

위상 차이가 있는 작은 파동수의 정현적인 벽면 온도 하에서의 자연 대류 유동의 천이

유 주 식*

<국문 초록>

두 벽면이 서로 다른 평균 온도와 일정한 위상 차이 하에서 작은 파동수의 정현적인 온도 분포를 갖는 시스템에서의 자연 대류를 조사한다. 벽면 온도 분포의 파동수 $k = 0.5$ 이고 위상차는 $\pi/2$ 이며, 고려하는 유체는 $Pr = 0.7$ 인 공기이다. 작은 Rayleigh 수의 전도 영역에서는 한 주기에 걸쳐 약간 기울어진 형태의 두 개의 큰 셀이 형성된다. 그러나 Rayleigh 수가 증가하면 열적으로 불안정한 영역에서 여러 개의 셀이 형성되는 다수 셀 유동이 일어난다. 다수 셀 영역에서 과도기적인 기간에서는 일시적으로 공간적인 점대칭성이 깨어지기도 하지만 정상 상태의 유동장은 언제나 대칭성을 만족한다. 유동 형태의 천이가 일어나는 임계 Rayleigh 수 부근에서는 Nusselt 수가 급격하게 증가한다.

주제어: 정현적인 온도 분포, 위상 차이, 다수 셀 유동, 천이

* 교신저자 : 유주식(jsyoo@andong.ac.kr), 안동대학교 사범대학 기계교육과 교수

I. 서론

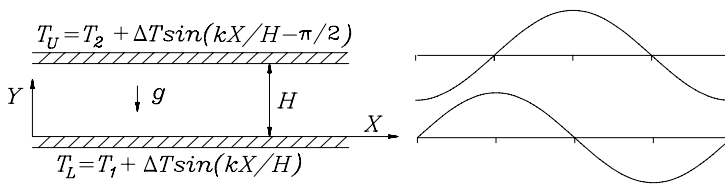
본 연구에서 고려하는 문제는, 가열 혹은 냉각되는 두 벽면이 주기적으로 변화하는 불균일한 온도 분포를 가지고 있는 경우이다. [그림 1]과 같이 아래와 위 벽면은 각각 $T_L = T_1 + \Delta T \sin(kX/H)$, $T_U = T_2 + \Delta T \sin(kX/H - \pi/2)$ 의 온도 분포를 갖는다. 이와 같은 주기적인 경계 조건을 갖는 문제로는, 벽면의 온도가 일정할 때 판의 형태가 길이 방향으로 정현적(sinusoidal)이거나 삼각파 등과 같이 물결 모양을 이루는 관내의 자연 대류 혹은 강제 대류에 대한 것이 있다 (Faghri and Asako, 1986; Patankar et al., 1978; Sparrow and Charmchi, 1980; Watson and Poots, 1971). 한편 유주식과 김용진(2005)은 작은 크기의 불균일 온도를 갖는 Rayleigh-Benard 문제에서의 다중해(multiple solution)를 조사하였다.

불균일한 벽면 온도를 갖는 다공성 매질(porous medium)에서의 자연 대류에 관한 연구로는 Bradean 등(1996)과 Yoo(2003)의 연구가 있다. Bradean 등(1996)은 주기적으로 가열되고 냉각되는 수평 평판을 가진 반 무한 다공성 매질에서의 자연 대류를 조사하였다. 그리고 Yoo(2003)는 다공성 매질에서 평균온도가 같은 두 벽면이 정현적인 온도 분포를 가지고 있을 때의 유동을 작은 Rayleigh 수에 대한 점근적인 해를 구하여 조사하였다.

