 열화모형과 판정가속방법

### 2.1 확률계수 열화모형

본 논문에서는 단순 일정을 모형을 포함하여 적용범위가 넓으며, 제품간의 가변성을 수용한 다음과 같은 확률계수 열화율 모형을 채택하고자 한다.

$$Y(t) = \Theta t^m$$

여기서,  $Y(t)$ 는 시간  $t$ 에서 제품의 성능 특성치(열화경로)

이고  $\Theta$ 는 열화율(확률변수)이며, 열화량은 시간  $t$ 의 멱함수 형태로  $m$ 은 이의 지수를 나타낸다. 확률계수 열화율 모형에서  $m$ 값에 따라 여러 가지 제품에 적용이 가능한데, 예를 들어  $m = 0.5$ 일 경우는 발광다이오드(LED) 램프 제품의 열화경로를 설명하는데 이용되고 있고(Yu, 2003),  $m = 1$ 일 경우는 자동차 타이어의 마모(열화)경로를 설명할 수 있으며(Oliverira and Colosimo, 2004),  $m = 2$ 일 경우는 방사능에 쏘인 금속 연료 핀의 열화경로(Yacout, 1996)로 예시될 수 있다.

### 2.2 가속수명모형과 확률계수 열화율 분포와의 관계

#### 2.2.1 수명이 대수정규분포를 따를 경우

수명  $T$ 의 대수평균과 (변환된) 스트레스  $x$ 의 가속모형은 아래니우스, 역누승 모형 등이 포함되는 식(1)과 같이 정의한다(Nelson, 1990).

$$E[\ln T] = \beta_0' + \beta_1' x \quad (1)$$

한편 열화량을  $D$ 로 관측할 경우 열화율( $\Theta$ )은 식(2)와 같이 나타낼 수 있다(Seo *et al.*, 2006; Yu, 2003).

$$\Theta = \frac{D}{T^m} \quad (2)$$

따라서 수명  $T$ 가 대수정규분포를 따르면 대수 수명  $\ln T$ 는 정규분포( $\ln T \sim N(\mu_T = \beta_0' + \beta_1' x, \sigma_T^2)$ )를 따르고 대수정규분포의 누적분포함수는

$$F(t) = \Phi_{nor} \left( \frac{\ln t - \mu_T}{\sigma_T} \right)$$

단,  $\Phi_{nor}$  : 표준정규분포의 누적분포함수

와 같다. 식(2)를 이용하여 열화율  $\Theta$ 의 누적분포함수를 구하면 식(3)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} G_{\Theta}(\theta) &= \Pr \left( \frac{D}{T^m} \leq \theta \right) = \Pr \left( T \geq \left( \frac{D}{\theta} \right)^{1/m} \right) \\ &= \Phi \left( \frac{\ln \theta - (\ln D - m \mu_T)}{m \sigma_T} \right) \\ &= \Phi \left( \frac{\ln \theta - [\ln D - m(\beta_0' + \beta_1' x)]}{m \sigma_T} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

요약하면, 수명이 대수정규분포를 따를 때 열화율  $\Theta$ 는 대수정규분포( $LN(\mu_D = \beta_0 + \beta_1 x = \ln D - m \mu_T = \ln D - m(\beta_0' + \beta_1' x), \sigma_D^2 = (m \sigma_T)^2)$ )를 따른다.

2.2.2 수명이 Weibull 분포를 따를 경우

수명  $T$ 가 Weibull 분포( $T \sim Weibull(\beta_T, \alpha_T = \exp(\beta_0' + \beta_1'x))$ )를 따를 경우 대수 수명  $\ln T$ 는 최소 극단치 분포( $\ln T \sim Sev\left(\frac{1}{\beta_T}, \ln \alpha_T = \beta_0' + \beta_1'x\right)$ )를 따르며, Weibull 분포의 누적분포함수는

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha_T}\right)^{\beta_T}\right]$$

와 같이 표현된다. 수명이 Weibull 분포를 따를 경우 식 (2)를 이용하여 열화량  $\theta$ 의 누적분포함수를 구하면 식 (4)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} G_\theta(\theta) &= \Pr\left(\frac{D}{T^m} \leq \theta\right) = 1 - \Pr\left(T \leq \left(\frac{D}{\theta}\right)^{1/m}\right) \\ &= \exp\left[-\left(\frac{D}{\theta \alpha_T^m}\right)^{\beta_T/m}\right] \\ &= \exp\left[-\left(\frac{1}{\theta((\exp(\beta_0' + \beta_1'x))^m / D)}\right)^{\beta_T/m}\right] \end{aligned} \quad (4)$$

따라서 수명이 Weibull 분포를 따르면 열화율  $\theta$ 는 누적분포함수가 식 (5)와 같은 R-Weibull 분포( $R-Weibull(\beta_D = \beta_T/m, \alpha_D \equiv \exp(\beta_0 + \beta_1x) = [\exp(\beta_0' + \beta_1'x)]^m / D)$ ), 단,  $\beta_0 = m\beta_0' - \ln D, \beta_1 = m\beta_1'$ )를 따른다.

$$G(\theta) = \exp\left[-\left(\frac{1}{\alpha_D \theta}\right)^{\beta_D}\right] \quad (5)$$

2.3 판정가속을 도입한 가속열화시험

가속열화시험은 사용조건보다 높은 스트레스 조건하에서 열화량 또는 성능 특성치를 측정하여 시간에 따른 열화량 변화 양태를 나타내는 모형의 모수를 추정하고 추정된 모형으로부터 사용조건에서의 수명을 추정하는 시험방법이다

일반적으로 신뢰성 시험을 가속화하는 방법으로 전술된 스트레스 가속 외에 사용률 가속, 판정가속 등이 있으며, 주로 물리·화학적 모형을 활용할 수 있는 스트레스 가속시험의 설계에 관한 연구가 수행되고 있다. 열화시험은 수명시험과 달리 열화량 또는 성능특성치로 고장여부를 판정할 수 있으므로 엄격한 고장판정기준을 적용하는 판정가속을 도입하여 가속성을 제고함으로써 시험의 효율성을 높일 수 있다

즉, 신뢰성 시험을 가속화하여 시험시간을 단축하기 위해 <Figure 1>과 같이 고장판정기준을 조정할 필요가 있다고 신뢰도 제품에 대해 스트레스 가속시험을 채택하더라도 고장판정기준을 엄격히 조정하지 않으면 시험시간을 단축하는 효과가 크지 않을 수 있다. 예를 들면, 단기간 내에 많은 수명자료

를 획득하기 위해서 초가속 시험을 통해 고장정보를 얻을 수도 있지만 이와 같은 가속시험은 아이템의 새로운 고장모드 또는 고장메커니즘을 유발할 수 있으므로 가속스트레스의 범위는 한정된다. 환언하면 허용된 시험시간내에 충분한 시험정보를 획득하기 위해서는 스트레스 가속을 보완할 수 있는 판정가속과 같은 방법이 동시에 적용될 수 있다(Park et al., 2005; Yang and Yang, 1998, 2002).

