

# 전기장 변화에 따른 3차원 비정상 상태 열전달 연계 해석에 관한 연구

곽이구<sup>+</sup>, 김홍건<sup>\*</sup>

(논문접수일 2007. 5. 7, 심사완료일 2007. 12. 27)

## A Study on the 3-D Unsteady State Heat Transfer Coupled by Conductive Currents

L. K. Kwac, H. G. Kim<sup>\*</sup>

### Abstract

A modeling technique for the 2-way coupling of heat transfer and conduction currents has been performed to inspire a combined analytical simulation. The 3-D finite element method is used to solve steady conduction currents and heat generation in an aluminum film deposited on a silicon substrate. The model investigates the temperature in the device after the current is applied. The conservation equation of energy, the Maxwell equations for conduction currents, the unsteady state heat transfer equation and the Fourier's law for heat transfer are implemented as a bidirectionally coupled problem. It is found that the strongly coupled temperature and time dependent heat equations give a reasonable results and an explicit solving technique.

**Key Words** : Finite Element Analysis(유한요소해석), Conduction(전도), Current(전류), Heat Transfer(열전달), Coupled(연계된)

## 1. 서론

일반적으로 효율적 설계를 위한 열전달 해석시 전도, 대류와 복사가 조합된 문제들은 기존의 많은 연구 결과가 있으며 대부분 여러 형태로 열의 생성과 흐름을 포함하는 시스템으로서의 정형적인 열전달 해석 모드로 해결이 가능하다<sup>(1,2)</sup>. 최근 다양한 전문 모델링 인터페이스가 많이 개발되어 표면 대 표면의 복사, 비등온 유체, 얇은 층과 막으로 된 구조에서의 열전달과 생물 조직에서의 열전달과 같은 다양한 형식의 해석이

진행되어 왔다<sup>(3)</sup>. 또 급속한 산업의 발전에 따라 분야별로 타 응용모드와 각각의 모드와 결합된 해석이 요구되고 있으며 전기화학적 해석 및 가스 유동 해석이 결합된 연료전지의 해석이 대표적인 예라 할 수 있다<sup>(4~9)</sup>. 더욱이 반도체 및 전자산업에서의 열관리와 열처리 및 제조와 관련된 전기장의 변화에 따른 열전달 해석은 더욱 비중이 커가고 있으며 특히 초소형전자산업(Microelectronics)에 있어서는 그 중요도를 더해가고 있다. 응용예로서 MEMS를 이용하여 구조물을 만드는 제조기술을 들을 수 있으며, 이는 실리콘 기판 자체를

<sup>+</sup> 전주대학교 기계자동차공학과

<sup>\*</sup> 교신저자, 전주대학교 기계자동차공학과 (hkim@jj.ac.kr)  
주소: 560-759 전북 전주시 완산구 효자동 3가 1200번지

습식식각기술 등을 이용하여 Pin, Hole 등의 미세구조물을 만드는 기관 미세가공기술(Bulk Micromachining), 실리콘 기관 상에 박막층을 증착한 다음 선택적인 식각기술로 구조물을 만드는 표면미세가공기술(Surface Micromachining) 및 초단파장의 X-ray 리소그래피를 이용한 LIGA기술 등으로 나눌 수 있으며 이의 제조 및 설계시 전기-열 연계 해석은 필수적이라 할 수 있다<sup>(10)</sup>. 특히 초소형 집적회로 공정기술의 경우, 마스크 위의 무늬를 실리콘 표면에 알루미늄으로 인쇄하는 공정으로서 전기적 도체인 Aluminum Film이 반도체인 Silicon Substrate 위에 Deposit 됨으로써 전기적 흐름을 가할시 Aluminum Film에서 열이 발생하게 되며 이 발생열이 Silicon Substrate로 전도되게 된다<sup>(11)</sup>.

