

축소모델 기반 구조물의 동적해석 연구

Study on the Dynamic Analysis Based on the Reduced System

김 현 기†

조 맹 효*

Kim, Hyungi

Cho, Maenghyo

(논문접수일 : 2008년 4월 10일 ; 심사종료일 : 2008년 7월 22일)

요 지

잘 구축된 축소시스템은 동하중을 받는 구조물의 거동을 정확하게 계산할 수 있으며, 유한요소 기반 동적해석에서 문제가 될 수 있는 계산시간과 전산자원의 문제를 해결할 수 있다. 본 연구에서는 축소모델 기반 동적해석 알고리즘을 개발하였고, 동적 축소모델의 구축을 위한 주자유도 선정방법을 제안하였다. 이 과정에서 기존 연구에서 신뢰성이 검증된 2단계 축소기법을 사용하여 중요 자유도를 선정하고, IRS 방법에 의해 최종 축소모델을 구축하였다. 이를 임의의 동하중을 받는 수치예제에 적용하고 전체시스템의 동적해석 결과와 비교하여 제안 방법의 신뢰성을 검증하였다.

핵심용어 : 축소시스템, 2단계 축소기법, 순차적 소거법, 리츠벡터

Abstract

In this study, the reduced system for the dynamic analysis is proposed and the selection criterion of the primary degrees of freedom is presented considering the relation between natural frequency and external loading frequency. A well-constructed reduced system can assure the accurate representation of the dynamic behavior under arbitrary dynamic loads. For selecting the primary degrees of freedom of the reduced system, we employ the robust two-level condensation scheme of which the reliability has been proven through previous study. In the numerical examples, the reliability of the dynamic analysis based on the reduced system is demonstrated through comparing with those of global system.

Keywords : reduced system, two-level condensation scheme(tlcs), sequential elimination method(sem), ritz vector

1. 서 론

대형 구조물의 동적해석을 위해서는 많은 전산자원과 계산시간이 요구되며, 최적화 작업을 수행하게 되면 상당한 비용 부담이 예상된다. 과거부터 이 문제를 보다 효율적으로 해결하기 위한 많은 기법들이 제안되어 왔다(Kidder, 1973; Hensell 등, 1975; Matta, 1987). 축소시스템을 구성하기 위한 방법은 1965년대에 Guyan에 의해 제안되었다(Guyan, 1965). 이 방법은 부자유도의 질량행렬을 무시함으로써 고유치 문제를 축소하였다. Guyan 축소법의 오차를 줄이기 위해 O'callahan은 Improved Reduced System(IRS)에서 부자유도 변환식에 포함된 고유치의 근사화를 위해 정적 축소법으로 축소된 시

스템의 구조행렬을 이용하였고, Zhang은 Succession-level Approximate Reduction(SAR)을 통한 반복계산으로 기존의 오차를 개선하였다(O'Callahan, 1989; Zhang 등, 1995).

제안된 기법들은 구조물의 거동이 몇 개의 저차모드에 의해 결정되는 특성을 이용한다. 이러한 특성을 이용하여 중요 저차모드를 추출하기 위해 주자유도를 선정하고, 선정된 결과를 토대로 축소시스템을 구성함으로써 연산시간과 효율적인 계산을 수행할 수 있는 다양한 방법들이 제안되어 왔다. 주자유도 선정에 의해서 축소시스템이 적절히 구성되면, 시간소요 문제를 획기적으로 해결할 수 있다. 또한, 적용분야도 고유치 문제에 국한되지 않고, 실시간 시뮬레이션이나 최적화 분야 등으로 확장이 가능하다.

† 책임저자, 한국항공우주연구원 항공사업단 선임연구원

* 교신저자, 정희원 · 서울대학교 기계항공공학부 교수

Tel: 02-880-1693 ; Fax: 02-886-1693

E-mail: mhcho@snu.ac.kr

• 이 논문에 대한 토론을 2008년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2009년 2월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

본 연구에서는 시간비용 측면에서 효율적이고 정확성에 대한 신뢰성도 있는 2단계 축소기법을 사용하여 축소모델을 구축하고, 이를 기반으로 동적해석을 수행하는 방법을 제안한다. 이 과정에서 동하중의 주파수를 고려하여 구조물의 거동에 영향력이 큰 모드에 대한 평가와 이를 고려한 축소모델의 적절한 크기에 대한 연구를 수행한다.

제안된 방법을 기반으로 임의의 동적하중을 받는 구조물에 대해 축소시스템을 구축하고 구조물의 거동을 전체시스템의 해와 비교함으로써 축소시스템 기반 동적해석 방법의 신뢰성을 검증한다. 또한, 짧은 시간동안 가해지는 동적하중에서 고려되어야 할 주자유도 선정문제에 대해서 살펴보고자 한다.

2. 축소모델 구축

2.1 2단계 주자유도 선정기법

다음은 축소모델 구축과정에서 주자유도 선정을 위해 사용하는 2단계 주자유도 선정방법(TLCS)에 대해 살펴보고자 한다(Kim 등, 2006). 축소시스템을 구성하기 위한 주자유도 선정은 순차적 소거법이 신뢰성 높은 결과를 제공한다. 그러나 순차적 소거법은 최종적인 자유도를 얻기 위해서는 지나치게 많은 시간을 필요로 한다. 반면, TLCS는 축소모델 구축과정에서 발생할 수 있는 계산시간의 문제점을 해결하고, 구조물의 거동을 잘 표현할 수 있는 자유도 선정에 대해 높은 신뢰도를 보장하는 기법이다. TLCS는 두 단계로 구성된다. 첫 번째 단계에서는 리츠 벡터(Ritz vector)에 의해 각 요소별 레일리 에너지 평가에 의해 근사화된 축소모델을 구축한다. 두 번째 단계에서는 순차적 소거법을 적용하여 최종적인 주자유도가 선정되는데, 이 단계에서는 1단계의 후보영역 선정을 통해 상당히 축소된 영역에 적용되기 때문에 많은 시간을 소비하지 않게 된다.

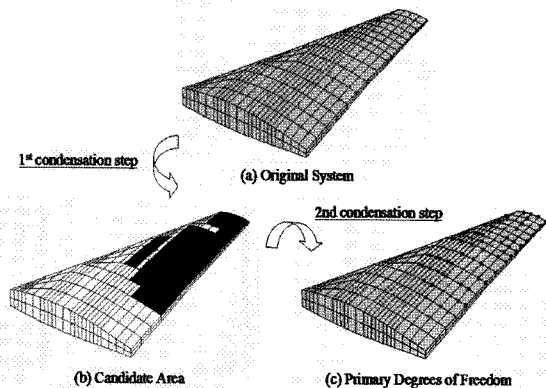


Fig. 1 Selection scheme of primary degrees of freedom by two-level condensation scheme

Fig. 1은 주자유도 선정을 위한 2단계 축소기법의 schematic diagram이다. Fig. 1에서 (a)는 초기 시스템이고, (b)는 첫 번째 단계에 의해서 선정된 후보영역을 표시한 것이다. (c)는 두 번째 단계에서 순차적 소거법에 의해 선정된 자유도이다. 그림에서 표시된 점은 선정된 자유도를 포함하는 절점을 나타내고 있다.

2.2 축소모델의 검증

여기에서는 고유치 문제를 통해서 TLCS에 의해 구축된 축소모델의 정확성을 보이고자 한다. 고유치 오차는 아래 식으로 계산된다. 여기서, λ_R 과 λ_G 은 축소모델에서의 고유치와 전체시스템의 고유치를 의미한다.

$$e(\%) = \left| \frac{\lambda_R - \lambda_G}{\lambda_G} \right| \times 100 \quad (1)$$

2.2.1 Wing Structure

첫 번째 예제는 Fig. 1(a)에 주어진 윙 구조물으로써, 2단계 축소방법에 의해 선정된 후보영역과 순차적 소거법에 의해 선정된 최종 주자유도가 Fig. 1(b)와 (c)에 주어졌다. Fig. 2는 본 연구에서 주자유도 선정을 위해 사용하는 TLCS와 비교하기 위해 기존에 사용되어 왔던 선정 방법들에 의한 주자유도 선정결과를 보여주고 있다.

