

대용특성을 활용한 스크리닝 검사에서 제한된 생산용량의 효과분석

최익준·홍성훈[†]

전북대학교 산업정보시스템공학과, 공업기술연구소

Effects of Limited Capacity on Screening Procedures Using a Surrogate Variable

Ik-Jun Choi·Sung-Hoon Hong[†]

Department of Industrial & Information Systems Engineering,
Research Center of Industrial Technology, Chonbuk National University

Key Words : Limited Capacity, Quality, Screening Inspection, Screening Limits, Surrogate Variable

Abstract

Due to the rapid growth in automated testing and manufacturing systems, screening inspection becomes very attractive. In this paper, we investigate the effects of limited capacity on screening inspection using a surrogate variable. The model is developed under the assumption that the reprocessed and nonreprocessed items are produced by the same manufacturing process and therefore their quality characteristics are independently and identically distributed. Profit models are constructed which involve four price/cost components: selling price, cost incurred by imperfect quality, reprocessing and quality inspection costs. Methods of finding the optimal screening limits are presented, and a numerical example is given. Sensitivity analyses are also performed to study the effect of a process standard deviation on this model.

1. 서 론

오랜 역사와 높은 기술 수준을 자랑하던 굴지의 기업들도 치열한 경쟁 속에서 구조개선 또는 인수합병 등을 통해 생존의 길을 모색하거나 한 순간에 몰락하는 예를 우리는 종종 경험하고 있다. 이렇게 생존게임으로 표현되는 기업의 경영 환경은 끊임없이 변하고 있으며, 높아진 고객의 기대수준을 충족시키기 위해 좋은 품질의 제품을 고객에게 공급하는 것이 기업들에게는 무엇보다 중요하다. 하지만 충분히 잘 설계되고, 관리되는 공정이라 할지라도 완전히 균일한 품질의 제품만을 생산하기란 현실적으로 불가능하다. 따라서 제품의 출하 전에 품질검사를 하는데, 과거에는 검사비용 절감을 위해 샘플링 검사를 많이 활용하였다. 그러나 최근 들어서는

완벽한 품질 보증을 위해 전수 검사가 널리 활용되는 추세에 있다. 특히 공정의 자동화와 더불어 품질검사에 있어서도 자동화된 검사시스템을 활용한 전수검사가 도입되고 있다. 예를 들어 전자산업에서는 레이저, 초음파 검사, 컴퓨터 비전, 패턴인식기법 등을 활용한 자동화된 검사 장치들이 많이 개발되었다. 이러한 기계의 활용은 짧은 시간에 많은 양의 제품을 검사할 수 있고, 또한 정확하고 정밀한 측정결과 수집을 가능하게 해주었다. 전수검사는 다음의 두 가지 방법이 널리 활용된다. 첫째, 관심의 대상이 되는 주 품질특성을 직접 측정하는 검사와, 둘째, 주 품질특성의 측정이 어려운 경우 주 품질특성과 높은 상관관계를 갖는 대용특성을 측정하는 검사이다. 주 품질특성을 활용한 검사에 대해서는 1980년대 이후, 최근까지 많은 연구가 진행되어 왔다; 예를 들어, Tang(1988), Riew(1989), Duffuaa and Al-

[†] 교신저자 shhong@chonbuk.ac.kr

Najjar(1995), Hong and Elsayed(1998), Maghsoodloo and Li(2000), Moskowitz et al.(2001), Plante(2002), Govindaluri et al.(2004), Lee et al.(2006), Hong and Cho(2007), 그리고 Kwon et al.(2007) 등의 논문이 있다.

한편 제품에 따라서는 주 품질특성을 활용한 전수검사가 힘든 경우가 있다. 파괴검사를 요하는 제품이 그 대표적인 예이다. 또한 품질특성의 측정에 많은 비용이 드는 경우 주 품질특성을 직접 측정하는 것은 비경제적일 수 있다. 이러한 경우 주 품질특성과 높은 상관관계를 갖고 검사비용이 상대적으로 저렴한 대용특성을 활용해 품질을 검사할 수 있다. 주 품질특성 대신 검사비용이 낮은 대용특성을 측정하면 비용은 줄일 수 있으나, 검사에 따른 오류가 발생할 수 있다. 즉 대용특성을 측정함으로 인해 실제로 양품인데도 불합격 되거나, 불량품이 합격되는 오류가 생길 수 있다. 따라서 대용특성을 검사하는 경우 합격, 불합격의 판정기준이 되는 대용특성의 규격을 설정하는 것이 중요한 문제가 되는데, 처음에는 통계적인 관점에서 고려하여 검사 후 양품의 비율을 일정수준 이상으로 높이는 것이 주 연구 대상이었다; Owen et al.(1975), Li and Owen(1979), 그리고 Boys and Dunsmore(1987). 한편 Tang(1987), Bai and Hong(1992), Bai et al.(1995), Lee et al.(2001), 그리고 Lee and Elsayed(2002) 등은 대용특성의 검사비용, 불량제품의 합격으로 인한 손실비용, 그리고 불합격되는 제품으로 인한 비용 등을 고려하여 경제적인 관점에서 대용특성의 규격을 구하였다.

전수검사서 규격을 벗어나는 불합격품들은 그 특성에 따라 재작업, 폐기처분, 할인판매 등 다양한 방법으로 처리한다. 이제까지의 연구들은 대부분 폐기처분, 할인판매의 경우를 고려하여, 불합격품들은 모두 일정한 양의 고정 비용이 발생한다는 가정을 하였다. 이 경우 전수검사를 위한 이익함수 모형이 매우 간단해지며, 최적 해를 구하는 절차 역시 크게 어렵지 않다. 하지만 많은 공정의 경우 불합격 제품에 대해서는 재가공을 한다. 이러한 공정의 예로서 휴대폰의 부품 중 하나인 듀플렉서 도금 공정을 생각할 수 있다. 듀플렉서는 휴대폰에서 통화음의 수신 및 송신 기능을 수행하는 핵심부품으로, 성형, 소성 및 도금 공정을 거쳐 완성품이 되는데, 전기적 특성 중 하나인 주파수가 중요한 품질특성이다. 따라서 전기적 특성을 만족시키지 못하는 소체에 대해서는 도금액을 벗겨 내고 재 도금을 한다. 물론 도금액을 벗겨 내는 과정에서 화학 처리를 하게 되는데,