이와 관련하여 이 논문에서는 전기적 해석과 열전달 해석을 연동시킨 비정상 3차원 해석의 정식화를 제시하고 수치예제를 통해 해석 절차를 제시함으로써 반도체 및 전자산업 뿐 아니라 공작기계 제어회로 설계 및 해석의 기초자료로 활용토록 하고자 하였다. 수치 예제로서는 전자 회로기판에 구조물을 접착시키고 이 구조물에 전압을 인가하여 전류를 흐르게 한 후, 이 전류에 의해 구조물에 열이 발생할 때 전자기-열 연동 해석에 대한 모델링을 수행하였다. 전자기 지배 방정식으로는 전하량 보존의 법칙에 따른 연속방정식, 전류밀도와 전기장과의 상호 관계에 따른 오옴의 법칙, 그리고 전기장과 전위의 관계에 따른 가우스(Gauss)의 법칙을 적용하였다. 또 열전달 해석을 위한 지배 방정식으로서 에너지 보존의 법칙 및 푸리에의 법칙(Fourier's Law)을 적용하였고 전기적 열발생(Heat Source)로서는 오옴 저항열에 의한 열발생을 적용하여 열전달 식과 연동시킴으로서 전기장-열전달 연계 지배 방정식을 세운 후 해석을 수행하였다.

## 2. 전기장-열전달 연계 해석 모델링

3차원 유한요소해석을 위한 전기-열 연계해석을 위해서는 전기전도에 관한 식과 열전달식을 설정한 후 이 두 종류의 지배방정식을 연동하여 전기-열 연계 종합 방정식을 수립해야 한다. 이의 단계적 절차는 다음과 같다.

### 2.1 전기장 해석

전기장 해석을 위한 지배 방정식으로서 전하량 보존의 법칙을 사용하면 다음의 식 (1)과 같다.

$$\nabla \cdot J = 0 \tag{1}$$

여기서 J는 전류밀도 벡터장으로서  $J=(J_x, J_y, J_z)$ 이 된다. 한편 전류밀도와 전기장과의 상호 관계식은 오옴의 법칙을 사용하면 다음의 식 (2)와 같이 된다.

$$J = \sigma E \tag{2}$$

여기서  $\sigma$ 는 전기전도도로서 그 단위는 [S/m] 혹은 [1/Ohm · m]이고 S는 유효전도도 Simense 단위를 말하며 다르게 표현하면 Ampere/Volt (A/V)이 된다. 또 맥스웰 방정식(Maxwell's Equation)에 의해 식 (3)이 성립된다.

$$\nabla \times E = 0 \tag{3}$$

한편 전위(Electrostatic Scalar Potential) V의 정의가 "기준 영전위점이 무한대에 있다"고 가정하므로 전계 E가 양전하로부터 음전하로 향할 때 전위는 반대 방향으로 증가하게 된다. 따라서 가우스의 법칙을 적용한 본 유도과정에도 위의 정의를 따르면 식 (4)가 성립된다.

$$E = -\nabla V \tag{4}$$

위의 식들을 모두 연립하면 다음의 식 (5)와 같은 지배 방정식이 성립된다.

$$-\nabla \cdot \sigma(\nabla V) = 0 \tag{5}$$

### 2.2 열전달 해석

열전달 해석을 위한 지배 방정식으로서 에너지 보존의 법칙을 사용하면 다음의 식 (6)과 같다.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot q = Q \tag{6}$$

여기서  $\rho$ 는 밀도[kg/m<sup>3</sup>], C는 열용량[J/kg · K], T는 절대 온도[K], t는 시간[sec]이고 q는 열플럭스 벡터[W/m<sup>2</sup>]이다. 그리고 우변의 Q는 열발생을 의미한다. 한편 푸리에의 법칙에 의해 다음의 식 (7)이 또한 성립된다.

$$q = -k \nabla T \tag{7}$$

여기서 k는 열전도도로서 단위는 [W/m · K]이 된다. 따라서 위의 식 (6)과 (7)을 연립하여 풀면 다음의 식 (8)과 같은 열전도 지배 방정식을 얻게 된다.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla T) = Q \tag{8}$$