Fig. 2(a)의 TSEM(Traditional Sequential Elimination Method)은 순차적 소거법(Shah, 등, 1982), (b)의 DSM(Degree of Freedom Selection Method)은 각 자유도의 에너지에 의한 선정방법(Kim, 2000), (c)의 NSM(Node Selection Method)은 요소단위 에너지 평가에 의한 절점 선정방법을 의미한다(Cho 등, 2004). 각 시스템의 성능비교를 위해 동일하게 120개의 자유도를 선정하였고, 이는 전체시스템의 3%에 해당한다.

Fig. 3은 전체시스템에 대한 각 축소모델의 고유치 상대 오차를 보여주고 있다. DSM과 NSM은 몇 개의 저차 고유치에 대해서만 신뢰성을 보여주며, 10th 모드 이상에서는 오차가 매우 커지고 있음을 알 수 있다. 반면에 TSEM과 TLCS는 저차뿐만 아니라 30th 모드 이상의 고차 영역에서 매

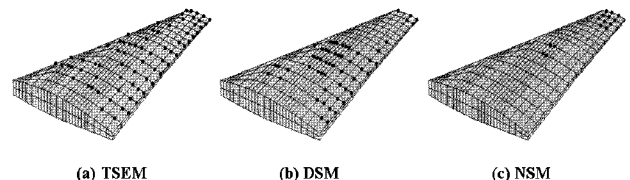


Fig. 2 Comparison of PDOFs selected by other reduction schemes in wing structure

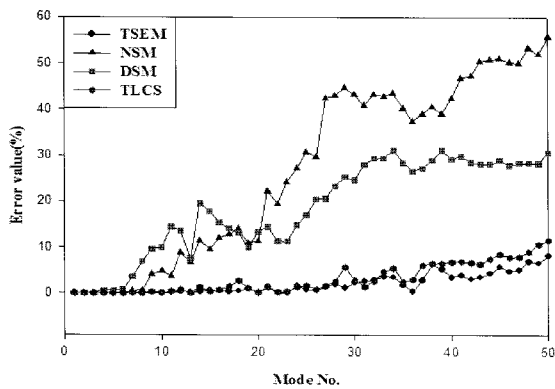


Fig. 3 Error comparison of the eigenvalue analysis by various schemes in the wing structure

우 정확한 고유치를 예측하고 있다. 그러나, TSEM은 지나친 반복계산 때문에 계산시간에 있어서 매우 비효율적인 방법이다. 본 연구에서 사용하는 TLCS는 계산결과의 정확성과 시간 비용 측면에서도 매우 효율적인 방법이기 때문에 반복계산이 요구되는 문제에서 매우 적합한 해석 방법이라 할 수 있다.

2.2.2 High -fidelity Hybrid Stage : stone base

Fig. 4는 초정밀 하이브리드 스테이지의 석정반으로 gantry, stone-base, damper-spring으로 구성되어 있으며, 각 영역의 물성치는 Table 1에 주어져 있다.

축소모델 구축을 위한 첫 번째 단계에서 약 10%의 요소를 후보영역으로 선정하였다. 이 과정에서 gantry와 stone-base의 리츠벡터를 계산하기 위해 pseudo inverse 방법을 사용하였다.

선정된 후보영역은 Fig. 5(a)에 나타나었고, 최종 선정된 주자유도는 전체자유도의 2.7%이다. 구체적인 주자유도 위

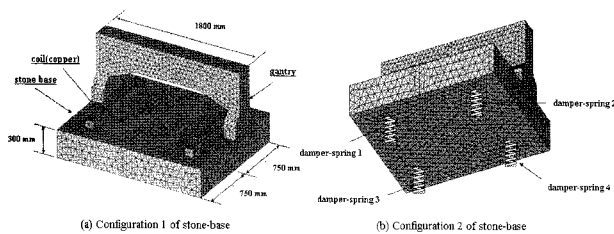


Fig. 4 Configuration of the stone base in the hybrid stage

Table 1 Material property of stone base in the hybrid stage

	Density (kg/m ³)	Poisson ratio	Young's Modulus(GPa)
stone (base+gantry)	2,600	0.23	40
COIL	6,070	0.33	71.7

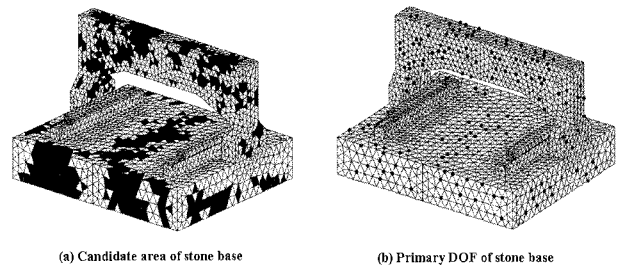


Fig. 5 Candidate area and primary DOF by two level condensation scheme in the hybrid stage

Table 2 Eigenvalue analysis of the high-fidelity stage

Mode No.	Global system -Ansys- (Hz)	Reduced system (2.7% system) (Hz)	Error(%)
1	2.0939	2.0939	0.00
2	2.1387	2.1481	0.44
3	2.5549	2.5549	0.00
4	3.1001	3.1003	0.01
5	3.1757	3.1759	0.01
6	3.6057	3.6061	0.01
7	154.70	154.72	0.01
8	224.57	224.60	0.01
9	248.00	248.03	0.01
10	263.36	263.38	0.01
11	361.03	361.10	0.02
12	381.78	381.96	0.05
13	440.90	441.02	0.03
14	570.91	571.24	0.06
15	614.97	615.24	0.04

치는 Fig. 5(b)에 주어져 있다.

Table 2는 고유치 해석에서 전체시스템과 축소모델 결과를 비교한 것이다. 전체시스템에 의한 고유치 해석은 유한요소 프로그램인 Ansys를 사용하였다. 해석 결과로부터 축소모델에서의 최대 오차는 0.4%로 매우 정확한 결과를 제공하고 있으며, 이것은 축소모델의 신뢰성을 보여주는 결과라 할 수 있다.

3. 동적하중에 기초한 주자유도 선정기법

2장의 수치예제를 통해서 본 논문에서 사용하는 2단계 주자유도 선정방법의 신뢰성을 검증하였다. 잘 구성된 축소모델은 매우 정확한 해석 결과를 제공하며, 반복계산이 요구되는 동적해석 또는 설계 최적화 문제에서 시간비용과 전산자원 문제를 획기적으로 해결할 수 있는 방법이다. 본 연구에서는 2단계 축소방법으로 구축된 축소모델을 기반으로 임의의 동하중을 받는 구조물의 동적해석을 수행하고, 이 과정에

서 동적해석을 위해 구축되는 축소모델의 적절한 주자유도 선정방법을 제안한다.

축소모델 구축에서 외부하중과 경계조건에 따라 중요 자유도의 위치와 개수를 결정하는 것은 매우 중요하다. 또한, 축소모델은 주자유도 선정에 따라 포함가능한 주파수 범위가 제한되므로 작용하중 형태와 주파수의 고려를 통해 그 신뢰성을 확보해야만 한다.

여기에서는 이와 관련하여 외부하중 조건을 고려하여 어느 정도의 주자유도를 선정해야 하는지에 대한 고찰을 수행하였다.

