

마그네슘 합금 구성식을 이용한 스프링백 예측

이명규¹ · 정관수² · 김성준¹ · 김현영[#]

Prediction of Springback by Using Constitutive Equations of Mg Alloy Sheets

M. G. Lee, K. Chung, S. J. Kim, H. Y. Kim

(Received October 11, 2007)

Abstract

Unique constitutive behavior of magnesium alloys as one of hexagonal close packed(hcp) metals has been implemented into the commercial finite element program ABAQUS. The constitutive equations can represent asymmetry in tension-compression yield stresses and flow curves. For the verification purpose, the springback of AZ31B magnesium alloy sheet was measured using the unconstrained cylindrical bending test proposed in Numisheet'2002 benchmark committee. Besides the developed constitutive models, the isotropic models based on tensile and compressive properties were also considered for comparison purpose. The predicted results by the finite element analysis and corresponding experiments showed enhanced prediction capability in springback analysis.

Key Words : Magnesium Alloy Sheet, Asymmetry, Constitutive Equations, Springback, Unconstrained Cylindrical Bending Test

1. 서 론

마그네슘 합금 판재는 기존의 경량화 재료의 대명사인 알루미늄 합금과 비교하여 더 우수한 경량성을 지닐 뿐만 아니라 높은 비강도, 우수한 용접성 그리고 부식저항성 또한 우수한 것으로 알려져 있어 자동차 산업뿐만 아니라 통신장비 등 전자산업에 있어서도 최근 들어 많은 연구가 되고 있다 [1-7]. 이러한 장점에도 불구하고 마그네슘 합금 판재의 낮은 성형성과 특이한 기계적 성질에 대해서는 연구가 지금까지도 미흡한 실정이다. 마그네슘 합금 판재는 상온에서 상이한 초기 항복응력과 항복 이후의 거동을 보이는 비대칭성(asymmetry) 재료라고 알려져 있다. 또한 판재의 이방성도 다

른 재료에 비해서 상당하다고 보고된다[8].

비록 철 및 알루미늄합금 등의 비철금속 판재의 일반적인 기계적 성질을 구체적으로 묘사할 수 있는 이방성 항복함수와 유동거동에 대한 구성식이 최근 들어 많이 개발되고 있지만 마그네슘 합금 판재와 같은 hcp 재료와 같이 비대칭성이 큰 재료의 특징을 효과적으로 구현할 수 있는 구성방정식(constitutive equations)에 대한 연구는 미흡한 실정이다.

본 연구는 연속체 소성역학(continuum plasticity)에 기초하여, 마그네슘 합금 판재의 이방성 및 비대칭성 구현 모델[9]을 이용한 응용연구로써 스프링백을 해석하였다. 스프링백은 성형 후 발생하는 잔류응력에 의한 탄성복원 현상으로 공정최적화에 있어 매우 중요한 인자로 작용한다. 그러므로

1. 한국기계연구원 부설 재료연구소

2. 서울대학교 재료공학부

교신저자 : 강원대학교 기계 메카트로닉스 공학부,

E-mail : khy@kangwon.ac.kr

본 연구에서는 스프링백 특성을 효과적으로 해석할 수 있는 예제로 Numisheet 2002 벤치마크 문제인 Unconstrained cylindrical bending 실험을 채택하여 제안된 구성방정식을 검증하였다[10].

2. 이론

본 연구에서의 경화거동은 이항복함수(two-surface) 모델에 기초한다. 이항복함수 모델은 실제 재료의 거동을 표현하는 내부 항복함수(inner yield surface)와 가상의 외부 항복함수(bounding surface)의 상대적 위치와 두 항복함수 상의 응력성분의 거리함수(gap function)을 이용한다. 이때 재료의 경화거동은 일반적인 단항복함수(single surface) 모델과 달리 거리함수가 하중의 방향이 바뀐 순간의 초기 거리의 함수(initial gap distance)로 갱신(update)됨에 따라 복잡한 하중 하에서의 재료의 거동을 나타내는데 적합하다고 판단되었다. 이항복함수에 대한 자세한 설명은 출판된 참고문헌[11~12]에 잘 나타나 있다.