화학 처리의 목적은 소체를 도금 전 상태로 만드는 것이다. 이와 같은 상황에서 재 가공된 소체는 최초 작업에 의해 생산된 것과 동일한 확률분포를 갖고 변동하게 된다. 생산 현장에서는 이와 같이 재작업이 이루어지는 제품들이 다수 있는 데, 이러한 유형의 공정에 대해 최적공정평균을 결정하는 문제는 Golhar(1987) 이후, Schmidt and Pfeifer(1991), Lee and Kim(1994), Hong and Elsayed(1999), Misiorek and Barnett(2000), Lee and Elsayed(2002), 그리고 Hong et al.(2006) 등에 의해 연구가 진행된 바 있다. 이 논문에서는 이러한 특성을 갖는 제품에 대한 스크리닝 검사에서 대용특성의 기각치를 구하고자 한다.

특히 이 논문에서는 공정의 생산 용량을 고려해, 충분치 못한 생산 용량이 대용특성의 규격 설정에 어떠한 영향을 미치는 가를 알아보고자 한다. 대용특성이 아닌 주품질특성을 직접 측정하는 경우에 대해서는 Choi and Hong(2008)에 의해 연구가 진행된 바 있다. 만일 생산 용량에 별 다른 제약이 없다면 불합격 제품에 대해서는 무한정 재가공할 수 있다. 이 경우 규격에 대한 최적 해를 구하기 위한 기준은 생산된 단위 제품 당 기대 이익(expected profit per unit product; EPUP)을 최대화 하면 된다. 하지만 생산 용량에 대한 제약이 있는 경우에는, 재가공으로 인해 다른 제품을 생산할 수 없게 된다. 따라서 그 만큼의 기회비용이 발생하는 것이다. 이 경우 최적 해를 구하기 위한 기준으로 EPUP가 아닌 생산 시도 당 기대 이익(expected profit per production-attempt; EPPA)을 최대화해야 한다. 왜냐하면 불합격 제품을 재가공한다는 것은 다른 제품을 생산할 기회를 없애는 결과를 주기 때문이다. 이 논문의 2절에서 단위 제품 당 이익함수를 도출하고, 이를 최적화 할 것이다. 3절에서는 생산 시도 당 이익함수 및 최적 해를 구하고, 이를 2절의 결과와 비교해 생산 용량의 제약 조건이 대용특성의 규격에 미치는 영향을 파악하고자 한다. 또한 비용함수의 추정이 잘 못된 경우, 그리고 공정표준편차의 영향 등 다양한 수리적인 분석도 동시에 수행 할 것이다.

2. 모형 1:생산용량에 제약이 없는 경우

일반적으로 고객 입장에서 볼 때 제품의 품질특성에는 바람직한 수준이 있다. 예를 들어 시계는 오차가 0일 때 이상적이고, 정량보다 빠르거나 느리면 고객의 불만도 비례해 커지게 된다. 품질특성의 바람직한 수준

을 목표 값이라 부르는데, 품질특성이 목표 값에 근접할수록 고객의 만족도는 높아진다. 만일 목표 값과 큰 차이가 있는 불량품이 고객에게 판매된다면, 불량품의 회수 및 교환비용, 클레임 처리 비용 등은 물론이고 궁극적으로는 고객의 구매 의욕 상실로 인해 해당 기업은 큰 손실을 감수해야 한다. 검사 대상이 되는 제품의 품질특성을 Y 라 하고, 이 특성의 목표 값을 τ 라 정의하자. 이 논문에서는 품질손실함수의 형태로 이차손실함수인 $a(y-\tau)^2$ 을 활용한다. 여기서 a 는 양의 상수이며, y 는 품질특성 Y 의 측정값이다. 이 손실함수는 다구찌가 처음으로 제안한 함수로서 경험적으로 볼 때 품질특성의 변동에 따른 손실을 표현하는 데 적절한 것으로 인식되고 있다.

주 품질특성이 파괴검사를 필요로 하는 제품에 대해서는 전수검사를 실시할 수 없다. 또한 품질특성의 측정에 많은 비용이 드는 제품을 전수검사 하는 것은 비경제적일 수 있다. 이러한 경우 주 품질특성과 높은 상관관계를 갖고 상대적으로 낮은 검사비용을 갖는 대용특성을 찾을 수 있다면 대용특성에 기초해 품질검사를 할 수 있다. 이것이 본 논문의 기본 가정이다. 주 품질특성 Y 와 높은 상관관계를 갖고 상대적으로 낮은 검사비용을 갖는 대용특성을 X 라 정의하자. 대용특성을 활용한 품질검사에서는 주 품질특성과 대용특성의 관계를 올바르게 설정하는 것이 중요한데, 이 논문에서는 X 와 Y 가 평균 (μ_x, μ_y) , 표준편차 (σ_x, σ_y) 그리고 상관계수 $\rho > 0$ 을 갖는 이 변량 정규분포를 따른다고 가정한다. 물론 $\rho < 0$ 인 경우도 동일한 방법에 의해 스크리닝 절차를 구할 수 있다.