일반적인 운동 방정식은 식 (2)로 주어진다.

$$[M_G]\{y(\ddot{t})\} + [C_G]\{y(\dot{t})\} + [K_G]\{y(t)\} = \{F_a\} \quad (2)$$

시간응답 $\{y(t)\}$ 는 식 (3)처럼 제차부(homogeneous part) $\{y_H(t)\}$ 와 특이부(particular part) $\{y_P(t)\}$ 로 나눌 수 있다.

$$\{y(t)\} = \{y_H(t)\} + \{y_P(t)\} \quad (3)$$

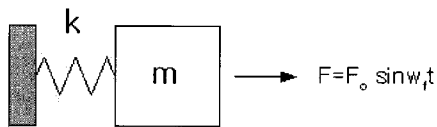


Fig. 6 Dynamic system of one-dimensional problem under arbitrary loading frequency

Fig. 6에 주어진 시스템의 운동방정식은 식 (4)으로 주어지고, 시간 응답 $\{y(t)\}$ 을 제차부(homogeneous part)와 특이부(particular part)로 분리하면 식 (4a)와 식 (4b)로 나타낼 수 있다.

$$[M_G]\{y(\ddot{t})\} + [K_G]\{y(t)\} = \{F_0 \sin(w_f t)\} \quad (4)$$

$$y_H(t) = A \cos(w_n t) + B \sin(w_n t) \quad (4a)$$

$$y_P(t) = x_0 \sin(w_f t) \quad (4b)$$

여기서, 식 (4a)의 A, B 는 초기조건 $y(0)$ 와 $\dot{y}(0)$ 에 의해 구해진다. 그리고 식 (3)~식 (4)를 통해 x_0 가 식 (5)와 같이 계산된다.

$$x_0 = \frac{F_0/k}{1 - (w_f/w_n)^2} \quad (5)$$

식 (4)~식 (5)를 통해서 시간응답은 식 (6)과 같이 계산된다.

$$y = \frac{F_0/k}{w_n [1 - (w_f/w_n)^2]} \{ \sin(w_f t) - (w_f/w_n) \sin(w_n t) \} \quad (6)$$

여기서,

$$y_H = - \frac{F_0/k}{w_n [1 - (w_f/w_n)^2]} (w_f/w_n) \sin(w_n t)$$

$$y_P = \frac{F_0/k}{w_n [1 - (w_f/w_n)^2]} \sin(w_f t)$$

식 (6)에서 하중주파수와 고유주파수의 관계가 $(w_f/w_n) \ll 1$ 일 경우, 구조물 시간응답은 식 (7)과 같이 단순화 시킬 수 있다.

$$y \cong y_P = \frac{F_0/k}{w_n} \sin(w_f t) \quad (7)$$

식 (7)은 구조물의 거동이 주로 particular part로 표현될 수 있으며, 이것은 축소모델이 저차의 몇 개 모드만을 잘 포함하고 있으면 전체시스템과 비교할 때 정확한 해를 제공할 수 있음을 의미한다.

반면에, $(w_f/w_n) \gg 1$ 인 경우에는 축소모델이 정확한 해를 제공하기 위해서 저차주파수 뿐만 아니라 가진 주파수 근처의 모드를 잘 포함하고 있어야 한다.

그러므로, 축소모델의 크기는 가진주파수와 고유주파수 사이의 관계로부터 평가될 수 있다. 이 경우에 선정되는 자유도의 개수는 식 (8)에 주어진 가진주파수와 고유주파수의 관계를 기초로 정해진다.

$$\rho = [1 - (w_f/w_n)^2] \quad (8)$$

식 (8)을 고려한 축소모델 구축과정은 Fig. 7에 주어져 있다. 리츠벡터는 정적해석 또는 pseudo inverse 방법을 통해서 구해지고, 이를 기초로 근사 고유치가 계산된다. Fig. 7에서 'Case 1'은 가진주파수가 최저차 고유주파수보다 작은

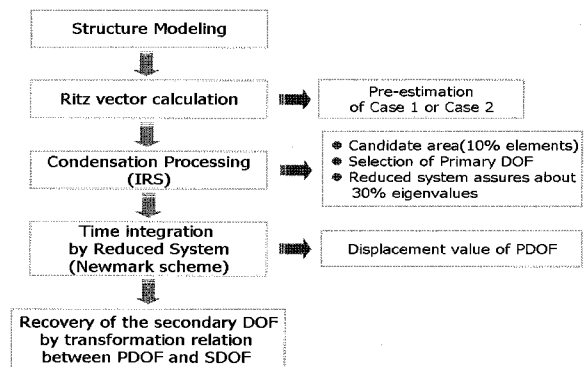


Fig. 7 Analysis algorithm for the construction of the reduced system under dynamic loading

경우이고, 'Case 2'는 가진주파수가 최저차 고유주파수보다 상대적으로 큰 경우를 의미한다.

4. 수치예제

수치예제를 통해 제안된 방법의 신뢰성을 검증하였다. 각 수치예제에서는 선정된 주자유도 결과를 나타내었고, 전체시스템과 축소모델과의 시간응답 결과를 비교하였다.

4.1 윙 구조물

첫 번째 예제는 윙 구조물로서 Fig. 8에 해석 형상과 하중 위치를 나타내었다. 시간응답을 계산하기 위해서 Newmark 방법을 사용하였고, Table 3에 주어진 가진주파수 case 1과 case 2에 대한 해석을 수행하였다. disp.1~disp.4에서 해석결과를 비교하였으며, 근사주파수를 구하기 위해 40개의 리츠벡터를 사용하였다. 근사주파수 계산결과는 Table 4에 주어져 있다.

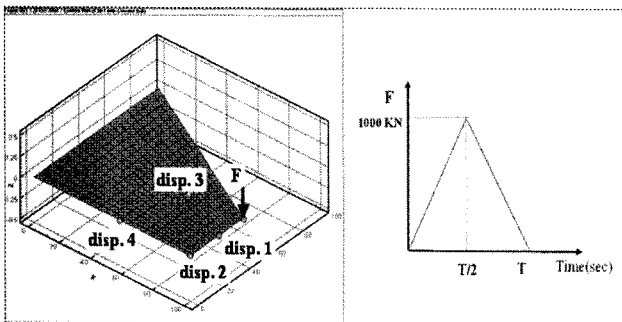
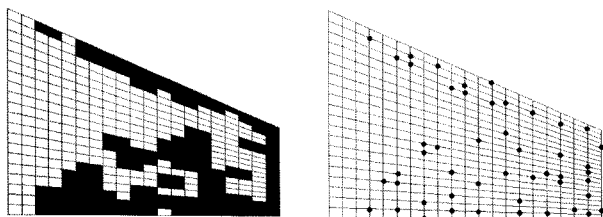


Fig. 8 Configuration of the wing plate, the loading type and the positions of the loading

Table 3 Loading frequency of case 1 and case 2

	Loading Frequency (Hz)
Case 1	6.28
Case 2	628



(a) Candidate area in the first condensation step (b) Primary Degrees of freedom in the second condensation step

Fig. 9 Selection of the PDOFs by the two-level condensation scheme in wing plate

Table 4 Approximated natural frequencies by the Ritz vectors in the wing plate

Mode No.	Hz	Mode No.	Hz
1	13.0	6	268.1
2	68.1	7	271.3
3	98.1	8	622.3
4	167.0	9	630.5
5	246.4	10	633.0

Table 5 Comparison of error value at the maximum peak point between RS and ROM

	ROM 30 (%)	ROM 40 (%)	RS 30 (%)	RS 40 (%)
Disp. 1	0.065	0.045	0.046	0.011
Disp. 2	0.027	0.031	0.037	0.024
Disp. 3	0.058	0.093	0.071	0.011
Disp. 4	0.029	0.041	0.092	0.005

4.1.1 Case 1

Table 4에 주어진 근사주파수 계산에서 가진주파수 (6.28Hz)는 최저차 고유주파수 보다 낮은 것으로 평가되었다. 이 경우에 구조물의 동적거동은 몇 개의 중요 저차모드만을 잘 포함하고 있다면 축소모델로 정확하게 계산될 수 있다. Fig. 9는 축소모델 구축과정에서 구해진 후보영역과 주자유도 선정결과를 보여주고 있다. 최종적으로 40개의 주자유도가 선정되었으며, 이것은 전체시스템의 1.5%크기에 해당한다.

