

## 3차원 아음속 난류 공동 유동에 대한 수치적 연구

최 홍 일,<sup>1</sup> 김 재 수<sup>\*2</sup>

## NUMERICAL ANALYSIS OF THREE-DIMENSIONAL SUBSONIC TURBULENT CAVITY FLOWS

Hongil Choi<sup>1</sup> and Jaesoo Kim<sup>\*2</sup>

Generally flight vehicles have many cavities such as wheel wells, bomb bays and windows on their external surfaces and the flow around these cavities makes separation, vortex, shock and expansion waves, reattachment and other complex flow phenomenon. The flow around the cavity makes abnormal and three-dimensional noise and vibration even though the aspect ratio ( $L/D$ ) is small. The cavity giving large effects to the flow might make large noise, cause structural damage or breakage, harm the aerodynamic performance and stability, or damage the sensitive devices. In this study, numerical analysis was performed for cavity flows by the unsteady compressible three dimensional Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations with Wilcox's  $k-\omega$  turbulence model. The MPI(Message Passing Interface) parallelized code was used for calculations by PC-cluster. The cavity has the aspect ratios of 2.5, 3.5 and 4.5 with the  $W/D$  ratio of 2 for three-dimensional cavities. The Sound Pressure Level (SPL) analysis was done with FFT to check the dominant frequency of the cavity flow. The dominant frequencies were analyzed and compared with the results of Rossiter's formula and Ahuja & Mendoza's experimental datum.

**Key Words** : 비정상 아음속 유동(Unsteady Subsonic Flow), Wilcox's  $k-\omega$  난류모델(Wilcox's  $k-\omega$  Turbulence Model), 3차원공동유동(Three Dimensional Cavity Flow), SPL 분석(Sound Pressure Level Analysis), MPI 병렬처리(Message Passing Interface Parallelization)

## 1. 서 론

비행체의 바퀴간, 폭탄 장착부, 자동차 창문 등 수송기 표면에는 많은 공동이 존재하고, 이 공동 주위 유동에는 박리, 와류, 충격파, 팽창파, 재부착 등과 같은 복잡한 유동현상이 일어난다. 이 공동유동은 세장비( $L/D$ )가 작은 경우에도 비정상적이며 3차원 특성이 강한 소음과 진동이 발생한다. 공동은 그 주위 유동에 커다란 영향을 주어, 큰 소음을 유발하고, 구조물의 고장 혹은 파괴의 원인이 되기도 하고, 공력성능 및 안정성에 해를 주고, 민감한 계기를 손상시킬 수도 있다. 생활 주변에서 발생하는 자동차 내부 소음, 공항이나 철도 주변 소음, 청소기나 세탁기에서 나는 소음들은 생활수준의 향상으

로 인하여 관심이 높아지고 있다. 따라서 공동 유동의 정확한 이해와 해석으로, 소음과 유동의 가진을 줄이고, 구조물의 안정성을 확보하고자 많은 연구가 수행되어 왔으며, 현재도 최신 기술을 접목시킨 연구가 많이 수행되고 있다.

지금까지 공동주위의 유동에 대한 연구결과를 보면 개방형( $L/D < 10$ )과 밀폐형( $L/D > 13$ )으로 구별한다. 밀폐형 공동은 앞전에서 발생한 전단층이 공동 바닥에 충돌하고, 이는 다시 바닥에서 반사되어 공동 뒷전으로 유출된다. 따라서 공동내부에 분리된 2개의 작은 박리영역을 형성하게 되어 공진 현상이 심각하지 않다. 한편, 개방형 공동은 앞전에서 발생한 자유전단층이 뒷전에 재부착하여 공동 내부유동과 외부유동을 불안정하게 차단하기 때문에, 내외부유동의 상호작용에 의한 압력변화로 심한 진동현상이 나타날 수 있다[1].

Krishnamurthy[2], Rossiter[3], Heller[4] 등의 연구에서 공동 유동의 압력진동은 규칙성과 불규칙적성의 유동에 의해 발생한다고 알려져 있다. 이것은 일반적으로 공동에 유입되는 경계층, 공동의 형상, 유속 및 기타 인자들에 의해 다르게 나타

접수일: 2007년 11월 15일, 심사완료일: 2008년 2월 5일.

