

[해설논문]

콘택트렌즈의 피팅조건에 따른 산소확산

김대수

서울산업대학교 안경광학과

투고일(2008년 7월 31일), 수정일(2008년 9월 1일), 게재확정일(2008년 9월 10일)

목적: 콘택트렌즈의 피팅에 따른 눈물 층의 두께, 렌즈의 Dk 값 및 두께 변화가 각막에 유입되는 산소확산에 미치는 영향을 고찰하였다. **방법:** 확산에 관한 Fick 법칙 및 연속법칙을 사용하여 액체(눈물)-CL-눈물 층을 통하여 각막으로 유입되는 산소 flux 및 각막 표면의 산소 분압을 계산할 수 있는 일련의 방정식을 세우고 이들 식에 의거하여 피팅에 따른 눈물 층의 두께, 렌즈의 Dk 및 두께 변화가 각막에 유입되는 산소 flux에 어떠한 영향을 미치는가를 예측하였다. **결과:** 본 모델을 사용하여 적절한 피팅 조건에 부합하고 또한 각막 표면의 산소 분압이 보장되는 렌즈의 Dk 및 두께를 결정할 수 있었다. **결론:** 대단히 높은 Dk 값을 지닌 렌즈라도 너무 flat 또는 tight하게 피팅된 경우 렌즈의 주변부와 각막 사이 눈물 층의 간격이 커짐으로 인하여 각막에 도달하는 산소 flux 및 각막표면의 산소 분압이 급격히 감소될 수 있다.

주제어: 농도, 확산, 확산계수, 분압(력), Dk , CL, 용해도, BC

서론

콘택트렌즈는 새로운 재질에 대한 개발 노력과 각막에 미치는 부단한 연구 결과 이제 많은 사람들이 불편을 느끼지 않고 사용할 수 있는 준생활필수품이 되었다. 하지만 아직까지도 간과할 수 없는 부작용이 존재하는데 이는 렌즈가 각막이라는 살아있는 인체 조직과 끊임없는 생화학적 반응을 일으키기 때문이다.

1. 생화학적 고찰

눈물이 대기 또는 혈관으로부터 산소를 공급받거나 간에 일단 눈물 속에 녹아 들어간 산소는 각막세포에 확산되어 Tricarboxylic acid cycle을 통해 포도당을 산화시켜 에너지를 발생한다. 또한 각막세포는 Hexose monophosphate shunt 또는 Sorbitol pathway를 통해 고에너지 함유 물질인 NADH를 생성하거나, 산소 사용 없이 포도당을 락트산으로 분해하여 소량의 에너지를 얻기도 하는데 이러한 과정들을 통해서 나온 에너지들로 각막 세포들은 분열, 대사, 성장 등을 할 수 있게 된다. 인체는 각막에서의 산소를 이용한 호기성 대사과정과 산소의 관여없는 혐기성 대사과정을 정교하게 조절하게 되어야하며 이러한 조절이 깨어지는 경우에는 눈에 이상 초래된다. 즉, 산소의 공급이 불충분하여 락트산이 생성되는 혐기성 대사과정

과도하게 일어나게 되면 각막에 락트산이 축적되게 되어 세포 외액을 산성화시켜 세포대사나 성장, 분열을 방해하여 상피가 얇아지거나 다른 생화학적 변화를 유발시키게 된다. 이렇게 각막으로의 충분한 산소 공급은 부작용 없는 콘택트렌즈 착용을 위해 가장 핵심적인 문제로 많은 연구자들에 의해 지속적으로 연구가 진행되고 있다. 그러나, 각막세포의 위치에 따라 산소의 공급 경로가 다르고, 각막의 산소 소모량에 대한 자료가 불충분하며 정확하게 상피, 간질, 내피에 존재하는 산소의 양을 측정하거나 추측하는 것이 쉽지 않을 뿐만 아니라 같은 각막 상피세포라도 렌즈와 접촉한 부위의 눈물의 순환정도 차이에 의해 확산 산소량에 차이가 있다는 점 등과 같이 밝혀져야 할 많은 연구과제들이 산재해 있다.