Fig. 10은 Fig. 8에 나타난 네 지점에서의 시간응답 비교 결과이다. 전체시스템, 리츠벡터로 구축된 Reduced Order Model(ROM), 자유도 기반 Reduced System(RS)의 해석 결과를 비교하였고, 축소모델의 크기는 각각 (30×30), (40×40)으로 구축하였다. Fig. 8에서 ROM과 RS는 전체시스템과 거의 일치하는 해석 결과를 보여준다. 이와 관련하여 최대 peak점에서 오차값을 계산한 결과가 Table 5에 주어져 있다. Table 5에서 ROM N 또는 RS N 에서 N 은 시스템이 ($N \times N$)의 크기로 구축되었음을 의미한다.

결과에서, 가진주파수가 최저차 고유주파수보다 작은 경우에는 ROM과 RS 모두 최대 peak 점에서 1%미만의 오차값을 보이는 것으로 파악되었으며, 이는 몇 개의 저차 주파수만으로도 상당히 정확한 동적 거동의 예측이 가능함을 의미한다.

4.1.2 Case 2

가진 주파수가 최저차 고유주파수보다 높은 경우에는 몇 개의 저차모드만으로는 정확한 시간응답 결과를 얻을 수 없다. 이 경우에는 축소모델이 가진주파수 근처의 고유주파수를 잘 포함하도록 구축하는 것이 중요하다. 여기에서는 가진

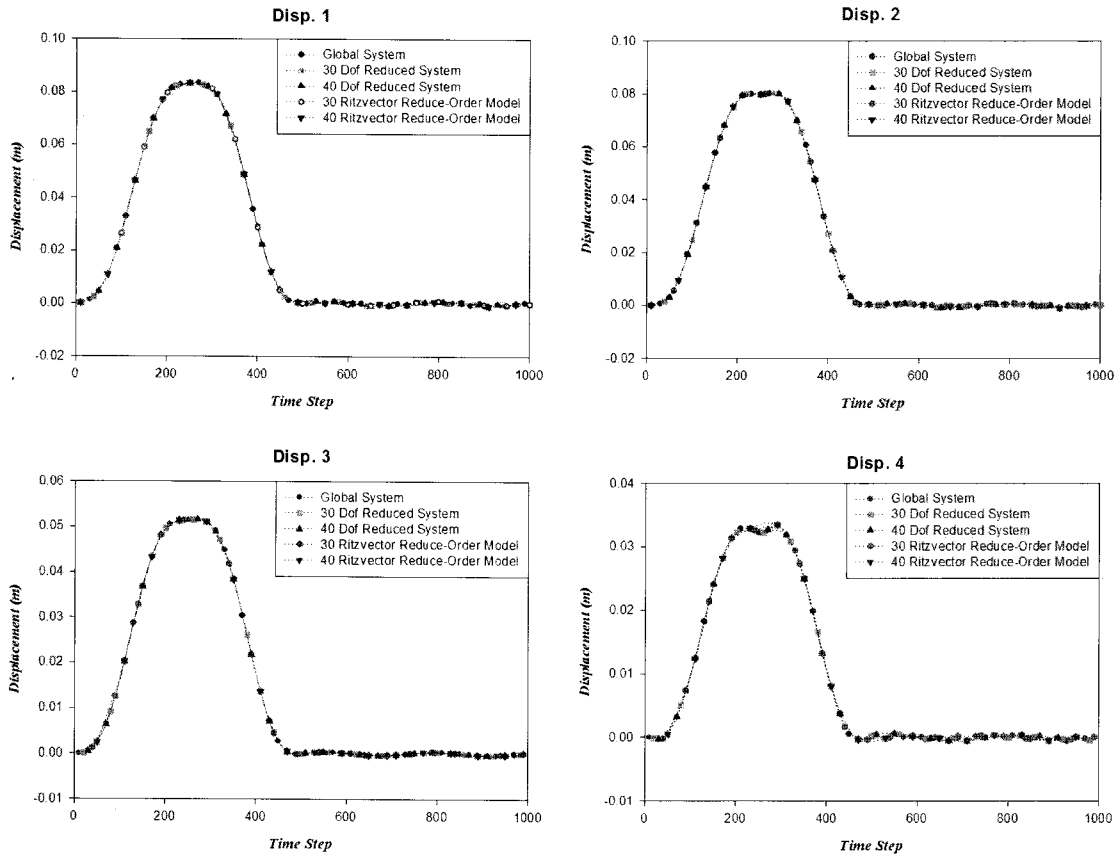


Fig. 10 Displacement at the four positions of the wing plate under lower loading frequency

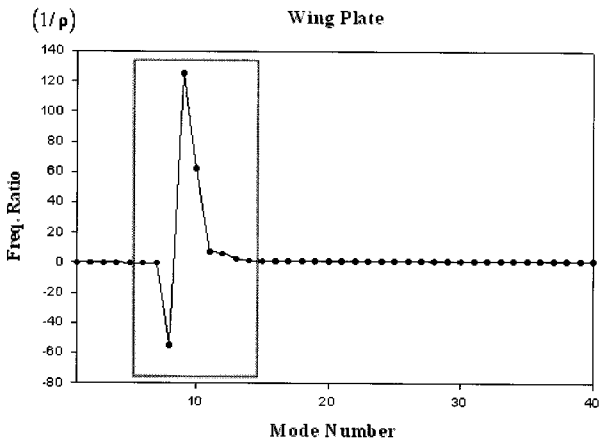


Fig. 11 Estimation the ratio between the loading frequency and the natural frequencies in the wing plate

주파수가 628Hz이므로, 식 (8)을 기초로 가진주파수와 고유주파수 사이의 비 관계를 파악하여 영향력이 큰 모드를 포함하도록 해야 한다. 두 주파수 사이의 관계는 Fig. 11에 주어져 있다. Fig. 11의 스펙트럼 평가는 8th~15th사이의 모드가 동적거동에 가장 큰 영향력을 가지고 있음을 보여준다. 경험상 축소모델이 그 크기의 30%정도의 고유치에 대한 신뢰성을 보장한다는 것을 고려하여 (30×30), (40×40)크기의

Table 6 Comparison of error value at the maximum peak point between RS and ROM

	ROM 30 (%)	ROM 40 (%)	RS 30 (%)	RS 40 (%)
Disp. 1	2.64	4.27	0.48	0.43
Disp. 2	0.84	1.25	0.72	0.27
Disp. 3	2.62	2.54	0.23	0.13
Disp. 4	2.53	2.21	0.21	0.26

축소모델을 구축하여 시간응답 결과를 비교하였다. Fig. 12와 Table 6에 ROM과 RS의 시간응답 결과 주어져 있다. 결과에서 가진 주파수의 값이 Case 1보다 증가함에 따라 오차수준이 증가한 것을 알 수 있다. 오차비교에서도 ROM은 계산 위치에 따라 1~4%의 오차 수준을 보이고 있으나, RS는 1%미만의 오차수준을 보이고 있으며, 이를 통해 RS가 ROM보다 정확한 결과를 제공하고 있음을 알 수 있다.

4.2 단순지지 평판

Fig. 13에 주어진 예제는 사인파 하중을 받은 단순지지 평판문제이다. 근사주파수 계산을 위해 40개의 리츠벡터를 사용하였고 그 결과는 Table 7과 같다.