1 학생회원, 조선대학교 항공우주공학과

2 정회원, 조선대학교 항공우주공학과

\* Corresponding author, E-mail: jsckim@chosun.ac.kr

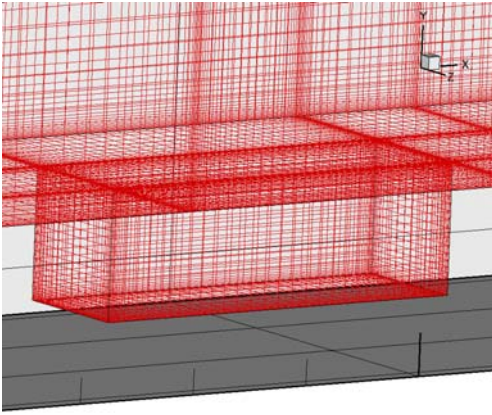


Fig. 1 Computational grid for the three dimensional calculation

나고, 공동의 깊이에 따라 소음의 발생 방법도 다르다고 알려져 있다. Cattafesta[5]는 실험을 통하여 공동의 공명 현상에서 다른 모드로의 변화 및 모드 사이의 상호작용이 있음을 밝혀냈다. 그리고 2차원 공동 유동은 세장비( $L/D$ )가 커질수록 전단층모드에서 후류모드로 바뀐다는 것이 Gharib & Roshko[6]의 연구를 통해서 입증되었다. 전단층모드와 후류모드의 큰 특성 차이는 전단층모드는 전단층에서 와류가 말려지면서 공동의 뒷전 벽면에 충돌하는 것으로 특징지어지고, 후류모드는 공동 앞전에서 박리된 유동이 공동 바닥에 충돌하여 공동 하류로 유출됨으로 유동이 매우 격렬하다. Chingwei & Philip[7]은 2차원과 3차원 공동 유동 특성을 비교하는 수치적 연구를 수행하였으며, Woo & Kim[8]은 3차원 초음속 공동유동에 대한 특성을 수치 분석하였다. Heo[9]는 고해상도 수치기법을 이용하여 유동과 소음의 되먹임 특성에 관한 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 비정상, 압축성 2차원과 3차원 Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) 방정식에  $k-w$  난류 모델을 적용하여 수치 계산을 수행하였다. 공동에서 세장비와 폭비 변화에 따른 소음발생, 원음장으로서의 소음 방사를 수치적으로 직접 모사함으로써, 공동에서 소음 발생 메커니즘을 이해하고, 세장비 변화가 소음 및 유동에 미치는 영향을 해석하였다. 수치기법은 4차 Runge-Kutta 시간적분법을 사용하였고, 공간적분은 van Leer의 한계치를 이용한 FVS(Flux Vector Split) 법을 사용하였다. 공동유동의 주진동 주파수를 보기 위하여, FFT를 이용하여 SPL(Sound Pressure Level) 분석하였다. 그 결과를 Rossiter 공식에 기초한 무차원진동수와 Ahuja & Mendoza[10]의 실험치 등으로 비교 검증하였으며, 2차원과 3차원의 각기 다른 유동현상을 등압력선도와 등밀도 및 유선도를 통하여 비교하였다.

## 2. 지배 방정식 및 수치 계산

무차원화된 3차원 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial \zeta} = \frac{\partial \bar{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{G}_v}{\partial \zeta} \quad (1)$$

무차원 기준값은 공동의 깊이( $D$ ), 자유유동속도, 자유유동밀도 등이며  $t, \xi, \eta$  그리고  $\zeta$  는 시간과 일반 좌표축이다.  $\bar{Q}$ 는 일반 좌표로 변환된 무차원 보존유량함수 벡터  $\bar{Q}/\mathcal{J} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e)^T/\mathcal{J}$ 이다.  $\bar{E}, \bar{F}, \bar{G}$  및  $\bar{E}_v, \bar{F}_v, \bar{G}_v$ 는 변환행렬과 유량벡터에 의해 표현된 일반좌표 유량 벡터이다. 비점성 유량 벡터  $\bar{Q}, \bar{E}, \bar{F}, \bar{G}$ 와 점성항 유량 벡터  $\bar{E}_v, \bar{F}_v, \bar{G}_v$  및 기타 부호는 참고문헌과 같다[11].