본 연구에서는 두 벽면이 일정한 위상 차이($\pi/2$)를 가지고 서로 다른 평균 온도 하에서 주기적으로 변화하는 온도 분포를 갖는 경우에 대해 조사한다. 주기적인 벽면 온도를 갖는 상황은, 전자 장치의 가열이나 냉각 등의 시스템에서 규칙적으로 배열된 여러 개의 열원에 대한 기본적인 모델의 하나가 된다. 그리고 냉각과 가열이 서로 어긋나게 배열되어 있는 상황은, 아래와 위 벽면의 위상 차이로써 나타낼 수 있다. 고려하는 유체는 $Pr = 0.7$ 인 공기이다. 유동장은 벽면 온도와 같은 공간적인 주기를 가지므로 파장(wave length) $2\pi/k$ 는 시스템의 기하학적 형태를 나타내는 일종의 종횡비(aspect ratio)에 해당된다. 본 연구에서는 작은 파동 수 $k = 0.5$ 를 고려하는데 이것은 아주 얇은 통(shallow cavity)에 대응된다. 상하 벽면의 거리가 가까움으로 인해 두 벽면 간의 열적인 상호 작용이 증가하여 다양한 셀 대류(cellular convection)가 일어날 수 있다. 또한 온도 분포에 $\pi/2$ 의 위상 차이가 있기 때문에, 위상 차이가 없는 경우와는 달리 시스템이 열적으로 안정한 영역과 불안정한 영역으로 나누어지므로 더욱 더 흥미있는 현상이 일어날 것으로 예상된다.

II. 해석

[그림 1]과 같이 두 개의 수평 평판 사이에 유체가 채워져 있으며, 상하 벽면은 서로 다른 위상을 가지고 정현적으로 변화하는 온도 분포를 가지고 있다. Boussinesq 근사로부터 부력 항에서만 유체의 밀도 변화를 고려하고 다른 물성치들은 모두 일정하다고 가정한다. 에너지 방정식에서 점성 소산도 역시 무시한다. 이와 같은 가정 하에서 무차원화된 흐름 함수 Ψ 와 와도 ω 로써 표현되는 무차원 지배 방정식은 다음과 같다.



[그림 1] 문제 정의의 개략도. 온도분포(우측 그림)에서 x 의 범위 : $0 \leq kx \leq 2\pi$.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = J(\Psi, \omega) + Pr \nabla^2 \omega + Pr Ra \partial_x \theta \tag{1}$$

$$\nabla^2 \Psi = -\omega \tag{2}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = J(\Psi, \theta) + \nabla^2 \theta \tag{3}$$

여기에서 $Pr = \nu / \kappa$ 과 $Ra = \alpha g \Delta T H^3 / \kappa \nu$ 는 각각 Prandtl 수와 Rayleigh 수를 나타낸다. 와도(ω)와 흐름 함수(Ψ), Jacobian $J(f, g)$ 및 Laplacian은 다음과 같이 정의된다.

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \tag{4}$$

$$J(f, g) = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial g}{\partial x} \tag{5}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \tag{6}$$

벽면에서의 경계 조건은 다음과 같다.

$$\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \quad \text{at } y = 0, 1 \tag{7}$$

$$\theta = 1 + \sin kx \quad \text{at } y = 0 \tag{8}$$

$$\theta = \sin(kx - \pi/2) \quad \text{at } y = 1 \tag{9}$$

지배 방정식 (1)-(3)과 경계 조건 (7)-(9)는 점 $(\pi/4k, 1/2)$ 에 대해서 다음과 같은 대칭성을 만족하는 해를 갖는다.

$$\Psi(x, y, t) = \Psi(\pi/2k - x, 1 - y, t) \tag{10}$$

$$\Theta(x, y, t) = \Phi(x, y, t) - y + 1 \tag{11}$$

$$\Phi(x, y, t) = -\Phi(\pi/2k - x, 1 - y, t) \tag{12}$$

경계 조건 (7)-(9)를 만족하는 해는 벽면에서의 온도 분포와 같은 주기를 갖는다고 가정한다. 따라서 다음과 같이 평균 Nusselt 수를 정의하여 벽면에서의 열전달률을 구한다.

$$Nu = -\frac{k}{2\pi} \int_0^{2\pi/k} \frac{\partial \Theta}{\partial y} dx \quad \text{at } y=0, 1 \tag{13}$$