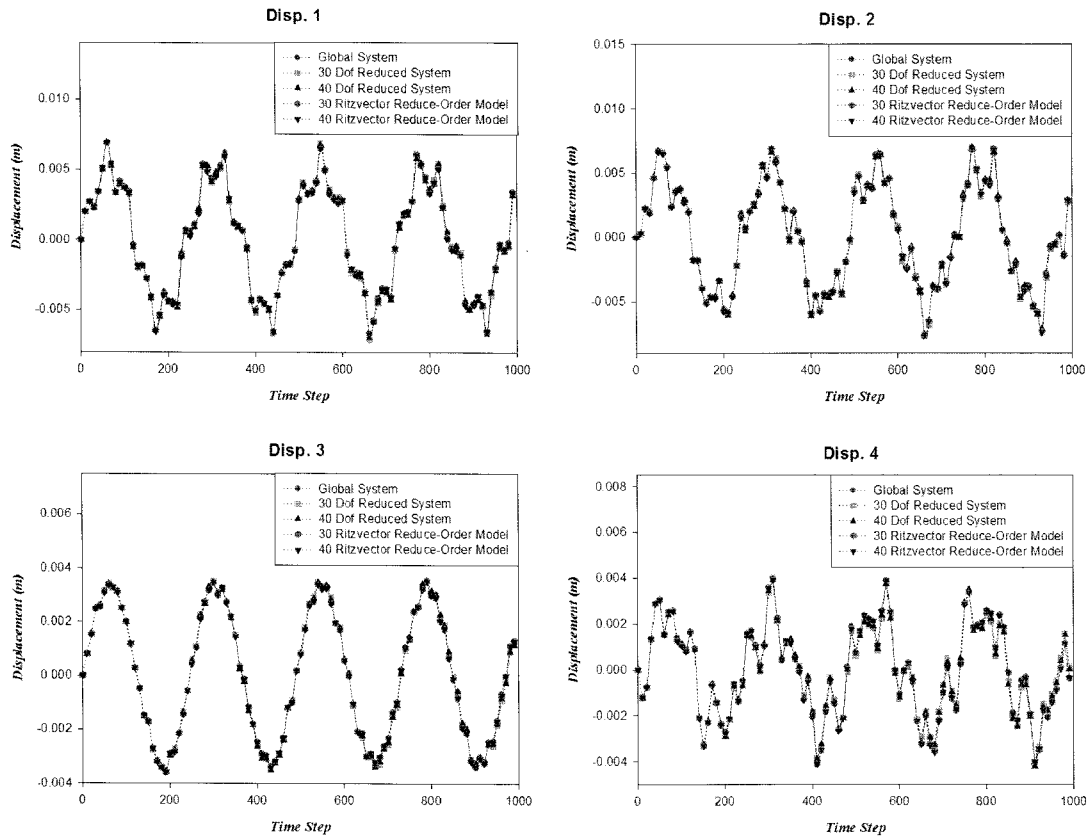


Fig. 12 Displacement at the 4 Positions of the wing plate under higher loading frequency

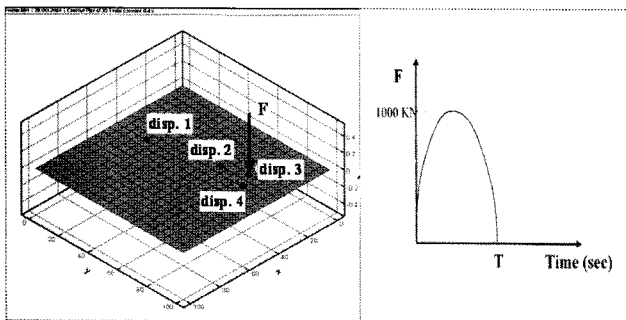


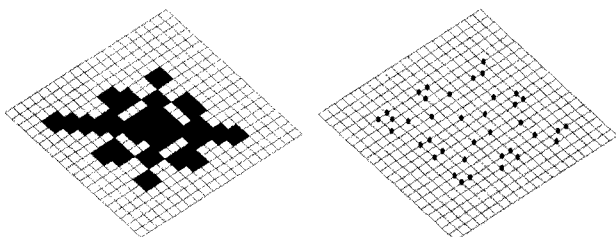
Fig. 13 Configuration of the plate, the loading type and the positions of the loading

Table 7 Approximated natural frequencies by the Ritz vectors in the simply supported plate

Mode No.	Hz	Mode No.	Hz
1	61.2	6	531.1
2	312.2	7	665.8
3	352.4	8	690.2
4	348.8	9	717.4
5	386.5	10	823.3

Table 8 Loading frequency of case 1 and case 2

	Loading Frequency(Hz)
Case 1	6.28
Case 2	628



(a) Candidate area in the (b) Primary Degrees of freedom first condensation step in the second condensation step

Fig. 14 Selection of the PDOFs by the two-level condensation scheme in the plate

시간응답을 계산하기 위해서 Table 8에 주어진 가진주파수를 사용하였고, Fig. 13에 나타낸 disp.1~disp.4에서 case 1 과 case 2에 대한 시간응답 결과를 비교하였다. 여기서, case 1은 가진 주파수가 6.28Hz, case 2는 628Hz인 경우이다.

4.2.1 Case 1

가진 주파수 6.28Hz은 최저차 고유주파수보다 훨씬 낮기 때문에 축소모델이 몇 개의 저차모드만을 잘 포함하고 있으면 정확한 동적해석 결과를 얻을 수 있다. Fig. 14는 축소모

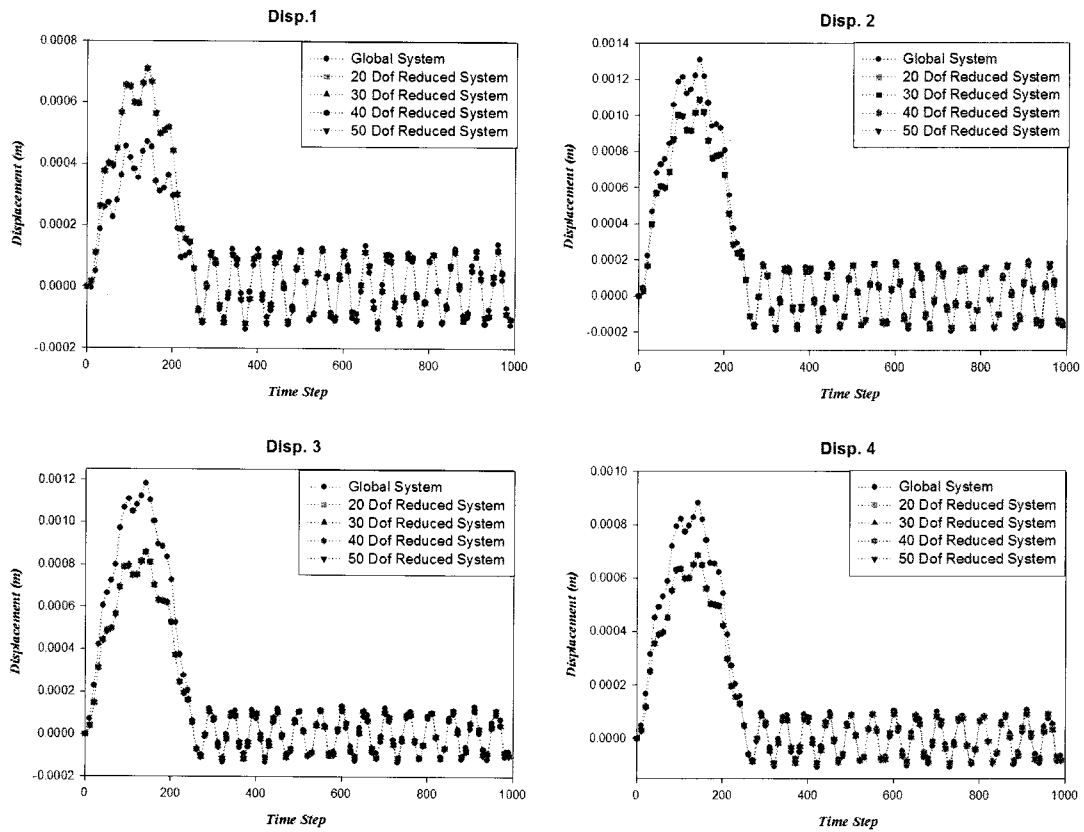


Fig. 15 Displacement at the four positions of the plate under lower loading frequency(Reduced Order Model)