난류모델은 Wilcox[12]의  $k-w$  모델을 사용하였으며, 난류 운동에너지  $k$ 와 비소산율  $w$ 를 특성속도와 길이에 의해 무차원화하여 Navier-Stokes식과 같은 보존형태로 일반좌표에 대해 쓸 수 있다. 이때 난류계산에는 지배방정식에 소산항  $\bar{S}$ 가 추가된다[8]. 이 모델은 원래 비압축성 유동 계산을 위해 개발되어 압축성유동에 확장 적용되었다. Bardina, Huang & Coakley[13]는 여러 종류의 난류모델을 비교하는 논문에서 Wilcox의 모델이 압축성유동에서도 충분한 타당성이 있음을 보여주었다.

시간이산화화를 위하여, 외재적인 방법으로 4차의 정확도를 갖는 Runge-Kutta 4th 방법을 사용하였다. 공간이산화는 2차 정밀도를 갖는 van Leer의 유량한계계수를 이용한 유량벡터분리(Flux Vector Split) 방법을 사용하였다. 수치계산은 20대의 pc-cluster를 사용한 병렬처리기법이 사용되었다.

## 3. 계산 결과 및 고찰

단일공동 주위의 유동현상을 관찰하기 위하여 2차원과 3차원으로 수치해석을 수행하였다. 공동 유동계산을 위한 형상과 유동조건 모델은 Ahuja & Mendoza[10]의 실험 모델을 기본으로 하였으며, 공동의 깊이( $D$ )는  $5.08\text{cm}$ 이고, 마하수는 0.53인 아음속 유동에 대하여 계산을 수행하였다. 기본적인 유동 조건은 2차원과 3차원에 동일하게 부여하였으며 3차원의 경우 폭비  $W/D=2.0$ 이다.

Fig. 1은 공동유동 해석을 위한 3차원 격자계의 일부를 보여주고 있다. 공동 전후의 평판과 바닥 및 벽 부근에 격자를 충분히 밀집시켜 주었으며, 첫 격자점의  $y^+ (= y\sqrt{\rho_w\tau_w/\mu_w})$

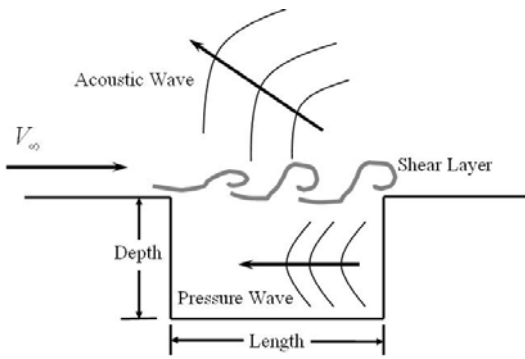


Fig. 2 Schematic of the cavity air flow receptivity between the shear layer instability wave the sound wave disturbances

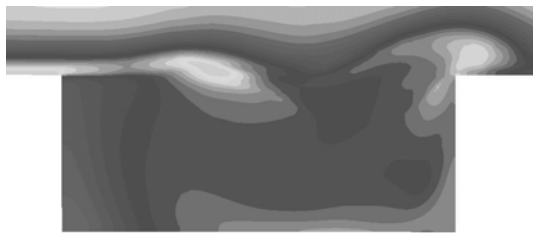


Fig. 3 Density contours of shear layer mode

는 약 0.01 ~ 1.5 정도로 벽함수를 사용하지 않고 직접 계산을 수행하였다. Abdol-Hamid, Lakshmanan and Carlson[14]의 연구에 의하면 큰 박리영역을 포함하는 유동에서 첫격자점의  $y^+$ 가 10이하 이면 타당한 결과를 보여주는 것을 알 수 있다. 원방향 경계조건은 길이(D)의 8배를 주었다. 격자수에 의한 계산의 영향을 확인하기 위하여 몇 가지의 격자계를 테스트 하여, 2차원의 경우 상부에 350x100, 공동부에 100x70이며, 3차원의 경우 각각 190x70x50, 70x50x30이다.

