한국공작기계학회논문집 Vol.17 No.1 2008. 2.
Transactions of the Korean Society of Machine Tool Engineers

EJMA에 기초한 벨로우즈 설계 소프트웨어의 개발

고병갑*

(논문접수일 2007. 12. 27, 심사완료일 2008. 1. 11)

Development of a Bellows Design Software Based on EJMA

Byung Kab Koh*

Abstract

Bellows are commonly used in piping systems to absorb expansion and contraction in order to reduce stress. Unlike most piping components, bellows consist of a thin-walled shell of revolution with a corrugated meridian, in order to provide the flexibility needed to absorb mechanical movements. It is a composite shell structure consisting of at least one toroidal shell, an annular plate or conical shell. It is difficult to analyze the behavior of bellows because of its complex geometry. Simplified formulas for variable mechanical behaviors of bellows are provided by a standard called EJMA. An automatic design software for bellows is programming by using VBA(Visual Basic for Application) based on EJMA. Bellows engineers can effectively make a decision for bellows geometries because this software provides graphically design results in its post-processor. Bellows design software is expected to give quite a good guidance to practical design. The characteristics of bellows are also investigated through the automatic design process in bellows design software.

Key Words : EJMA(Expansion Joint Manufacturer Association), Flexible Shell(후렉시블 셸), Bellows(벨로우즈), Convolution(파형), Column Squirm(기둥 좌굴), In-plane Squirm(파형 좌굴)

1. 서 론

벨로우즈(bellows)는 토로이달 셸(toroidal shell)이 기본 형상을 이루고 있으며, 종류에 따라 원형 평판(annular plate), 원통 셸(cylindrical shell) 그리고 원추형 셸(conical shell)이 복합된 후렉시블 셸(flexible shell)의 일종이다. 이와 같은 벨로우즈를 해석하기 위하여 많은 이론[1]이 개발되었으나 벨로우즈의 기하학적 형상이 매우 복잡하므로 정확한 해를 산출하는 데는 많은 어려움이 따른다. 또한 현장에서는 벨로우즈의 설계 도구로 EJMA(Expansion Joint Manufacturers Association)[2]를 적용하고 있으나 EJMA의 설계식이 매우 방대하여 이를 이용하여 벨로우즈를 설계하기에는 많은 시

* 인하공업전문대학 기계과 (bkkoh@inhatc.ac.kr)
주소: 402-752 인천시 남구 용현동 253

간이 소요된다. 그러므로 벨로우즈의 설계자는 임의의 설계값으로 장시간에 걸친 설계를 반복하여야만 하며, 이와 같은 설계로부터 산출된 벨로우즈의 형상을 시작품으로 제작하여 여러 가지 시험을 통해 그 설계의 신뢰성을 검증하여야만 하고 이와 같이 수작업을 통해 설계된 벨로우즈는 대부분의 경우 그 신뢰성이 떨어지는 것으로 보고되고 있다.

따라서 본 연구에서는 벨로우즈의 설계를 위해 전 세계적으로 사용되고 있는 EJMA의 설계식을 기초로 하는 벨로우즈 전용 설계 소프트웨어를 개발한다. 이를 위해 벨로우즈에서 발생하는 변형량과 응력[3~6]은 물론 피로수명, 좌굴에 이르기까지 벨로우즈에 대한 다양한 거동이 조사된다. 따라서 벨로우즈 전용 설계 소프트웨어는 과거에 수작업으로 수행했던 설계과정을 간단한 입력 방법을 통하여 이에 대응하는 벨로우즈의 거동이 자동적으로 산출될 수 있도록 구성된다. 이와 같은 설계 자료를 이용하여 본 연구에서 개발된 설계 소프트웨어는 설계자가 용이하게 사용할 수 있도록 MicroSoft사의 Excel을 이용하며, 사용된 프로그래밍 언어는 VBA (Visual Basic for Application)[7,8]이다.

2. EJMA

Fig. 1은 벨로우즈의 거동에 영향을 미치는 주요한 형상인자를 표시한 것이다. 여기서 L_t는 원통 부분의 길이, q는 피치, n은 겹(ply)수, t는 두께, N은 파형(Convolution)의 수, D_i는 안지름, h는 파형 높이, L_b는 파형 부분의 길이로써 $L_b = Nq$로 표시할 수 있다.