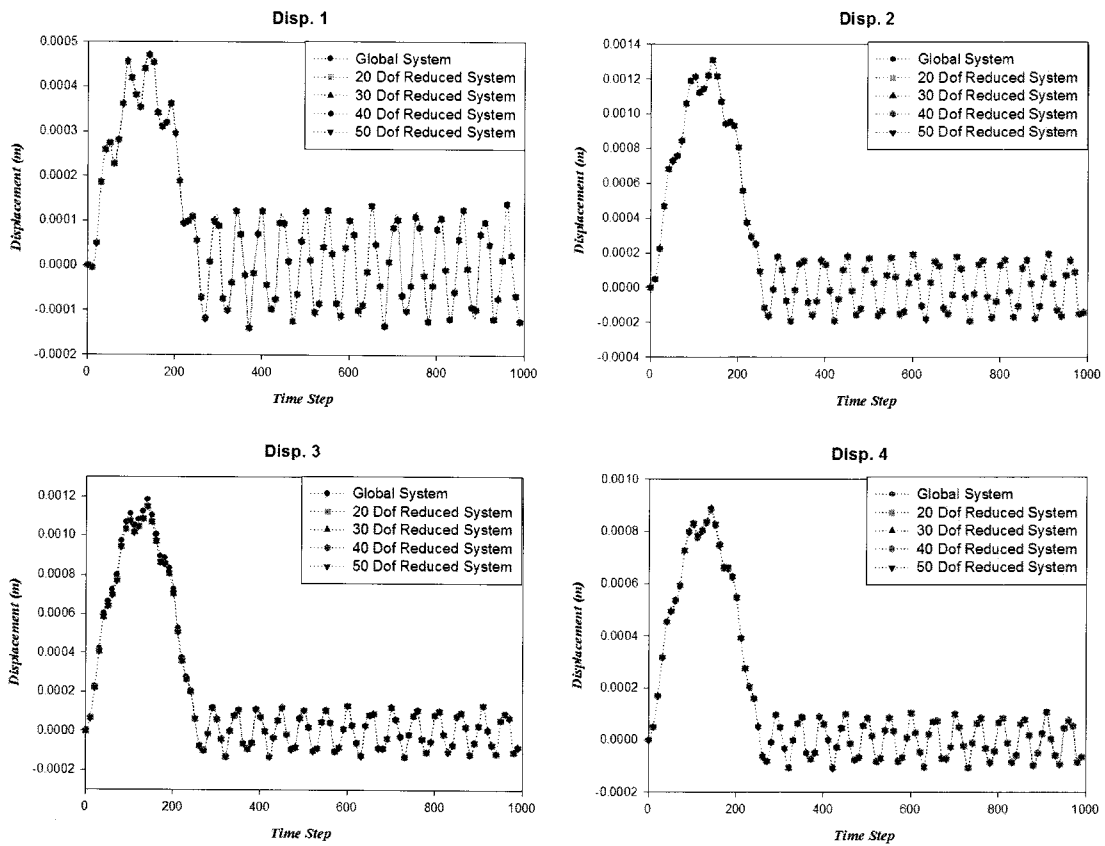


Fig. 16 Displacement at the four positions of the plate under lower loading frequency(Proposed Reduced System)

델 구축과정에서 선정된 후보영역과 최종 주자유도를 보여주고 있다. 40개의 요소가 후보영역으로 선정되었고, 30개의 자유도를 중요자유도로 선정하였다.

Fig. 15는 리츠벡터로 구축된 ROM과 전체시스템 결과를 비교한 것이고, Fig. 16은 제안된 RS와 전체시스템 결과를 비교한 것이다. 각 결과에서 축소모델은 (20×20), (30×30), (40×40), (50×50)의 크기를 갖도록 구축하였다. Fig. 15에서 ROM은 전체시스템과 상당히 큰 시간응답 오차를 보이고 있다. 이것은 구조물의 고유주파수 분포로부터 그 원인을 파악할 수 있다. 첫 번째 수치예제인 링 구조물의 고유주파수 분포 (Table 4)는 7th~8th에서 모드간 명확한 차이를 보이고 있는데, 이것은 몇 개의 저차모드만으로도 동적해석을 잘 표현할 수 있음을 의미한다. 그러나, Table 5에 주어진 평판의 고유주파수는 상대적으로 연속적인 분포를 보이고 있으며 모드간 큰 차이를 보이는 구간도 없다. 이런 경우에는 정확한 동적해석 결과를 얻기 위해서는 상당히 많은 수의 모드를 포함해야 한다.

Fig. 16에서 ROM과 달리 제안된 축소시스템(RS)은 상당히 정확한 결과를 제공하고 있다. 이것은 부자유도의 영향력이 변환관계에 의해 축소시스템 내부에 포함되어 있기 때문이다. 이 변환관계식에 의해 축소시스템은 ROM에 비해서 더 정확한 결과를 제공하게 되며, 가진주파수 크기가 증가할수록 이런 경향은 더욱 명확하게 나타나게 된다.

4.2.2 Case 2

가진주파수 628Hz는 최저차 고유주파수보다 높은 수준으로 식 (8)에 의해 영향력이 큰 스펙트럼 영역을 평가한 결과가 Fig. 17에 주어져 있는데, 1th~20th 범위의 모드가 상대적으로 큰 영향력을 가지고 있음을 보여준다. 축소모델이 약 30% 정도의 고유주파수에 대한 신뢰성을 가지고 있음을 고려하여 (60×60)의 크기를 갖는 축소모델을 구축하였고, 이에 대한 전체시스템과의 비교 결과는 Fig. 18에 나타내었다. 결과에서 리츠벡터로 구축된 ROM은 큰 오차를 보이고 있는

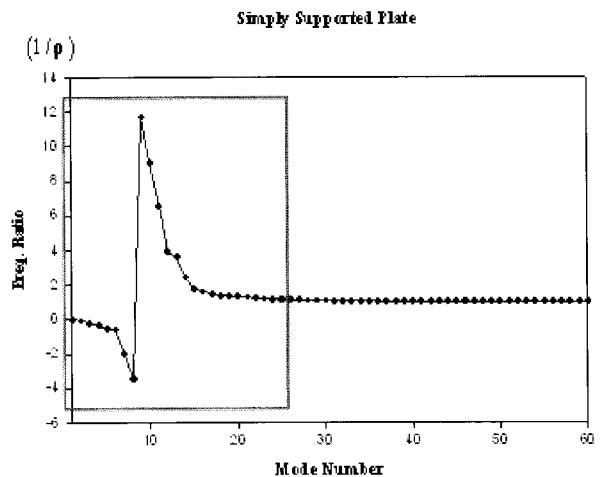


Fig. 17 Estimation the ratio between loading frequency and natural frequencies in the plate

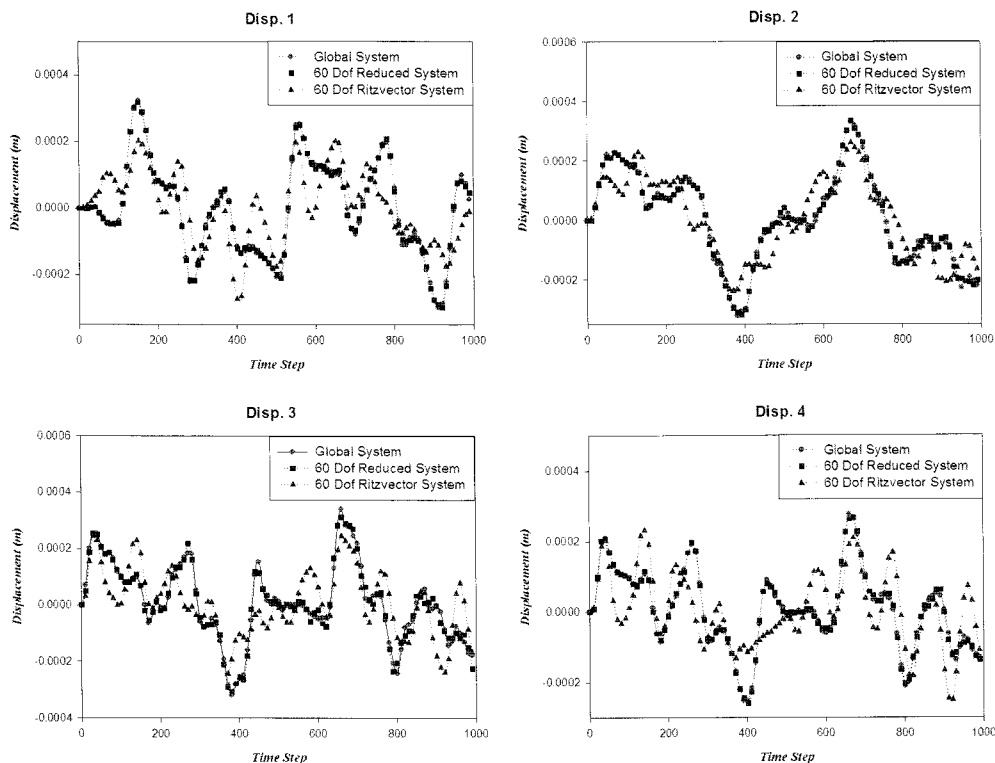


Fig. 18 Displacement at the four positions of the plate under higher loading frequency