상온에서 마그네슘 합금 판재의 변형은 미끄러짐(slip), 쌍정(twinning), 역쌍정(untwinning) 세가지 모드로 나눌 수 있다. 여기서 미끄러짐은 상온에서 전위가 이동할 수 있는 슬립계가 충분히 확보되어 발생하며 주로 상온에서 인장 변형 시 관찰된다. 반면 쌍정과 역쌍정은 전위가 미끄러질 수 있는 슬립계가 충분히 확보되기 어려운 상황에서 발생하며, 변형 전 판재의 압축 시와 압축 또는 인장된 재료의 인장 또는 압축 시 관찰된다. 그러므로, 거리함수 $\bar{\delta}$ 는 기존의 초기 거리의 함수뿐만 아니라 변형내력(deformation history)의 함수로서 위의 세가지 변형 모두를 적절히 표현할 수 있어야 한다. 다음에 본 연구에서 이용된 구성방정식에 이론을 아래에 간략히 소개한다.

본 연구에서는 다음의 거리함수를 도입한다.

$$\bar{\delta} = \bar{\delta}(\bar{\delta}_{in}, \mathbf{c}_{old}, \mathbf{c}_{new}, \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (1)$$

여기서 \mathbf{c}_{old} 와 \mathbf{c}_{new} 는 각각 변형 전후의 c-축 나타낸다. 식 (1)는 새로운 거리함수가 초기 거리, 소성변형 정도 그리고 변형이력(텍스처 변화 이력)의 함수임을 나타낸다.

거리함수는

$$\begin{aligned} \bar{\delta} &= \Phi(\Sigma_{xx} - \sigma_{xx}) = \Sigma_{xx} - \sigma_{xx} = \bar{\Sigma} - \bar{\sigma} \\ &= \bar{\Sigma} - (\bar{\sigma}_t + \mathcal{G}(\bar{\Sigma} - \bar{\sigma}_t)) = (1 - \mathcal{G})(\bar{\Sigma} - \bar{\sigma}_t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 Σ_{xx} 와 σ_{xx} 는 일축시 외부 및 내부함수 위의 응력상태를 나타낸다. 또한 $\bar{\sigma}_t$ 와 \mathcal{G} 는 쌍정과 역쌍정 곡선을 적절히 표현할 수 있는 함수이다.

한편 압축 또는 쌍정 모드의 경화거동은 비대칭성을 고려하여 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\delta} = \frac{\sigma_{xx,0}}{\sigma_{xx,0}^C} \cdot \delta^C \left(\boldsymbol{\varepsilon}^{p,C} = \frac{\sigma_{xx,0}^C}{\sigma_{xx,0}^T} \boldsymbol{\varepsilon} \right) \quad (3)$$

여기서 δ^C 는 쌍정 시의 거리함수이며, $\frac{\sigma_{xx,0}}{\sigma_{xx,0}^C}$ 는 인장 및 압축의 비대칭성비를 나타낸다.

식 (2)은 다음과 같이 미분형으로 표현 될 수 있다.

$$\frac{d\bar{\delta}}{d\bar{\varepsilon}} = \frac{d\mathcal{G}}{d\bar{\varepsilon}} \cdot (\bar{\Sigma} - \bar{\sigma}_t) + (1 - \mathcal{G}) \cdot \frac{d\bar{\sigma}_t}{d\bar{\varepsilon}} + \mathcal{G} \cdot \frac{d\bar{\Sigma}}{d\bar{\varepsilon}} \quad (4)$$

함수 $\bar{\sigma}_t$ 와 \mathcal{G} 의 기계적 상수는 연속적 인장/압축 실험에 의해서 얻어진 응력-변형률 곡선으로부터 구해진다. 두 함수의 일반적인 표현은 아래와 같다.

$$\bar{\sigma}_t = \bar{\sigma}_t(\bar{\delta}_{in}, \mathbf{c}_{old}, \mathbf{c}_{new}, \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (5)$$

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}(\bar{\delta}_{in}, \mathbf{c}_{old}, \mathbf{c}_{new}, \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (6)$$