Fig. 2는 벨로우즈에서 발생하는 변형과 이에 대응하는 하중 및 모멘트를 표시한 것이다.

Fig. 2에서 F_a와 x는 각각 축방향 하중과 변형을 표시하며, D_m은 평균지름으로써 $D_m = D_i + h + nt$로 수식화될 수 있다. 또한 M_l과 y는 각각 횡방향 하중과 변형을 표시하고, M_θ와 θ는 각각 각회전모멘트와 각회전을 표시한다. 따라서 축방향 변형 x로 인한 파형당 축방향 변형 e_x, 횡방향 변형 y로 인한 파형당 축방향 변형 e_y, 각변위 θ로 인한 파형당 축방향 변형 e_θ는 각각 다음 식과 같이 산출할 수 있다.

$$e_x = \frac{x}{N} \tag{1}$$

$$e_y = \frac{3D_m y}{N(L_b \pm x)} \tag{2}$$

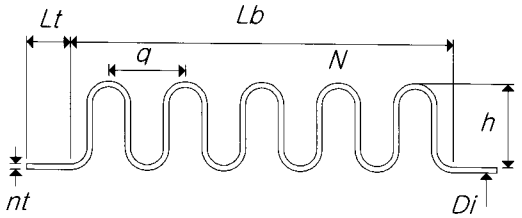
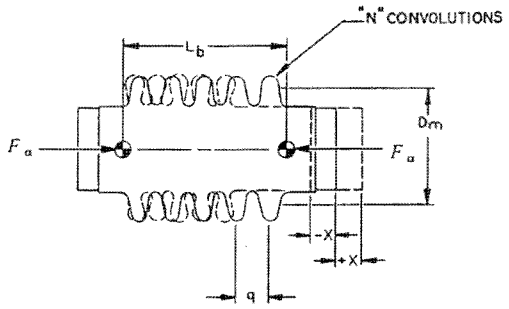
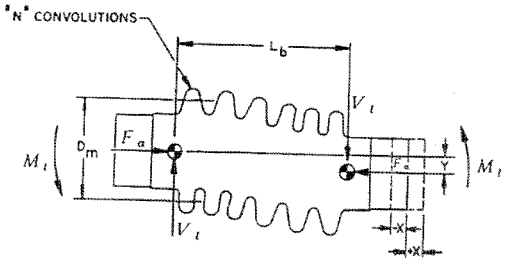


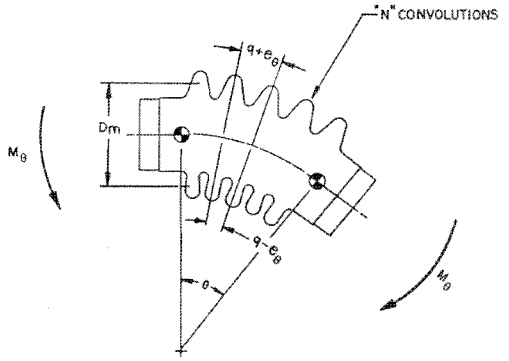
Fig. 1 Geometric parameters of Bellows



(a) Axial movement



(b) Lateral Deflection



(c) Angular rotation

Fig. 2 Movements, forces and moments

$$e_\theta = \frac{\theta D_m}{2N} \tag{3}$$

또한 Fig. 2에 표시한 하중 및 모멘트를 구하기 위해 축방향 스프링상수를 산출하면 다음 식과 같다.

$$k = 1.7\frac{D_m E t_p^3 n}{h^3 C_f} \tag{4}$$

여기서 $t_p = t\sqrt{D_i/D_m}$로써 한 겹당 두께이며, E는 탄성계수, C_f는 설계계수이다. 따라서 식 (4)를 이용하면 벨로우즈에서 발생하는 하중 및 모멘트는 다음 식과 같이 각각 구할 수 있다.