### 2.3 전기장-열전달 연계 지배 방정식

위의 두 지배 방정식(식 (5) 및 식 (8))을 연계하여 풀면 전류발생에 의한 열전달 관계식을 구할 수 있다. 이 때 두 가지 연계조건이 있는데, 첫째는 전기전도도가 온도의 함수이므로 전기전도도  $\sigma$ 와 온도  $T$ 의 관계식을 구하여 적용하면 전기적 물성치가 온도의존성으로 되어 전기장-열전달 연계식이 성립하며 이는 식 (9)에 보이고 있다.

$$\sigma = \sigma_0[1 - \alpha(T - T_0)] \quad (9)$$

둘째는 오옴 저항열에 의한 열발생  $Q$ 를 열전달 식에 대입하면 전기장-열전달 연계식이 성립한다. 이 때 전기적 열발생  $Q$ 는 다음의 식 (10)과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} Q &= \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \\ &= \sigma \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \\ &= \sigma(-\nabla V) \cdot (-\nabla V) \\ &= \sigma |\nabla V|^2 \end{aligned} \quad (10)$$

따라서 위의 식 (9)를 식 (5)에 대입하고, 식 (10)을 식 (8)에 대입하면 다음의 식 (11) 및 (12)와 같은 전기장-열전달 연계 지배 방정식을 구할 수 있다.

$$-\nabla \cdot [\sigma_0\{1 - \alpha(T - T_0)\}(\nabla V)] = 0 \quad (11)$$

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla T) = \sigma |\nabla V|^2 \quad (12)$$

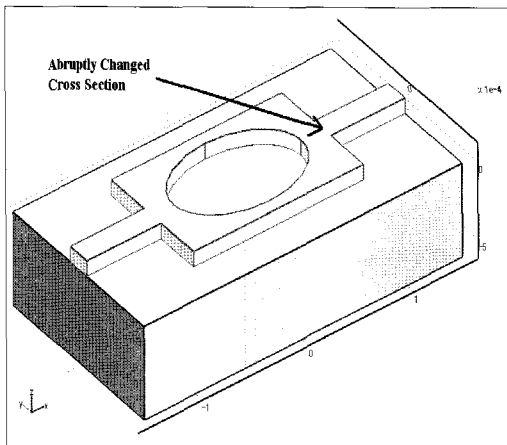


Fig. 1 Three dimensional device layout of Silicon substrate and thin Aluminum deposit

### 3. 유한요소해석 모델

위의 식 (11) 및 (12)와 같은 전기장-열전달 연계 지배 방정식을 적용한 유한요소 모델을 설정하여 3차원 해석을 수행하였다<sup>(3)</sup>. 해석 모델로는 Fig. 1과 같이 실리콘(Silicon) 재질의 기판 위에 알루미늄(Aluminum) 재질의 전기전도 구조물을 설정하여 이 구조물에 전류를 주면 열이 발생되고 이 오옴열이 위의 식 (11) 및 (12)와 같은 전기-열 연계식에 의해 전체 시스템에서 3차원 비정상 열전도가 이루어지는 과정을 모델링 하였다. Fig. 1에서 전기전도 구조물의 우측단에서 좌측단으로 전류가 흐르며 전체 시스템으로  $t=0$ 부터 비정상 상태의 열전달이 이루어지고 있다. 이 때 전기전도도  $\sigma$ 는 식 (13)과 같이 온도가 증가함에 따라 선형적으로 감소하는 것으로 가정하였다. 이는 식 (9)에 근거한 것이고 실제 물리적으로 합치되며 해당되는 물성치를 대입하면 다음과 같다.

$$\sigma = 3.774 \times 10^7 [1 - 7 \times 10^{-3}(T - 293)] \quad (13)$$

여기서 표준온도(300K)에서의 전기전도도  $\sigma_0$ 는 알루미늄 재료에서 일반적으로 사용되는 값인  $3.774 \times 10^7$  [S/m]을 적용하였으며 무차원값인 전기전도 감소율  $\alpha$  역시 알루미늄 재료에서 일반적으로 사용되는 값인  $7 \times 10^{-3}$ 을 적용하였다.

