한국수학사학회지 제21권 제4호(2008년 11월), 11 - 18

李尙爀의 借根方蒙求와 數理精蘊

서강대학교 수학과 **홍성사**
sshong@sogang.ac.kr

숙명여자대학교 수학과 **홍영희**
yhhong@sookmyung.ac.kr

이 논문은 李尙爀(1810 ~ ?)의 借根方蒙求와 數理精蘊, 梅瑴成의 赤水遺珍과의 관계를 조사하여 李尙爀이 서양 수학을 받아들이는 과정과 이를 확장하여 그의 대수학의 기초를 이루는 과정을 연구한다.

주제어 : 李尙爀, 借根方蒙求, 數理精蘊, 赤水遺珍

0. 서론

朝鮮時代에 가장 뛰어난 업적을 이룬 산학자인 洪正夏(1684 ~ ?)와 李尙爀(1810 ~ ?)은 당시 중국의 산학에 비하여 월등히 앞선 수학적 결과를 얻어내고, 또 이를 구조적으로 정리하였다. 洪正夏는 天元術의 활용으로 句股術과 方程式의 構成과 解法에 뛰어난 업적을 남기고([9]), 李尙爀은 方程式論과 堆垜術에서 논리적으로 그 구조를 밝혀내었다([5], [6]).

李尙爀은 1831년 雲科 式年試에 합격하고, 이어서 1832년 籌學 시험에 入格하였다. 일반으로 籌學入格 후에 雲科에 응시하는 것이 보통인데, 그는 籌學 시험을 나중에 입격하고, 그의 최종 벼슬도 雲科正(正三品)이었다. 그는 戶曹에서 算員으로 일하기보다는 觀象監의 관리로 있으면서, 서양에서 중국으로 들어온 수학, 천문에 대한 자료를 사용할 수 있었다. 따라서 **數理精蘊**(Shu li jing yun, 1723)과 梅文鼎(Mei Wen Ding, 1633 ~1721)의 저서를 접할 기회가 다른 산학자들에 비하여 훨씬 용이하였다. 그는 1850년에 삼각법이 들어 있는 천문학 서적 **揆日考**를 출판하는데 南秉吉(1820 ~ 1869)이 서문을 달고 있어서, 그와의 교류가 있었음을 알 수 있다. 李尙爀이 최초의 순수 산서로 출판한 것이 **借根方蒙求**(1854)인데, 서문은 스스로 적어놓았다. 이 출판으로 그의 算學에 대한 실력을 인정받게 되고, 또 南秉吉과 산학에 관한 공동 연구를 할 수 있게 되었다. 조선 산서로 李冶(Li Ye, 1192 ~ 1279)의 **測圓海鏡**(Ce yuan hai jing, 1248년 완성, 1282년 간행)과 **益古演段**(Yi gu yan duan, 1259)을 가장 먼저 언급한