$$F_a = ke_x \tag{5}$$

$$F_l = ke_y \tag{6}$$

$$M_l = \frac{kD_m e_y}{4} \tag{7}$$

$$M_\theta = \frac{kD_m e_\theta}{4} \tag{8}$$

벨로우즈는 기계시스템에서 발생하는 변형을 흡수하므로 벨로우즈의 설계에 있어서 중요한 설계 기준은 식 (4)의 스프링상수와 다음 식으로 표현되는 피로수명식이다.

$$N_f = \left(\frac{c}{\sigma_t - b}\right)^a \tag{9}$$

여기서 a, b와 c는 재료와 제작조건에 따른 상수이다. 또한 $\sigma_t = 0.7(\sigma_3 + \sigma_4) + (\sigma_5 + \sigma_6)$로써 σ_3와 σ_4는 압력으로 인한 막응력(Membrane stress)과 굽힘응력(Bending stress)을, σ_5와 σ_6는 변위에 의한 막응력과 굽힘응력으로써 다음과 같다.

$$\sigma_3 = \frac{Ph}{2nt_p} \tag{10}$$

$$\sigma_4 = \frac{P}{2n}\left(\frac{h}{t_p}\right)^2 C_p \tag{11}$$

$$\sigma_5 = \frac{Et_p^2 e}{2h^3 C_f} \tag{12}$$

$$\sigma_6 = \frac{5Et_p e}{3h^2 C_d} \tag{13}$$

여기서 P는 압력, e는 파형당 전체 상당 축방향 변형이며, C_p, C_d는 설계계수이다.

벨로우즈에서 발생하는 좌굴은 Fig. 3에 나타난 바와 같이 벨로우즈의 축방향 길이에 대한 기둥좌굴(Column squirm)과 파형의 높이에 대한 파형좌굴(In-plane squirm)이 있으며, 이에 대한 관련 식은 각각 다음과 같다.

$$P_c = \frac{0.34\pi C_\theta k}{N^2 q}, \quad \frac{L_b}{D_i} \geq C_z \tag{14}$$

$$P_c = \frac{0.87 A_c \sigma_y}{D_i q}\left(1 - \frac{0.73 L_b}{C_z D_i}\right), \quad \frac{L_b}{D_i} < C_z \tag{15}$$

$$P_i = \frac{0.51\sigma_y}{K_2\sqrt{\alpha}} \tag{16}$$

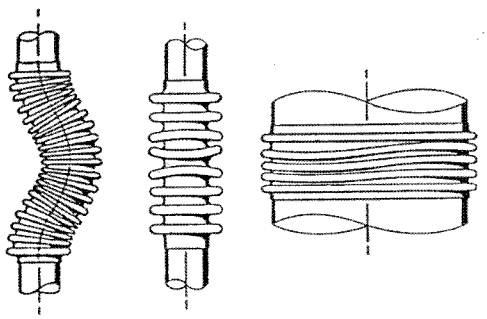
여기서 $C_\theta = 1 - 1.822\Upsilon + 1.348\Upsilon^2 - 0.529\Upsilon^3$로써 각회전(Angular rotation)에 의한 감쇠계수이며, 이 식에 포함된 Υ는 압력 받기 전후의 각회전비로써 다음 식과 같이 표시할 수 있다.

$$\Upsilon = \frac{\theta_m D_m}{\theta_m D_m + 0.3 L_b} \tag{17}$$

여기서 θ_m은 최대 각회전이며, C_z은 변위점 계수로써 다음 식과 같이 표시할 수 있다.

$$C_z = \sqrt{\frac{4.72kq^2}{\sigma_y D_i A_c}} \tag{18}$$

여기서 $A_c = (0.571q + 2h)t_p n$로써 파형의 단면적을, σ_y는 항복강도를 표시하며, K_2는 파형좌굴계수로써 다음 식과 같이 표시할 수 있다.