렌즈 착용 시 부작용의 가장 큰 원인은 산소 공급이다. 눈을 뜨고 있을 때 산소는 눈물에 녹아 155 mmHg의 분압을 유지하게 되고 이 산소들은 각막상피, 간질, 내피로 확산한다. 각막 상피는 주로 눈물로부터 산소를 공급받고, 혈관 근처 세포들은 혈관을 통해, 그리고 방수 부근 세포들은 방수에 녹아있는 산소를 확산에 의해 공급받는다. 이러한 산소분자들은 세포막의 이중 인지질 막으로 확산되어 지질 막의 다른 편액 수용액 상으로 용해되어 나온다. 산소 이동 방향은 세포 안/밖 존재하는 분자의 농도 차에 의해 결정되어 농도가 낮은 쪽으로 산소는 이동

한다. 이러한 수동적 확산은 어떤 분자라도 이중 인지질 막에 녹아 들어갈 수 있으면 세포막을 통과하여 세포 안과 밖의 농도상의 평형상태를 유지할 수 있는 비선택적 과정이다. 이 때 상대적으로 소수성이거나 크기가 작은 분자만이 이중 인지질 막을 통과할 수 있다. 다시 말해서 전하를 띤 Na^+ , K^+ , Cl^- 이온이나 포도당류 대형 분자는 세포막 통과가 어려운 반면 산소는 쉽게 세포막을 통과할 수 있다.

렌즈를 착용하지 않은 정상상태에서는 대기로부터 산소 공급없이 주로 눈물에 의해서만 산소를 공급받는 각막 상피세포라 하더라도 별 이상 없이 건강한 세포상태를 유지할 수 있다. 이 경우 수면 중과 같이 눈을 계속 감아 산소 분압이 55 mmHg로 떨어지더라도 약간의 상피 부종이 일어난다고 하지만 상피를 유지하는 데는 별 문제가 없다. 그러나 렌즈를 착용하는 경우는 산소 공급이 감소하게 되어 착용자는 불편함을 느끼게 되고 혹은 부작용까지 유발할 수 있다. 이것은 각막은 살아있는 조직으로 주변 환경에 의해 끊임없이 변하기 때문이다. 즉, 산소압이 낮은 고산 지대에 있을 때, 겨울철 온풍기가 있는 건조한 방에 있을 때, 심한 바람이 부는 날 야외에 있을 때 등과 같이 각막에 공급되는 산소의 압력이 미세하게 변화될 수 있고 눈물에 녹는 산소의 양에 변화도 있을 수 있다. 뿐만 아니라 신체 조직의 대사능력이 떨어지는 노인의 경우, 호르몬의 변화가 생기는 임신부, 질병을 앓고 있는 환자 등과 같이 각막세포 자체의 상태의 차이가 크기 때문에 렌즈와 산소와의 관계는 굉장히 복잡한 양상을 띠게 된다.

2. 피팅에 따른 산소공급

나안의 경우 약 5초 주기로 눈깜빡임이 이루어지고 눈물 층이 파괴되는데 걸리는 시간간격(BUT)은 대략 10 초 이상이므로 사실상 각막 표면은 눈물샘에서 분비(分泌)된 눈물 층이 점액 층의 작용으로 항상 젖어 있게 된다.

눈을 뜬 상태에서 각막에 대한 산소의 공급은 주로 대기 중에 있는 산소의 확산에 의해 이루어지는데 공기(질소, 산소 및 기타 기체의 혼합물)중에서 산소의 확산계수에 비해 액체(눈물) 내의 산소확산 계수는 상당히 낮기 때문에 Fig. 1에서와 같이 눈물 층 내 산소 농도에 분포가 발생하며 따라서 대기 중에서 각막으로 유입되는 단위 면적 및 시간당 통과 산소 양(flux), J [$\text{ml O}_2/\text{cm}^2\cdot\text{s}$]은 감소하게 된다. 마찬가지로 렌즈를 착용한 경우에는 눈물 층뿐만 아니라 렌즈 내부에서도 유한한 산소 확산 계수로 인해 산소농도에 분포가 발생하게 된다. 렌즈-각막 사이 눈물 층의 두께는 렌즈 피팅조건에 따라 변하는 요소로서 렌즈의 BC, 직경 및 각막 형상에 의해 결정되지만 각막 위 위치마다 다르다.

산소 flux는 확산계수와 농도기울기(gradient)의 곱에 비례하므로 산소의 확산계수가 높을수록 눈물 층 및 렌즈의 두께가 얇을수록 산소 투과에 대한 저항은 감소하게 되어 산소 flux는 증가할 수 있게 된다. 이 산소 flux가 각막이 그 표면에서 소모하는 량보다 적은 경우 산소가 각막 표면에 도달하는 즉시 소모되어 각막 표면의 산소 농도는 항상 0이 될 것이다. 사실상 각막 표면의 산소 농도가 각막 상피내 산소 농도보다 낮아지면 각막으로의 산소확산은 중지되므로 앞서 조건 즉 각막으로의 산소확산량(flux)은 항상 각막산소 소모량(flux)보다 커야 한다. 극단적으로 렌즈 재질의 Dk 값이 대단히 높아 렌즈 자체로는 산소 확산에 문제가 없다하더라도 렌즈에 병렬로 부착되는 눈물 층의 두께가 상대적으로 두꺼우면 전체적으로 산소 확산이 급격히 감소하여 각막으로의 산소 부족이 야기될 수도 있다.