Fig. 1과 같은 모델의 3차원 유한요소 모델은 총 10,548 개의 요소로 구성되었으며 총자유도수는 32,540개이다. 이는 충분히 수렴된 요소생성으로서 그 형상은 다음의 Fig. 2

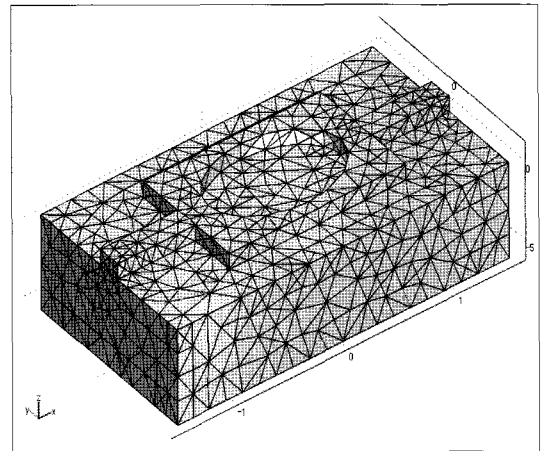


Fig. 2 Finite element mesh for 3-D device layout

에서 보이는 바와 같다. 경계조건으로는 구조물의 우측단에 60A의 전류를 가하였고 좌측단에는 Ground 상태로 설정하였다. 또 기판 바닥면의 온도는 293K로 설정하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

위에서 기술한 바와 같은 전기적인 열발생과 이와 연계된 열전달 복합 시스템에 관하여 3차원 비정상 열전달 해석을 수행하였다. Fig. 3에서는 전기전도 구조물 우측 급격한 단면변화가 생기는 지점에서 전기저항을  $t=0$ 부터  $t=0.1$ 까지 비정상 상태의 해석 결과로서 약 0.017초 후에 정상상태로 도달함을 알 수 있다. 또 전기전도 구조물의 전위 분포는 Fig. 4와 같으며 이미 정상 상태에 도달한  $t=0.1$ 에서의 전위

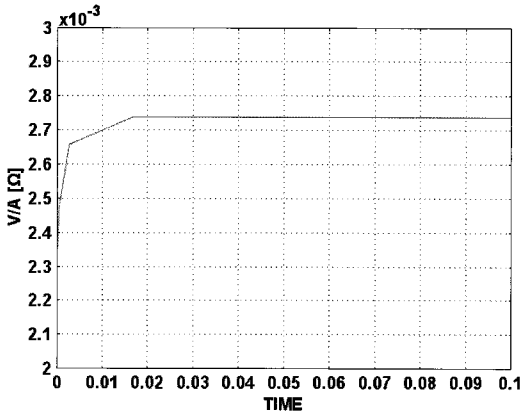


Fig. 3 Time history of electric resistance at the aluminum deposit

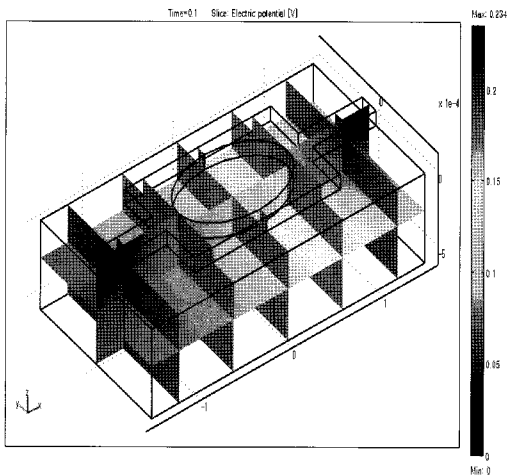


Fig. 4 Spatial variation of electric potential in the system

분포이다. Fig. 4에서 총 전압 강하는 0.234V가 되며 예측할 수 있는 바와 같이 우측에서 좌측으로 점진적으로 강하됨을 알 수 있다.