(a) Column **(b) In-plane**

Fig. 3 Squirm

$$K_2 = \frac{D_o}{2nt_p}\left(\frac{1}{0.571+2h/q}\right) \tag{19}$$

식 (16)에서 α는 파형좌굴 응력 상호계수로써 $\alpha = 1+2\mu^2+(1-2\mu^2+4\mu^4)^{0.5}$이며, μ는 파형좌굴 응력비로써 $\mu = K_4/(3K_2)$이다. 또한 K_4는 평면좌굴계수로써 다음 식과 같다.

$$K_4 = \frac{C_p}{2n}\left(\frac{h}{t_p}\right)^2 \tag{20}$$

설계계수 C_d, C_f, C_p에 의한 설계제한조건은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$0.2 \le \frac{q}{2.2\sqrt{D_m t_p}} < 4 \tag{21}$$

$$0 \le \frac{q}{2h} < 1 \tag{22}$$

3. 벨로우즈 전용 설계 소프트웨어

벨로우즈 전용 설계 소프트웨어(Bellows Design System, 이하 BDS)는 두 개의 설계 과정 즉, 초기 설계 과정과 자동 설계 과정으로 나뉜다.

3.1 초기 설계 과정

Fig. 4는 BDS의 초기 설계 과정의 입력 및 출력 화면을 나타낸 것이다.

Fig. 5는 초기 설계 과정의 흐름도 중 첫 번째 단계를 나타낸 것이다.

Fig. 4와 5에 나타낸 바와 같이 이 단계에서는 하중조건, 설계기준, 형상인자, 사용 온도와 재질이 입력되며, 특히 설계변수에 대한 초기값이 입력된다. 또한 이 단계에서의 입력 과정은 대화식으로 구성되며, 입력 시 오류가 발생하면 경고문을 제공함으로써 입력과정의 간편성과 신뢰성을 부여한다.

Fig. 6은 초기 설계 과정의 흐름도 중 두 번째 단계를 나타낸 것이다.