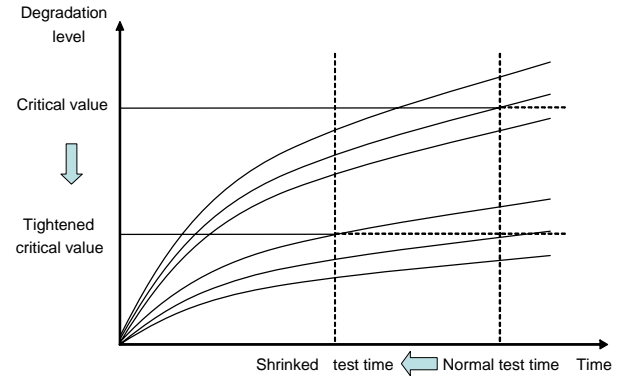


Figure 1. Relation of test time and tightened critical value

3. 가속열화시험 계획

3.1 설계 방법

판정가속을 수용할 수 있는 가속열화시험을 다음과 같은 시험조건에서 설계하고자 한다.

<기호>

- $s_i$  : 스트레스 수준(단,  $i=0$ 는 사용조건)
- $x_i$  : (변환된) 스트레스 수준
- $t_{ij}$  :  $i$ 번째 스트레스 수준에서  $j$ 번째 시험단위의 수명
- $D_{ij}$  :  $i$ 번째 스트레스 수준에서  $j$ 번째 시험단위의 열화량
- $t_{ci}$  :  $i$ 번째 스트레스 수준에서 관측중단시간
- $D_{ci}$  :  $i$ 번째 스트레스 수준에서 고장판정기준
- $N$  : 총 시험단위 수

(1) 열화율은 제품별 가변성을 수용하는 대수정규 또는 R-Weibull 분포를 따르며 대수 열화율의 척도모수와 스트레스와의 가속모형은 2절과 같이 단순 선형모형(아래니우스와 역누승 모형 등)으로 가정한다.

(2) 가속열화시험은 두 스트레스 수준( $i=1, 2$ )에서 수행된다.

(3) 각 스트레스에서의 시험종결시간은 동일하다( $t_{ci} = t_c$ ).

(4) 가속열화시험 계획을 설정하기 위해서는 사전에  $\beta_0, \beta_1, \sigma_D$ 에 대한 추정이 필요하다. 이에 대한 사전추정방법으로 사

용조건에서  $t_{c0}$ 와  $D_{c0}$ 까지의 고장확률( $P_u$ )과 고 스트레스 수준에서  $t_{c2}$ 와  $D_{c2}$ 까지의 고장확률( $P_h$ )을 이용하여 모수를 추측한다.

(5) 스트레스 수준(사용 스트레스 수준( $x_0$ ))  $\epsilon_1 = 0$ , 가장 높은 고 스트레스 수준( $x_h$ )  $\epsilon_1 = 1$ 이 됨)과 고장판정기준(사용 조건하의 현 고장판정기준( $D_{c0}$ ))은  $\epsilon_2 = 1$ , 공학적 지식, 유사 자료, 예비시험 등에 의해서 미리 규정되는 최소 고장판정기준( $D_{cm}$ )은  $\epsilon_2 = 0$ 이 됨)을 다음과 같이 표준화하여 적용한다.

$$\epsilon_1 = \frac{x - x_0}{x_h - x_0}, \quad \epsilon_2 = \frac{D_c - D_{cm}}{D_{c0} - D_{cm}} \quad (6)$$

대상시험은 이와 같은 조건하에서 시험단위의 열화량에 의해 고장판정이 가능한 경우로 관측중단시점 내에서 고장판정기준에 도달하면 고장으로 판정되어 도달시점과 정확한 열화량에 대한 정보를 획득할 수 있지만 이 시험단위에 대해 더 이상 시험을 진행하지 않는다. 또한 관측중단시간까지 열화량이 고장판정기준보다 작아서 고장으로 판정되지 않으면 열화량의 상한만을 파악할 수 있는 있으며(관측중단으로 명명), 두 가지 경우의 정보를 다음과 같이 요약할 수 있다

- 고장:  $t_{ci}$  이전  $t_{ij}$ 에 고장( $D_{ci}$ 에 도달)이면 ( $t_{ij}, D_{ci}$ )에 의해 다음 정보를 획득함.

$$Y(t_{ij}) = \theta t_{ij}^m = D_{ci} \text{ 이므로 } \theta_{ij} = \frac{D_{ci}}{t_{ij}^m} \text{ 가 됨.}$$

- 관측중단 :  $t_{ci}$ 까지 고장이 발생하지 않은 경우이면 ( $t_{ci}, D \leq D_{ci}$ )로서 다음 정보를 얻음.

$$Y(t_{ci}) = \theta t_{ci}^m \leq D_{ci} \text{ 이므로 } \theta_{ij} \leq \frac{D_{ci}}{t_{ci}^m} \text{ 가 됨.}$$

이런 열화 정보가 획득될 수 있는 경우로는 고장모드는 열화이지만 고장판정기준의 도달여부를 감지할 수 있는 기능에 의해서 고장을 파악할 수 있는 제품의 고장자동차 브레이크 패드 마모(경고 장치나 소리에 의해 판정)와 브레이크 액 누출 고장(경고등에 의해 판정) 등과 일정한 열화기준에 도달해야 시험장비에 표시되는 열화시험고전압 기기의 절연체에 관한 부분 방전 시험 등) 등 다양한 상황을 들 수 있다.