책으로도 의미가 있다. **測圓海鏡**에서 사용된 天元術이 서양수학의 借根方과 같지만 이를 비하하여 天元術을 명대에 계승하지 못하게 한 장본인으로 顧應祥(Gu Ying Xiang, 1483~1565), 唐順之(Tang Shun Zhi, 1507~1560)를 지명하여 이를 공격한 梅瑴成(Mei Jue Cheng, 1681~1763)의 **赤水遺珍**(Chi shui yi zhen, 1759, [1])의 내용을 그는 서문에서 언급하고 있다. **孫子算經**(Sun Zi suan jing), **五曹算經**(Wu cau suan jing), **張丘建算經**(Zhang Qiu Jian suan jing), **輯古算經細艸**(Ji gu suan jing xi cao), **測圓海鏡細草**(Ce yuan hai jing xi cao), **益古演段**(Yi gu yan duan, 1259), **弧矢算術細草**(Hu shi suan shu xi cao) 등을 포함한 知不足齋叢書(Zhi bu zu zhai cong shu)가 19세기 朝鮮에 들어와 이들을 연구하므로 **算學啓蒙**(Suan xue qi meng, 1299), **楊輝算法**(Yang Hui suan fa, 1274~1275), **詳明算法**(Xiang ming suan fa, 1373)만 접하던 조선에서 송, 원대의 산학을 제대로 연구하기 시작하게 되었다([7]). 따라서 이를 연구한 李尙爀은 **數理精蘊**의 借根方도 함께 연구하여 **借根方蒙求**를 출판하게 되었다. 이 후 1855년에 南秉吉은 **無異解**를 출판하는데 이는 바로 **測圓海鏡**과 **益古演段**에 대한 연구서이고, 거의 같은 시기에 출판된 것으로 추정되는 **輯古演段**을 출판한다. 이때부터 그는 李尙爀을 언급하기 시작하면서, **借根方蒙求**를 보고 王孝通(Wang Xiao Tong)의 **輯古算經**을 借根方으로 해설한다고 하였다([7]). 李尙爀은 1855년 **算術管見**을 출판하면서, 借根方을 버리고 天元術로 접근하기 시작하였다([10]). 또 이 후에 들어온 羅士琳(Luo Shi Lin, 1774~1853)의 **四元玉鑑細艸**(Si yuan yu jian xi cao, 1835)를 이들은 연구하여 각각 **四元玉鑑**과 **玉鑑細草詳解**를 저술하여, 송, 원대의 방정식론을 완벽하게 정리하여, 조선수학사에 가장 뛰어난 연구 업적을 남기게 된다([8]). 따라서 19세기 중엽 조선 산학의 발전은 李尙爀의 **借根方蒙求**로 시작되었다고 할 수 있다.

이 논문은 李尙爀의 **借根方蒙求**의 구조를 연구하여 그가 대수학의 기초를 확립하는 과정을 조사하는 것이다.

논문은 두 절로 나누어, 첫째 절에서 **借根方蒙求**와 **數理精蘊**의 관계를 조사한다. **數理精蘊**은 下編 末部에 들어 있는 卷31~36에서 借根方比例를 도입하고 이를 이용하여 문제를 해결하는데, 李尙爀이 **借根方蒙求**에서 다룬 문제를 조사하여 그가 **數理精蘊**을 철저하게 연구하고, 여러 종류의 문제를 다항방정식으로 접근하는 현대적 방법을 사용하여 문제를 해결한 것을 확인한다.

둘째 절에서 梅瑴成이 **赤水遺珍**에서 다룬 天元術을 조사하여 梅瑴成이 天元術을 제대로 이해하지 못하고 또 이 때문에 18세기 중국의 句股術이 洪正夏와 劉壽錫의 句股術에 미치지 못하게 되었음을 확인한다([9]).

조선 산학에 관한 史料는 **韓國科學技術史資料大系 數學編**([4]), 중국 산학은 **中國科學技術典籍通彙**(Zhong guo ke xue ji shu dian ji tong hui) **數學卷**(Shu xue juan, [2])과 **中國歷代算學集成**(Zhong guo li dai suan xue ji cheng, [3])을 사용한다.
朝鮮과 中國의 算書로 참고문헌의 번호가 없는 경우 이들에 들어 있는 것을 뜻한다.

1. 借根方蒙求와 數理精蘊

李尙爀은 다음 절에서 논할 **赤水遺珍**의 영향을 많이 받아서 **借根方蒙求**를 저술한 것으로 보이지만, **赤水遺珍**은 **數理精蘊**의 영향을 받았고 **數理精蘊**이 **赤水遺珍**보다 먼저 출판되었으므로 우리는 **數理精蘊**과 **借根方蒙求**의 관계를 먼저 논하기로 한다.

借根方比例는 **數理精蘊**의 下編 卷31에 도입되었다. 多項式을 표현하는 방법으로 상수항을 眞數, 1차항을 根, 2차항을 平方, 3차항을 立方, 4차항을 三乘方, 5차항을 四乘方 . . . 등과 같이 하여 구별하고 이들 앞에 계수를 쓰고 현재 +, −기호를 각각 ⊥, −로 나타내고, 이를 이용하여 다항식으로 이루어진 등식과 방정식을 현재 우리가 사용하는 등호를 이용하여 나타내었다. 또 이들로 이루어진 다항식의 연산은 현재의 것과 완전히 일치한다. 卷32는 제곱근부터 10제곱근까지 구하는 방법을 들고, 卷33은 일반 2차방정식부터 6차방정식까지 해법을 설명한다. **數理精蘊**은 차원에 따라 線類, 面類, 體類로 나누어 기술되었는데, 借根方比例를 이용한 多項方程式도 이 원리에 따라 線類, 面類, 體類로 나누어 각각 卷34, 35, 36에서 다루고 있다.