첫 번째 단계에서 입력된 설계변수에 대한 초기값이 식 (21)과 (22)인 설계제한조건을 만족하는지에 대한 여부를

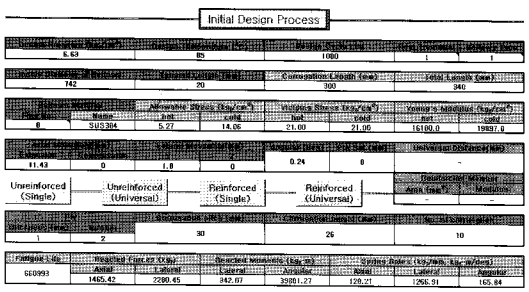


Fig. 4 Initial design process of BDS

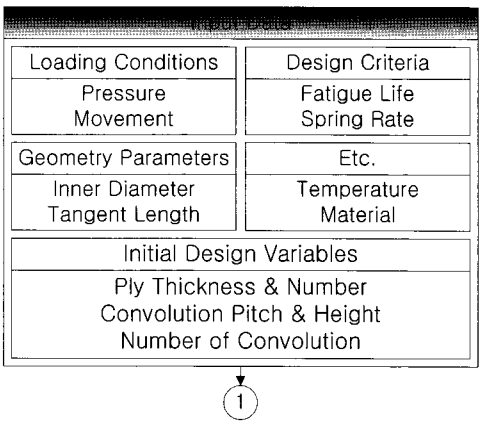


Fig. 5 Step 1 in the initial design process

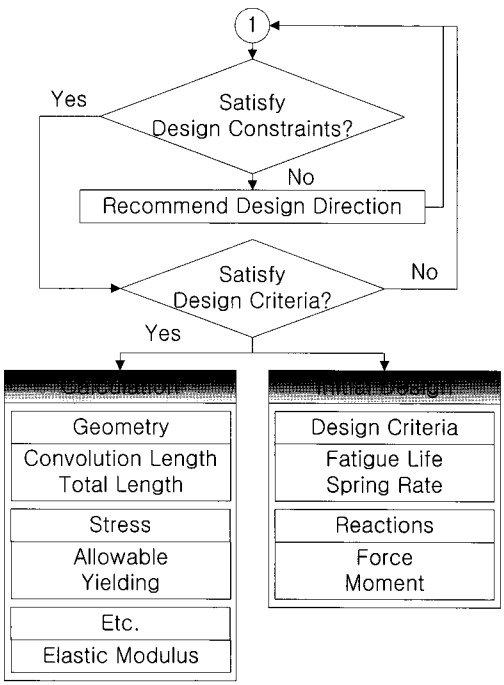


Fig. 6 Step 2 in the initial design process

검색한다. 만일 이 설계제한조건을 위반한다면 BDS에서는 경고문이 제시되며 동시에 이를 보정할 수 있는 설계 방향을 추천한다. 또한 설계제한조건이 만족되면 설계기준에 대한 위반 여부를 검색하여 만일 위반이 되면 경고문이 제시되며, 위반이 되지 않는다면 초기 입력값에 대한 형상 인자, 응력 및 강도, 탄성계수 등이 계산된다. 그리고 최종적으로 설계 기준을 만족하는 초기 설계 과정이 완성된다.

3.2 자동 설계 과정

Fig. 7은 BDS의 자동 설계 과정의 입력 및 출력 화면을 나타낸 것이며, Fig. 8은 자동 설계 과정의 흐름도를 나타낸 것이다.

Fig. 7과 8에 나타낸 바와 같이 자동 설계 과정에서는 벨로우즈의 거동에 영향을 미치는 중요 형상설계변수의 step size를 결정한다. 그 후 초기 설계 과정에서 결정된 설계값에 대한 최소값과 최대값을 선정한 다음 이 영역 내에서 step size에 의해 자동적으로 설계할 수 있도록 한다. 이와 같은 자동설계는 설계제한조건 혹은 설계기준 그리고 최대값에 이를 때까지 반복되며, BDS에서는 이를 정보문으로 제공한다.

이상과 같은 과정을 통하여 BDS에서는 후처리과정으로 Fig. 9와 같이 설계 결과를 자동적으로 그래프로 제공한다. 이 그래프로부터 설계변수의 변화에 따른 벨로우즈의 거동을 고찰함으로써 설계조건에 맞는 최적의 벨로우즈 형상을 용이하고 효율적으로 결정할 수 있도록 한다.

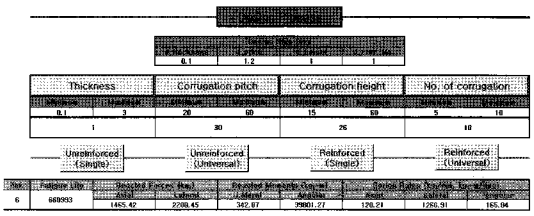


Fig. 7 Automatic design process of BDS

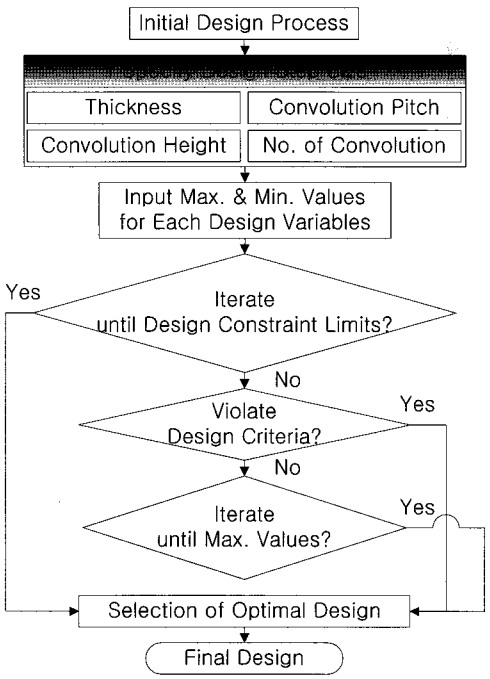


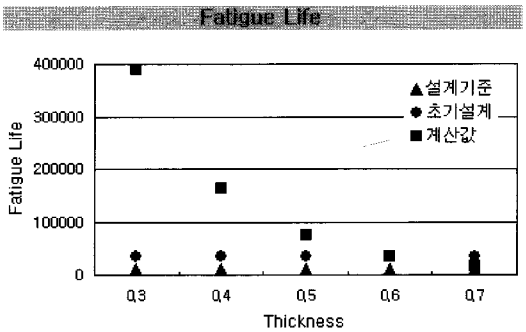
Fig. 8 Automatic design process

4. 설계변수에 따른 벨로우즈의 거동

이 장에서는 벨로우즈의 형상 설계변수가 벨로우즈의 거동에 영향을 미치는 경향에 대하여 고찰한다. 따라서 벨로우즈의 거동 즉, 피로수명, 스프링상수, 하중 및 모멘트, 좌굴의 수치적인 값은 초기값으로 나눈 무차원수로 표현을 한다.