### 3.2 열화율이 대수정규분포를 따를 경우

열화율이 다음과 같이 대수정규분포를 따를 때  $\ln\theta \sim N(\mu_D = \beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma_D)$ , 상기의 시험정보로부터 대수 우도함수를 다음 식과 같이 표현할 수 있고 이 식을 각 모수에 대해 두 번 미분하여 음의 기대치를 구한 Fisher 정보량 행렬의 요소를 구할 수 있다.

$$\ln L = \sum_i \sum_j \delta_{ij} [\ln \phi_{nor}(z_{ij}) - \ln \sigma_D]$$

$$+ (1 - \delta_{ij}) [\ln \Phi_{nor}(\zeta_i)]$$

단,  $\phi_{nor}, \Phi_{nor}$  : 표준정규분포의 확률밀도와 누적분포함수

$$z_{ij} = \frac{(\ln D_{ci} - m \ln t_{ij}) - (\beta_0 + \beta_1 x_i)}{\sigma_D},$$

$$\zeta_i = \frac{(\ln D_{ci} - m \ln t_{ci}) - (\beta_0 + \beta_1 x_i)}{\sigma_D}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{고장} \\ 0 & \text{관측중단} \end{cases}$$

따라서  $\pi_i$ 가 각 스트레스에 할당되는 시험단위의 비율일 때 하나의 시험단위와 총 시험단위에 대한 Fisher 정보량 행렬은 식 (7)과 식 (8)과 같이 정리할 수 있다.

$$F_i = \frac{1}{\sigma_D^2} \begin{bmatrix} A(\zeta_i) & x_i A(\zeta_i) & B(\zeta_i) \\ x_i A(\zeta_i) & x_i^2 A(\zeta_i) & x_i B(\zeta_i) \\ B(\zeta_i) & x_i B(\zeta_i) & C(\zeta_i) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\text{단, } A(\zeta_i) = (1 - \Phi_{nor}(\zeta_i)) + \phi_{nor}(\zeta_i) \left( \zeta_i + \frac{\phi_{nor}(\zeta_i)}{\Phi_{nor}(\zeta_i)} \right)$$

$$B(\zeta_i) = \phi_{nor}(\zeta_i) \left( 1 + \zeta_i \left( \zeta_i + \frac{\phi_{nor}(\zeta_i)}{\Phi_{nor}(\zeta_i)} \right) \right)$$

$$C(\zeta_i) = 2(1 - \Phi_{nor}(\zeta_i)) + \zeta_i \phi_{nor}(\zeta_i)$$

$$\times \left( 1 + \zeta_i^2 + \frac{\zeta_i \phi_{nor}(\zeta_i)}{\Phi_{nor}(\zeta_i)} \right)$$

$$F = N \sum_{i=1}^2 \pi_i F_i \quad (8)$$

열화율  $\theta$ 가 대수정규분포  $LN(\mu_D = \ln D_{c0} - m \mu_T, \sigma_D^2 = (m \sigma_T)^2)$ 를 따르면 수명  $T$ 가  $T \sim LN(\mu_T = \frac{\ln D_{c0} - \mu_D}{m},$

$\sigma_T^2 = \left( \frac{\sigma_D}{m} \right)^2)$ 를 따르므로 사용조건에서 대수 수명  $\ln t_q$ 의 100q 분위수는 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} \ln t_q &= \frac{\ln D_{c0} - \mu_D}{m} + \frac{z_q}{m} \sigma_D \\ &= \frac{\ln D_{c0} - \beta_0 - \beta_1 x_0}{m} + \frac{z_q}{m} \sigma_D \end{aligned} \quad (9)$$

사용조건( $x_0$ )에서 대수 수명의 최우추정량  $\ln \hat{t}_q$ 의 점근적 분산( $AVar$ )은 가속수명모형과 열화율 분포와의 관계를 이용하여 식 (10)과 같이 표현할 수 있다.

$$AVar = \mathbf{a} F^{-1} \mathbf{a}' \quad (10)$$

$$\mathbf{a} = \left[ \frac{\partial \ln t_q}{\partial \beta_0}, \frac{\partial \ln t_q}{\partial \beta_1}, \frac{\partial \ln t_q}{\partial \sigma_D} \right]$$

$$\text{단, } \frac{\partial \ln t_q}{\partial \beta_0} = -\frac{1}{m}, \frac{\partial \ln t_q}{\partial \beta_1} = -\frac{x_0}{m}, \frac{\partial \ln t_q}{\partial \sigma_D} = \frac{z_q}{m}$$

$z_q$ : 표준정규분포의  $100 \times (1-q)\%$  분위수

여기서 가속수명시험계획과 같이 고스트레스 수준( $x_2$ )은  $x_h$ 로 설정하였으며(Nelson, 1990), 이 수준에서의 고장판정기준은 엄격하게 적용하지 않더라도 상당한 고장개수를 얻을 수 있으며 실용성 측면에서 조기 고장판정의 위험성을 감소시킬 수 있으므로 사용조건하의 고장판정기준( $D_{(0)}$ )으로 설정하였다.

따라서 사용조건에서 대수 수명의 점근적 분산  $AVar$ 를 입력력요소인  $\sigma_D$ 와  $N$ 에 무관하도록 표준화한 가속열화시험의 설계모형을 다음과 같이 최적화 문제로 정식화하여 필요한 입력 정보를 줄일 수 있다.

$$\text{Min } v_0 = \frac{N}{\sigma_D^2} AVar(\ln t_q) \quad (11)$$

s.t.  $0 < \epsilon_1 < 1$   
 $0 < \pi_1 < 1$   
 $0 < \epsilon_2 \leq 1$

열화율이 대수정규분포를 따르고  $\epsilon_2$ 가 주어질 경우 가속열화시험 계획에서는 사용조건에서 추정되는 특정 분위수의 점근적 분산을 최소화하는 저 스트레스 수준과 이에 할당되는 시험단위의 비율을 구할 수 있도록 S-plus(Insightful, 2001)로 프로그램을 작성하였다. 여기서  $\epsilon_2 = 1$ 일 때 도출된  $m = 0.5, 1.0, 2.0, P_u = 0.00001, 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1, P_h = 0.001, 0.01, 0.1, 0.5, 0.9, 0.99, q = 0.01, 0.1$ (단,  $q \geq P_u$ )일 경우의 가속열화시험 계획 중 지면제약상  $m = 1.0$ 일 때 가속열화시험 계획을 <Table 1>에 정리하였다. 여기서  $m$ 이 1.0이 아닐 경우 가속열화시험 계획의 저 스트레스 수준( $\epsilon_1$ )과 저 스트레스 수준의 할당비율( $\pi_1$ )은 <Table 1>의 계획과 거의 비슷한 양태를 보이고 있었다.