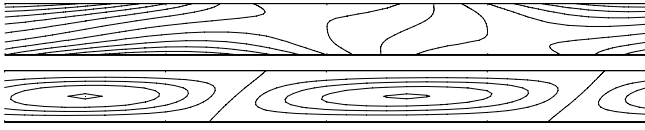
비정상 상태의 방정식 (1)-(3)을 유한한 방정식계로 바꾸기 위해서 확산 항과 시간 미분 항에서는 Dufort-Frankel의 leap-frog 방법을 쓰고 Jacobian 항에서는 중앙 차분법을 사용한다 (Roache, 1972). 계산 영역이 4각형이므로 유동 함수에 대한 Poisson 방정식은 Buzbee et al. (1970)의 순환적 짝-홀 제거(cyclic even-odd reduction) 방법을 사용하여 반복 계산을 하지 않고 바로 푼다. 이 방법은 매우 빠르고 정확하다 (Yoo, 1998). x 방향으로서는 균일한 격자계를 사용하고, y 방향으로서는 벽면 부근의 얇은 경계층을 분해하기 위하여 다음과 같은 좌표 확장을 한다.

$$y = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\tanh\{C(2y-1)\}}{\tanh(C)} \right] \tag{14}$$

III. 결과 및 논의

먼저 전도가 지배적인 작은 Ra 에서의 유동을 [그림 2]에 도시하였다. 전도 영역에서는, 아래 벽면에서 최대 온도를 갖는 점 $(\pi/2k, 0)$ 부근에서는 올라가고 최소 온도를 갖는 점 $(3\pi/2k, 0)$ 부근에서는 내려가는 모양의 셀(cell)이 형성된다. 아래와 위 벽면의 온도 분포에 위상차($\pi/2$)가 있으므로 셀들은 약간 기울어진 모양을 하게 된다. 한편 [그림 2]는 유선과 온도 분포가 점 $(\pi/4k, 1/2)$ 에 대해 대칭이라는 것을 잘 보여 주고 있다.

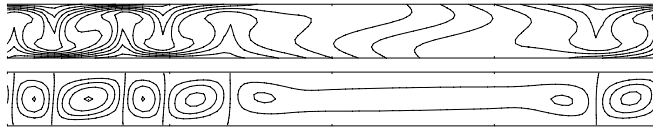
전도 영역의 유동은 위상차가 없을 때와 유사한 모양이다. 그러나 Ra 를 증가시키면 아주 큰 변화가 일어난다. 위상차가 없을 때에는 $0 < kx < 2\pi$ 의 전 영역이 열적으로 불안정한 상태에 놓여지게 되지만 이 경우에는 [그림 3]과 같은 다수 셀 대류(multi-cellular convection)가 일어나지 않는다. 즉, 위상차가 없을 때에는 수평 방향의



[그림 2] 전도 영역의 유선(아래)과 등온선(위):

$$0 < kx < \pi; Ra = 100$$

온도 구배에 의해 유동장이 지배되고 있음을 알 수 있다. 그러나 위상차 $\pi/2$ 를 갖고 있는 본 문제에서는 열적으로 불안정한 영역인 $0 < kx < \pi, \pi < kx < 2\pi$ 에서 [그림 3]과 같은 셀 대류가 일어난다. 한편 같은 위상차($\pi/2$)를 가지더라도 평균 온도 차이가 없는 경우에는 열적으로 불안정한 영역이 존재하지만 이 경우에는 [그림 3]과 같은 셀 대류가 일어나지 않았다.

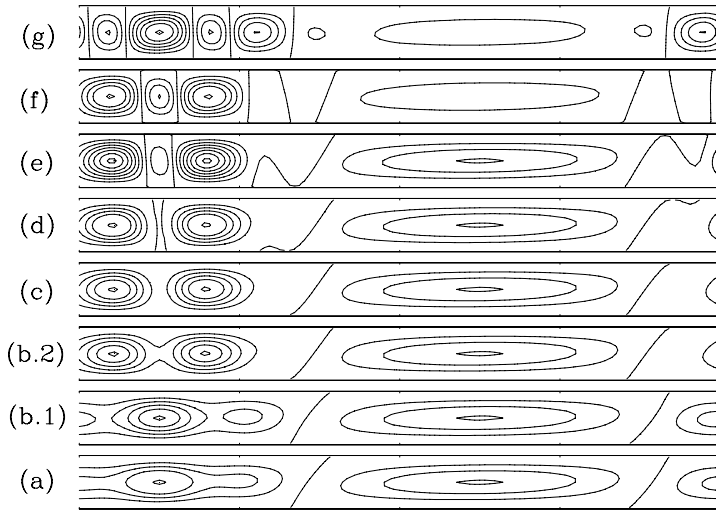


[그림 3] 대류 영역의 유선(아래)과 등온선(위):