Fig. 10은 두께의 변화에 따른 벨로우즈의 거동을 나타낸 것이다. Fig. 10에 나타낸 바와 같이 두께가 증가하므로 피로수명은 감소하게 되며, 스프링상수를 비롯한 나머지 거동은 증가하게 된다. 즉, 두께의 증가는 벨로우즈의 유연성을 감소시키는 설계변수임을 알 수 있다.

Fig. 11은 파형 피치의 변화에 따른 벨로우즈의 거동을 나타낸 것이다. Fig. 11에 나타낸 바와 같이 피치가 증가함에



두께	설계기준	초기설계	계산값
0.3	10000	33770.80151	389263.7439
0.4	10000	33770.80151	161631.2423
0.5	10000	33770.80151	74252.87155
0.6	10000	33770.80151	33770.80151
0.7	10000	33770.80151	17053.19274

Fig. 9 Post-process in BDS

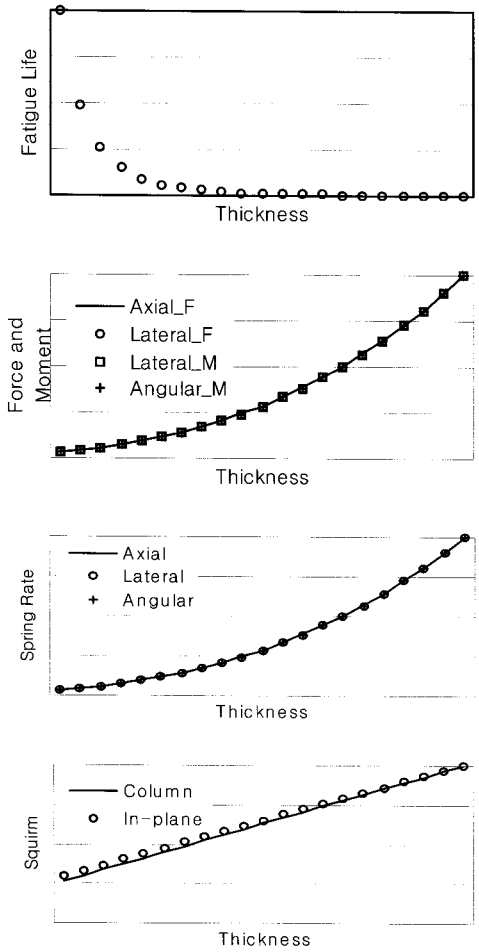


Fig. 10 Bellows behavior with varying thickness

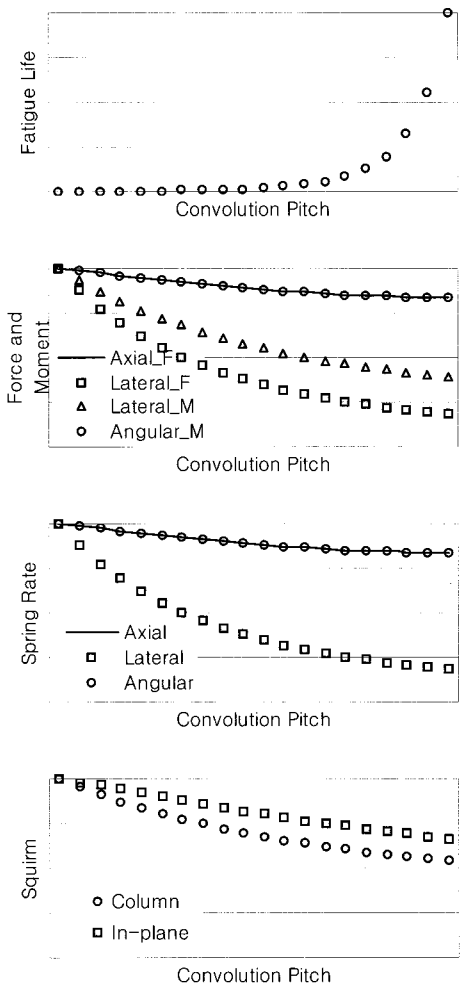


Fig. 11 Bellows behavior with varying convolution pitch

따라 피로수명도 증가하며, 스프링상수를 비롯한 나머지 거동은 감소하게 된다. 즉, 파형 피치의 증가는 벨로우즈의 유연성을 증가시키는 설계변수임을 알 수 있다.