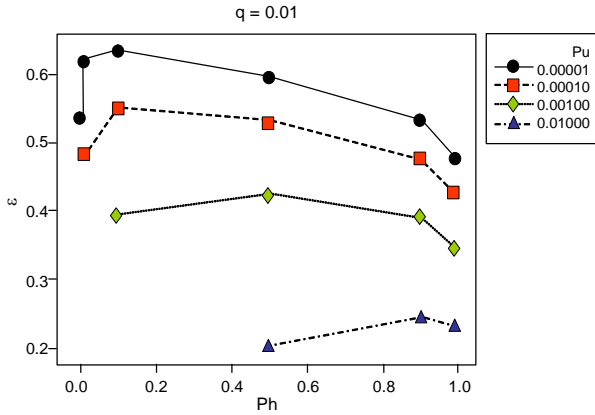
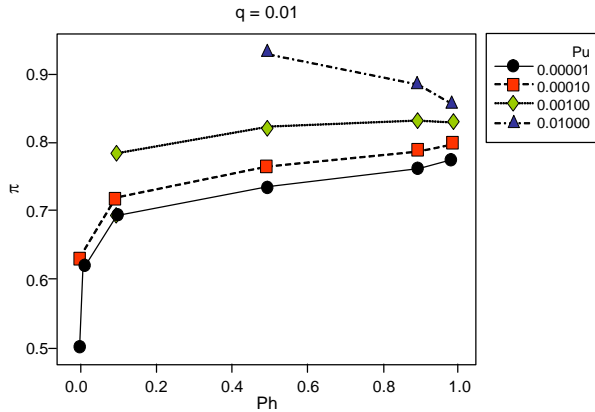
열화율이 대수정규분포를 따를 경우 도출된 가속열화시험 계획의 결과를 요약하면 다음과 같고, 이 결과 중  $q = 0.01$ 일 때  $P_h$ 에 따른 저 스트레스 수준과 저 스트레스 수준의 할당비율의 변화 양태를 도시한 것이 <Figure 2>와 <Figure 3>이다.

- ①  $P_u$ 가 클수록 저 스트레스 수준( $\epsilon_1$ )은 낮게 설정되고 있으며, 저 스트레스 수준의 할당비율( $\pi_1$ )은 대체로 커지지만 일부 경우에 적어지는 경향을 보이고 있다
- ②  $P_h$ 가 클수록  $\epsilon_1$ 은 대체적으로 높아지다가 감소하는 경향을,  $\pi_1$ 은  $P_u$ 가  $q$ 에 근접하는 일부 경우에  $P_h$ 가 클수록 적어지는 경향을 보였지만 대다수 경우는 커지는 경향을 나타내고 있다.
- ③ 추정 분위수  $q$ 에 따른 변화를 살펴보면,  $q$ 가 높을수록  $\epsilon_1$ 은 커지고 있으나,  $\pi_1$ 은 낮아지는 경향을 파악할 수 있다.
- ④  $m$  값에 따른 가속열화시험 계획의 결과를 보면 Cho,

2006 참조) 점근적 분산  $v_0$ 는 차이가 나지만  $\epsilon_1$ 과  $\pi_1$ 은 거의 동일한 값을 알 수 있다.

**Table 1.** Accelerated degradation test plans when  $m = 1.0$   
 ( $\epsilon_2 = 1$ ; Lognormal)

$q$	$P_u$	$P_h$	$\epsilon_1$	$\pi_1$	$v_0$	
0.01	0.00001	0.001	0.5328	0.4911	10520.000	
		0.01	0.6202	0.6028	1699.700	
		0.1	0.6343	0.6783	259.910	
		0.5	0.5950	0.7229	58.351	
		0.9	0.5333	0.7480	23.688	
		0.99	0.4785	0.7617	14.889	
		0.0001	0.01	0.4856	0.6113	863.050
		0.1	0.5523	0.7078	159.300	
		0.5	0.5314	0.7541	40.795	
0.01	0.0001	0.01	0.4764	0.7760	17.995	
		0.9	0.4248	0.7859	11.938	
		0.001	0.1	0.3965	0.7718	73.782
		0.5	0.4259	0.8082	24.589	
		0.9	0.3899	0.8175	12.568	
		0.99	0.3480	0.8172	9.108	
		0.01	0.5	0.2005	0.9165	11.078
		0.9	0.2439	0.8704	7.835	
		0.99	0.2325	0.8419	6.628	
0.1	0.00001	0.001	0.5498	0.3827	17715.000	
		0.01	0.6384	0.4995	2531.100	
		0.1	0.6524	0.5910	347.230	
		0.5	0.6153	0.6523	72.096	
		0.9	0.5603	0.6898	27.707	
		0.99	0.5114	0.7132	16.478	
		0.0001	0.01	0.5135	0.4714	1493.500
		0.1	0.5803	0.5948	229.990	
		0.5	0.5605	0.6684	52.259	
0.001	0.0001	0.01	0.5117	0.7098	21.264	
		0.9	0.4654	0.7343	13.075	
		0.001	0.1	0.4500	0.6016	125.310
		0.5	0.4746	0.6957	33.370	
		0.9	0.4404	0.7412	14.899	
		0.99	0.3999	0.7659	9.648	
		0.01	0.5	0.3144	0.7556	16.133
		0.9	0.3191	0.8009	8.686	
		0.99	0.2937	0.8216	6.196	
0.1	0.0001	0.9	0.0000	1.0000	2.915	
		0.99	0.0546	0.9650	2.758	

Figure 2. Low stress level for  $P_h$  ( $q=0.01$ )Figure 3. Proportion allocated at the low stress level for  $P_h$  ( $q=0.01$ )

### 3.3 열화율이 R-Weibull 분포를 따를 경우

열화율이 R-Weibull 분포를 따를 경우( $\theta \sim R\text{-Weibull}(\beta_D, \alpha_D = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_i))$ ) 즉, 대수 열화율은 최대 극단치 분포(Largest Extreme Value distribution : LEV)를 따른다( $\ln \theta \sim LEV(\sigma_D = 1/\beta_D, \ln \alpha_D = \beta_0 + \beta_1 x_i)$ ). 3.2절과 동일한 절차로 가속열화시험의 스트레스 수준과 각 스트레스 수준에 할당될 시험단위의 비율을 설정하기 위해 사용조건에서 수명분포의 관심있는 분위수의 추정량에 대한 점근적 분산을 먼저 유도하였다.