Table 9 Comparison of error value at the maximum peak point between RS and ROM

	RS 60(%)	ROM 60(%)
Disp. 1	1.53	35.38
Disp. 2	1.19	22.91
Disp. 3	9.56	30.14
Disp. 4	4.31	29.13

나, RS는 거의 일치하는 동적결과를 보여주고 있음을 알 수 있다. 이것은 근사화된 모드는 몇 개의 저차모드에서만 정확성이 보장되고 10th이상의 모드에서는 상당한 오차를 포함하게 되기 때문이다. 따라서, 영향력이 큰 모드가 고차로 올라갈수록 모드를 기초로 구축되는 ROM의 오차 역시 증가하게 된다. 이와 관련하여 각 방법에서 최대 peak점에서의 오차 비교 결과가 Table 9에 주어져 있다. RS는 비교 지점 disp 3에서만 9%의 큰 오차수준이고, 나머지 비교지점에서는 1~4%수준의 오차를 보이고 있으며, ROM은 20~35%수준의 상당히 큰 오차 수준을 보이고 있다.

4.3 Cone Structure

Fig. 19는 동하중을 받고 있는 cone 구조물 형상으로 가진력의 형상과 지점과 시간응답을 비교하는 네 지점을 보여주고 있다. 리츠벡터를 통해 계산된 최저차 고유주파수는

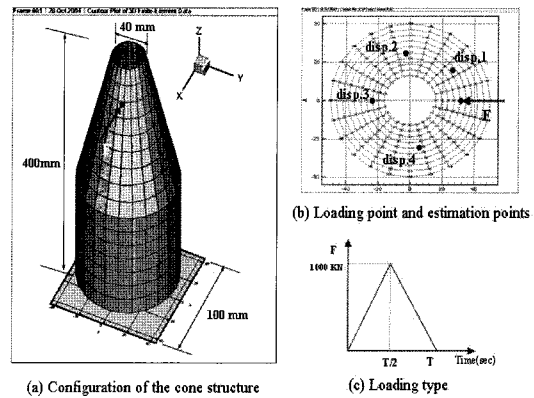


Fig. 19 Configuration of the cone structure, the loading type and the positions of the loading

Table 10 Loading frequency of case 1 and case 2

	Loading Frequency(Hz)
Case 1	6.28
Case 2	251

81.8Hz로 평가되었고, 시간응답 해석을 위해 사용된 가진주파수 case 1과 case 2는 Table 10에 주어져 있다.

4.3.1 Case 1

Fig. 20은 가진주파수가 6.28Hz인 경우에 대한 시간응답 결과를 비교한 것이다. 최저차 고유주파수에 비해 매우 낮은

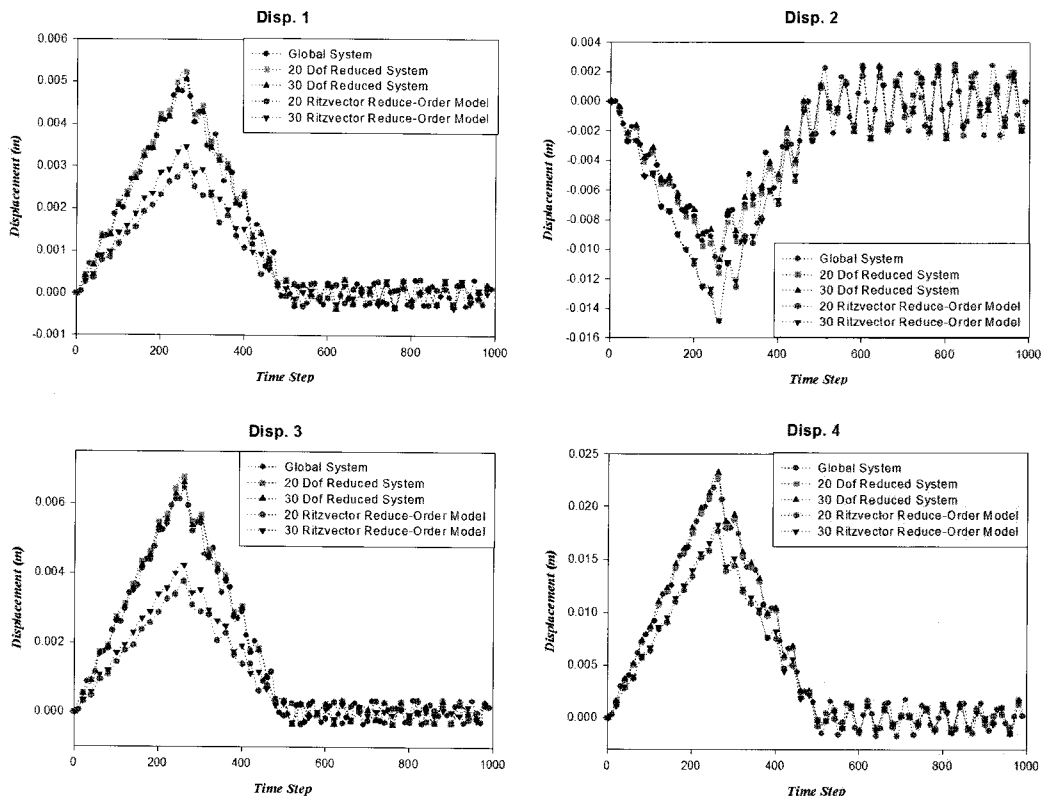


Fig. 20 Displacement at the four positions of the cone structure under lower loading frequency

Table 11 Comparison of error value at the maximum peak point between RS and ROM

	ROM 20 (%)	ROM 30 (%)	RS 20 (%)	RS 30 (%)
Disp. 1	21.58	19.15	7.35	4.21
Disp. 2	41.32	31.68	3.51	0.39
Disp. 3	21.48	13.14	3.91	3.20
Disp. 4	42.39	34.47	4.66	2.32

가진주파수 대역이므로 몇 개의 저차 주파수만을 포함하는 축소모델을 구축하여 해석을 수행하였고, 그 크기는 (20×20), (30×30)으로 구축하였다. Table 11의 결과에서 ROM은 전체시스템과 비교할 때 19~40%수준의 상당히 큰 오차를 보이고 있으나, 제안된 RS는 시스템의 크기가 (20×20)인 경우 3~7%수준의 오차, (30×30)크기에서는 최대 4.2%수준의 정확한 계산 결과를 보여주고 있다.

