

멱급수를 이용한 완경사 방정식의 해

The Solution of Mild-Slope Equation using Power Series

정태화* · 이승오** · 박진호*** · 조용식****

Jung, Tae Hwa · Lee, Seung Oh · Park, Jin Ho · Cho, Yong-Sik

Abstract

To analyze incident waves traveling from the deep ocean is very important in that it is based on resolving problems occurred in coastal areas. In general, numerical models and analytical solutions are used to analyze wave transformation. Although a numerical model can be applied to various bottoms and wave conditions, it may have some cumbersome numerical errors. On the other hand, an analytical solution has an advantage of obtaining the solution quickly and accurately without numerical errors. The analytical solution can, however, be utilized only for specific conditions. In this study, the analytical solution of the mild-slope equation has been developed. It can be applied to various conditions combing a numerical technique and an analytical approach while minimizing the numerical errors. As a result of comparing the obtained solutions in this study with those of the previously developed numerical model, A good agreement was observed.

Key words : Power series, mild-slope equation, analytical approach

요 지

외해에서 내습하는 파랑 자료를 분석하는 일은 연안에서 발생하는 문제를 해결함에 있어 기본이 되기 때문에 매우 중요하다. 파랑을 해석하는 방법에는 크게 수치 모델을 이용하는 방법과 해석 해를 이용하는 방법이 있다. 수치 모델의 경우, 다양한 지형과 파랑 조건에 대해 적용할 수 있다는 장점이 있지만 수치 오차를 고려해야 하는 번거로움이 있다. 반면, 해석 해의 경우 수치 오차 없이 빠르고 정확하게 해를 구할 수 있다는 장점이 있지만 특정한 지형 및 파랑 조건에서만 성립한다는 단점이 있다. 본 연구에서는 수치적인 기법과 해석적인 접근을 혼합하여 수치 오차를 최소화시키면서 다양한 조건에 적용이 가능한 완경사 방정식의 해를 유도하였다. 유도된 해를 기존의 수치 해와 비교한 결과 매우 잘 일치한다는 알 수 있었다.

핵심용어 : 멱급수, 완경사 방정식, 해석적인 접근

1. 서 론

연안으로 입사하는 파랑을 해석하는 문제는 연안에서 발생할 수 있는 여러 가지 문제들을 해결하는데 기본이 되는 자료를 제공하기 때문에 연안 방재의 관점에서 매우 중요하다고 할 수 있다. 이러한 파랑을 해석하는 방법에는 크게 수치 모델을 사용하는 방법과 해석 해를 사용하는 방법이 있다. 수치모델의 경우, 컴퓨터의 발달로 인해 광범위한 지역에 다양한 조건을 적용하여 해를 구할 수 있다는 장점이 있지만 수치 모델의 개발 및 적용 과정에서 발생하는 수치오차를 적절히 조절해야 하는 번거로움이 있다. 이에 반하여, 해석 해의 경우에는, 지배방정식으로부터 직접적으로 해를 구하기 때문에 수치오차가 발생하지 않으며 적은 노력과 비용으로 해

를 구할 수 있다는 장점이 있지만 해석 해의 특성상 매우 제한된 단면 및 파랑 조건에서만 적용이 가능하다는 단점이 있다.

본 논문에서는 해석적인 접근법에서 특정한 조건에서만 적용 가능한 단점을 극복할 수 있는 문제에 초점을 맞추어서 연구를 수행하였다. 연직 2차원 문제에 관한 해석적인 접근법은 크게 고유함수전개법을 이용한 방법과 Bessel 함수를 이용한 방법이 있다. 고유함수전개법은 수심이 변화하는 영역을 일정한 수심을 갖는 구간들의 연속으로 가정하여 일정 수심 영역에서의 해를 정합시켜 전체 영역에서의 해를 구하는 방법이다. 이러한 방법은 Bremmer(1951)가 전자기파에 적용하면서 처음으로 제시한 후 Takano(1960), Kirby and Dalrymple (1983), Liu et al.(1992), Cho and Lee(2000) 및 Bender and

*한양대학교 대학원 토목공학과 박사후 과정 연구원 (E-mail: togye176@paran.com)