유동특성의 분석은 뒷전 모서리 중앙점의 압력변화를 식 (2)와 같은 FFT 를 이용한 SPL(Sound Pressure Level)분석으로 주진동 주파수를 구하였다.

$$SPL(f) = 20 \log_{10} (FFT(p) / p_{ref}) (dB) \quad (2)$$

$$p_{ref} = 2 \times 10^{-5} (N/m^2)$$

$f$ ,  $p$ , 그리고  $p_{ref}$ 는 각각 주파수, 압력 그리고 기준음압이다.

### 3.1 공동에서 발생하는 유동 및 소음 해석

본 연구에서는 2D와 3D인  $M=0.53$ ,  $L/D=2.5, 3.5, 4.5$ 이고,  $Re(= \rho_{\infty} U_{\infty} D / \mu_{\infty})$  수는  $1.6 \times 10^6$ 인 경우를 해석 하였으며,

이 조건은 Gharib[6]의 실험을 통하여 언급한 정상모드(steady mode), 전단층 모드(shear layer mode), 후류모드(wake mode) 중 전단층 모드에 해당한다. 공동에서 발생하는 유동과 소음의 개략적인 특성은 Fig. 2와 같다. 우선 앞전에서 교란이 발생하고 유동을 따라 전파되면서 점점 증폭 된다. 그리고 뒷전에 도달한 교란이 뒷전모서리에 부딪히면서 주변에 심한 압력 교란을 유발하고 소음이 발생하게 된다. 뒷전 모서리에서 발생한 압력교란과 소음 중 일부는 상류로 일부는 하류로 전파되며 앞전에서 오는 전단층과 상호작용을 하여, 더 큰 교란이 발생하게 된다. 여기서 뒷전 모서리 아래 방향으로 반사되어서 나오는 파는 압력파이고 상류방향으로 전파되는 파는 음향파이다.

Fig. 3은 수치해석을 통해 나온 공동주위의 밀도분포를 보여주는 그림이다. Fig. 2에서와 같이 앞전에서 발생한 소용돌이가 공동의 경계면을 따라 뒷전 모서리에 부딪히고, 이 소용돌이 중 일부는 공동의 뒷전 방향의 벽면을 따라 흘러가며, 다른 일부는 공동의 내부로 들어가는 현상을 보여 주고 있다. 이렇게 공동 내부로 흘러들어간 유동의 영향으로 공동내부의 뒤쪽에 한 개의 큰 소용돌이가 존재하게 되며, 앞전에서 발생하여 증폭된 소용돌이와 상호작용을 일으켜 상하로 크게 진동하고 공동유동에 큰 가진을 유발하는 되먹임현상[9]을 보여 준다. Fig. 4는 소음장을 그린 것으로, 뒷전 모서리를 중심으로 전구간으로 소음이 방사됨을 볼 수 있다.

Fig. 5는 3차원 유동의 중앙단면에서 한 주기에 대해  $\Delta t=0.3675$ 의 시간간격으로 샘플링 하여 공동내부 밀도와 유선을 나타낸 그림이다. 각 순간은 뒷전의 압력변화도를 나타낸 Fig. 8에 표시된 A,B,... 와 같다.

- i)  $t=0$  (A) : 큰 와류가 공동 안에 생성되고, 앞전 벽면과 밑에서 작은 와류들이 있는 것을 볼 수 있다.
- ii)  $t=0.7341$ (C) : 앞전 벽면에 부착된 와류는 성장하고, 바닥 앞 모서리 부분에서 작은 와류가 생성되는 것을 볼 수 있다.
- iii)  $t=1.4691$ (E) : 충분히 성장했던 앞전 와류가 벽면에서 떨어져 나가서 큰 와류가 있는 뒷전으로 이동하고, 뒷전에 있는 와류의 크기가 처음에 비해 많이 작아짐을 확인할 수 있다.
- iv)  $t=2.2041$ (G) : 앞전의 와류가 뒷전에 있던 와류와 합쳐져 하나의 큰 와류를 형성하고, 뒷전 모서리에 부딪혀 부서지면서 일부는 공동의 내부로 들어가고, 일부는 벽면을 따라서 흘러가고 있는 것을 보여주고 있다. 와류의 형태가 상당히 불안정하고 불규칙적임을 볼 수 있다.
- v)  $t=2.5716$ (H) : 유동의 한 주기가 끝난 뒤  $t=0$ (A)일 때와 유사한 모습으로 돌아가 공동 안에 큰 와류가 다시 생성되는 것을 확인할 수 있다.