李尙爀도 이 원칙을 그대로 따라서 借根方의 정의와 借根方으로 표현된 다항식의 연산에 관한 설명을 인용하는 것으로 시작한다. 아마도 **赤水遺珍**의 기술방법을 따른 것으로 보이는데, 李尙爀은 전술한 기호를 사용하지 않고, 모두 문장으로 설명하여 일목요연하게 다항식과 이를 이용한 방정식의 표현 방법을 사용하지 않으므로, 借根方이 현대 수학으로 이행할 수 있는 기회를 놓치고 있다.

이어서 線類 78문, 面類 35문, 體類 17문을 싣고 있는데, 이중에서 **數理精蘊**의 借根方比例의 문제를 인용한 것은 線類 제1문, 面類 제30, 31문, 體類 제9, 10, 16문 등 여섯 문항뿐이고, 나머지는 모두 **數理精蘊**의 다른 부분에서 선택한 문제, 品字 문제, **赤水遺珍**에 들어 있는 杜德美(P. Jartoux, 1668∼1720)의 正矢(versine)에 관한 공식으로 弧線, 弧度를 구하는 문제들로 이루어져 있다.

문항별로 그 출처를 조사하면 아래와 같다. 卷數는 **數理精蘊** 下編의 卷數이고 이어서 節과 그 節에 들어 있는 문항의 번호를 **借根方蒙求**의 번호에 따라 차례로 나타낸 것으로 약간의 변형도 들어 있다.

線類

第1問 - 卷34, 借根方比例 線類 第1問

第2, 3, 4問 - 卷5, 遞加遞減差分 第7, 2, 5問

第5, 6問 - 卷4, 加倍減半差分 第5, 7問

第7, 8問 - 卷5, 超位加減差分 第6問, 首尾互準差分 第4問

第9～12問 - 卷3, 合率比例 第1, 2, 3, 5, 11問

第14～19問 - 卷6, 和數比例 第 4, 3, 8, 22, 16, 15問

第20～26問 - 卷6, 較數比例 第1, 4, 5, 6, 7, 12, 16問

第27～35問 - 卷7, 和較比例 第 1, 8, 9, 10, 12, 13, 16, 19, 20問

第36～52問 - 卷9, 借衰互徵 第1～5, 8, 10, 12～19, 21, 22問

第53～61問 - 卷9, 疊借互徵 第1～9問

第62～71問 - 卷8, 盈朒 一盈一朒 第1問, 兩盈 第2, 4問, 一盈一適足 第2, 3問,
雙套 一盈一朒 第2問, 兩盈 第1問, 兩朒 第1問, 一盈一適足 第1問,
一朒一適足 第1問

第72～76問 - 卷10, 方程 和數類 第1問, 較數類 第1問, 和較兼用類 第1問,
附法 第2, 3問, 和較兼用類 第2問

面類

第1, 2問 - 卷11, 帶從平方 第 13, 12問

第3～9問 - 卷19, 直線形 第27, 28, 29, 31, 32, 12+13*, 16問

(* 第8問은 卷19의 第12問의 사다리꼴에 第13問의 형태의 문제로 바꾼 것이다.)