**홍익대학교 공과대학 건설·도시공학부 토목공학전공 전임강사

***한양대학교 공과대학 토목공학과 석사과정

****정회원 · 교신저자 · 한양대학교 공과대학 토목공학과 교수 (E-mail: ysc59@hanyang.ac.kr)

Dean(2003) 등에 의해 파랑분야에서 활용이 되었다. 이 방법은 상대수심 및 지형에 관계없이 사용할 수 있으나 복잡한 지형의 경우 구간을 많이 나누어야 한다는 번거로움이 있으며 정확성 또한 떨어진다는 단점이 있다. 해석적인 연구에 사용되는 또 다른 방법인 Bessel 함수를 사용하는 방법은 Dean(1964)에 의해 제시되었다. Dean(1964)이 제시한 이 방법은 Bender and Dean(2003), Lin and Liu(2005) 및 Chang and Liou(2007) 등에 의해 트렌치 및 잠재에 의한 파의 변형을 해석하는데 사용되었다. Dean(1964)의 방법은 지배방정식으로부터 수학적으로 직접 구한 결과이기 때문에 수치 오차는 전혀 발생하지 않으나 선형적으로 변화하는 단면 및 장파의 영역에서만 적용이 가능하다는 단점이 있다. 위에서 언급한 방법 외에 Huang and Dong(1999), Li and Zhu(2002), Hsu et al.(2004) 및 Lin(2004) 등은 Navier-Stokes 모델을 연직 2차원 문제에 적용한 바 있다.

본 연구에서는 수치 기법과 해석적인 기법을 사용하여 다양한 지형에 적용이 가능한 환경사 방정식의 해를 유도하였다. 먹금수의 해를 이용하기 위하여 지배 방정식에 나타나는 계수 값들을 최소 자승법을 사용하여 다항식의 형태로 표현하였으며 환경사 방정식의 해는 먹금수의 형태로 가정하여 해를 유도하였다. 이와 같은 접근 방법을 사용할 경우 유한 요소법이나 유한 차분법을 사용하여 해를 얻는 과정에서 생길 수 있는 오차들을 줄일 수 있다는 장점이 있다. 이렇게 유도된 해를 기존에 개발된 수치 모델과 비교한 결과 매우 잘 일치한다는 것을 알 수 있었다.

2. 해의 유도

지배방정식으로는 일반적으로 널리 알려진 환경사 방정식을 사용하였다.

$$CC_g \frac{d^2 \eta}{dx^2} + \frac{d(CC_g)}{dx} \frac{d\eta}{dx} + k^2 CC_g \eta = 0 \quad (1)$$

여기서, η 는 복소수로 표현되는 자유수면을 의미하며, C 는 파속도, C_g 는 군속도, 그리고 k 는 파수를 의미한다.

해를 구하기 위해 전체 영역을 Fig. 1과 같이 수심이 변화하는 영역과 그 영역을 둘러싸고 있는 일정 수심 영역으로 구분하였다. 일정 수심 영역의 경우, 식 (1)은 1차원 형태의 Helmholtz 방정식이 되며 해는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\eta_{1,3} = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (2)$$

여기서, 아랫 첨자 1 및 3는 영역을 나타내며, A 및 B 는 미지 복소수 상수, n 는 허수단위를 의미한다. Fig. 1과 같이 영역을 구성할 경우, 입사파 영역에서는 $A=1$ 및 $B=R$ 로 나타낼 수 있으며 투과파 영역에서는 $A=T$ 및 $B=0$ 으로 나타낼 수 있다. 이 경우 R 및 T 는 각각 반사율 및 투과율을 의미하게 되며 각각의 영역에서는 무한 방사 경계 조건을 만족하게 된다.

수심이 변화하는 영역에서는 식 (1)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

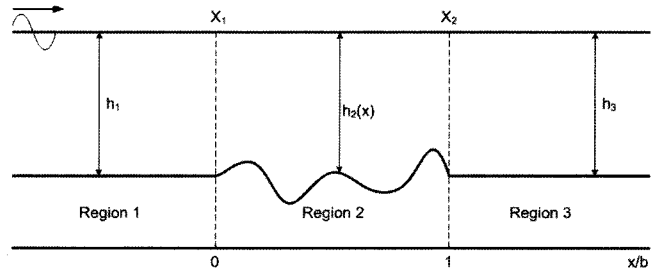


Fig. 1. Definition sketch of arbitrarily varying water depth

$$\frac{d^2 \eta_2}{dx^2} + \frac{1}{CC_g} \frac{dCC_g}{dx} \frac{d\eta_2}{dx} + k^2 \eta_2 = 0 \quad (3)$$

입사파의 주기 및 수심 조건이 주어지면 식 (3)의 두 번째 및 세 번째 항들을 주어진 영역에서 계산할 수 있으며 이 값들을 알고 있을 경우 최소자승법을 사용하여 다음과 같이 다항식의 형태로 근사할 수 있다.

$$\frac{1}{CC_g} \frac{d(CC_g)}{dx} \approx \sum_{l=0}^{\infty} \beta_l x^l \approx \sum_{l=0}^L \beta_l x^l \quad (4)$$

$$k^2 = \sum_{m=0}^{\infty} \gamma_m x^m \approx \sum_{m=0}^M \gamma_m x^m \quad (5)$$

여기서, L 및 M 은 실질적인 계산을 위해 고려하는 항의 개수를 의미하며 β_l 및 γ_m 은 최소 자승법을 이용하여 다항식으로 근사하였을 경우의 계수값들을 의미한다.