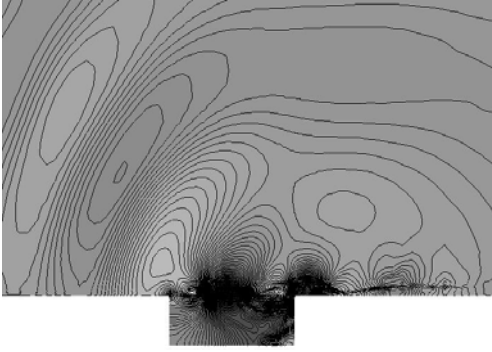


Fig. 4 Acoustic fields of entire domain(M=0.53, L/D=2.5, Re=1.6\*10<sup>6</sup>)

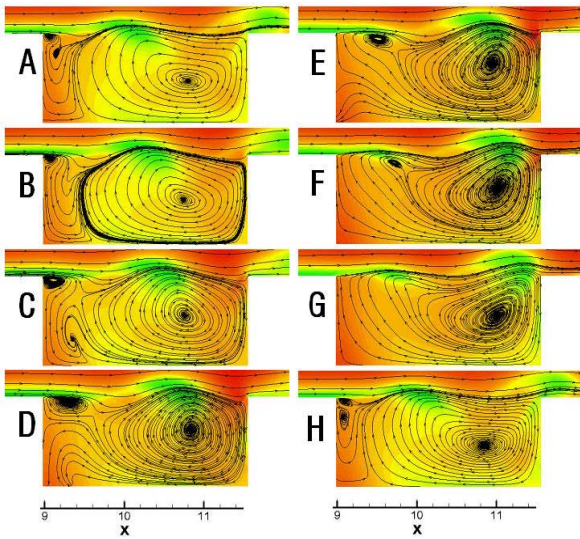


Fig. 5 Streamlines of three dimensional cavity flow (Total time=2.94, Sampling time=0.3675, Z/D=1)

Fig. 5의 공동 경계면의 전단층에서 진한색 부분이 앞전에서 생성되어 전파되는 소용돌이에 해당한다.

Fig. 6는  $y=1.022D$ 인 높이에서  $x$  방향에 따른 압력분포이다. 각각의 시간은 Fig. 5에서와 같다.  $x=9$ 는 앞전 모서리이고  $x=11.5$ 는 뒷전 모서리이다. 모든 경우에서 뒷전 모서리 가 존재하는  $x=11.5$ 부근에서 급격히 변화하는 것을 관찰할 수 있다. 뒷전에서 압력변화는 전단층을 따라 흘러온 소용돌이의 충돌에 의한 것으로 고압의 소용돌이가 충돌할 때 고압을 이루고, 이 소용돌이가 부딪쳐 사라질 때 저압을 이룬다.

3.2 2차원과 3차원 유동해석 및 비교

Fig. 7은 3차원에서 세장비(L/D)=2.5일 때 시간에 따른 밀도변화의 수치잔여치 변화를 나타내고 있다.  $t = 100$  이후에 불안정한 진동은 없어지고 주기적인 진동에 들어감을 확