第10, 11問 - 卷12, 句股形內求中垂線及容方圓等形 第3, 5問

第12～26問 - 卷12, 句股弦和較相求法 上 第1～15問

第27～29問 - 卷13, 句股弦和較相求法 下 第1, 4, 8問

第30, 31問 - 卷35, 借根方比例 面類 第32, 33問

第32, 33問 - 卷13, 句股積與句股弦和較相求法 第6, 7問

第34問 - 卷35, 借根方比例 面類 第37問

第35問 - 品字問題

體類

第1問 - 卷23, 立方 第16問

第2, 3, 4問 - 卷24, 帶從較數立方 第3, 8, 10問

第5, 6問 - 卷24, 帶從和數立方 第5, 8問

第7, 8問 - 卷25, 直線體 第16, 17問

第9, 10問 - 卷36, 借根方比例 體類 第3, 7問

第11, 12問 - 卷25, 直線體 第15, 7問

第13, 14, 15問 - 卷24, 附句股法四條 第1, 2, 4問

第16問, 卷36, 借根方比例 體類 第27問

第17問, 以正矢求弧線, 弧度

이상에서 面類 第35問과 體類 第17問을 제외하고 나머지 문제는 모두 **數理精蘊**에 들어 있는 문항들을 선택하여 **數理精蘊**에서 택한 해법 대신에 借根方으로 해결하여서 여러 종류의 문제를 방정식으로 통일하여 정리함으로 구조적 접근을 시도한 것이 **借根方蒙求**이다.

특히 線類에서 借衰互徵, 疊借互徵을 집중적으로 인용하였는데 이는 이미 **數理精蘊**의 借根方比例의 설명에서 지적한 다음 문장에서 그 이유를 알 수 있지만, 李尙爀은 이 부분은 전술한 정의 부분에서 언급하지 않고 있다.

"大意與借衰疊借略同 然借衰疊借之法 止可以御本部 而此法則線面體諸部 皆可御之 其中有借根借方之不同"

이라 하여 이들을 연결시키려고 하였다. 그러나 借衰互徵의 경우 1차식의 1차항과 상수항을 계산하는 것은 다항식의 덧셈에서 계수만 더하는 것으로 借根方과 같지만 문제 해결은 전자는 모두 비례식을 사용하고 있다. 비례문제와 함께 盈朒, 方程 등을 借根方으로 해결하려고 한 것과 원래 방법과 비교하면 바로 원래 방법이 훨씬 간편하고 또 계산도 간단한 것을 쉽게 알 수 있다. 실제로 **數理精蘊**에서 이들 문제를 借根方으로 취급하면서 전술한 방법으로 해결하는 것이 쉽지만 借根方의 설명을 위하여 이들 문제를 취급한다고 언급하고 있다. 李尙爀은 이에 대한 언급은 하지 않고 있다. 또 개념 자체로 天元術에 비하여 借根方이 가지고 있는 단점 때문에 天元術로 해결하면 훨씬 간단하게 해결될 문제를 借根方을 강조하므로 풀이를 어렵게 만들어 놓은 경우가 많다. 이에 관하여 다음 절에서 논하기로 한다.

2. 借根方蒙求와 赤水遺珍

중국 산학의 다항방정식의 이론은 天元術을 도입하여 다항식을 나타낼 수 있게 되어 급속히 발전하고, 이어서 朱世傑(Zhu Shi Jie)이 **四元玉鑑**(Si yuan yu jian, 1303)에서 四元術까지 도입하여 고차연립방정식을 다루게 되어 중국 수학사의 결과 중에 가장 훌륭한 업적을 이루었다. 그러나 이들은 곧 잊혀 지게 되었다. 顧應祥의 저서 **測圓海鏡分類釋術**(Ce yuan hai jing fen lei shi shu, 1550)은 李冶의 天元術로 모든 문제를 해결한 **測圓海鏡**을 다룬 것이므로, 그는 이에 대한 연구를 하였을 것이다. 또 그의 **句股算術**(Gou gu suan shu, 1533)에서 **四元玉鑑**을 서문에서 언급한 것으로 보아 그는 四元術도 연구하였을 것이다([9]). 梅瑴成이 그의 **赤水遺珍**에서 언급한 대로 顧應祥은 朱世傑의 방법을 제대로 이해하지 못하였을 따름이지, 이들 산서가 16세기 明代에 여전히 존재하고 있었음을 나타내고 있다. **赤水遺珍**에서 借根方과 天元術을 비교하면서 **四元玉鑑**의 문제를 인용하고 있다. 따라서 18세기에도 **四元玉鑑**은 실전된 것은 아니었다. **赤水遺珍**에 들어 있는 借根方과 天元術을 비교한 것을 통하여 梅瑴成

도 완전히 天元術을 이해하지 못하고 있음을 보이자.