$$0 < kx < \pi; Ra = 10,000$$

다음에는 Ra 에 따른 유동 형태의 천이(transition) 과정을 [그림 4]에 도시하였다. [그림 4]에서 보이듯이 유동장의 천이 과정은 약간 매끄럽지 않음을 알 수 있다. $Ra < 850$ 에서는 전도 해 형태의 유동장을 유지하며 약 $Ra = 870$ 에서 점 $(\pi/4k, 1/2)$ 을 중심으로 하는 셀의 좌우에 같은 방향으로 회전하는 두개의 셀이 형성되기 시작한다[그림 4(a)]. 그러나 $Ra = 880$ 에서는 점 $(\pi/4k, 1/2)$ 을 중심으로 하는 셀은 없어지고 그 점에 대해 대칭인 같은 방향으로 회전하는 두 개의 셀이 형성된다 [그림 4(c)]. 즉, $Ra = 870$ 과 $Ra = 880$ 에서의 유동 형태는 완전히 서로 다른 구조를 보여주고 있는데 그 중간 값인 $Ra = 875$ 에서는 위의 두 가지 형태의 해가 공존한다. [그림 4(a)]를 초기치로 하면 [그림 4(b.1)]이 얻어지고 [그림 4(c)]를 초기치로 하면 [그림 4(b.2)]의 유동장이 얻어진다. 그러나 (b.1)의 유동장은 정상 상태(steady state)에 머물러 있지 못하고 극미하지만 조금씩 변하고 있음이 관측되었다. 그 변화의 정도는 극히 미소한 것이어서 외관상 거의 보이지 않는다. 수치계산에서 보이는 것은 레지듀(residue) $= \max[\max(d'/dt), \max(d''/dt)]$ 의 경향인데, $t = 0$ 에서부터 계산을 시작하면 $t = 10$ 정도에서 레지듀가 $O(10^{-5})$ 에 도달하여 정상 상태로 간주할 수 있다. 그런데 그 레지듀는 완전히 영으로 수렴해가지 않고 조금씩 증가하기 시작한다. 그러나 그 증가의 크기는 아주 작아서 $t = 1000$ 까지도 $O(10^{-5})$ 에 머물러 있다. 따라서 수치계

산에서 생기는 round-off error를 일종의 교란(disturbance)으로 간주한다면 (b.1)의 해는 이 교란에 대해 불안정한 것이고 (b.2)의 유동장은 안정한 것이라고 말할 수 있다. 즉, 이력(hysteresis) 현상이 아니라 Rayleigh 수의 증가에 따라 (a)로부터 (c)로의 천이가 일어나며 임계 Rayleigh 수는 약 875이다. (a)로부터 (c)로의 매끄럽지 못한 천이는 유동장의 점대칭성 때문이다. 그리고 (b.2)는 (b.1)보다 약 8% 정도 큰 Nusselt 수를 갖는다.



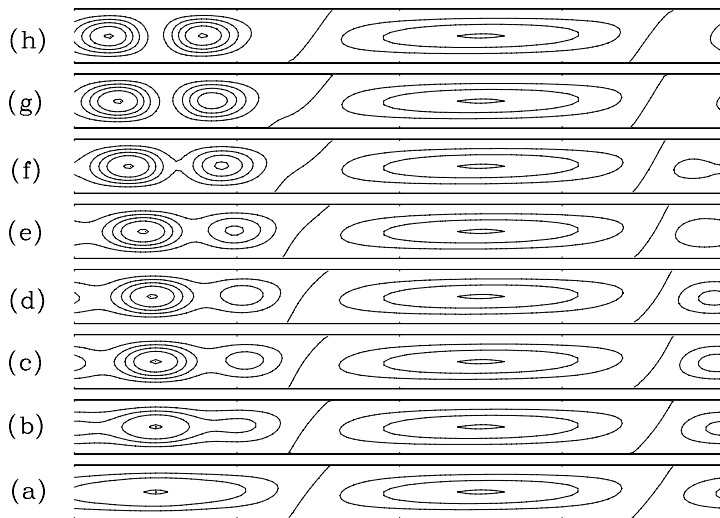
[그림 4] Rayleigh 수에 따른 유동 형태의 천이 과정: $0 < kx < \pi$;
 (a) $Ra = 870$; (b.1), (b.2) $Ra = 875$; (c) $Ra = 880$; (d) $Ra = 890$; (e) $Ra = 930$; (f) $Ra = 1,100$; (g) $Ra = 1,300$