한편 Fig. 5에서는 정상 상태에 도달한 후 전기전도 구조물의 전류밀도 분포를 보이고 있으며 단면이 작은 부분인 양단의 도선 부분과 중앙 부분의 전류밀도가 가장 크게 나타남을 알 수 있다. 그리고 Fig. 4 및 5에서 보이고 있는 전위 및 전류밀도의 분포에 따라 오姆열이 발생하게 되며 이와 같이 발생된 열의 흐름은 Fig. 6과 같다.

Fig. 7에서는 전기전도도  $\sigma$ 가 식 (13)과 같은 온도함수로 적용되었을 때, 무차원화한 전기전도도 분포를 보여준다.

이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 온도가 증가되는 부분에서는 전기전도도가 감소되는 것을 알 수 있다. 이와 같이 온도 종속적인 전기전도도의 분포로 인한 전위의 변화가 Fig. 8에 나타나 있다. 이는 전기전도 구조물 바닥면 중앙선의 좌측단으로부터 우측단까지의 전위를  $t=0$ 부터  $t=0.1$ 까지 비정상 상태 해석한 결과이다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 온도가 증가할수록 전기전도도의 감소로 인한 전위의 감소가 나타난다.

한편 시간의 변화에 따라 전위뿐 아니라 전기적 열 발생도 변하게 되며 이와 연동되어 온도 분포도 따라서 변하게 된다. 이와 관련된 0.002781초 지난후의 온도분포가 Fig. 9(a)에 나타나 있으며 최종 정상상태에 도달한 후 일정시간이 경과한 0.1초 지난 상태의 온도분포는 Fig. 9(b)에 나타나 있다. 특히 전기전도 구조물 우측 급격한 단면변화가 생기는 지점에서 이러한 비정상 열전도의 해석 결과는 시간이 흐름

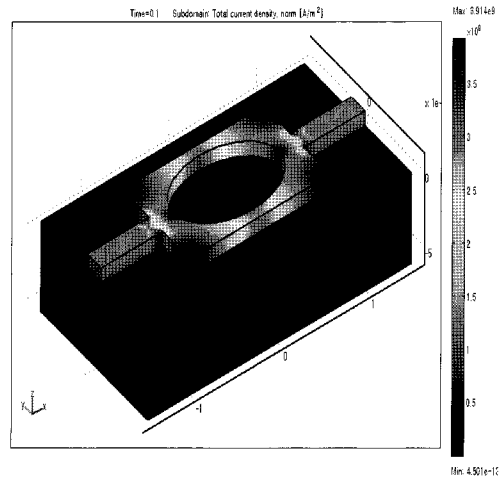
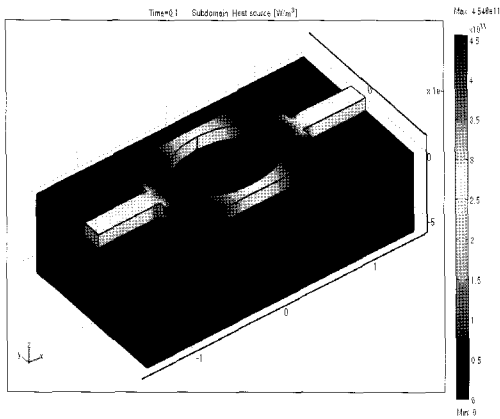
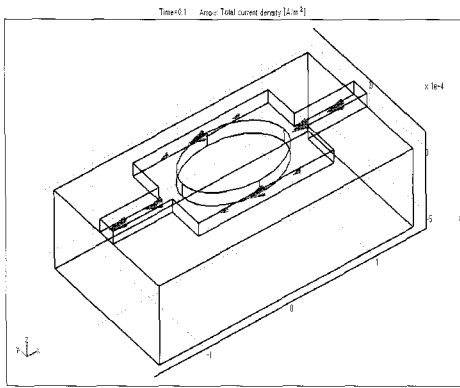