재료의 이방성 및 초기 항복응력의 비대칭성은 드러커-프라거의 항복함수에 이방성 계수를 도입하여 아래와 같이 변형되었다[9~10].

$$\begin{aligned} \Phi &= p(\sigma_{xx}^2 - \beta_2 \sigma_{xx} \sigma_{yy} + \beta_2^2 \sigma_{yy}^2 + 3\beta_3^2 \sigma_{xy}^2)^{1/2} \\ &+ q(\sigma_{xx} + \beta_4 \sigma_{yy}) - \bar{\sigma}_{iso} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, p , q , β_2 , β_3 , β_4 는 실험적으로 구해지는 상수들이다.

식 (2), (5), (6) 및 (7)에 필요한 거리 함수 및 항복함수 계수들은 본 연구의 선행연구인 참고문헌 [9,11]에 나타나 있으므로 본 논문에서는 생략하기로 한다.

3. 결과

개발된 구성식을 유한요소해석 프로그램인

ABAQUS의 UMAT을 이용하여 구현하였다. 4 절점을 갖는 셸 (Shell) 요소를 사용하여 서로 다른 4개의 초기 전변형율(pre-strain)에 따른 일차원 인장-압축-인장 시뮬레이션을 수행하였다(Fig. 1). 그림에서 선택된 초기 전변형율은 0.02, 0.045, 0.07 그리고 0.16이며 각 초기 전변형율 이후 하중 방향은 180° 방향으로 바뀌게 된다. 시뮬레이션 결과, 초기 인장 인장에 의해 일반적인 재료의 변형형태를 보이는 슬립모드, 그리고 인장 후 압축시 발생하는 굴절형 항복거동(inflected hardening behavior)인 쌍정 모드 그리고 쌍정 후 재 인장시 일어나는 역쌍정 모드를 개발된 구성식이 잘 표현할 수 있었다. 또한, 쌍정시 항복함수의 수축에 의한 탄성구간의 순간적인 감소 그리고 그 후 변형에 따른 탄성구간의 증가 또한 잘 묘사됨을 알 수 있었다.

제안된 구성방정식의 검증을 위하여 Numisheet 2002 벤치마크 문제인 Unconstrained Cylindrical Bending(Fig. 2) 문제가 이용되었다. 이 문제는 통

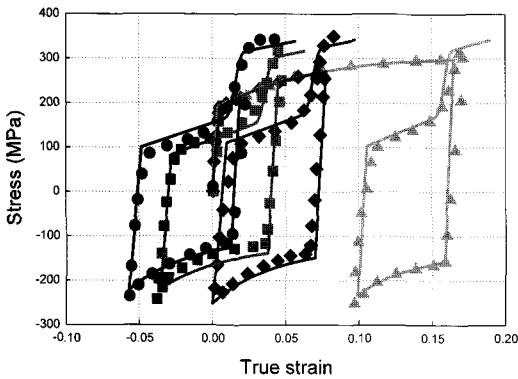


Fig. 1 Comparisons of calculated uni-axial T-C-T curves(lines) with measurements[9]