[그림 4(c)]의 $Ra = 880$ 에서는 두 개의 같은 방향으로 회전하는 셀이 형성됨에 따라 셀들의 경계면에서 전단 운동(shearing motion)이 있게 된다. 그러나 곧이어 조금 더 큰 Rayleigh 수 $Ra = 890$ 에서는 점 $(\pi/4, 1/2)$ 을 중심으로 하여 서로 반대 방향으로 회전하는 작은 셀이 두 셀의 경계면에서 생성된다. [그림 4(d)]. 그리고 Ra 가 증가에 따라 이 셀의 강도가 점점 증가하여 [그림 4(e), (f)] $Ra = 1300$ 에서는 가장 지배적인 셀이 된다 [그림 4(g)].

[그림 4]의 유선은 모두 점대칭성을 만족시키고 있다. 그리고 열적으로 불안정한 영역 ($0 < kx < \pi$, $3\pi/2 < kx < 2\pi$)에서의 유동장은 Ra 에 따른 큰 변화를 보이고 있지만 안정한 영역 ($\pi < kx < 3\pi/2$)에서는 거의 변화가 없다. 유동장 [그림 4(a)]로부터 [그림 4(c)]로의 매끄럽지 못한 천이는 이 열적인 불안정성과 대칭성의 조합으로 인한 것이다. 위상차가 π 인 경우에는 $kx = \pi/2$ 에서 가장 큰 수직 방향의 온도 구배를 갖고 이 선 상에서 언제나 수직 방향의 유동이 있으므로 이 부근에서 열적인 불안

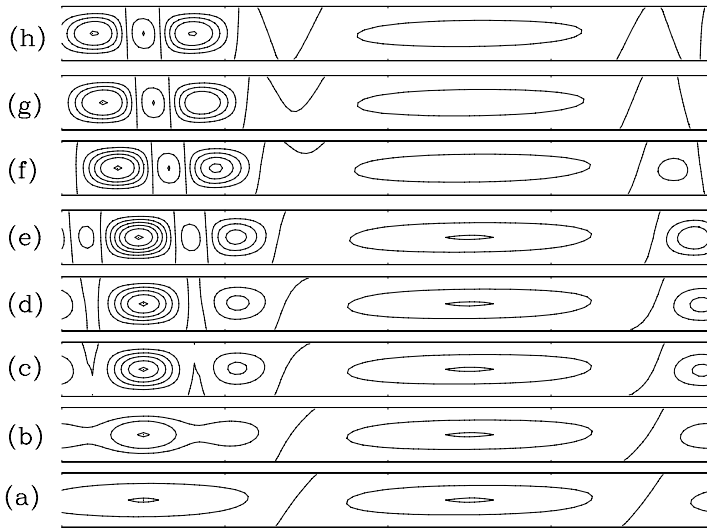
정으로 인한 대류가 일어나기 쉽게 된다. 그런데 위상차가 $\pi/2$ 인 본 문제에서는 $kx = \pi/4$ 에서 가장 큰 수직 방향의 온도 구배를 갖는데 점 $(\pi/4k, 1/2)$ 는 바로 작은 Ra 에서의 셀의 중심이기 때문이다 [그림 4(a)].

[그림 4]에 제시된 두 유동 (b.1)과 (b.2)의 안정성을 판별하기 위해서는 여러 가지의 안정성 해석(stability analysis) 방법이 사용된다(Drazin and Reid (1982)). 여기에서는 수치 계산에서 생기는 round-off error를 일종의 교란으로 생각할 수 있으므로 시간 적분적인 해석 방법으로써 $Ra = 880$ 에서의 시간에 따른 유동의 변화 과정을 살펴 보았다[그림 5].