이 문제에 관하여 梅瑴成은 모두 8문항을 다루고 있다.

제1, 2문항은 각각 1차, 2차방정식의 문제로 **數理精蘊**과 같이 借根方의 기호를 사용하면서 그 과정을 설명하고 있다. 제3문항은 **授時曆**(Shou shi li, 1280)에 들어 있는 문제를 天元術을 사용하여 設黃道出入赤道二十四度求矢 문제를 해결하는데, 구하는 矢를 天元1로 놓고 방정식을 얻어내었다. 그의 해설은 借根方의 방법, 즉 多, 少를 사용하여 계수의 陽, 陰을 나타내고, 天元術 표현에서 사용하는 마지막 0이 아닌 자리의 산대에 빗금을 표시하지 않고 있다. 제4문항은 **測圓海鏡** 卷2 第14問을 인용하였다. 그는 **測圓海鏡**을 그대로 인용하므로 음수 계수도 제대로 나타내고 있다. **測圓海鏡**에는 두 방법이 들어 있는데, 그는 다만 "右測圓中一則也"라 하여 **測圓海鏡**의 첫 번째 것만 인용하였다. 두 번째 풀이에 天元으로 나누어 음수 지수를 포함하는 식을 나타낼 수 있는 天元術을 피하므로 天元術과 借根方이 근본적으로 다른 것을 간과하게 되어 借根方과 天元術이 같다고 주장하게 되었다. 이 문항은 李尙爀이 후에 **翼算**(1868) 上篇에서 다루었다. 제5, 6문항은 모두 **四元玉鑑**의 中卷 或問歌彖의 第1, 3問을 그대로 인용하고, 이를 借根方으로 해결하였다. 그의 방법은 음수 지수를 포함하지 않으므로 그대로 天元術과 같은 방법이고, 실제로 羅士琳이 후에 초를 달아 天元術로 해결한 것과 완전히 일치한다. 다만 제6문항에서 긴 변과 짧은 변을 구하는 방정식이 같은 것인데, **四元玉鑑**에서 이를 이항시켜 두 방정식인 것처럼 나타낸 것을 지적하였다. 실제로 제2문항과 제6문항은 모두 두 개의 양의 근, 즉 긴 변, 짧은 변이 해로 들어 있는데, 이를 각각 구하고 있다. 제7문항은 程大位(Cheng Da Wei, 1533~1606)의 **算法統宗**(Suan fa tong zong, 1592) 卷之七의 圓田截積圖에 들어 있는 원의 지름과 弧矢積을 주고 弦과 矢를 구하는 문제의 숫자를 바꾼 것으로 借根方으로 해결하였다. 마지막 제8문항은 주어진 句股田의 넓이와 股弦和로부터 세 변 句$(=a)$, 股$(=b)$, 弦$(=c)$을 구하는 문제이다. 그는 방정식을 구하는 방법은 들지 않고 방정식의 근을 구하는 방법만 들고 있다. 이를 天元術로 풀면 다음과 같다.

$ab=\alpha$, $b+c=\beta$라 놓자. b를 천원1$(=x)$로 하면 $a=\alpha x^{-1}$, $c=\beta-x$이므로, $ax=\alpha$, $bx=x^2$, $cx=\beta x-x^2$이 된다. 따라서 $(ax)^2+(bx)^2=(cx)^2$을 이용하여 구하는 3차방정식 $2\beta x^3-\beta^2x^2+\alpha^2=0$을 얻어 이를 풀면 된다. 이 문항은 **借根方蒙求** 體類 第15問의 유형으로, $\alpha^2=(ab)^2=(c+b)(c-b)b^2=(c+b)(c+b-2b)b^2=\beta(\beta-2b)b^2$의 과정으로 **數理精蘊**에서 위의 방정식을 얻었다. 梅瑴成은 이 문제의 설명에 4차방정식을 얻어 이를 풀고 있다. 또 이 방정식을 隅, 上廉, 下廉, 實로 나타낸 것도 이상하고, 이에 대한 설명으로 $\alpha^2=(ab)^2=(c+b)(c-b)b^2$이므로 b에 관한 4차방정식이 얻어진다고 한 것도 이해할 수 없다.