4.3.2 Case 2

가진주파수 251Hz에 대한 고유주파수 영향력에 대한 평가결과는 Fig. 21과 같다. 1th~25th의 모드가 동적거동에 있어서 큰 영향력을 갖고 있는 것으로 파악되었고, 이를 고려해 (40×40), (50×50)의 크기를 갖는 축소모델을 구축하여 동적해석을 수행하였다. Fig. 22의 해석결과에서 동일 크기의 시스템에서 RS가 ROM보다 더 정확한 결과를 제공하

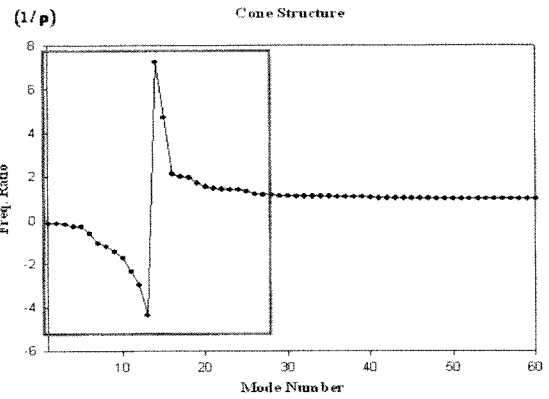


Fig. 21 Estimation the ratio between loading frequency and natural frequencies in the cone structure

Table 12 Comparison of error value at the maximum peak point between RS and ROM

	ROM 40 (%)	ROM 50 (%)	RS 40 (%)	RS 50 (%)
Disp. 1	25.59	29.38	3.41	2.25
Disp. 2	52.08	42.26	8.60	8.45
Disp. 3	24.96	26.31	2.06	0.26
Disp. 4	51.84	47.94	18.95	17.24

고 있음을 알 수 있다. 그러나, RS에서 (40×40)의 크기를 갖는 시스템은 peak점에서 전체시스템과 약간의 오차를 보

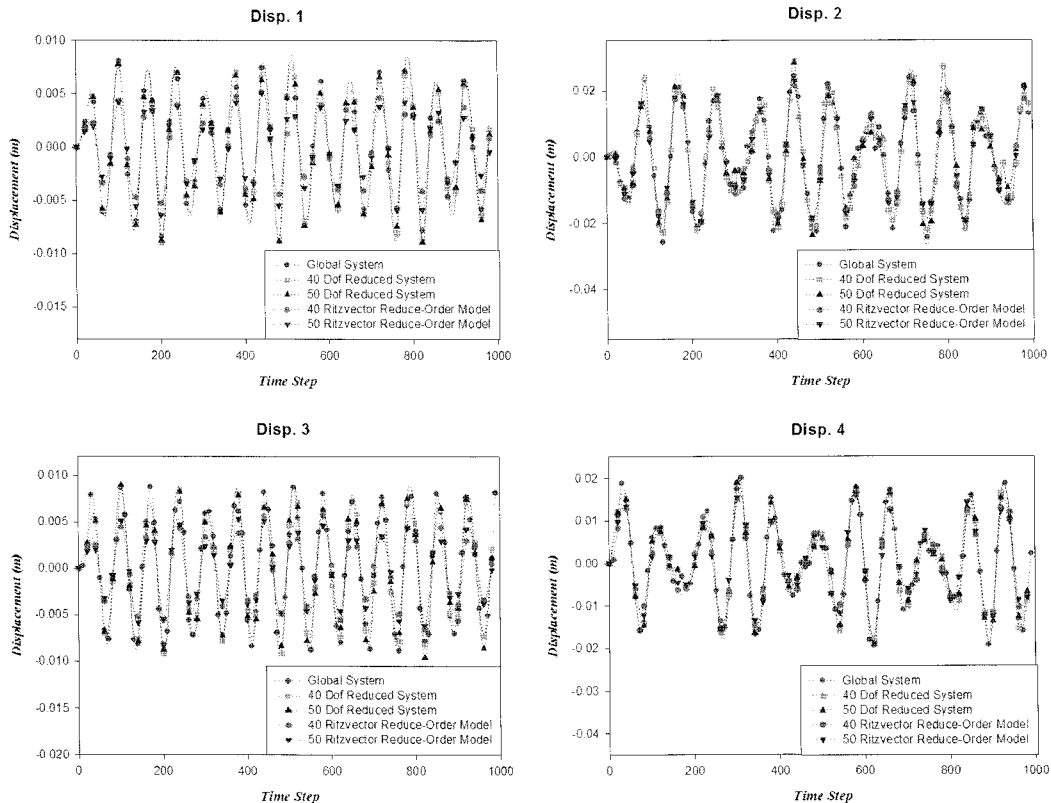


Fig. 22 Displacement at the four positions of the cone structure under higher loading frequency

이고 있다 이것은 충분한 자유도를 포함하고 있지 않기 때문이다. 최대 peak점에서 오차를 계산한 결과가 Table 12에 주어져 있다. ROM은 20~50%의 오차수분을 보이고 있으나, RS는 최대 18%수준의 오차를 보이고 있다. RS가 ROM보다는 상대적으로 낮은 수준의 오차를 보이고 있지만, 4.1과 4.2의 수치예제의 RS결과와 비교하면 상대적으로 큰 오차수준이라 할 수 있다. 이것은 RS를 구축하기 위한 주자유도 개수를 결정할 때 충분한 자유도가 고려되지 않았기 때문인 것으로 파악된다. 따라서, RS가 약 30%~40%정도의 고유치 신뢰성을 갖고 있고, 고유주파수 평가결과에서 25th 고유주파수까지가 구조물의 거동에 영향력을 가지고 있음을 감안할 때, 약 (60×60)의 크기로 RS를 구축하면 보다 정확한 해석결과를 얻게 될 것으로 사료된다.

5. 결 론

대형구조물의 동적해석은 많은 계산시간을 요구하고, 전산 자원의 충분한 확보가 필요하다. 반면에, 적절하게 구성된 축소시스템은 동적해석이나 반복계산이 요구되는 해석에서 시간절감과 전산자원 절약의 효과가 매우 확연하다. 본 연구에서는 축소시스템을 기반으로 시간응답 해석을 수행하는 방법을 제안하였다.

이 과정에서 적합한 축소시스템 구축을 위해 필요한 주자유도 선정방법으로 기존연구를 통해 신뢰성이 검증된 2단계 축소법을 사용하였고, 정확한 동적해석을 위해 요구되는 주자유도 선정기준에 대한 고찰을 수행하였다.

수치예제에서는 각 예제에 대해 영향력이 큰 모드 평가를 수행하고, 이를 기초로 축소시스템을 구축하였으며, 전체시스템 및 모드기반 축소모델과 동적응답 해석을 비교함으로써 제안방법의 신뢰성을 검증하였다.

참 고 문 헌

- Cho, M., Kim, H.** (2004) Element-based node selection method for reduction of eigenvalue problems, *AIAA Journal*, 42(8), pp.1677~1684.
- Guyan, R.J.** (1965) Reduction of stiffness and mass matrices, *AIAA Journal*, 3(2), p.380.
- Henshell, R.D., Ong, J.H.** (1975) Automatic masters from eigenvalues economization. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 3, pp.375~383.
- Kidder, R.L.** (1973) Reduction of structural frequency equations. *AIAA Journal*, 11(6), p.892
- Kim, H., Cho, M.** (2006) Two-level scheme for selection of degrees of freedom and semi-analytic sensitivity based on the reduced system, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(33~36), pp.4244~4268.
- Kim, K.O., Choi, Y.J.** (2000) Energy method for selection of degrees of freedom in condensation, *AIAA Journal*, 38, pp.1253~1259.
- Matta, K.W.** (1987) Selection of degrees of freedom for dynamic analysis, *Journal of pressure vessel technology*, 109(1), pp.65~69.
- O'Callahan, J.** (1989) A procedure for an improved reduced system(IRS) model, Proceedings of the 7th international modal analysis conference, Union college, Schenectady, NY. pp.17~21.
- Shah, V.N., Raymund, M.** (1982) Analytical selection of masters for the reduced eigenvalue problem, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 18, pp.89~98.
- Zhang, D.W., Li, S.** (1995) Succession-level approximate reduction(SAR) technique for structural dynamic model, Analysis conference(Nashville,TN), Union college press, Schenectady, NY, pp.435~441.