식 (3)의 두 번째 및 세 번째 항을 식 (4) 및 (5)로 표현할 경우 식 (3)은 다항식 형태의 변수 계수를 가지는 이차상미분 방정식이 되며 이 경우에는 먹금수를 이용하여 해를

구할 수 있다. 따라서 해의 형태를 먹금수 형태($\eta_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n x^n$)로 가정하여 식 (3)에 대입하면 식 (3)은 최종적으로 다음과 같이 무수히 많은 항들로 이루어진 다항식의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n n(n-1)x^{n-2} + \left(\sum_{l=0}^L \beta_l x^l \right) \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n n x^{n-1} + \left(\sum_{m=0}^M \gamma_m x^m \right) \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n x^n = 0 \quad (6)$$

식 (6)을 차수 순으로 정리하여 각 차수의 계수값들이 0이 되게 하면 다음과 같이 α_n 값을 계산할 수 있다.

α_0 =임의의 복소수 상수

α_1 =임의의 복소수 상수

$L > M$ 인 경우

$$\alpha_n = \frac{\sum_{l=0}^{n-1} \beta_l (n-1-l) \alpha_{n-1-l} - \sum_{m=0}^{n-2} \gamma_m \alpha_{n-2-m}}{n(n-1)} \quad \text{for } 2 \leq n \leq M+2 \quad (7)$$

$$\alpha_n = \frac{\sum_{l=0}^{n-1} \beta_l(n-1-l)\alpha_{n-1-l} - \sum_{m=0}^M \gamma_m \alpha_{n-2-m}}{n(n-1)} \quad \text{for } M+3 \leq m \leq L+1 \quad (8)$$

$$\alpha_n = \frac{\sum_{l=0}^L \beta_l(n-1-l)\alpha_{n-1-l} - \sum_{m=0}^M \gamma_m \alpha_{n-2-m}}{n(n-1)} \quad \text{for } m \geq L+2 \quad (9)$$

$L=M$ 인 경우

$$\alpha_n = \frac{\sum_{l=0}^{n-1} \beta_l(n-1-l)\alpha_{n-1-l} - \sum_{m=0}^{n-2} \gamma_m \alpha_{n-2-m}}{n(n-1)} \quad \text{for } 2 \leq m \leq L+2 \quad (10)$$

$$\alpha_n = \frac{\sum_{l=0}^L \beta_l(n-1-l)\alpha_{n-1-l} - \sum_{m=0}^M \gamma_m \alpha_{n-2-m}}{n(n-1)} \quad \text{for } m \geq L+2 \quad (11)$$

$L < M$ 인 경우

$$\alpha_n = \frac{\sum_{l=0}^{n-1} \beta_l(n-1-l)\alpha_{n-1-l} - \sum_{m=0}^{n-2} \gamma_m \alpha_{n-2-m}}{n(n-1)} \quad \text{for } 2 \leq m \leq L+1 \quad (12)$$

$$\alpha_n = \frac{\sum_{l=0}^L \beta_l(n-1-l)\alpha_{n-1-l} - \sum_{m=0}^{n-2} \gamma_m \alpha_{n-2-m}}{n(n-1)} \quad \text{for } L+2 \leq m \leq M+2 \quad (13)$$

$$\alpha_n = \frac{\sum_{l=0}^L \beta_l(n-1-l)\alpha_{n-1-l} - \sum_{m=0}^M \gamma_m \alpha_{n-2-m}}{n(n-1)} \quad \text{for } m \geq M+3 \quad (14)$$

$\alpha_n(n \geq 2)$ 은 α_0 및 α_1 으로 나타낼 수 있기 때문에 수심이 변화하는 지역에서의 η 는 최종적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta_2 = \alpha_0 X_1(x) + \alpha_1 X_2(x) \quad (15)$$

여기서, $X_1(x)$ 는 $\alpha_0=1$ 및 $\alpha_1=0$ 인 경우의 η_2 값을 의미하며, $X_2(x)$ 는 $\alpha_0=1$ 및 $\alpha_1=0$ 인 경우의 η_2 값을 의미한다.