Fig. 5 Current density distribution at the Aluminum deposit

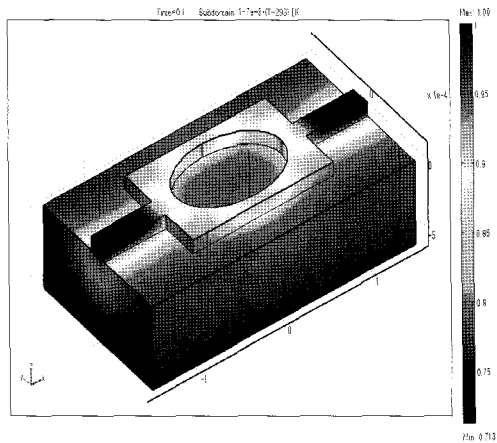


(a)



(b)

Fig. 6 Heat source distribution of aluminum deposit.  
(a) Heat source, (b) Flow of current density



(a)

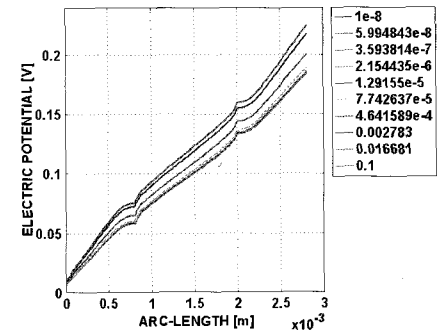
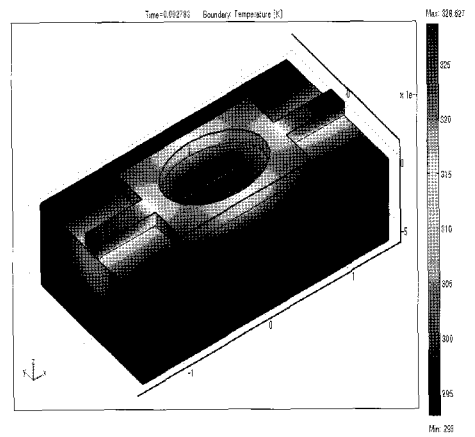
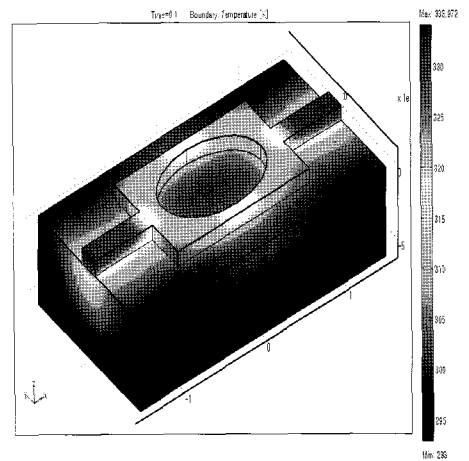


Fig. 8 Spatial variation of electric potential in the system showing a temperature dependency



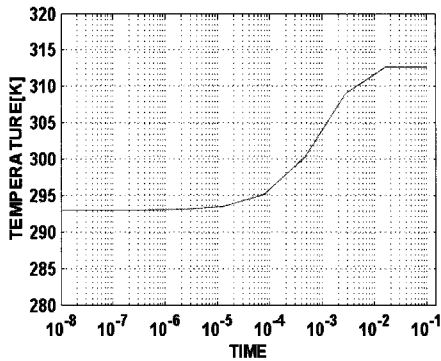
(a)  $t=0.002781$



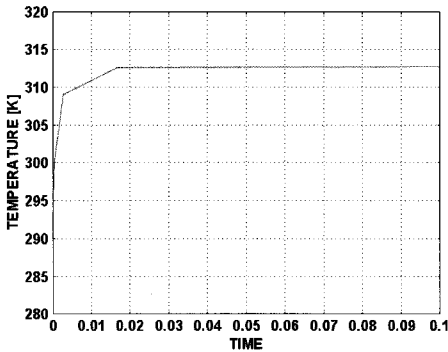
(b)  $t=0.1$

Fig. 7 Distribution of the normalized electric conductivity showing the temperature dependency