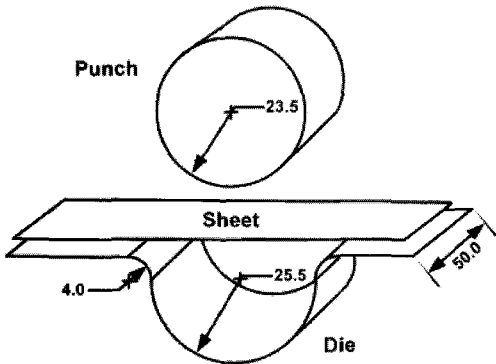


Fig. 2 Schematic drawing of unconstrained cylindrical bending test

상적으로 이용되는 블랭크 홀더가 사용되지 않아 블랭크 홀더력에 의한 판재와의 마찰력 등의 공정 변수의 영향이 최소화 되어 판재 자체의 스프링백 특성을 쉽게 나타낼 수 있을 뿐만 아니라 판재와 금형 사이의 접촉상태가 유한요소 해석 중 매우 빈번히 변화 하는 문제로써 개발된 구성방정식이 유한요소에 잘 이행되었는지를 알 수 있는 실험법이다. 사용된 펀치는 반지름 23.5mm, 다이 금형은 반지름 25.5mm이며, 사용된 판재의 두께와 폭은 각각 2mm, 30mm 이다. 자세한 실험 방법은 참고문헌[10]에 나타나 있다. 비교를 위하여 본 연구에서 개발된 구성방정식 외에 ABAQUS에서 제공하는 등방 항복함수인 von Mises 함수 및 등방경화거동을 이용한 예측값도 함께 고려하였다. 이 때 마그네슘 합금의 비대칭성으로 인해 인장 물성과 압축물성이 상이 하므로 두 물성을 기초로 하는 경우를 함께 고려하였다. Fig. 3에 네 가지 구성방정식에 의한 스프링백 후 형상이 실험값과 비교되었다. 고려된 네 가지 구성방정식은 (1) 마그네슘의 인장 물성을 고려한 ABAQUS 제공 등방 구성방정식 (ABAQUS Tension), (2) 마그네슘의 압축 물성을 고려한 ABAQUS 제공 등방 구성방정식 (ABAQUS Compression), (3) 본 논문에서 개발된 비대칭 구성방정식 및 탄-소성 제하법 (Present model with elastic/plastic unloading), (4) 개발된 비대칭 구성방정식 및 탄성 제하법(Present model with elastic unloading)이다. 비교 결과 본 연구에서 제안된 비대칭성 구성방정식이 실험값과 가장 잘 일치됨을 알 수 있으며, 일반적으로 이용되는 등방 물성에 기초한 구성식을 사용했을 경우 스프링백이 실험값과 상당한 차이를 보임을 나타내고 있다. 또한, 제안된 구성방정식을 이용 서로 다른 제하(unloading)방법, 즉 순수한 탄성제하(elastic unloading)와 탄소성제하(elastic-plastic unloading)에 대해서 스프링백양을 비교한 결과 미소한 차이는 보이지만 전체적인 결과에는 큰 영향을 주지 못함을 알 수 있었다. 스프링백의 정량적 평가를 위해서 성형 후 Numisheet 2002 벤치마크에서 제안된 스프링백 후 변형각을 측정하였으며 그 결과를 Fig. 4에 서로 다른 구성방정식에 대해서 비교 하였다.

스프링백 후 판재의 형상 이외에도 Fig. 5에 제안된 모델을 적용한 유한요소 해석에 의한 최대 편지력을 실험에 의해 측정된 값을 비교하였다.

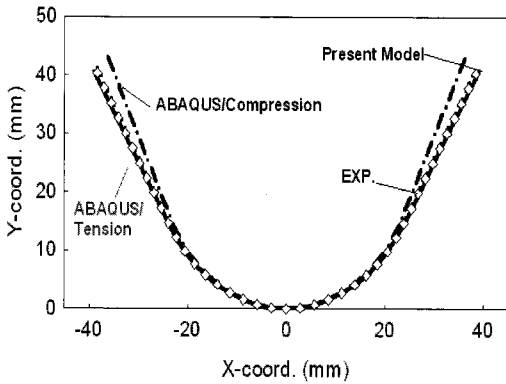


Fig. 3 Springback profiles of unconstrained cylindrical bending with three different constitutive models