열화율이 R-Weibull 분포를 따를 경우 3.1절의 시험상황을 반영한 대수 우도함수는 다음 식과 같이 정식화할 수 있다

$$\begin{aligned} \ln L &= \sum_i \sum_j \delta_{ij} [\ln \phi_{lev}(z_{ij}) - \ln \sigma_D] + (1 - \delta_{ij}) [\ln \Phi_{lev}(\zeta_i)] \\ &= \sum_i \sum_j \delta_{ij} [-z_{ij} - e^{-z_{ij}} - \ln \sigma_D] + (1 - \delta_{ij}) [-e^{-\zeta_i}] \end{aligned}$$

$$\text{단, } \phi_{lev}(z_{ij}) = \exp[-(z_{ij} + \exp(-z_{ij}))],$$

$$\Phi_{lev}(z_{ij}) = \exp[-\exp(-z_{ij})]$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{고장} \\ 0 & \text{관측중단} \end{cases}$$

대수 우도함수를 각 모수에 대해 두 번 미분하여 음의 기대치를 구한 식에서  $A(\zeta_i)$ ,  $B(\zeta_i)$ ,  $C(\zeta_i)$ 를 다음과 같이 정의하여 한 단위에 총 단위에 대한 Fisher 정보량 행렬을 식 (12)와 식 (13)과 같이 구할 수 있다

$$F_i = \frac{1}{\sigma_D^2} \begin{bmatrix} A(\zeta_i) & x_i A(\zeta_i) & B(\zeta_i) \\ x_i A(\zeta_i) & x_i^2 A(\zeta_i) & x_i B(\zeta_i) \\ B(\zeta_i) & x_i B(\zeta_i) & C(\zeta_i) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\text{단, } A(\zeta_i) = (1 - \phi_{lev}(\zeta_i) - \Phi_{lev}(\zeta_i)) + \Phi_{lev}(\zeta_i) e^{-\zeta_i}$$

$$B(\zeta_i) = - \int_0^{e^{-\zeta_i}} (\ln w) w e^{-w} dw + \Phi_{lev}(\zeta_i) \zeta_i e^{-\zeta_i}$$

$$\begin{aligned} C(\zeta_i) &= (1 - \Phi_{lev}(\zeta_i)) + \int_0^{e^{-\zeta_i}} (\ln w)^2 w e^{-w} dw \\ &\quad + \Phi_{lev}(\zeta_i) \zeta_i^2 e^{-\zeta_i} \end{aligned}$$

$$F = N \sum_{i=1}^p \pi_i F_i \quad (13)$$

열화율  $\theta$ 가 R-Weibull ( $\beta_D = \beta_T/m$ ,  $\alpha_D = \alpha_T^m/D_0$ )를 따르면 수명  $T$ 는  $T \sim Weibull(\beta_T = m\beta_D, \alpha_T = (D_0 \alpha_D)^{1/m})$  즉,  $\ln T$ 는 최소 극단치분포  $SEV\left(\frac{1}{\beta_T}, \ln \alpha_T\right)$ 를 따른다는 관계를 이용하여 사용조건( $x_0$ )에서 대수 수명  $\ln t_q$ 의  $100q$  분위수를 구하면 식(14)와 같다.

$$\begin{aligned} \ln t_q &= \ln(D_0 \alpha_D)^{1/m} + \frac{\ln(-\ln(1-q))}{m} \frac{1}{\beta_D} \\ &= \frac{\ln D_0 + \beta_0 + \beta_1 x_0}{m} + \frac{\ln(-\ln(1-q))}{m} \sigma_D \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{단, } \sigma_D \equiv 1/\beta_D$$

이의 최우추정량에 대한 점근적 분산을 유도하면 식(15)와 같이 된다.

$$AVar = \mathbf{a} F^{-1} \mathbf{a}' \quad (15)$$

$$\mathbf{a} = \left[ \frac{\partial \ln t_q}{\partial \beta_0}, \frac{\partial \ln t_q}{\partial \beta_1}, \frac{\partial \ln t_q}{\partial \sigma_D} \right]$$

$$\text{단, } \frac{\partial \ln t_q}{\partial \beta_0} = \frac{1}{m}, \quad \frac{\partial \ln t_q}{\partial \beta_1} = \frac{x_0}{m}, \quad \frac{\partial \ln t_q}{\partial \sigma_D} = \frac{\ln(-\ln(1-q))}{m}$$

따라서 R-Weibull 분포를 따를 경우도 식 (11)과 같이 최적화된 문제로 정식화할 수 있다 그리고 열화율이 R-Weibull 분

포를 따를 경우  $m, P_u, P_h, q$ 에 따라 도출된 가속열화시험 계획은 Cho(2006)을 참조하기 바라며,  $q=0.1$ 일 때 도출된 가속열화시험 계획의 결과 중  $P_h$ 에 따른 저 스트레스 수준과 저 스트레스 수준의 할당비율의 변화 양태를 <Figure 4>와 <Figure 5>에 도시하였다.