$x=x_1$ 및 $x=x_2$ 에서 다음과 같은 정합 조건을 사용할 수 있다.

$$\eta_i = \eta_{i+1} \quad (i=1,2) \quad (16)$$

$$\frac{\partial \eta_i}{\partial x} = \frac{\partial \eta_{i+1}}{\partial x} \quad (i=1,2) \quad (17)$$

여기서, 식 (16)은 압력이 연속임을 의미하며, 식 (17)는 수평 방향 유속이 연속임을 의미한다. 식 (2) 및 (15)를 식 (16) 및 (17)에 대입하면 다음과 같은 연립 방정식을 얻을 수 있으며

$$e^{ikx_1} + Re^{-ikx_1} = \alpha_0 X_1(x_1) + \alpha_1 X_2(x_1) \quad (18)$$

$$\alpha_0 X_1(x_2) + \alpha_1 X_2(x_2) = Te^{ikx_2} \quad (19)$$

$$ike^{ikx_1} - ikRe^{-ikx_1} = \alpha_0 X_1'(x_1) + \alpha_1 X_2'(x_1) \quad (20)$$

$$\alpha_0 X_1'(x_2) + \alpha_1 X_2'(x_2) = ikTe^{ikx_2} \quad (21)$$

이 방정식을 풀면 미지수 값들(R , α_0 , α_1 , T)을 구할 수 있으며 이 값을 원식 (2) 및 (15)에 대입하면 전체 영역에서의 파고값을 계산할 수 있다.

3. 해의 검증

Frobenius 이론에 (Hildebrand, 1976) 의하면 급수해가 $\sum_{n=0}^{\infty} (x-x_0)^n$ 의 형태로 표현될 때, 급수해의 수렴 범위는 $|x-x_0| < X$ 이 된다. 여기서, X 는 x_0 에서 가장 가까운 특이점(singular point) 까지의 거리이다. 본 연구에서 사용한 식 (3)의 경우 특이점이 존재하지 않는다. 따라서 본 연구에서 사용한 급수해는 적용 구간에 상관없이 항상 수렴함을 알 수 있으며, 수렴값을 얻기 위하여 다음과 같은 조건을 만족할 때까지 계산을 수행하였다.

$$\frac{\alpha_N x_0^N}{\sum_{n=1}^N \alpha_n x_0^n} < 10^{-3} \quad (22)$$

식 (4) 및 (5)로 표현되는 식의 경우, Weierstrass의 근사 이론에 (Burden, 2001) 의하면 다항식을 이용하여 근사를 할 경우 함수가 영역 내에서 연속이면 항상 원하는 정도로 근사가 가능하다. 따라서, 본 연구에서는 식 (4) 및 (5)에 대하여 최소사승법을 이용하여 근사 다항식을 구하였으며, 이 때 사용한 함수 값은 50개이다.

3.1. 일정 경사면을 가진 단면

해석 해의 타당성을 검증하기 위하여 본 연구에서 유도된 해를 Fig. 2와 같이 일정 경사를 가지는 단면에 적용해 보았다. 수심에 관한 식은 다음과 같다.

$$h = \begin{cases} h_1, & x < x_1 \\ h_2 = h - m(x-x_1), & x_1 < x \leq x_2 \\ h_3, & x > x_2 \end{cases} \quad (23)$$

파가 입사하는 영역에서의 수심값(h_1)은 6.4m, 파가 투과하는 영역에서의 수심값(h_3)은 3.2m, 경사면의 기울기(m)는 0.1이 되게 하였으며 입사파의 상대 수심값은 $k_1 h_1 = 1.336$ 을 만족하도록 하였다. 여기서 k_1 은 수심 h_1 에 해당하는 파수값이다.

Table 1은 $J=50$ 인 경우에 최소사승법을 사용하여 식 (4) 및 (5)를 근사한 후 상대오차 값을 계산한 결과이다. 두 함수 모두 근사 다항식의 차수가 증가함에 따라 상대 오차가 줄어드는 것을 알 수 있다. 근사 다항식의 차수가 작은 경우에는 상대 오차가 급격하게 줄어들었으나 상대 오차가 1%보다 작은 경우(식 (4)의 경우 6차 이상의 근사 다항식, 식 (5)의 경우 5차 이상의 근사 다항식)에는 완만하게 감소하였다. Fig. 3은 $L=6$, $M=5$ 인 경우에 실제의 식 (4) 및 (5)의