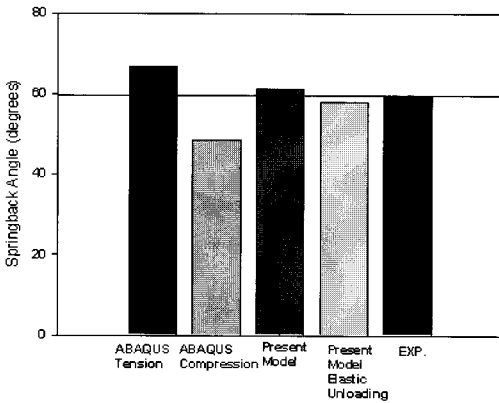


Fig. 4 Comparison of springback angle with various constitutive models

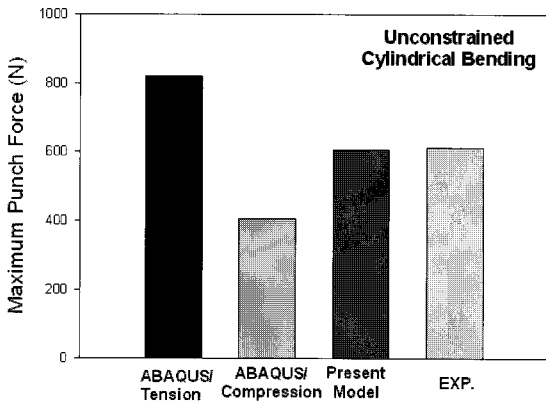


Fig. 5 Maximum punch forces with respect to the three different constitutive models

그림에서 보듯이 본 연구에서 개발된 구성방정식을 도입하여 해석한 편치력이 실험값과 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 반면, 등방성 구성방정식을 기초로 한 유한요소 해석은 실험값과 상당한 차이를 나타냄을 보여준다. 이는 unconstrained cylindrical bending 실험에서 판재의 두께 방향에서 작용하는 변형은 중립면을 기준으로 인장과 압축 그리고 제하로 이루어진다. 이때 판재가 받는 응력-변형을 이력에 대한 설명을 기존의 등방성 경화거동에 의한 응력-변형을 곡선과 이에 상응하는 본 논문에서 제안된 구성방정식에 의해 기술되는 응력-변형을 곡선과의 비교를 통해 Fig. 6에 나타내었다. 그림의 간소화를 위해 마그네슘 합금의 인장 성질을 고려한 등방성 인장-압축 곡선만을 비교하였다. 그림에서 판재의 두께방향 중 인장력을 받는 부분은 (A) 두 구성방정식이 일치하지만, 압축 부분의 경우 (B) 비대칭성 고려 유무에 따라 두 구성방정식이 서로 상이한 값을 보여주므로 스프링백 및 편치력의 차이를 보이게 된다.

특히, 본 연구에서 사용된 AZ31B 마그네슘 판재의 경우에는 압축시 항복거동이 인장시의 그것보다 상대적으로 낮으므로 인장곡선만을 고려한 등방구성식의 경우는 상대적으로 큰 스프링백과 편치력을 예측하며, 반면 압축력만을 고려한 등방구성식의 경우는 낮은 스프링백과 편치력을 예측하게 된다.

4. 결론

상온에서 나타나는 마그네슘합금 판재의 특이한 기계적 성질인 비대칭성과 비등방성을 효과적으로 나타낼 수 있는 구성방정식을 개발, 이를 유한요소해석에 도입하였다. 개발된 구성방정식을 검증하기 위하여 Numisheet 2002 벤치마크 위원회에서 제안된 비구속 원통 굽힘 (Unconstrained Cylindrical Bending) 실험에 의한 스프링백 실험을 수행 이를 서로 다른 세가지 구성방정식을 도입한 유한요소 해석과 비교하였다. 그 결과 개발된 비대칭형 구성방정식은 실험에 의한 스프링백 형상을 매우 잘 묘사할 수 있었지만 통상적으로 사용되는 등방 항복합수 및 등방 경화곡선을 이용한 해석과는 매우 차이가 있음이 확인되었다. 스프링백 후의 판재의 형상 뿐만 아니라 성형시의 편치력의 경우

도 본 연구에서 개발된 구성방정식을 도입한 유한요소 해석이 실험값과 매우 잘 일치함을 보여주었다. 또한 본 연구에서 적용된 비구속 원통 굽힘 실험 이외에도 이차원 드로밴딩(2D draw bending) 실험을 통하여 다양한 인장력 하에서의 굽힘과 펴짐에 의한 변형이 마그네슘 합금 판재의 스프링백에 미치는 영향에 관해서도 후속 연구가 진행 중이다[13].