도출된 가속열화시험 계획의 특징을 요약하면 다음과 같다

- ①  $P_u$ 가 클수록  $\epsilon_1$ 은 낮게 설정되고  $\pi_1$ 은 감소하는 경향을 나타내고 있다.
- ②  $P_h$ 에 따른 결과를 살펴보면 거의 모든 경우에 사용조건에서의 추정하고자 하는 분위수에 관련없이  $P_h$ 가 클수록  $\epsilon_1$ 과  $\pi_1$ 은 높아지는 경향을 나타내고 있다(<Figure 4>와 <Figure 5> 참조). 예외 경우로  $q$ 가 0.1이고  $P_u$ 가 0.00001일 때  $P_h$ 가 커지면  $\epsilon_1$ 은 증가하다가 너무 높아지면 감소하는 경향을 보여주고 있다.
- ③ 추정 분위수  $q$ 에 따른 변화를 살펴보면,  $q$ 가 높을수록  $\epsilon_1$ 은 감소하고 있으나,  $\pi_1$ 은 증가하는 경향을 파악할 수 있다.
- ④  $m$  값에 따른 점근적 분산  $v_0$ 는 차이가 낮지만, 저 스트레스 수준  $\epsilon_1$ 과 저 스트레스 수준의 할당비율  $\pi_1$ 은 거의 동일함을 알 수 있다.

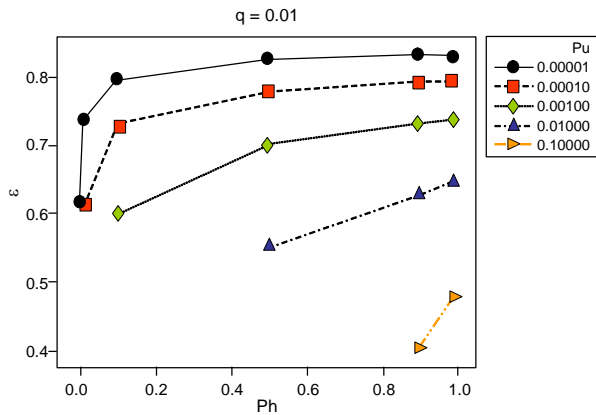


Figure 4. Low stress level for  $P_h(q=0.1)$

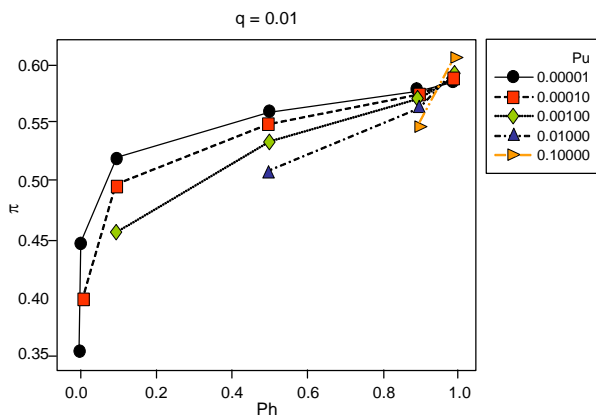


Figure 5. Proportion allocated at the low stress level for  $P_h(q=0.1)$

### 3.5 수치예

발광다이오드(Light Emitting Diode : LED)는  $m = 1$ 인 확률계수 열화율 모형은, 열화율은 대수정규분포를 열화율과 가속변수인 온도와의 관계는 아레니우스 모형( $x_i = \frac{11,605}{273.16 + temp_i}$ )을 따르며, 현 고장판정기준( $D_{a0}$ )과 최소 판정기준( $D_{cn}$ )을 50과 10(%)로 설정되고 있다. 그리고 사용 스트레스에서의 관심 있는 분위수는 0.1이고 시험단위의 수는 100개이며,  $t_c = 800$ 으로 사용(130℃) 및 고 스트레스(220℃)하에서 800시간까지 열화량을 측정할 때 고장판정기준까지의 고장확률( $P_u$ 와  $P_h$ )은 각각 0.0001과 0.5로 추측된다. 시험자는 과거의 시험자료로부터  $\sigma_D$ 는 0.5로 추정되고 있으므로 이런 정보를 이용하면  $P_u$ 와  $P_h$ 로부터 다음 식을 이용하여  $\beta_0 = -8.5441, \beta_1 = 1.8595$ 로 추정할 수 있다.

$$\Phi_{nor}\left(\frac{(\ln D_{a0} - m \ln t_{a0}) - (\beta_0 + \beta_1 x_0)}{\sigma_D}\right) = P_u$$

$$\Phi_{nor}\left(\frac{(\ln D_{a0} - m \ln t_{a2}) - (\beta_0 + \beta_1 x_2)}{\sigma_D}\right) = P_h$$

#### 3.5.1 판정가속을 도입하지 않을 경우

사용조건인 수명분포의 0.1분위수에 대한 점근적 분산을 최소화하는 저 스트레스 수준과 시험제품의 할당비율 등을 <Table 1>의 가속열화시험계획으로부터 구하면

$$\epsilon_1 = 0.5605, \pi_1 = 0.6684,$$

$$AVar = \frac{\sigma_D^2}{N} v_0 = 0.1306$$

이므로 저 스트레스 수준은 식(6)과 아레니우스 관계를 이용하여 다음과 같이 구해진다.

$$x_1 = x_0 + \epsilon_1(x_h - x_0) = 28.785 - 5.253 \times 0.5605 = 25.841$$

$$temp_1 = \frac{11,605 - 25.841 \times 273.16}{25.841} = 175.9(^\circ\text{C})$$

이를 시험상황에 적용하여 구한 최적 가속열화시험의 세부 계획을 <Table 2>에 정리하였다.

Table 2. Optimal ADT plan for a numerical example

plan	stress	
	low	high
stress level(℃)	175.9	220
number of test items	67	33
critical value	50%	50%
$AVar(\ln \hat{t}_q)$	0.1306	

**Table 3.** Sensitivity analyses : ratios of  $Avar$ ,  $\epsilon_1$ , and  $\pi_1$  for a numerical example( $\tilde{P}_u = 0.0001$ ,  $\tilde{P}_h = 0.5$ ,  $q = 0.1$ )