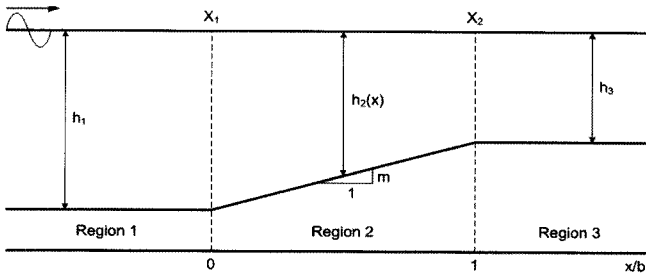
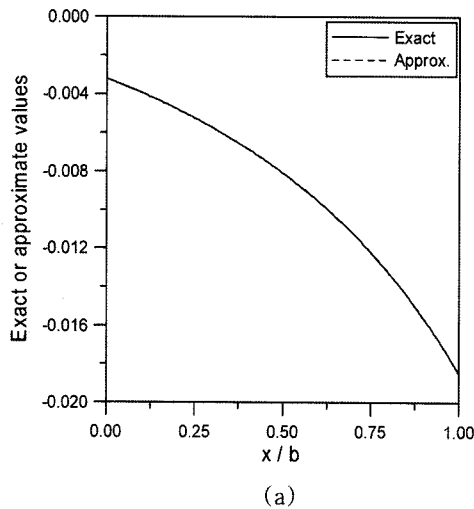


Fig. 2. Definition sketch of linear transition in water depth

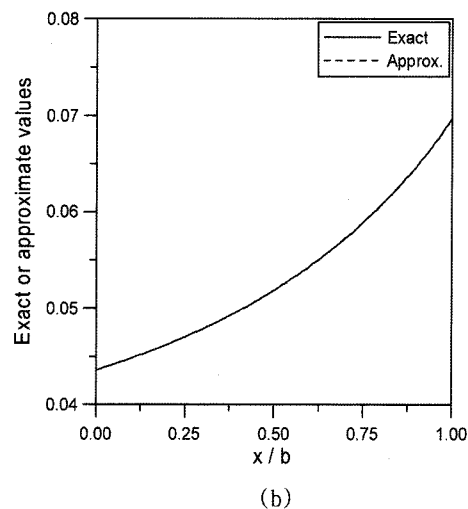
Table 1. Cumulative relative error of functions for $J=50$, $h_1=6.4\text{m}$, $h_0=3.2\text{m}$, $k_1h_1=1.336$, $m=0.1$, and $b=x_2-x_1=32\text{m}$

L or M	$\sum_{j=1}^J \frac{ f(j)-f(j) ^2}{ f(j) } \times 100(\%)$	
	$\frac{1}{CC_g} \frac{d(CC_g)}{dx}$	k^2
1	2613.77	572.49
2	473.31	108.04
3	77.34	19.01
4	12.89	3.13
5	2.25	0.55
6	0.42	0.12
7	0.14	0.084
8	0.14	0.083
9	0.14	0.082
10	0.12	0.074

값과 최소자승법을 사용하여 구한 근사 다항식의 값을 비교한 것이다. 전 영역에 걸쳐 두 그래프가 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 완경사 방정식의 해를 구하는 과정에서도 $L=6$, $M=5$ 의 값을 사용하였다.



(a)



(b)

Fig. 3. Comparison between exact and approximate functions for $h_1=6.4\text{m}$, $h_3=3.2\text{m}$, $k_1h_1=1.336$, $m=0.1$, and $b=x_2-x_1=32\text{m}$ ((a) $d(CC_g)/dx/CC_g$; (b) k^2)

Fig. 4는 동일한 지배 방정식을 본 연구에서 유도한 방법을 사용하여 구한 해와 유한 요소법을 이용하여 구한 해를 비교한 결과이다. 유한 요소법의 해는 Galerkin 방법을 적용하여 해를 구하였다. 2차 함수를 보간 함수로 사용하였으며 한 파장당 20개의 요소가 들어가도록 격자를 구성하였다. x 축은 $b=x_2-x_1$ 으로 무차원화 하였으며, y 축은 입사파의 파고값(a_i)로 무차원화 하였다. 경사면이 시작하는 부분에서는 입사파 및 반사파의 영향으로 부분 정상파가 형성되었고 경사면이 끝나는 부분에서는 천수 현상으로 인하여 파고값이 높게 나타나는 현상을 보이면서 전체적으로 본 연구에서 구한 해와 유한요소법으로 구한 해가 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