李尙爀은 음수 지수를 나타내는 天元術로 접근하지 못하므로 바로 ax, bx, cx를 借根方으로 나타내어 위의 방정식을 얻고 있다. 위의 세 방법을 비교하면, 天元術이 가장 좋은 방법임을 쉽게 알 수 있다. 더욱이 四元術을 사용하는 경우 여러 요인을 나

타내는 식을 구성할 때 음수 지수를 포함하는 유리방정식으로 시작하여 다항방정식으로 변환하여 문제를 해결하고 있다. 梅瑴成도 顧應祥과 마찬가지로 四元術의 중요성을 인지하지 못하였다.

4. 結論

借根方蒙求를 통하여 李尙爀은 **數理精蘊** 전체에 대한 깊은 연구를 하였고, 또 이를 확장하여 **數理精蘊**의 여러 종류의 문제를 借根方이라는 다항식 표현 **방**법을 사용하여 모두 해결할 수 있다는 것을 보여 주었다. 다만 **數理精蘊**에 들어 있는 記號를 사용하지 않으므로 借根方으로 표현된 다항식의 성격을 나타내지 못한 것은 매우 아쉬운 일이다. 또, **赤水遺珍**과 같이 天元術의 장점을 제대로 사용하지 않으므로 借根方의 단점을 그대로 나타내었다. 그러나 구조적으로 다항식 이론으로 접근하여 방정식을 구성한 것은 현대수학의 방법으로 충분히 의미 있는 일이었다.

이 算書의 출판으로 19세기 중엽 조선 算學界에 그의 실력을 나타낼 수 있어서, 南秉吉과의 공동연구의 기틀이 마련되어 **算學正義**(1867)와 **翼算**까지 19세기 조선 산학에서 가장 뛰어난 업적을 얻어낼 수 있게 되었다.

赤水遺珍을 구해 준 성균관대학교 이상구 교수님께 깊은 감사의 뜻을 전합니다.

참고 문헌

1. 梅瑴成, *赤水遺珍*, 1759, 성균관대학교, 尊經閣.
2. *中國科學技術典籍通彙*, 數學卷 全五卷, 河南敎育出版社, 1993.
3. *中國歷代算學集成*, 上, 中, 下, 山東人民出版社, 1994.
4. *韓國科學技術史資料大系*, 數學編, 1卷 - 10卷, 驪江出版社, 1985.
5. 홍성사, 朝鮮 算學의 堆垜術, 한국수학사학회지 19(2006), No. 2, 1-24.
6. 홍성사, 홍영희, 朝鮮 算學者 李尙赫의 方程式論, 한국수학사학회지 17(2004), No. 1, 1-14.
7. 홍성사, 홍영희, 南秉吉의 方程式論, 한국수학사학회지 20(2007), No. 2, 1-18.
8. 홍성사, 홍영희, 朝鮮 算學과 四元玉鑑, 한국수학사학회지 20(2007), No. 1, 1-16.
9. 홍성사, 홍영희, 김창일, 18世紀 朝鮮의 句股術, 한국수학사학회지 20(2007), No. 4, 1-22.
10. 홍성사, 홍영희, 김창일, 19世紀 朝鮮의 句股術, 한국수학사학회지 21(2008), No. 2, 1-18.

Lee Sang Hyuk's ChaGeunBangMongGu and Shu li jing yun

Department of Mathematics, Sogang University **Sung Sa Hong**
Department of Mathematics, Sookmyung Women's University **Young Hee Hong**

In this paper, we investigate Lee Sang Hyuk(李尙爀, 1810～?)'s first mathematical work ChaGeunBangMongGu(借根方蒙求, 1854) and its relation with Shu li jing yun and Chi shui yi zhen. We then study an influence of western mathematics for establishing his study on algebra.

Key Words : Lee Sang Hyuk(李尙爀), ChaGeunBangMongGu(借根方蒙求), Shu li jing yun(數理精蘊), Chi shui yi zhen(赤水遺珍)

2000 Mathematics Subject Classification : 01A13, 01A55, 12-03, 12E12.

접수일 : 2008년 9월 2일 수정일 : 2008년 10월 13일 게재확정일 : 2008년 11월 7일