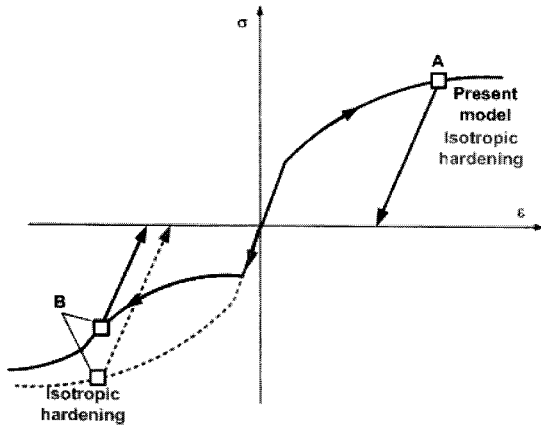


Fig. 6 Schematic view of stress-strain response in the sheet thickness during bending and unloading for two different hardening models

참 고 문 헌

- [1] C. S. Roberts, 1960, Magnesium and its alloys, New York: John Wiley.
- [2] D. J. Yoon, E. Z. Kim, Y. S. Lee, 2007, Finite Element Study on Deformation Characteristics and Damage Evolution in Warm Backward Extrusion of AZ31 Mg Alloys, *Trans. Mater. Proc.*, Vol. 16, p. 614.
- [3] B-H. Lee, Y-W. Kim, S-H. Park, C-S. Lee, 2007, Effect of Initial Texture on the Twinning Formation of AZ31 Mg Alloy, *Trans. Mater. Proc.*, Vol. 16, p. 467.
- [4] J. G. Choi, S. C., Choi, M. G. Lee, H. Y. Kim, 2007, Measurement of Springback of AZ31B Mg Alloy Sheet in OSU Draw/bend Test, *Trans. Mater. Proc.*, Vol. 16, p. 447.
- [5] K-R. Cho, J-T. Yeom, S-Y. Shim, S-G. Lim, N-K. Park, J-H. Kim, 2007, Characteristics on the Hot Extrusion of Semi-Solid Al-Zn-Mg Alloy, *Trans. Mater. Proc.*, Vol. 16, p. 391.
- [6] D. J. Yoon, S. J. Lim, E. J., Kim, C. Cho, 2006, Plastic Forming Characteristics of AZ31 Mg Alloy in Warm Backward Extrusion, *Trans. Mater. Proc.*, Vol. 15, p. 597.
- [7] N-Y. Kim, J-H. Kim, J-T. Yeom, D-G. Lee, S-G. Lim, N-K. Park, J-H. Kim, 2006, Effect of Processing Condition on the Hot Extrusion of Al-Zn-Mg-Sc Alloy, *Trans. Mater. Proc.*, Vol. 15, p. 143.
- [8] X. Y. Lou, M. Li, R. K. Boger, S. R. Agnew, R. H. Wagoner, 2007, Hardening Evolution of AZ31B Mg Sheet, *Int. J. Plast.* Vol. 23, p. 44.
- [9] M. G. Lee, R. H. Wagoner, K. Chung, J. K. Lee, H. Y. Kim, 2007, Constitutive Modeling for Anisotropic/ Asymmetric Hardening Behavior of Magnesium alloy sheets, *Int. J. Plast.*, Vol. 24, p. 545.
- [10] Numisheet' 2002 Benchmark Problem, 2002, In: D. Y. Yang, S. I. Oh, H. Huh, Y. H. Kim, (Eds.), *Proceedings of 5th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Forming Processes*, Jeju, Korea.
- [11] M. G. Lee, K. Chung, H. Y. Kim, 2007, Constitutive Modeling of AZ31B Magnesium Alloys, *Trans. Mater. Proc.*, Vol. 16, p. 234.
- [12] M. G. Lee, D. Kim, C. Kim, M. L. Wenner, R. H. Wagoner, K. Chung, 2007, A practical two-surface model and its application to springback prediction, *Int. J. Plast.*, Vol. 23, p. 1189.
- [13] M. G. Lee, S.J. Kim, R. H. Wagoner, K. Chung. H. Y. Kim, 2007, Constitutive Modeling for Anisotropic /Asymmetric Hardening Behavior of Magnesium alloy sheets: Application to sheet springback, *Int. J. Plast.*,(submitted).