3.2. 포물선 형태의 돌출 지형

다음으로 수심이 Fig. 5와 같이 포물선의 형태로 변화하는 단면에 대하여 본 연구에서 구한 해와 유한요소법을 이용하여 구한 해를 비교해 보았다. 수심에 관한 식은 다음과 같다.

$$h = \begin{cases} h_1, & x < x_1 \\ h_2 = h_0 \left(1 + \frac{(x - (x_1 + x_2)/2)^2}{a^2} \right), & x_1 < x \leq x_2 \\ h_3, & x > x_2 \end{cases} \quad (24)$$

$h_1=h_3=6.4\text{m}$, $h_0=3.2\text{m}$, $(x_1-x_2)=10 \times (h_1-h_0)$ 및 $a=(x_2-x_1)/2\sqrt{h_1/h_0-1}$ 인 조건에서 계산을 수행하였다. 입사파의 상대 수심값은 앞의 경우와 마찬가지로 1.336 값을 사용하였다.

Table 2는 식 (4) 및 (5)에 관한 근사 다항식의 상대 오차 값을 계산한 값이다. Table 1과 마찬가지로 근사 다항식의 차수가 증가함에 따라 상대 오차는 감소하였으며 그 경향 역시 동일하게 나타났다. 식 (4)의 경우에는 다항식의 차수가 12 이상이 되면서 상대 오차값은 1보다 작게 나타났으며 식 (5)의 경우 10차 이상의 다항식에서 상대 오차값이 1보다 작게 나타났다. Fig. 6은 $L=12$, $M=10$ 인 경우에 실제의 $d(CC_g)/dx/CC_g$ 및 k^2 값과 최소자승법을 사용하여 구한 근사 다항식의 값을 비교한 것이다. 두 값의 차이가 그래프 상에

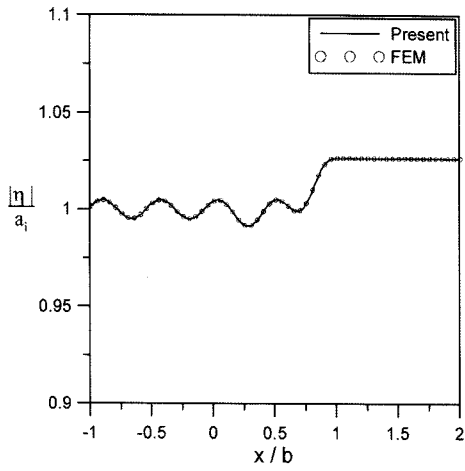


Fig. 4. Comparison between present and FEM solutions for $h_1=6.4\text{m}$, $h_3=3.2\text{m}$, $k_1h_1=1.336$, $m=0.1$, and $b=x_2-x_1=32\text{m}$

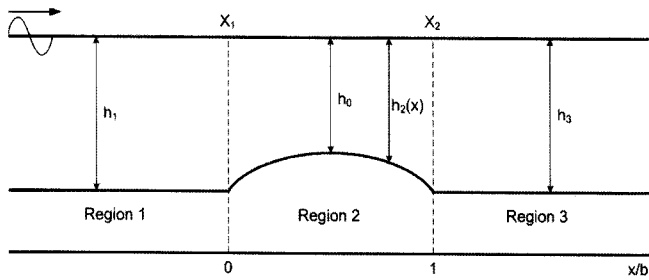
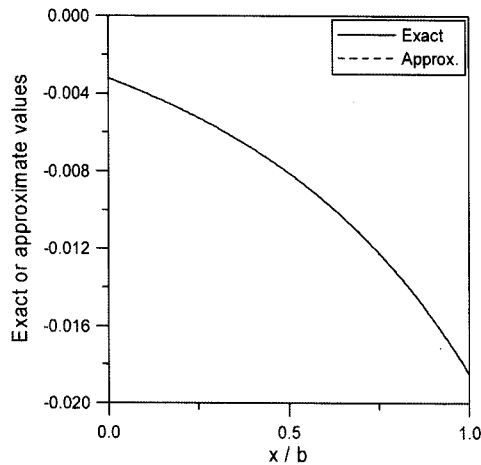


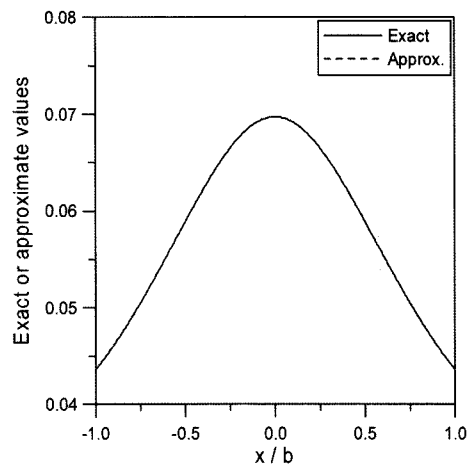
Fig. 5. Definition sketch of a parabolic ridge

서는 식별하기 어려울 정도로 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있었다.