이제 이익함수모형을 구성해 보자. 품질특성 X 의 측정 결과 $L \leq x \leq U$ 인 제품은 합격 처리하고, 단위 제품 당 A 의 가격에 판매한다. 여기서 L 과 U 는 각각 대용특성의 규격하한 및 규격상한이 된다. 만일 대용특성의 측정값이 규격을 만족시키지 못한다면, 이 제품은 불합격 처리하고 재가공한다. 재가공 시 재가공품의 품질특성은 작업 조건에 따라 변하게 되는데, 이 논문에서는 재가공 품도 최초 작업 제품과 동일한 공정을 거쳐 가공한다고 가정한다. 이 경우 재가공품의 품질특성과 최초 작업에 의해 생산된 제품의 품질특성은 동일한 확률분포를 따르게 된다. 불합격된 제품의 세척 및 처리 비용을 c , 단위 제품 당 재가공비용을 r , 품질검사비용을 s_x 라 정의하면, 단위 제품 당 이익함수(profit per unit product: PUP)는 다음과 같이 된다.

$$PUP(x) = \begin{cases} A - a(y-\tau)^2 - s_x, & L \leq x \leq U, \\ EPUP - c - r - s_x, & x < L \text{ 또는 } x > U, \end{cases} \quad (1)$$

식(1)로부터 단위 제품 당 기대 이익 $EPUP$ 을 구하면

$$EPUP = \int_L^U \int_{-\infty}^{\infty} \{A - a(y-\tau)^2 - s_x\} f(x,y) dy dx + (EPUP - c - r - s_x) \left\{ 1 - \int_L^U \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) dy dx \right\}, \quad (2)$$

이 된다. 단, 식(2)에서 $f(x,y)$ 는 X 와 Y 의 결합 확률밀도함수이다. 식(2)를 기대이익 $EPUP$ 의 함수로 재 정리하면

$$EPUP = \frac{\int_L^U \int_{-\infty}^{\infty} \{A - a(y-\tau)^2 + c + r\} f(x,y) dy dx - c - r - s_x}{\int_L^U \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) dy dx}, \quad (3)$$

이 된다. 식(3)에서 $Z_1 = \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y}$, $Z_2 = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x}$ 라 놓고 다시 정리하면

$$EPUP = (A + c + r) \frac{\int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{-\infty}^{\infty} a\sigma_y^2 \left(z_1 - \frac{\tau - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2 \psi(z_1, z_2) dz_1 dz_2 + c + r + s_x}{\Phi(\eta_2) - \Phi(\eta_1)}, \quad (4)$$

이 된다. 단, 식(4)에서 $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포의 누적 확률분포함수, $\eta_1 = \frac{L - \mu_x}{\sigma_x}$, $\eta_2 = \frac{U - \mu_x}{\sigma_x}$ 이고 $\psi(z_1, z_2)$ 는 (Z_1, Z_2) 의 확률밀도함수로 상관계수 ρ 를 갖는 표준 이 변량 정규분포이다. 또한 $\psi(z_1, z_2) = \varphi(z_1 | z_2) \phi(z_2)$ 의 관계식이 성립하고, 여기서 $\phi(z_2)$ 는 표준정규분포, $\varphi(z_1 | z_2)$ 는 평균 ρz_2 분산 $1 - \rho^2$ 인 정규분포의 확률밀도함수이다.

한편, 식(4)에서

$$\int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{-\infty}^{\infty} a\sigma_y^2 \left(z_1 - \frac{\tau - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2 \psi(z_1, z_2) dz_1 dz_2$$

$$= a\sigma_y^2 \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left(z_1 - \rho z_2 + \rho z_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} \right)^2 \varphi(z_1 | z_2) dz_1 \right\} \phi(z_2) dz_2 - a\sigma_y^2 \rho^2 \left(\eta_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} \right)^2 \phi(\eta_2) \Big/ \{ \Phi(\eta_2) - \Phi(\eta_1) \}, \quad (7b)$$

$$= a\sigma_y^2 \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left\{ (1 - \rho^2) + \rho^2 \left(z_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} \right)^2 \right\} \phi(z_2) dz_2$$

$$= a\sigma_y^2 (1 - \rho^2) \{ \Phi(\eta_2) - \Phi(\eta_1) \} + a\sigma_y^2 \rho^2 \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left(z_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} \right)^2 \phi(z_2) dz_2, \quad (5)$$

이 되고 $\frac{\partial EPUP}{\partial \eta_1} = 0$ 와 $\frac{\partial EPUP}{\partial \eta_2} = 0$ 을 만족하는 η_1 과 η_2 는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

이다. 식(5)의 결과를 식(4)에 대입하면

$$EPUP = A + c + r - a\sigma_y^2 (1 - \rho^2) \quad (6)$$

$$\frac{a\sigma_y^2 \rho^2 \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left(z_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} \right)^2 \phi(z_2) dz_2 + c + r + s_x}{\Phi(\eta_2) - \Phi(\eta_1)},$$

이 된다. 기대이익을 최대화하는 η_1^* 와 η_2^* 을 구하기 위해 식(6)을 η_1 과 η_2 에 대해 각각 편미분하면

$$\frac{\partial EPUP}{\partial \eta_1} = - \left[\{ (A + c + r - a\sigma_y^2 (1 - \rho^2) - EPUP) - a\sigma_y^2 \rho^2 \left(\eta_1 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} \right)^2 \phi(\eta_1) \} \Big/ \{ \Phi(\eta_2) - \Phi(\eta_1) \} \right], \quad (7a)$$

$$\frac{\partial EPUP}{\partial \eta_2} = - \left[\{ (A + c + r - a\sigma_y^2 (1 - \rho^2) - EPUP) \right.$$

$$\left. a\sigma_y^2 \rho^2 \left(\eta_1 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} \right)^2 = A + c + r - a\sigma_y^2 (1 - \rho^2) - EPUP \right], \quad (8a)$$

$$\left. a\sigma_y^2 \rho^2 \left(\eta_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} \right)^2 = A + c + r - a\sigma_y^2 (1 - \rho^2) - EPUP \right], \quad (8b)$$

이로부터

$$\left| \eta_1 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} \right| = \left| \eta_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} \right|, \quad (9)$$

이 되고, 또한 $\eta_1 > \eta_2$ 이므로

$$\eta_2 = 2 \frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y} - \eta_1, \quad (10)$$

이 됨을 알 수 있다. 이 결과를 식(8a)에 대입하면

<Table 1> $\frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y}$ 및 $\frac{c + r + s_x}{a\sigma_y^2 \rho^2}$ 에 따른 η_1^*