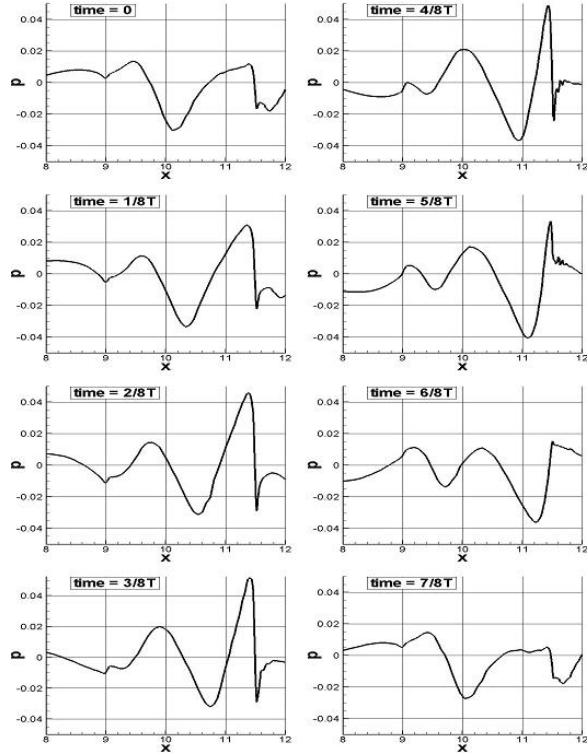


Fig. 6 Pressure signals along x-direction at  $y=1.02D$

인할 수 있다.

Fig. 8은 2차원과 3차원 공동의 뒷전에서의 압력변화를 그래프로 나타낸 것이다. 실선은 2D이고, 점선은 3D에서 압력변화를 나타낸 것이다. 그래프를 보면 무차원 시간에 따른 압력변화주기가 2D일 때  $T_p = 5.78$ 인 것을 확인할 수 있으며, 2D일 때 주기가 3D일 때 보다 약 2배 주기를 갖는 것을 볼 수 있다. Fig. 8의 압력변화 주기는 곧 바로 주파수 특성을 나타내는 것으로, 주파수 특성을 분석한 Fig. 9와 Fig. 10에서 좀 더 깊이 있는 이해를 할 수 있다.

Fig. 9와 Fig. 10은 2차원 및 3차원 공동의 주진동 주파수를 보기 위하여, SPL(Sound Pressure Level)값으로 주파수 특성을 분석한 그림이다. 2차원 유동의 경우, 모든 세장비에서 약 600~900 Hz에서 모드 2에 해당하는 주진동주파수가 나타나며, 세장비가 커질수록 300~500 Hz 근방에서 모드1에 해당하는 주진동 주파수가 뚜렷이 나타난다. 3차원의 경우에는 900Hz~1000Hz 근방에 모드 2 주진동주파수가 나타나며, 세장비가 작은 경우에는 모드 1인 주진동주파수가 나타나지 않으며, 세장비가 큰 4.5인 경우에만 모드 1 주파수가 나타난다.

Fig. 11에는 2차원과 3차원 무차원진동수(St)를 Ahuja & Mendoza[10] 실험치 및 Rossiter[3]의 실험식과 비교하였다. 사용된 Rossiter[3]의 실험식은 다음과 같다.