Fig. 12는 파형 높이의 변화에 따른 벨로우즈의 거동을 나타낸 것이다. Fig. 12에 나타낸 바와 같이 높이가 증가함에 따라 피로수명도 증가하며, 나머지 거동은 감소하였지만 파형좌굴은 비선형성을 보였다. 즉, 파형 높이의 증가는 벨로우즈의 유연성을 증가시키는 설계변수이지만 파형좌굴 거동에 관련된 설계에 있어선 유의할 필요가 있다.

Fig. 13은 파형 수의 변화에 따른 벨로우즈의 거동을 나타낸 것이다. Fig. 13에 나타낸 바와 같이 파형 수가 증가함에 따라 피로수명도 증가하며, 나머지 거동은 감소하였지만 파형좌굴은 변화가 없었다. 즉, 파형 높이의 증가는 벨로우즈의 유연성을 증가시키는 설계변수이지만 파형좌굴과는 무관한 형상 설계변수임을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 EJMA에 기초한 벨로우즈 설계 소프트웨어를 VBA를 이용하여 개발하였다. 또한 이 소프트웨어를 이용하여 벨로우즈의 중요한 형상 설계변수를 변화시켜가며 이에 따른 벨로우즈에서 발생하는 피로수명, 하중 및 모멘트, 스프링상수, 좌굴의 거동을 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