		$\frac{c + r + s_x}{a\sigma_y^2 \rho^2}$										
		5.0	8.0	11.0	14.0	17.0	20.0	23.0	26.0	29.0	32.0	35.0
$\frac{\tau - \mu_y}{\rho \sigma_y}$	-2.5	-5.884	-6.361	-6.755	-7.103	-7.422	-7.719	-8.000	-8.266	-8.521	-8.765	-9.000
	-2.0	-5.082	-5.579	-5.991	-6.356	-6.689	-7.000	-7.291	-7.568	-7.831	-8.083	-8.325
	-1.5	-4.323	-4.840	-5.271	-5.652	-6.000	-6.322	-6.623	-6.908	-7.179	-7.437	-7.685
	-1.0	-3.621	-4.156	-4.604	-5.000	-5.359	-5.690	-6.000	-6.292	-6.568	-6.831	-7.083
	-0.5	-2.990	-3.539	-4.000	-4.405	-4.772	-5.110	-5.424	-5.720	-6.000	-6.266	-6.521
	0	-2.444	-2.999	-3.464	-3.873	-4.243	-4.583	-4.899	-5.196	-5.477	-5.745	-6.000
	0.5	-1.990	-2.539	-3.000	-3.405	-3.772	-4.110	-4.424	-4.720	-5.000	-5.266	-5.521
	1.0	-1.621	-2.156	-2.604	-3.000	-3.359	-3.690	-4.000	-4.292	-4.568	-4.831	-5.083
	1.5	-1.323	-1.840	-2.271	-2.652	-3.000	-3.322	-3.623	-3.908	-4.179	-4.437	-4.685
	2.0	-1.082	-1.579	-1.991	-2.356	-2.689	-3.000	-3.291	-3.568	-3.831	-4.083	-4.325
2.5	-0.884	-1.361	-1.755	-2.103	-2.422	-2.719	-3.000	-3.266	-3.521	-3.765	-4.000	

$$(\eta_1 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y})^2 \cdot \left\{ \Phi\left(2\frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y} - \eta_1\right) - \Phi(\eta_1) \right\} = \int_{\eta_1}^{2\frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y} - \eta_1} (z_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y})^2 \phi(z_2) dz_2 + \frac{c+r+s_x}{a\sigma_y^2\rho^2}, \quad (11)$$

이 된다. 이 식을 만족하는 η_1^* 값은 MATLAB 또는 IMSL 등의 소프트웨어를 활용해 구할 수 있다. 식(11)을 보면 η_1^* 는 $\frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y}$ 와 $\frac{c+r+s_x}{a\sigma_y^2\rho^2}$ 두 변수의 함수가 된다는 것을 알 수 있다. <Table 1>은 $\frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y}$ 및 $\frac{c+r+s_x}{a\sigma_y^2\rho^2}$ 의 여러 값에 대해 식(11)을 만족하는 η_1^* 값을 정리한 것이다. $\frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y}$ 가 커짐에 따라 그리고 $\frac{c+r+s_x}{a\sigma_y^2\rho^2}$ 가 작아짐에 따라 η_1^* 값이 증가한다는 것을 알 수 있다.

한편 기대이익 EPUP를 η_1 과 η_2 에 대하여 각각 2차 편미분하면

$$\frac{\partial^2 EPUP}{\partial \eta_1^2} = \frac{2 \left\{ a\sigma_y^2\rho^2 \left(\eta_1 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y} \right) + \frac{\partial EPUP}{\partial \eta_1} \right\} \phi(\eta_1)}{\Phi(\eta_2) - \Phi(\eta_1)} - \eta_1 \frac{\partial EPUP}{\partial \eta_1}, \quad (12a)$$

$$\frac{\partial^2 EPUP}{\partial \eta_2^2} = \frac{-2 \left\{ a\sigma_y^2\rho^2 \left(\eta_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y} \right) + \frac{\partial EPUP}{\partial \eta_2} \right\} \phi(\eta_2)}{\Phi(\eta_2) - \Phi(\eta_1)} - \eta_2 \frac{\partial EPUP}{\partial \eta_2}, \quad (12b)$$

$$\frac{\partial^2 EPUP}{\partial \eta_1 \partial \eta_2} = \frac{\frac{\partial EPUP}{\partial \eta_2} \phi(\eta_1) - \frac{\partial EPUP}{\partial \eta_1} \phi(\eta_2)}{\Phi(\eta_2) - \Phi(\eta_1)}, \quad (12c)$$

이 된다. 식(8a)와 (8b)의 해를 (η_1^*, η_2^*) 라 할 때 이 점에서 $\frac{\partial EPUP}{\partial \eta_1} = \frac{\partial EPUP}{\partial \eta_2} = 0$ 이다. 또한 $\eta_1^* < \frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y} < \eta_2^*$ 의 관계가 성립하므로, (η_1^*, η_2^*) 점에서 $\frac{\partial^2 EPUP}{\partial \eta_1^2} > 0$, $\frac{\partial^2 EPUP}{\partial \eta_2^2} < 0$, 그리고 $\frac{\partial^2 EPUP}{\partial \eta_1 \partial \eta_2} = 0$ 임을 알 수 있

다. 즉 (η_1^*, η_2^*) 에서 의 헤이시안 행렬이 음정치이다. 이로부터 식(11)에 의해 구한 (η_1^*, η_2^*) 가 EPUP를 최대화하는 최적해임을 알 수 있다.

한편 η_1^* 와 η_2^* 를 구한 후 L^* 및 U^* 는 $L^* = \mu_x + \sigma_x \eta_1^*$ 그리고 $U^* = \mu_x + \sigma_x \eta_2^*$ 에 의해 구할 수 있다.