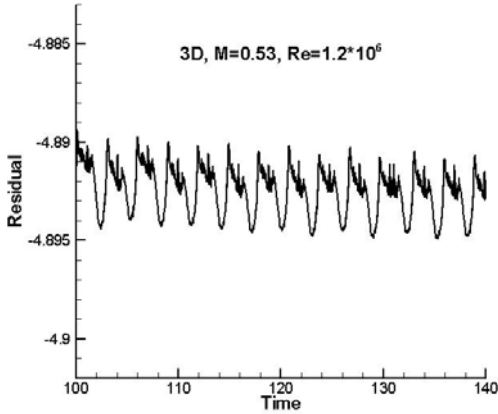


Fig. 7 Residual history of three dimensional cavity

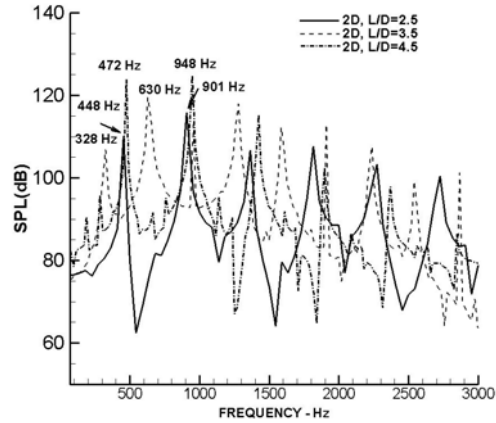


Fig. 9 SPL distribution for two dimensional cavity

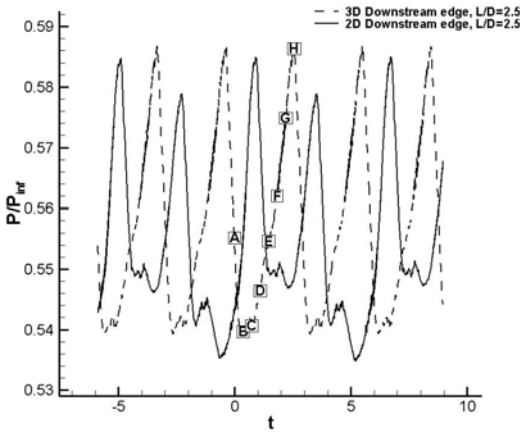


Fig. 8 Two and three dimensional pressure history at the Downstream edge

$$St = \frac{fL}{U} = \frac{n - \beta}{1/k_v - \frac{M}{\sqrt{1 + \frac{(\gamma - 1) \times M^2}{2}}}} \quad (3)$$

St는 무차원진동수(Strouhal number)이고, n은 n번째 진동 모드를 나타내고, M은 자유유동 마하수이다. β는 Heller & Holmes[4]의 실험치인 0.25를 사용하였다. k<sub>v</sub>는 공동입구에서 자유유동과 대류속도의 비를 나타내는 상수로 실험 데이터로부터 결정되며, Rossiter[3]가 최적화하여 사용한 값 0.56을 사용하였다. 이 실험식은 유동의 마하수, 공동의 길이만 알면 쉽게 주파수를 예측할 수 있는 장점으로 인하여 널리 사용된다.

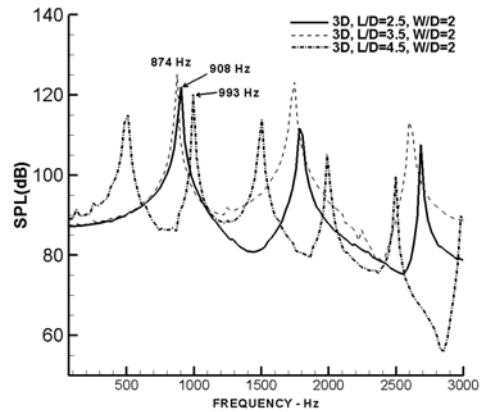


Fig. 10 SPL distribution for three dimensional cavity

그림에서 실선은 Rossiter식에 의한 모드 1과 모드 2일 때 마하수에 따른 무차원진동수(St, strouhal number)를 나타내는 그래프이고, (○)는 Ahuja & Mendoza[10]의 세장비가(L/D) 2.5인 공동을 가지고 실험한 결과를 나타내고 있다. 2차원 공동의 수치해석결과 L/D=2.5일 때 모드 2에서 무차원진동수(St)가 0.853(▲)로 Rossiter공식 및 Ahuja & Mendoza[10]의 실험결과와 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 또한, 세장비가(L/D) 2.5인 3차원 공동의 무차원 진동수가 0.861(◁)로 Rossiter공식의 주진동 모드 2에 해당하는 값과 매우 일치한다. 세장비가(L/D) 3.5일 때도 2D에서는 모드 1일 때와 모드 2일 때 비슷한 무차원 진동수를 확인 있다. 그러나, 3D에서는 모드 1은 나타나지 않는다. 세장비가(L/D) 4.5인 3D 유동에서는 모드 1과 모드 2에 해당하는 무차원진동수가 Rossiter공식 및 실험치와 유사함을 볼 수 있다.

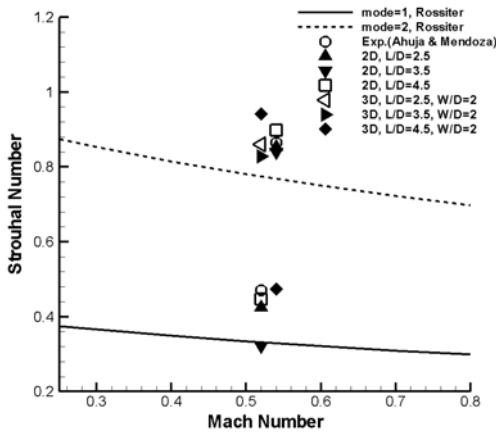


Fig. 11 Non-dimensional resonant frequencies as a function of Mach number

## 5. 결 론

비정상 Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS) 방정식과  $k-\omega$  난류모델을 이용하여, 공동 주위의 점성에 의해서 유발되는 와류의 생성과 이동, 자유전단층의 진동에 의한 파의 생성과 소멸 등 아음속공동유동의 특징을 모사하였다.