[그림 5] 정지 상태의 유체를 순간적으로 $Ra = 880$ 으로 가열했을 때의 시간에 따른 유동장의 발전 과정: $0 \leq kx \leq \pi/2$; (a) $t = 5$; (b) $t = 15$; (c) $t = 70$; (d) $t = 650$; (e) $t = 750$; (f) $t = 810$; (g) $t = 850$; (h) 정상 상태

[그림 5]는 정지해 있는 유체층을 순간적으로 가열하였을 때의 유동장의 발전 과정을 도시한 것이다. $t = 0$ 에서의 정지 상태로부터 출발하여 $t = 5$ 정도에서 전도 상태가 확립된다. 그러나 약 $t = 15$ 에서 $kx = \pi/4$ 의 좌우에 같은 방향으로 회전하는 두 개의 셀이 생성되기 시작하여 $t = 70$ 정도에서 거의 정상 상태에 도달한다. $t = 70$ 의 유동장은 점대칭성을 만족한다. 그러나 이때의 유동장은 round-off error로 인한 교란에 의해서도 아주 미소하지만 조금씩 변화하기 시작하여 아주 오랜 시간 후인 $t = 650$ 에서는 점대칭성이 깨어진 것을 볼 수 있다. 그 이후 대칭성이 깨어진 상태 ($t = 750, 810, 850$)의 과도기를 거쳐 다시 대칭성을 만족하는 새로운 정상 상태에 도달한다.

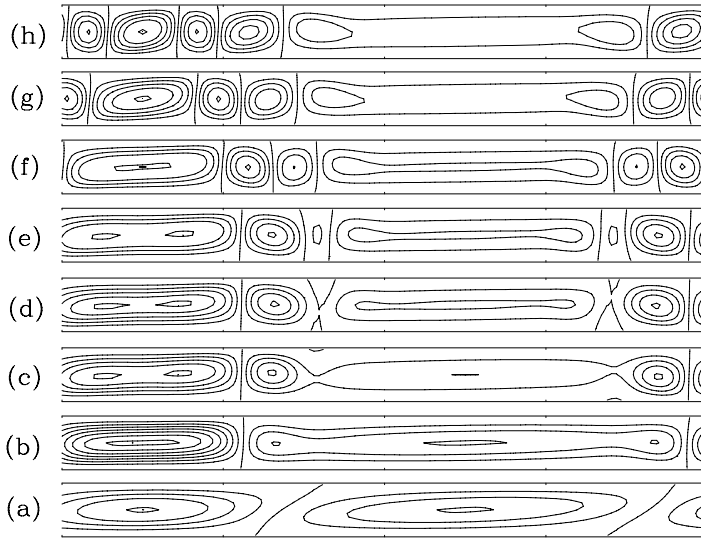


[그림 6] 정지 상태의 유체를 순간적으로 $Ra = 1,000$ 으로 가열했을 때의 시간에 따른 유동장의 발전 과정: $0 < kx < \pi$; (a) $t = 2$; (b) $t = 4.1$; (c) $t = 4.9$; (d) $t = 5$; (e) $t = 205$; (f) $t = 255$; (g) $t = 285$; (h) 정상 상태

[그림 6]에는 다수 셀 대류가 일어난 후인 $Ra = 1000$ 에서의 유동의 발전 양상을 도시하였다. 이 경우에는 $t = 4.1$ 에서 같은 방향으로 회전하는 셀이 형성되기 시작하며 이때의 전단 운동에 의해 반대 방향으로 회전하는 셀이 $kx = \pi/4$ 의 좌우에 생성된다($t = 4.9$). 이렇게 하여 $t = 5$ 에서는 $kx = \pi/4$ 의 좌우에 서로 반대 방향으로 회전하는 네 개의 셀이 형성된다. 이때의 유동장은 점 $(\pi/4k, 1/2)$ 을 중심으로 하는 셀이 가장 큰 강도를 가지며 이것은 [그림 4(g)]의 $Ra = 1300$ 의 것과 비슷한 모양이다. 그러나 $Ra = 1000$ 에서는 이 상태를 유지하지 못하고 오랜 시간 후에 대칭성이 깨진 상태($t = 205, 285$)를 거쳐 새로운 정상 상태에 도달한다.