3. 모형 2: 생산 용량에 제약이 있는 경우

생산 용량에 제약이 있는 경우, 불합격품을 재가공한다는 것은 다른 제품의 생산 기회를 없애는 결과를 준다. 따라서 이러한 경우에는 한정된 생

산량을 고려해 생산 시도 당 이익(profit per production-attempt: PPA)를 최대화하는 기준을 사용해야 한다. 이 기준은 Schmidt and Pfeifer(1991)가 최적 공정평균을 결정하는 문제에서 활용한 바 있는 데, 생산 시도 당 이익함수는 다음과 같이 된다.

$$PPA(x) = \begin{cases} A - a(y - \tau)^2 - s_x, & L \leq x \leq U, \\ -c - s_x, & x < L \text{ 또는 } x > U, \end{cases} \quad (13)$$

식(13)에서 보는 바와 같이 합격품의 경우 이익함수는 모형 1과 동일하다. 하지만 불합격품의 경우 제한된 생산용량으로 인해 재가공을 대안으로 생각할 수 없다. 단지 세척비용 c 를 들여 불합격품을 가공 전 원재료 상태와 동일하게 만든 후, 이를 재활용할 수 있다. 식(13)으로부터 생산 기회 당 기대이익(expected profit per production-attempt: EPPA)을 구하면

$$EPPA = \int_L^U \int_{-\infty}^{\infty} \{A - a(y - \tau)^2\} f(x, y) dy dx - c \cdot \left\{ 1 - \int_L^U \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy dx \right\} - s_x, \quad (14)$$

이 된다. 식(14)에서 $Z_1 = \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y}$, $Z_2 = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x}$ 라 놓고 식을 다시 정리하면

$$EPPA = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ A - a\sigma_y^2 \left(z_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right\} \psi(z_1, z_2) dz_1 dz_2 - c \{ 1 - \Phi(\eta_2) + \Phi(\eta_1) \} - s_x \quad (15)$$

이 된다. 식(4)의 결과를 식(15)에 대입하면

$$EPPA = \{A - a\sigma_y^2(1 - \rho^2) + c + r\} \{\Phi(\eta_2) - \Phi(\eta_1)\} - a\sigma_y^2 \rho^2 \int_{\eta_1}^{\eta_2} (z_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y})^2 \phi(z_2) dz_2 - c - r - s_x, \quad (16)$$

이 된다. $EPPA$ 를 최대화하는 (η_1^*, η_2^*) 를 구하기 위해 $EPPA$ 를 η_1 과 η_2 에 대해 각각 편미분 하면

$$\frac{\partial EPPA}{\partial \eta_1} = -\{A - a\sigma_y^2(1 - \rho^2) + c + r\} \phi(\eta_1) + a\sigma_y^2 \rho^2 (\eta_1 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y})^2 \phi(\eta_1), \quad (17a)$$

$$\frac{\partial EPPA}{\partial \eta_2} = \{A - a\sigma_y^2(1 - \rho^2) + c + r\} \phi(\eta_2) - a\sigma_y^2 \rho^2 (\eta_2 - \frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y})^2 \phi(\eta_2), \quad (17b)$$

이 된다. 또한 식(17a)와 (17b)로부터, $\frac{\partial^2 EPPA}{\partial \eta_1^2}$ 과

$\frac{\partial^2 EPPA}{\partial \eta_2^2}$ 는 서로 다른 부호를 갖는 값을 갖게 되며,

특히 $\frac{\partial^2 EPPA}{\partial \eta_1 \partial \eta_2} = 0$ 가 된다는 것을 알 수 있다. 즉 식 (17a)와 (17b)로부터 구한 (η_1^*, η_2^*) 에서의 헤이시안 행렬이 음정치이고, 이로부터 (η_1^*, η_2^*) 가 $EPPA$ 를 최대화하는 최적해임을 알 수 있다.

$\eta_1 < \eta_2$ 의 관계가 성립하기 때문에 식(17a)와 식 (17b)로부터

$$\eta_1^* = \frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y} - \sqrt{\frac{A - a\sigma_y^2(1 - \rho^2) + c + r}{a\sigma_y^2 \rho^2}},$$

그리고

$$\eta_2^* = \frac{\tau - \mu_y}{\rho\sigma_y} + \sqrt{\frac{A - a\sigma_y^2(1 - \rho^2) + c + r}{a\sigma_y^2 \rho^2}} \text{ 이 됨을 알}$$

수 있다. 한편 η_1^* 와 η_2^* 를 구한 후 $L^* = \mu_x + \sigma_x \eta_1^*$ 그리고 $U^* = \mu_x + \sigma_x \eta_2^*$ 에 의해 구할 수 있다.

예제 1) 핸드폰의 부품 중 하나인 모노블럭은 통화음의 수신 및 송신 기능을 수행하는 핵심 부품이다. 이는

세라믹 파우더를 성형 및 소성한 후, 은 페이스트 공정을 거쳐 완성품으로 만들어진다. 은 페이스트는 은도금과 비슷한 개념으로, 작업 후 은과 소체와의 밀착력이 중요한 품질특성이다. 즉, 은과 소체가 빈 공간 없이 확실히 접착되어 있어야, 모노블럭이 올바른 전기적 특성을 갖게 된다. 따라서 밀착력이 높지 않은 소체는 도금액을 모두 벗겨내고 재작업을 한다. 재작업을 하는 과정에서 소체에 화학 처리를 하게 되는 데, 화학 처리의 목적은 소체에서 은 성분을 제거한 후 소체를 도금전의 상태로 환원 시켜주기 위한 것이다. 이러한 상황에서 재 가공된 제품의 품질특성은 최초 작업에 의해 생산된 제품의 품질특성과 동일한 확률분포를 따르게 된다.

이 업체는 생산된 모든 제품에 대해 자동화된 검사기기를 활용해 품질검사를 하고 있다. 그런데 소체의 밀착력을 측정하기 위해서는 소체로부터 도금된 은의 일부분에 화학물질을 섞은 후 색의 변색 정도로 판정하게 된다. 하지만 이 화학물질의 비용도 비싸고, 또한 한 단위 제품 측정에 많은 시간이 소요된다. 한 단위 제품 당 품질검사 비용은 $s_y = 7$ (단위: 백원)이 소요된다. 따라서 이 업체는 공정관리를 위한 관리도 작성 시는 밀착력을 직접 측정하지만, 품질 검사 시에는 대용특성인 초음파 검사기기를 활용하고 있다. 이 경우 품질검사 비용 $s_x = 3$ 이다. 그 동안의 공정 이력을 토대로 분석한 결과 대용특성과 주 품질특성은 평균 $(\mu_x, \mu_y) = (12.0, 15.0)$, 표준편차 $(\sigma_x, \sigma_y) = (1.2, 1.2)$, 그리고 상관계수 $\rho = 0.8$ 로 알려져 있다. 밀착력의 목표 값 $\tau = 15$ 이고, 모노블럭 한 단위의 판매가격 $A = 30$, 품질손실 비용 계수 $a = 5.0$, 불량소체의 화학처리 및 세척 비용 $c = 5$, 그리고 소체의 재가공 비용 $r = 8$ 이다. 이러한 데이터에 기초해 분석한 결과 생산 용량에 제한이 없는 경우 공차의 최적 해 $\eta_1^* = -2.100$, $\eta_2^* = 2.100$ 을 얻을 수 있었다.