Fig. 7은 본 연구에서 제시한 방법과 유한 요소법을 이용한 방법을 사용하여 구한 해를 비교한 결과이다. 입사파의 일부분이 포물선형 지형에 의해 반사되어 투과파가 존재하는 영역에서의 파고값은 1보다 작게 관측되면서 전체적으로 두 해가 매우 잘 일치하였다.



(a)



(b)

Fig. 6. Comparison between exact and approximate functions for $h_1=h_3=6.4\text{m}$, $k_1h_1=1.336$, $h_0=3.2\text{m}$, and $b=x_2-x_1=32\text{m}$ ((a) $d(CC_g)/dx/CC_g$; (b) k^2)

Table 2. Cumulative relative error of functions for $J=50$, $h_1=h_3=6.4\text{m}$, $h_0=3.2\text{m}$, $k_1h_1=1.336$, and $b=x_2-x_1=32\text{m}$

L or M	$\sum_{j=1}^J \frac{ f(j)-f(j) ^2}{ f(j) } \times 100(\%)$	
	$\frac{1}{CC_g} \frac{d(CC_g)}{dx}$	k^2
2	2209.76	655.29
4	442.48	122.89
6	73.96	20.98
8	13.25	3.57
10	2.31	0.61
12	0.42	0.13
14	0.16	0.097
16	0.12	0.088
18	0.12	0.089
20	0.12	0.068

3.3. 입사파의 변화에 따른 반사계수

마지막으로, 3.1에서 사용한 지형에 대하여 입사파의 주기를 변화시키면서 이에 따른 반사 계수의 값을 비교해보았다. Fig. 8은 다른 조건들은 모두 3.1절에서 사용한 조건들과 동일하게 고정한 후 상대 수심(k_1h_1)값을 0.1부터 3.0까지 변화시키면서 반사율을 계산한 결과이다. 전체적으로 본 연구에서 유도된 방법을 이용하여 구한 해와 유한 요소법을 사용하여 구한 해가 잘 일치하는 것을 알 수 있었다. 장파의 영역에서는 전체적으로 반사율이 크게 나왔으나 상대 수심값이 증가하면서 반사율이 감소하여 $k_1h_1=0.5$ 부근에서 극소값을 가진 후 다시 증가하다 감소하는 경향을 보였다. 천해역을 벗어나서는 반사율이 매우 작게 나왔으며 심해로 갈수록 바닥 경사

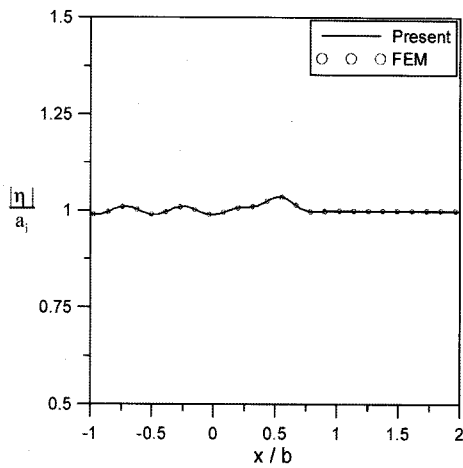


Fig. 7. Comparison between present and FEM solutions for $h_1=h_3=6.4\text{m}$, $k_1h_1=1.336$, $h_0=3.2\text{m}$, and $b=x_2-x_1=32\text{m}$

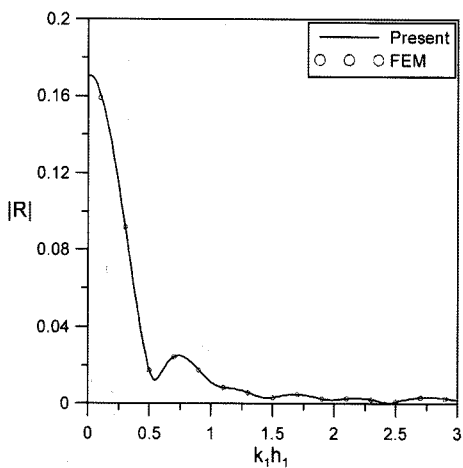


Fig. 8. Comparison between present and FEM solutions for different k_1h_1 with $h_1=6.4\text{m}$, $h_3=3.2\text{m}$, $m=0.1$, and $b=x_2-x_1=32\text{m}$

의 영향을 거의 받지 않음을 확인하였다.