계산에 사용된 모델은 마하수 0.53, 세장비( $L/D$ )가 2.5, 3.5, 4.5, 폭비( $W/D$ )가 2이고, 레이놀즈수는  $1.6 \times 10^6$ 이다. 2차원 유동에서는 주진동 주파수가 Rossiter's[3]의 진동 모드에 의한 모드 1과 2의 무차원 진동수( $St$ )와 근접한 결과를 주고 있으며, Ahuja & Mendoza[10]의 실험결과와도 잘 일치하는 것을 확인 할 수 있었다. 3차원 유동에서는 세장비가 작을 경우에는 모드 1이 나타나지 않으며, 세장비가 클 경우에만 모드 1이 나타나는 것을 볼 수 있다. 또한, 전단층모드인 영역에서는 세장비와 무관하게 일정주파수 영역에 소음이 있음을 볼 수 있다. 원음장의 정확한 소음 예측을 위해서는 소음원이 되는 근접장의 계산에서 고차의 정확도를 갖는 수치해석 기법의 개발과 정확한 난류모델링이 이루어져야 할 것이다.

## 후 기

본 연구는 2007년도 조선대학교 교내연구과제 연구결과의 일부입니다.

## 참고문헌

[1] 1992, Zhang, X. and Edwards, J.A., "Experimental Investigation of Supersonic Flow over Two Cavities in

Tandem," *AIAA J.*, Vol.30, No.3.

- [2] 1955, Krishnamurty, K., "Acoustic radiation from two-dimensional rectangular cutouts in aerodynamic surfaces," *NACA TN-3487*.
- [3] 1964, Rossiter, J.E., "Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds," *Aeronautical Research Council Reports and Memoranda* 3438.
- [4] 1971, Heller, H.H., Holmes, D.G., and Covert, E.E., "Flow-induced pressure oscillations in shallow cavities," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.18, pp.545-553.
- [5] 1998, Cattafesta, L.N.I., Kegerisemm M.S., and G.S., "Experiments in compressible flow-induced cavity oscillations," *AIAA paper 98-2912*.
- [6] 1987, Gharib, M. and Roshko, A., "The effect of flow oscillations on cavity drag," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.177, pp.501-530.
- [7] 2001, Chingwei, M.S. and Philip, J.M., "Comparison of Two- and Three-Dimensional Turbulent Cavity Flows," *AIAA A01-16385*.
- [8] 2006, 우철훈, 김재수, "공동의 폭변화에 따른 3차원 초음속 공동유동연구," *한국전산유체공학회지*, 제11권, 제4호, pp.62-66.
- [9] 2003, 히대녕, "공동에서 발생하는 유동과 소음의 되먹임 특성 해석," *한국과학기술원 박사 학위논문*.
- [10] 1995, Ahuja, K.K., and Mendoza, J., "Effects of cavity dimensions, boundary layer, and temperature in cavity noise with emphasis on benchmark data to validate computational aeroacoustics codes," *NASA CR-4653*.
- [11] 1993, Hoffmann, K.C. and Chiang S.T., "Computational Fluid Dynamics for Engineers," *Engineering Education System USA*.
- [12] Wilcox, D.C., "Reassessment of the Scale Determining Equation for Advanced Turbulence Models," *AIAA journal*, Vol.19, No.2, pp.248-251.
- [13] 1997, Bardina, J.E., Huang, P.G. and Coakley, T.J., "Turbulence Modeling Variation, Testing, and Development," *NASA Technical Memorandum 110446*.
- [14] 1975, Abdol-Hamid, C.S., Lakshmanan, B. and Carlson, J.R., "Application of Navier-Stokes Code PAB3D With  $k-\omega$  Turbulence Model to Attached and Separated Flows," *NASA Technical Paper 3480*.