따라서 $L^* = 12.0 + 1.2 \times (-2.100) = 9.480$ 그리고 $U^* = 12.0 + 1.2 \times 2.100 = 14.520$ 을 얻을 수 있다. 이때의 기대이익은 20.090이 되었다. 대용특성이 아닌 주 품질특성을 활용한 전수검사의 기대이익 18.231보다 10% 이상의 이익이 있음을 알 수 있다. 주 품질특성을 활용한 경우의 기대이익은 Hong(2008)의 논문 결과를 활용해 구하였다.

<Table 2>는 두 변수 간의 상관계수 ρ 와 대용특성의 품질검사 비용 s_x 값의 변화에 따른 최적검사방식과

기대이익의 변화를 나타낸 것이다. ρ 값이 커짐에 따라, 그리고 s_x 값이 작아짐에 따라 $|\eta_i^*|, i=1,2$, 이 작아짐을 알 수 있다. 즉, 검사에서 합격되는 제품의 비율이 줄어들게 된다.

<Table 2> ρ 및 s_x 값의 변화에 따른 (η_1^*, η_2^*) 및 EPUP

ρ	s_x	η_1^*	η_2^*	EPUP
0.7	1.0	-2.218	2.218	21.966
	3.0	-2.345	2.345	19.920
	5.0	-2.465	2.465	17.887
0.8	1.0	-1.989	1.989	22.175
	3.0	-2.100	2.100	20.090
	5.0	-2.204	2.204	18.025
0.9	1.0	-1.811	1.811	22.502
	3.0	-1.909	1.909	20.368
	5.0	-2.002	2.002	18.261

또한 이 경우 스크리닝 검사의 기대이익 역시 증가함을 알 수 있다. 한편 ρ 가 작고 s_x 가 큰 경우는 대응특성을 활용한 스크리닝 검사의 기대이익이 주 품질특성을 활용한 전수검사의 기대이익 18.231보다 작아질 수 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 대응특성을 활용한 스크리닝 검사를 적용하기 위해서는 주 품질특성과 높은 상관관계를 가져야 하며, 또한 대응특성의 품질검사 비용이 저렴해야 한다는 것을 알 수 있다.

제품의 판매가격에 대해서는 정확한 값을 알 수 있으나, 품질 불만에 기인한 손실비용 등 일부 비용 항목의 추정치는 오류의 가능성을 갖고 있다. 이 모형이 비용항목의 추정 값에 얼마나 민감하게 반응하는지를 알기 위하여 a, r, c 그리고 s_x 의 잘못된 사용에 따른 기대이익의 감소율을 <Table 3>에 정리하였다. 기대이익 감소율은 다음과 같이 계산하였다.

$$\text{기대이익감소율} = \frac{EPPA^* - EPPA'}{EPPA^*} \times 100(\%) \quad (18)$$

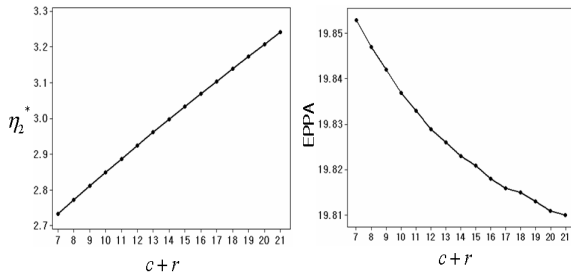
단 식(18)에서 $EPPA^*$ 는 올바른 비용항목 추정 값을 사용했을 때의 기대이익이고, $EPPA'$ 는 잘 못된 비용항목 추정 값을 사용했을 때의 기대이익이다. <Table 3>은 a, c 그리고 s_x 의 값을 $\pm 20\%$ 잘못 추정하였을 때의 결과이다. 표에서 보는 바와 같이 모든

경우에 대해 기대이익 감소율은 1%를 초과하지 않는다는 것을 알 수 있었으며, 따라서 이모형이 비용항목에 대해 민감하게 반응하지 않음을 알 수 있었다.

<Table 3> a, r, c, s_x 값의 잘못된 사용에 따른 기대이익 감소율

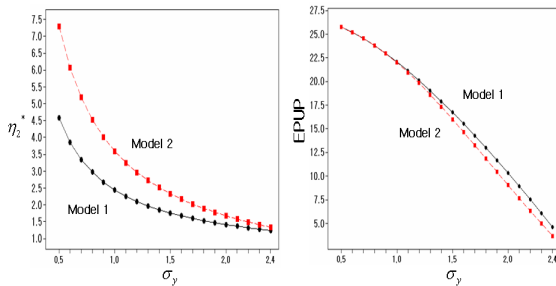
a	r	c	s_x	η_1^*	η_2^*	기대이익 감소율(%)
4	6.4	4	2.4	-2.100	2.100	0.00
4	6.4	4	3.6	-2.178	2.178	0.02
4	6.4	6	2.4	-2.229	2.229	0.06
4	6.4	6	3.6	-2.303	2.303	0.14
4	9.6	4	2.4	-2.303	2.303	0.14
4	9.6	4	3.6	-2.374	2.374	0.23
4	9.6	6	2.4	-2.420	2.420	0.29
4	9.6	6	3.6	-2.487	2.487	0.39
6	6.4	4	2.4	-1.785	1.785	0.66
6	6.4	4	3.6	-1.850	1.850	0.38
6	6.4	6	2.4	-1.891	1.891	0.25
6	6.4	6	3.6	-1.951	1.951	0.12
6	9.6	4	2.4	-1.951	1.951	0.12
6	9.6	4	3.6	-2.008	2.008	0.04
6	9.6	6	2.4	-2.045	2.045	0.01
6	9.6	6	3.6	-2.100	2.100	0.00