$P_u \backslash P_h$	0.3			0.4			0.5			0.6			0.7		
	$Avar$	$\epsilon_1$	$\pi_1$	$Avar$	$\epsilon_1$	$\pi_1$	$Avar$	$\epsilon_1$	$\pi_1$	$Avar$	$\epsilon_1$	$\pi_1$	$Avar$	$\epsilon_1$	$\pi_1$
0.00001	1.0627	0.8838	1.0585	1.0506	0.8970	1.0398	1.0390	0.9109	1.0247	1.0278	0.9262	1.0113	1.0170	0.9439	0.9986
0.00005	1.0141	0.9417	1.0448	1.0083	0.9539	1.0246	1.0041	0.9675	1.0085	1.0013	0.9830	0.9944	1.0007	1.0013	0.9811
0.0001	1.0039	0.9756	1.0375	1.0010	0.9869	1.0166	1.0000	1.0000	1.0000	1.0011	1.0153	0.9856	1.0054	1.0337	0.9721
0.0003	1.0061	1.0482	1.0234	1.0080	1.0565	1.0012	1.0128	1.0678	0.9838	1.0209	1.0821	0.9690	1.0338	1.1002	0.9552
0.0005	1.0177	1.0939	1.0154	1.0221	1.0995	0.9926	1.0299	1.1093	0.9749	1.0415	1.1226	0.9598	1.0590	1.1401	0.9460

가속열화시험 계획은  $P_u$ 와  $P_h$ 의 정확한 추정이 가능하다는 가정하에서 도출한 최적계획이므로 실제로  $P_u$ 와  $P_h$ 를 오추정하여 모수들의 추정에 오류가 포함될 경우에 실제 적용한 계획이 최적일 수 있다

따라서  $P_u$ 와  $P_h$ 를 오추정한 경우의 영향을 조사하기 위해 사전 추정값인  $P_u$ 와  $P_h$ 를 오추정( $\tilde{P}_u$ 와  $\tilde{P}_h$ )할 경우에 도출된 가속열화시험 계획을 적용했을 때 사용조건에서 추정하고자 하는 분위수에 관한 점근적 분산과 사전 추정값이 정확할 경우의 시험계획의 점근적 분산비(오추정인 경우/참인 경우), 저 스트레스 수준비, 저 스트레스 수준의 할당비율의 비로서 감도분석을 실시하였다. 수치예를 대상으로  $P_u$ 가 0.00001 ~ 0.0005이고  $P_h$ 가 0.3 ~ 0.7범위일 때  $\tilde{P}_u = 0.0001$ 과  $\tilde{P}_h = 0.5$ 로 추측시 감도분석을 수행한 결과를<Table 3>에 정리하였다.

본 수치예제의 감도분석 결과를 살펴보면 점근적 분산비는 최대 6%의 증가, 저 스트레스 수준비는 14%, 저 스트레스 수준의 할당비율비는 6% 정도의 차이가 있음을 알 수 있다 따라서 설계기준인 점근적 분산 측면에서 크게 차이가 나지 않으므로 실제로  $P_u$ 와  $P_h$ 가 어느 정도 오추정되더라도 본 논문에서 도출한 가속열화시험 계획을 충분히 활용할 수 있음을 보여주고 있다.

3.5.2 판정가속을 도입할 경우

판정가속을 고려하지 않은 수치예제와 동일한 시험상황에 대해 저 스트레스 수준에서 판정가속을 도입하여  $D_{cl}$ 을 25%, 30%, 40%로 각각 설정할 경우 저 스트레스 수준과 시험제품의 할당비율을 S-Plus로 작성된 프로그램으로 구한 결과가 다음과 같다.

**Table 4.** ADT plans with tightened critical values for a numerical example

$D_{cl}$	$\epsilon_1$ ( $^{\circ}C$ )	$\pi_1$ (시험단위 수)	$AVar(\ln \hat{t}_q)$
25%	0.1800(143.7)	0.8820(88)	0.0111
30%	0.3221(155.2)	0.8023(80)	0.0210
40%	0.4837(169.0)	0.7159(72)	0.0583

<Table 4>의 결과를 살펴보면 저 스트레스 수준에서 판정

가속을 높일수록(즉,  $D_{cl}$ 을 낮게 적용할수록) 저 스트레스 수준은 낮게, 저 스트레스 수준의 시험단위 할당비율은 크게, 점근적 분산은 작게 설정되었고, 판정가속을 고려하지 않을 경우보다 저 스트레스 수준은 보다 낮게, 이의 시험단위 할당비율은 보다 크게, 점근적 분산은 상당히 감소됨을 알 수 있다.

따라서 판정가속을 도입할 경우, 짧은 시험시간동안 유용한 고장정보를 많이 획득할 수 있으므로 통계적 효율성사용 조건에서의 수명분포의 관심있는 분위수에 관한 점근적 분산은 판정가속을 고려하지 않은 경우보다 높아지게 된다 이 경우 점근적 분산의 감소량과 엄격한 고장기준을 적용함으로써 발생할 수 있는 고장판정기준의 외삽효과고장판정의 정확성 감소)에 대한 상충관계(trade-off)를 고려하여 시험자가 이의 채택여부를 결정할 수 있다

4. 측정오차를 고려할 경우

측정오차가 포함되는 것이 보다 실용적 상황이지만 일반적으로 측정오차가 정규분포를 따르는 가법모형을 택할 경우 모수의 추정부터 쉽지 않고 시험계획 또한 용이하지 않으므로 본 논문에서는 가법모형보다 현실적으로 더 유용한 모형이 될 수 있는 식 (16)과 같은 승법모형(Seo et al., 2006)을 택하여 열화율이 대수정규분포와 R-Weibull 분포를 따를 경우에 본 논문에서 도출된 시험계획의 적용방법을 보여 주고자 한다

$$Y(t) = \Theta t^m \cdot \epsilon = \Theta' t^m \tag{16}$$

단,  $\epsilon \sim LN(0, \sigma_\epsilon^2)$   
 $\Theta' = \Theta \cdot \epsilon$

여기서 측정오차는 대수정규분포를 따르며 열화율  $\Theta$ 와 측정오차  $\epsilon$ 은 서로 독립이라 볼 수 있으므로 열화율이 대수정규분포( $\Theta \sim LN(\beta_0 + \beta_1 x, \sigma_\Theta^2)$ )를 따를 때,  $\ln \Theta' = \ln \Theta + \ln \epsilon$ 으로 표현되어,  $\ln \Theta'$ 에 대한 평균과 분산은 식(17)과 같이 된다.

$$E[\ln \Theta'] = E[\ln \Theta] = \beta_0 + \beta_1 x, \quad Var[\ln \Theta'] = \sigma_\Theta^2 + \sigma_\epsilon^2 \tag{17}$$

따라서  $\Theta'$ 은 평균이  $\beta_0 + \beta_1 x$ 이고, 분산이  $\sigma_\Theta^2 + \sigma_\epsilon^2$ 인 대수



정규분포( $\Theta' \sim LN(\beta_0 + \beta_1 x, \sigma_D^2 + \sigma_\epsilon^2)$ )를 따른다.