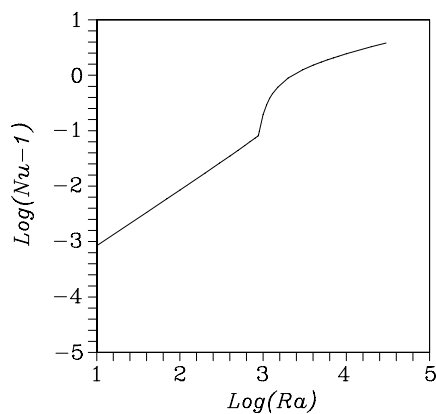
다음에는 열적으로 불안정한 영역에서 전도 상태가 깨어지기 시작하는 임계 Rayleigh 수 $Ra = 875$ 보다 훨씬 큰 $Ra = 10,000$ 에서의 시간에 따른 유동의 발전 양상을 [그림 7]에 도시하였다. 이 경우에는 $kx = \pi/2$ 부근에서 셀 대류가 일어나며 $Ra = 875$ 근방의 경우($Ra = 880, 1000$)와는 달리 언제나 대칭성을 만족한다. 대류의 초기 단계에서도 수직 방향의 유동이 있는 $kx = \pi/2$ 부근에서 전도 상태가 깨짐에 따라 셀이 생성되는 과정이 무척 빠르게 진행되며 정상 상태에 도달하는 시간도 $Ra = 880, 1000$ 의 경우보다 훨씬 짧다.

끝으로 정상 상태에서의 Ra 에 따른 Nusselt 수의 거동을 [그림 8]에 도시하였다. Ra 가 작을 때인 전도 영역에서의 Nusselt 수는 Ra 에 정비례하지만, 어떤 임계



[그림 7] 정지 상태의 유체를 순간적으로 $Ra = 10,000$ 으로 가열했을 때의 시간에 따른 유동장의 발전 과정: $\theta = f(x, y, z, t)$;
 (a) $t = 0.1$; (b) $t = 0.19$; (c) $t = 0.23$; (d) $t = 0.315$; (e)
 $t = 0.39$; (f) $t = 1.0$; (g) $t = 2.3$; (h) 정상 상태

Rayleigh 수 부근에서 Nusselt 수가 급격하게 증가한다. 이것은 평균 온도 차이가 없을 때와 다른 점으로서 Rayleigh-Benard 문제에서 대류가 일어날 때 Nusselt 수가 크게 증가하는 것과 비교될 수 있는 현상이다. 즉, [그림 8]과 같은 Nusselt 수의 급격한 증가는 열적으로 불안정한 영역에서 다수 셀 대류가 일어나기 때문이다.



[그림 8] Ra 에 따른 Nu 의 변화

IV. 결론

서로 다른 평균 온도를 갖는 두 벽면이 작은 파동수 ($k = 0.5$)와 일정한 위상 차이 ($\pi/2$) 하에서 정현적으로 변화하는 온도 분포를 가질 때의 자연 대류를 조사하였다. 전도가 지배적인 작은 Ra 에서는 한 주기에 걸쳐 두 개의 큰 셀이 형성된다. 그러나 Ra 가 증가하면 열 불안정에 의하여 여러 개의 셀이 형성되는 다수 셀 유동이 일어난다. 모든 Ra 에 대해 정상 상태의 대류는 공간적인 점 대칭성을 만족한다. 다수 셀 유동이 일어나는 천이 점 부근의 Ra 에서는, 과도기적인 기간에 일시적으로 공간적인 점대칭성이 깨어진다. 그러나 아주 큰 Ra 에서는 과도기적인 기간에도 언제나 대칭성을 만족한다. 열 불안정성과 점대칭성의 조합으로 인하여 전도 영역에서 다수 셀 대류 영역으로 넘어가는 유동의 천이가 매끄럽게 일어나지 않는다. 전도 영역에서의 Nusselt 수는 Ra 에 정비례하지만, 유동 형태의 천이가 일어나는 임계 Rayleigh 수 부근에서는 Nusselt 수가 급격하게 증가한다.