한편 생산 용량에 제약이 있다면, $EPPA$ 를 최대화하는 $\eta_1^* = -2.961, \eta_2^* = 2.961$ 이 된다. 또한 이때의 기대이익은 19.826이 된다. 이 예제의 경우 생산 용량에 제약이 없는 경우에 비해 생산 용량에 제약이 있는 경우의 $|\eta_i^*|, i=1,2$ 값이 크다. 즉, 훨씬 높은 비율의 제품이 합격됨을 알 수 있다. 생산 용량에 제약이 있을 때 제품을 재가공한다는 것은 그만큼 제품의 생산 및 판매 기회를 상실할 수 있다는 측면에서 기회비용이 발생하는 것이기 때문에, 이 결과는 우리의 직관적인 생각과도 일치하고 있다. <Figure 1>은 불량소체 화학처리 및 세척 비용 c 와 소체의 재가공 비용 r 의 다양한 값에 따른 최적해 η_2^* (이 예제의 경우 $\mu_y = \tau$ 이므로 $\eta_2^* = -\eta_1^*$ 의 관계가 항상 성립한다) 및 $EPPA$ 를 그림으로 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 c 및 r 값이 커짐에 따라 η_2^* 의 절대 값이 커지고 $EPPA$ 는 감소함을 알 수 있다.



<Figure 1> c 및 r 값의 변화에 따른 η_2^* 및 $EPPA$

이 모형에서 비용 요소가 포함되는 것은 공정표준편차 σ_y 값에 기인한다. 예를 들어, 가장 이상적인 상황, 즉 $\sigma_y = 0$ 이라면 모든 품질특성은 목표 값 15.0에 맞출 수 있다. 또한 이 경우는 모든 제품이 합격품이 되어 품질검사도 할 필요가 없으며 품질 불만에 기인한 손실 비용도 안 들게 된다. 특히 이러한 경우라면, 생산용량에 대한 제약이 있거나 없거나 (η_1^*, η_2^*) 는 항상 동일한 값을 갖게 되며, 또한 $EPUP = EPPA$ 가 된다. 하지만 $\sigma_y \neq 0$ 이면, 두 경우의 최적 해 및 기대이익은 달라진다. <Figure 2>는 σ_y 값의 변화에 따른 η_2^* 및 기대이익을 비교한 것이다. σ_y 값이 커짐에 따라 두 모형의 η_2^* 값의 차이가 커졌다가 다시 줄어들게 됨을 알 수 있고, 반면 기대이익은 차이가 점점 커짐을 알 수 있다.



<Figure 2> σ_y 값의 변화에 따른 η_2^* 및 $EPUP$

4. 결 론

이 논문에서는 대용특성을 활용한 스크리닝 검사에서 생산 용량의 제약 조건이 스크리닝 공차에 어떠한 영향을 미치는 가를 분석하였다. 공차를 벗어나는 불량 제품은 세척 및 처리 과정을 거쳐 작업 이전의 상태로 환원되는 상황을 모형화 하였으며, 따라서 재작업 제품

과 최초 작업에 의해 생산된 제품의 품질특성에 대해 모두 동일한 확률 분포를 적용하였다. 제품의 판매 가격, 품질특성이 목표 값과 일치하지 않을 때 고객의 불만에 기인한 손실비용, 불합격 제품의 재작업 비용, 불합격 제품을 가공 전 상태로 만들기 위한 세척 및 처리 비용, 그리고 품질검사 비용 등으로 구성된 이익함수 모형을 설정하였다. 생산 용량에 제약이 없는 경우는 단위 제품 당 기대이익을 최대화 하였으며, 생산 용량에 제약이 있는 경우는 생산 시도 당 기대 이익을 최대화 하는 공차를 구하였다. 두 가지 경우 모두 주 품질특성 및 대용특성이 이 변량 정규분포를 따르는 상황을 고려하였으며, 각각의 경우 유일한 최적 해가 존재함을 해석적으로 보일 수 있었다. 특히 생산 용량에 대한 제약이 있는 경우는 최적 해에 대한 간단한 식을 도출하였다. 생산 용량에 대한 제약이 없는 경우는 최적 해가 만족해야할 식을 유도하였으며, 현장에서 사용 가능하도록 최적 해를 구하기 위한 간단한 표를 제시하였다.

수리적인 분석은 펜티엄급 PC 및 MATLAB 소프트웨어를 활용하였으며, 대부분의 경우 최적 해는 수초 이내의 짧은 시간에 얻을 수 있었다. 수치 예제를 통해 분석한 결과 비용 항목을 어느 정도 잘 못 추정하더라도 최적 해나 기대 이익은 크게 변하지 않는다는 것을 알 수 있었다. 즉, 이 모형은 비용 함수에 둔감함을 알 수 있었다. 또한 생산 용량에 제약 조건이 있는 경우의 최적 공차가 생산 용량에 제약이 없을 경우의 최적 공차에 비해 다소 큰 값을 갖는다는 것을 알 수 있었다. 즉 생산 용량에 대한 제약이 있는 경우는 품질이 다소 불만족스럽더라도 일정 조건을 갖춘다면 합격품으로 처리해야 한다는 결론을 얻을 수 있었다. 생산 용량에 제약이 있을 경우 제품을 재가공한다는 것은 그만큼 제품의 생산 및 판매 기회를 상실할 수 있다는 점을 생각한다면 이는 우리의 직관적인 생각과도 일치함을 알 수 있다. 수치 예제에서는 또한 품질특성이 정규분포를 따르는 경우 공정표준편차가 커짐에 따라 두 모형의 η_2^* 값의 차이가 커졌다가 다시 줄어들게 됨을 알 수 있고, 반면 기대이익은 차이가 점점 커짐을 확인할 수 있었다. 이 분야에서의 추후 연구과제로는 주 품질특성 및 대용특성의 관계를 나타내는 이 변량 정규분포의 모수 ($\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y, \rho$) 중 일부 또는 전부를 모르는 경우에 대한 분석이 가능하다고 생각되며, 특히 이러한 연구의 결과를 이 논문의 기대이익과 비교하는 것도 흥미로운 주제가 될 수 있을 것으로 생각된다.