열화율이 R-Weibull 분포( $\Theta \sim R-Weibull(\beta_D, \exp(\beta_0 + \beta_1 x))$ ,  $\epsilon \sim LN(0, \sigma_\epsilon^2)$ )를 따를 경우,  $\ln\Theta$ 는 최대 극단치 분포( $\ln\Theta \sim LEV(\sigma = 1/\beta_D, -(\beta_0 + \beta_1 x))$ )를 따르므로  $\ln\Theta$ 와  $\ln\Theta'$ 의 평균과 분산을 각각 구하면 식(18)과 식(19)와 같다.

$$E[\ln\Theta] = -(\beta_0 + \beta_1 x) + \sigma_D \gamma, \quad Var[\ln\Theta] = \sigma_D^2 \pi^2 / \gamma \quad (18)$$

$$E[\ln\Theta'] = -(\beta_0 + \beta_1 x) + \sigma_D \gamma, \quad Var[\ln\Theta'] = \sigma'^2 \cdot \frac{\pi^2}{\gamma^2} \quad (19)$$

$$\text{단, } \sigma'^2 = \sigma_D^2 + \sigma_\epsilon^2 \cdot \frac{\gamma^2}{\pi^2}$$

$\gamma$ : Euler 상수(약 0.5772)

이 경우의  $\ln\Theta'$ 는 (정확하게) 최대 극단치 분포를 따르지 않지만 근사적으로 최대 극단치 분포( $LEV(\sigma', -(\beta_0 + \beta_1 x))$ )를 따른다고 볼 수 있다.

따라서 열화율이 대수정규분포와 R-Weibull 분포를 각각 따를 때 제 3절에서 도출된 가속열화시험계획은  $\sigma_D^2$ 에 무관하므로 측정오차를 고려할 경우도 그대로 적용할 수 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

오늘날 기업들의 고 신뢰도 제품개발로 인해 신뢰도가 크게 향상되어 가속수명시험을 실시하더라도 허용된 시간내 고장 자료를 충분히 얻지 못하는 경우가 많아 열화자료의 활용 및 이에 대한 새로운 분석방법을 필요로 하고 있다.

따라서 본 논문은 제품간의 가변성을 수용한 확률계수 열화율 모형하에서 열화율이 대수정규분포와 R-Weibull 분포를 각각 따를 경우 설계기준을 정식화하여 가속열화시험 계획을 개발하고, 고 신뢰도 제품의 신뢰성 평가를 위하여 널리 쓰이는 스트레스 가속과 더불어 판정가속의 도입여부를 수용할 수 있는 가속열화시험 계획의 도출방법도 제안하였다 또한 시험계획의 입력정보( $P_u$ 와  $P_h$ )를 오추정한 경우의 영향을 조사하기 위해 접근적 분산비, 저 스트레스 수준비, 저 스트레스 수준의 할당비율비에 대해 감도분석을 수행한 결과 본 논문에서 개발된 가속열화시험 계획을 충분히 활용할 수 있음을 파악할 수 있었으며, 도출된 시험계획을 측정오차가 포함되는 실제 시험 상황에 적용할 수 있음을 보여주었다.

앞으로 시험단위의 총 개수와 측정횟수, 시험종결시간까지 설정하는 시험계획, 판정가속도입시 이의 부정적 효과를 고려한 가속열화시험 계획의 개발 등에 대한 후속 연구가 요망된다.

## 참고문헌

- Boulangier, M. and Escobar, L. A. (1994), Experimental Design for a Class of Accelerated Degradation Tests, *Technometrics*, **36**, 260-272.
- Cho, Y. H. (2006), Development of Accelerated Degradation Test Plans under Random Coefficient Degradation Model, *Unpublished Ph. D. Dissertation, Dong-A University*, Busan, Korea.(The thesis file (Korea) and S-plus program are available from the author).
- Insightful (2001), *S-Plus 6 for Windows : User's Guide*, Insightful Corp., Seattle.
- Kielpinski, T. and Nelson, W. (1975), Optimum Censored Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Life Distribution, *IEEE Transactions on Reliability*, R-24, 310-320.
- Meeker, W. Q. and Hamada, M. (1995), Statistical Tools for the Rapid Development & Evaluation of High-Reliability Products, *IEEE Transactions on Reliability*, **44**, 187-198.
- Nelson, W. (1990), *Accelerated Testing : Statistical Models, Test Plans, and Data Analyses*, John Wiley & Sons.
- Oliverira, V. R. B. and Colosimo E. A. (2004), Comparison of Methods to Estimate the Time-to-Failure Distribution in Degradation Tests, *Quality and Reliability Engineering International*, **20**, 363-373.
- Park, B. H., Lim, H. K. and Jang, J. S. (2005), "Design of Degradation Test without Replacement Based on Tightened Critical Value", *Journal of Applied Reliability*, **5**, 167-180.
- Seo, S. K., Lee, S. J. and Cho, Y. H. (2006), "Statistical Analysis of Degradation Data under a Random Coefficient Rate Model, *Journal of the Korean Society for Quality Management*, **34**, 19-30.
- Yacout, A. M., Salvatores S. and Orechwa Y. (1996), Degradation Analysis Estimates of the Time-To-Failure Distribution of Irradiated Fuel Elements, *Nuclear Technology*, **113**, 177-189.
- Yang, G. and Yang, K. (1998), Degradation Reliability Assessment Using Severe Critical Values, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, **5**, 85-95.
- Yang, G. and Yang, K. (2002), Accelerated Degradation Tests With Tightened Critical Values, *IEEE Transactions on Reliability*, **51**, 463-468.
- Yu, H. F. (2003), Designing an Accelerated Degradation Experiment by Optimizing the Estimation of the Percentile, *Quality and Reliability Engineering International*, **19**, 197-214.
- Yu, H. F. (2006), Designing an Accelerated Degradation Experiment with a Reciprocal Weibull Degradation Rate, *Journal of Statistical Planning and Inference*, **136**, 282-297.