기호설명

g	: 중력 가속도
H	: 두 판 간의 거리
k	: 벽 온도 분포의 무차원 파동수
Nu	: 평균 Nusselt 수
Pr	: Prandtl 수, ν/κ
Ra	: Rayleigh 수, $\alpha g \Delta T H^3 / \kappa \nu$
t	: 무차원 시간
T_L	: 아래 벽면의 온도 분포
T_U	: 위 벽면의 온도 분포
T_1	: 아래 벽면의 평균 온도
T_2	: 위 벽면의 평균 온도
ΔT	: 특성 온도 차이, $T_1 - T_2$
u	: 무차원 속도의 수평 방향 성분
v	: 무차원 속도의 수직 방향 성분
X	: 수평 좌표
Y	: 수직 좌표
x	: 무차원 수평 좌표, X/H
y	: 무차원 수직 좌표, Y/H

그리스 문자

α	: 열 팽창 계수
Θ	: 무차원 온도
κ	: 열 확산 계수
ν	: 동점성 계수
ρ_0	: 밀도
Φ	: 두 벽면의 평균 온도 차이에 해당하는 전도 상태를 뺀 온도를 뺀 온도
Ψ	: 흐름 함수
ω	: 와도

참 고 문 헌

- 유 주식, 김용진 (2005). 불균일 벽면 온도를 갖는 Rayleigh-Benard 문제에서의 유동의 다수성. *대한공업교육학회지*, 30(2), 123-129.
- Bradean, R., Ingham, D.B., Heggs, P.J. and Pop, I. (1996), Buoyancy-induced flow adjacent to a periodically heated and cooled horizontal surface in porous media, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 39, 615-630.
- Buzbee, B. L., Golub, G. H. and Nielson, C. W. (1970), On Direct Methods for Solving Poisson's Equations, *SIAM J. Numerical Analysis*, 7, 627-656.
- Drazin, P. and Reid, W. (1982). *Hydrodynamic stability*, Cambridge University Press.
- Faghri, M. and Asako, Y. (1986), Periodic, fully developed, natural convection in a channel with corrugated confining walls, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 29, 1931-1936.
- Patankar, S. V., Liu, C. H. and Sparrow, E. M. (1978), The periodic thermally developed regime in ducts with streamwise periodic wall temperature or heat flux, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 21, 557-566.
- Roache, P. J. (1972). *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa, 53-64.
- Sparrow, E. M. and Charmchi, M. (1980), Heat transfer and fluid flow characteristics of spanwise-periodic corrugated ducts, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 23, 471-481.
- Watson, A. and Poots, G. (1971), The effect of sinusoidal protrusions on laminar free convection between vertical walls, *J. Fluid Mech.* 49, 33-48.
- Yoo, J.-S. (1998). Natural Convection in a Narrow Horizontal Cylindrical Annulus, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 41, 3055-3073.
- Yoo, J.-S. (2003), Thermal convection in a vertical porous slot with spatially periodic boundary temperatures: low Ra flow, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 46, 381-384.

<Abstract>

Transition of Natural Convective Flows
Subjected to Small-Wave-Number Sinusoidal
Wall Temperatures with Phase Difference

Joo-Sik Yoo*

This study investigates the natural convection of air($Pr = 0.7$) between two walls having a small- wave- number sinusoidal temperature distributions with a phase difference. The wave number and the phase difference of wall temperatures are $k = 0.5$ and $\pi/2$, respectively. In the conduction-dominated regime at small Rayleigh number, two slightly inclined cells are formed over one wave length. At higher Rayleigh number, however, multicellular convection occurs in thermally unstable region. A spatial symmetry is intermittently broken in the transient period at the Rayleigh number near the critical value. The steady-state flows always satisfy the spatial symmetry. A steep increase of Nusselt number occurs near the Rayleigh number at which transition of flow pattern occurs.

Key words : sinusoidal temperature, phase difference, multi-cellular convection, transition

* Correspondence : Professor, Andong National University