참고문헌

- [1] Bai, D.S. and Hong, S.H. (1992), "Economic Screening Procedures Using a Correlated Variable with Multidecision Alternatives", *Naval Research Logistics*, Vol. 39, pp. 471-485.
- [2] Bai, D.S., Kwon, H.M., and Lee, M.K. (1995), "An Economic Two-Stage Screening Procedure with a Prescribed Outgoing Quality in Logistic and Normal Models", *Naval Research Logistics*, Vol. 42, pp. 1081-1097.
- [3] Boys, R.J. and Dunsmore, I.R. (1987), "Diagonostic and Sampling Models in Screening", *Biometrika* Vol. 74, pp. 356-374.
- [4] Choi, I.J. and Hong, S.H. (2008), "Effects of Limited Capacity on Tolerance Design for Products with N-Type Quality Characteristics", *Journal of the Korean Society for Quality Management* Vol. 36, pp. 20-27.
- [5] Duffuaa, S.O. and Al-Najjar, H.J. (1995), "An Optimal Complete Inspection Plan for Critical Multicharacteristic Components", *Journal of Operational Research Society* Vol. 46, pp. 930-942.
- [6] Govindaluri, M.S., Shin, S., and Cho, B.R. (2004), "Tolerance Optimization Using the Lambert W Function: an Empirical Approach", *International Journal of Production Research* Vol. 42, pp. 3235-3251.
- [7] Golhar, D.Y. (1987), "Determination of the Best Mean Contents for a Canning Problem", *Journal of Quality Technology* Vol. 19, pp. 82-84.
- [8] Hong, S.H. and Cho, B.R. (2007), "Joint Optimization of Process Target Mean and Tolerance Limits with Measurement Errors under Multi-Decision Alternatives", *European Journal of Operational Research*, Vol. 183, pp. 327-335.
- [9] Hong, S.H. and Elsayed, E.A. (1998), "Economic Complete Inspection Plans with Multi-Decision Alternatives", *International Journal of Production Research* Vol. 36, pp. 3367-3378.
- [10] Hong, S.H. and Elsayed, E.A. (1999), "The Optimum Mean for Processes with Normally Distributed Measurement Error", *Journal of Quality Technology* Vol. 31, pp. 338-344.
- [11] Hong, S.H., Kwon, H.M., Lee, M.K., and Cho, B.R. (2006), "Joint Optimization in Process Target and Tolerance Limit for L-Type Quality Characteristics", *International Journal of Production Research* Vol. 44, pp. 3051-3060.
- [12] Kwon, H.M., Hong, S.H. and Lee, M.K. (2007), "Economic Selection of Mean Value for a Multiple-Product-Manufacturing-Process with Two-Sided Specification Limits", *International Journal of Industrial Engineering*, Vol. 14 pp. 348-354.
- [13] Lee, M.K. and Elsayed, E.A. (2002), "Process Mean and Screening Limits for Filling Processes under Two-Stage Screening Procedure", *European Journal of Operational Research* Vol. 138, pp. 118-126.
- [14] Lee, M.K., Hong, S.H., and Elsayed, E.A. (2001), "The Optimum Target Value under Single and Two-Stage Screenings", *Journal of Quality Technology* Vol. 33, No. 4, pp. 506-514.
- [15] Lee, M.K., Kwon, H.M., Hong, S.H., and Ha, J.W. (2006), "Economic Selection of Sub-Process Mean Values for a Mixture Production Process", *International Journal of Production Research* Vol. 44, pp. 4367-4376.
- [16] Lee, M.K. and Kim, G.S. (1994), "Determination of the Optimal Target Values for a Filling Process When Inspection Is Based on a Correlated Variable", *International Journal of Production Economics* Vol. 37, pp. 205-213.
- [17] Li, L. and Owen, D.B. (1979), "Two-Sided Screening Procedures in the Bivariate Case", *Technometrics* Vol. 21, pp. 79-85.
- [18] Maghsoodloo, S. and Li, M.H.C. (2000), "Optimal Asymmetric Tolerance Design", *IIE Transactions* Vol. 32, pp. 1127-1137.
- [19] Misiorek, V.I. and Barnett, N.S. (2000), "Mean Selection for Filling Processes under Weights and Measures Requirements", *Journal of Quality Technology* Vol. 32, pp. 111-121.
- [20] Moskowitz, H., Plante, R. and Duffy, J. (2001), "Multivariate Tolerance Design Using Quality Loss", *IIE Transactions* Vol. 33, pp. 437-448.
- [21] Owen, D.B., McIntire, D. and Seymour, E. (1975), Tables Using One or Two Screening Variables to Increase Acceptable Product Under One-Sided Specifications, *Journal of Quality Technology* Vol. 7, pp. 127-138.
- [22] Plante, R. (2002), "Multivariate Tolerance Design for a Quadratic Design Parameter Model", *IIE Transactions* Vol. 734, pp. 565-571.
- [23] Riew, M.C. (1989), "Economic Selection of

- Specification Limits for a Given Target Value”, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers* Vol. 15, pp. 57-64.
- [24] Schmidt, R.L. and Pfeifer, P.E. (1991), “Economic Selection of the Mean and Upper Limit for a Canning Problem with Limited Capacity”, *Journal of Quality Technology* Vol. 23, pp. 312-317.
- [25] Tang, K. (1987), “Economic Design of a One- Sided Screening Procedure Using a Correlated Variable”, *Technometrics* Vol. 29, pp. 477-485.
- [26] Tang, K. (1988), “Economic Design of Product Specifications for a Complete Inspection Plan”, *International Journal of Production Research* Vol. 26, pp. 203-217.
-