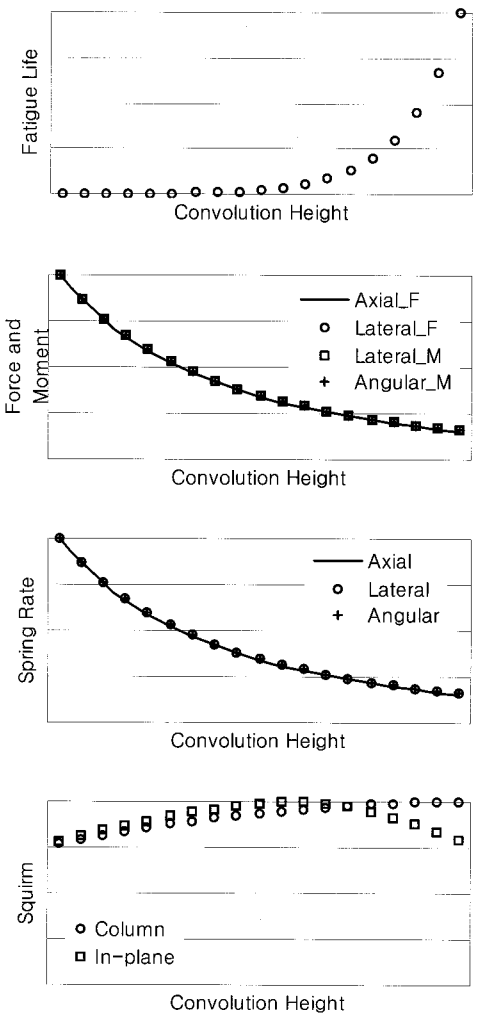


Fig. 12 Bellows behavior with varying convolution height

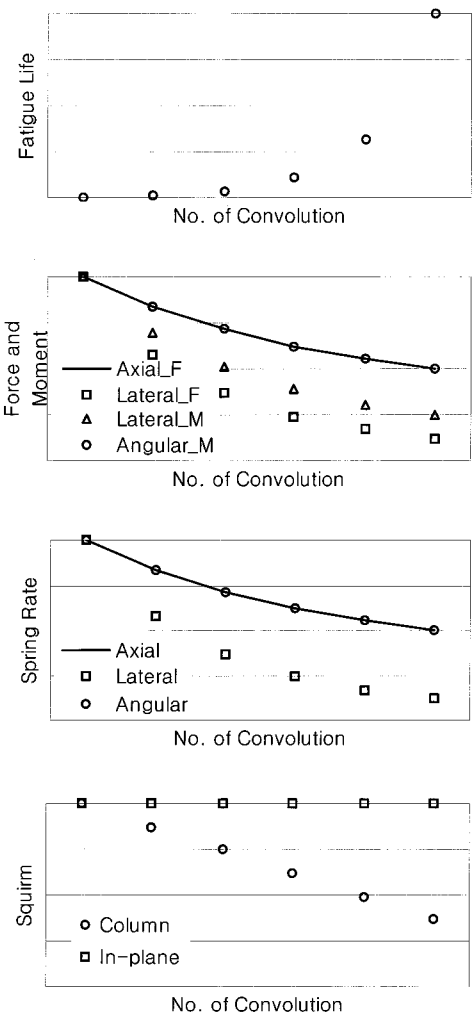


Fig. 13 Bellows behavior with varying No. of Convolution

(1) 개발된 벨로우즈 전용 설계 소프트웨어는 초기 설계 과정에서 설계변수의 값을 지나치게 크거나 작은 값을 입력하였을 경우의 경고문을 제공함으로써 합리적인 설계가 될 수 있도록 도와주었고 입력 자료의 누락 여부를 확인하는 대화창을 제공함으로써 정확한 설계 결과를 산출할 수 있도록 하였다.

(2) 컴퓨터 모니터의 화면에 모든 설계과정을 제시함으로써 설계의 전 과정을 일목요연하게 검색할 수 있도록 하고, 입력 자료의 입력 방식이 간소하여 즉각적인 설계 결과에 대한 고찰을 가능케 함으로써 기존의 설계 도구에 비해 빠른 설계 과정 제공한다.

(3) 설계변수의 실질적인 하한값과 상한값을 자동으로 제공하며 설계자는 이를 이용하여 해당 설계변수의 설계 가능 범위를 산출함으로써 설계자로 하여금 단시간 내에 설계에 대한 합리적인 값을 제공한다.

(4) 두께의 감소, 파형 피치의 증가는 벨로우즈를 유연하게 하여 피로수명도 증가시키고, 스프링상수를 비롯한 나머지 거동을 감소시킨다. 파형 높이의 증가는 벨로우즈를 대체적으로 유연하게 하지만 파형좌굴 거동에는 비선형성이 나타났다. 파형의 수 또한 벨로우즈의 유연성

을 높이지만 파형좌굴 거동에는 전혀 영향을 미치지 않는 형상 설계변수임을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 2006학년도 인하공업전문대학 교내연구비 지원에 의하여 수행되었습니다.

참 고 문 헌

(1) Koh, B. K. and Park, G. J., 1998, "Analysis and Optimization of Bellows With General Shape," *ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 120, pp. 325~333.

(2) Expansion Joint Manufacturers Association, Inc., 1993, *Standards of the Expansion Joint Manufacturers Association, Sixth Edition.*

(3) Koh, B. K., 1995, "A Top-Down Approach Design Methodology for Mechanical Systems with Bellows," *A Thesis for a Doctorate, Hanyang University.*

(4) Tsukimori, K., 1984, "Fatigue and Creep -Fatigue Life Evaluation of U-shaped Bellows," *ASME, Journal of Pressure & Vessels Technology*, Vol. 114, pp. 280~291.

(5) Rha, W. Y., Kim, M. and Oh, Y. S., 2004, "A Study on Structural Analysis of Bellows for Automotive," *Transactions of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 13, No. 6, pp. 102~106.

(6) Koh, B. K. and Park G. J., 1995, "Design of an Automobile Exhaust System using a Top-Down Approach Design Methodology," *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 17, No. 3, pp. 276~294.

(7) Kwon, H. U., 2004, *Excel Using VBA*, Digital Books Publishing Co., Ltd..

(8) Ryu, H. C., 2004, *Excel 2003 Macro and VBA*, YoungJin.com.