4. 결 론

본 논문에서는 멱급수 및 최소자승법을 사용하여 유한차분 법이나 유한요소법 같은 수치 기법을 사용하지 않고 환경사 방정식의 해를 유도하였다. 기존의 해석적인 접근법에서 멱급 수를 이용할 경우에는 특이점의 존재로 인하여 해를 적용할 수 있는 지형의 단면에 제한되어 왔다. 본 연구에서는 이러한 제약 사항 없이 임의의 지형에 대한 해를 얻기 위하여 최고차 미분항의 계수를 1로 만들어 특이점의 존재하지 않게 하였으며 나머지 부분에 대해서는 멱급수의 적용을 용이하게 하기 위하여 최소 자승법을 이용하여 다항식의 형태로 표현 하였다. 유도된 해석 해를 선형 및 비선형적으로 변화하는 지형에 적용해 본 결과 유한 요소법을 이용하여 구한 결과와 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있었다. 본 연구에서 제안한 방법은 연안 방재의 측면에서 볼 때, 해저 지형이나잠제등을 이용한 연안 구조물의 보호에 적용할 수 있다. 일반적으로

해저 지형의 변화는 입사파의 반사등에 큰 영향을 주기 때문에 수중 구조물 등을 설치하여 수심값을 임의적으로 조절하면 입사파를 크게 반사시킬 수 있으며 이로 인하여 연안 구조물 등을 보호할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 해양수산부의 재정적 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- Bender, C.J. and Dean, R.G. (2003) Wave transformation by two-dimensional bathymetric anomalies with sloped transitions. *Coastal Eng.*, Vol. 50, pp. 61-84.
- Bremmer, H. (1951) Approximation as the first term of a geometrical-optical series. *Comm. on Pure and Applied Mathematics*, Vol. 4, pp. 105-115.
- Burden, R.L. and Faires J.D. (2001) *Numerical analysis*. Brooks/cole
- Chang, H.-K. and Liou, J.-C. (2007) Long wave reflection from submerged trapezoidal breakwaters. *Ocean Eng.*, Vol. 34, pp. 185-191.
- Cho, Y.-S. and Lee, C. (2000) Resonant reflection of waves over sinusoidally varying topographies. *J. Coastal Res.*, Vol. 16, pp. 870-879.
- Dean, R.G. (1964) Long wave modification by linear transitions. *Rev. Mat. Hisp.-Am.*, Vol. 1, No. 90, pp. 1-29.
- Hilderbrand, F.B. (1976) *Advanced calculus for applications*. 2nd Edn. Prentice-Hall, Englewood Cliff, New Jersey.
- Hsu, T.-W., Hsieh, C.-M. and Hwang, R. R. (2004) Using RANS to simulate vortex generation and dissipation around impermeable submerged double breakwaters. *Coastal Eng.*, Vol. 51, pp. 557-579.
- Huang, C.-J. and Dong, C.-M. (1999) Wave deformation and vortex generation in water wave propagating over a submerged dike. *Coastal Eng.*, Vol. 37, pp. 123-148.
- Kirby, J. and Dalrymple, R.A. (1983) Propagation on oblique incident water waves over a trench. *J. Fluid Mech.*, Vol. 133, pp. 47-63.
- Li, C.W. and Zhu, B. (2002) A sigma coordinate 3D $k-\epsilon$ model for turbulent free surface flow over a submerged structure. *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 26, pp. 1139-1150.
- Lin, P. (2004) A numerical study of solitary wave interaction with rectangular obstacles. *Coastal Eng.*, Vol. 51, pp. 35-51.
- Lin, P. and Liu, H.-W. (2005) Analytical study of linear long-wave reflection by a two-dimensional obstacle of general trapezoidal shape. *J. of Eng. Mech.*, Vol. 133, pp. 822-830.
- Lin, P.L.-F., Cho, Y.-S., Kostense, J.K., and Dingemans, M.W. (1992) Propagation and trapping of obliquely incident wave groups over a trench with current. *Applied Ocean Research*, Vol. 14, pp. 201-212.
- Takano, K. (1960) Effects d'un obstacle parallépipédique sur propagation de la houle. *Houille Blanche*, Vol. 15, pp. 247-267.

© 논문접수일 : 2007년 10월 02일

© 심사회의일 : 2007년 10월 04일

© 심사완료일 : 2007년 11월 30일