Fig. 9 Temperature distribution of the system showing time dependent behavior



(a)



(b)

Fig. 10 Temperature distribution of unsteady state at the aluminum deposit

에 따라 Fig. 10에 나타나 있다. Fig. 10(a)에서는 시간축 기준으로 비정상 열전도 변화 추이를 보이고 있으며 Fig. 10(b)에서는 시간축을 로그로 변환시킨 상태의 비정상 열전도 변화 추이를 보이고 있다.

Fig. 10(b)의 로그 시간축의 변화에서 알 수 있는 바와 같이 비정상 열전달 추이가 S형 상태의 시그모이달(Sigmoidal) 변화 단계를 거쳐 안정화됨을 알 수 있다.

### 5. 결 론

이 논문에서는 비정상 3차원 상태의 전기적 해석과 열전달 해석을 연계시킨 정식화를 통해 전기적 열 발생이 열전달 해석에 미치는 영향을 조사하였다. 또 온도종속성 전기전도도의 물성치를 적용함으로써 보다 정밀한 해석결과를 얻을 수 있었다. 해석 결과, 전기적 오옴 열로 인한 열 발생은 매우 순간적이며 0.01초 지난 후 거의 정상상태에 도달함을

알 수 있었고 로그시간축에 의한 관찰 결과, 비정상 열전달 추이가 S형 상태의 시그모이달 변화 단계를 거쳐 안정화됨을 알 수 있었다. 이와 같이 전기-열전달 연동 해석 결과를 통해 설계 기초자료로 활용토록 하고자 하였다.

### 참 고 문 헌

- (1) Byun, S. Y., Ro, S. T., Shin, J. Y., Son, Y. S., and Lee, D. Y., 2006, "Transient Thermal Behavior of Porous Media under Oscillating Flow Condition," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, No. 25-26, pp. 5081~5085.
- (2) Shin, J. Y., Son, Y. S., and Lee, D. Y., 2006, "Design of Fin-Fin Structure inside Channel Considering Characteristics of Heat Transfer and Pressure Drop," *Journal of Equipment and Facility Engineering*, Vol. 18, No. 6, pp. 459~467.
- (3) Comsol Inc., 2003, *Comsol Multiphysics*, Burlington, MA, USA.
- (4) Kim, H. G., Kim, Y. S., and Kang, Y. W., 2005, "Electric Voltage and Current Characteristics of Fuel Cell for Machine Tool Power Supply," *KSMTE*, Vol. 14, pp. 1~7.
- (5) Kim, H. G., and Nah, S. C., 2006, *New and Renewable Energy and Fuel Cell*, HakSulJeongBo.
- (6) Kim, H. G., Kang, Y. W., and Kim, Y. S., 2004, "Fundamental Study on Performance Analysis and Design of Fuel Cell Vehicle," *Proceedings of the KSMTE Spring Conference 2004*, pp. 178~183.
- (7) Kim, H. G., Nah, S. C., Kim, S. C., Kang, Y. W., Yang, G. E., Lee, H. K., and Choi, M. C., 2004, "A Study on the Dynamic Analysis in the Shaft of Turbo-Blower for Fuel Cell," *KSMTE*, Vol 13, pp. 81~87.
- (8) Kim, H. G., Kang, Y. W., and Yu, G. H., 2003, "A Study on the Vehicle Dynamics Design of Mini-Baja Driven by Battery," *Journal of the Institute for Engineering and Technology*, Vol. 9, No. 1, pp. 41~48.
- (9) Kim, H. G., Kang Y. W., and Yu G. H., 2003, "A Study on the Motor Control System Driven by Battery," *Proceedings of the KSMTE Fall Conference 2003*, pp. 195~200.
- (10) <http://w3.kunsan.ac.kr/~material/txt/semiconductor/unitprocess.doc>.
- (11) <http://www.eurekaert.org>