눈물에 용해되는 산소의 농도는 대기의 산소 분압에 비례하므로 산소의 농도를 산소 분압(oxygen tension)으로 환산하여 표시한다. 일반적으로 나안 위의 눈물 층의 두께는 대략 5~10 μm 정도로 대단히 얇기 때문에 눈물 층 내의 산소 분압 감소는 무시할 수 있지만 렌즈를 착용한 경우 피팅에 따라서는 렌즈와 각막 사이에 형성되는 눈물 층의 간격이 상당히 크기 때문에 이러한 렌즈-각막 사이 눈물 층에 의해 산소 투과가 크게 영향을 받을 수 있다. 본 해설에서는 확산에 관한 Fick 법칙 및 연속법칙을 사용하여 액체(눈물)-렌즈-눈물 층을 통하여 각막으로 유입되는 산소 flux를 계산하는 일련의 방정식을 세우고 이들을 식에 의거하여 피팅에 따른 눈물 층의 두께, 렌즈의 Dk 값 및 두께 변화가 각막에 유입되는 산소 flux에 어떠한 영향을 미치는가를 설명하였다(앞서 발표한 김¹의 논문 및 저서에 기초 및 보충/보완).

3. 눈깜빡임에 의한 눈물의 펌핑에 따른 산소공급

각막위에 눈물층을 사이에 두고 부착되어 있는 콘택트 렌즈는 눈깜빡임에 의해 상하 또는 좌우로 움직이게 된다. 렌즈의 운동 또는 움직임의 원리에 대해서는 앞서 김³의 해설에 설명되어 있다. 렌즈가 상하/좌우로 움직이는 순간 렌즈 가장자리 눈물층의 간격에 변화가 발생한다. 이 경우 모세관으로 빨려 들어가는 눈물의 속도보다 간격변화의 속도가 월등히 빠르기 때문에 상하 또는 좌우 한쪽으로 -압력이 작용하여 빈 공간을 새로운 눈물이 채워지게 된다.

Fatt 및 Lin³은 이와 같은 눈물의 펌핑작용에 의해 렌즈 아래에 공급되는 산소량을 계산하였다. 그는 눈물의 혼합 효율(mixing efficiency) f 를 매 눈깜빡임당 눈물-렌즈 사이 채워지는 부피에 대한 눈물의 교체량의 비(ratio)로 정의하였다. f 값이 0.05보다 크면 펌핑작용에 의한 산소공급

은 산소압으로 환산하여 약 5~10 mmHg 되는 것으로 밝히고 있다. 콘택트렌즈 및 정지 상태의 눈물층으로 인해 대기로부터의 산소공급이 거의 없다고 해도 펌핑작용에 의한 5~10 mmHg 산소분압 상승은 최소한 저산소증에 의한 각막부종은 방지할 수 있는 것으로 보고 있다.

보통 형광점안액(fluorescence)의 농도변화로서 눈물 교체를 추정하는데 여러 사람들의 실험결과 하이드로젤 소프트렌즈는 순목 당 f 값이 0.006~0.012(0.6~1.2%)밖에 되지 않기 때문에 대기로부터 눈물공급이 충분하지 않으면 각막에 산소부족이 발생할 수 있을 것이다. 이에 비해 직경이 상대적으로 작은 RGP(하드)렌즈는 f 값이 0.1~0.2(10~20%)로 알려져 있어 눈물교체에 의한 산소공급 효과는 있는 것을 알 수 있다.

이 론

본 해설에 사용한 용어를 다음과 같이 정의한다.

- D : 물질(산소)의 확산계수로 단위는 cm^2/s
- k : 용해도로서 눈물의 단위부피(1 cm^3) 및 압력 당 (mmHg) 최대 용해되는 물질(산소)의 양으로 정의하며 단위는 $\text{ml O}_2/\text{cm}^3 \cdot \text{mmHg}$
- C : 물질(산소)의 농도로서 단위부피당(cm^3) 용해되어 있는 산소의 양으로 단위는 $\text{ml O}_2/\text{cm}^3$
- P : 기체(산소)의 분압으로 단위는 mmHg
- q : 단위시간(초, s) 및 cm^2 당 CL /각막 사이 눈물 층에 유입되는 산소량으로 단위는 $\text{ml O}_2/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$
- Q : 각막이 시간(s)당 소모하는 산소량 ($\text{ml O}_2 / \text{cm}^2 \cdot \text{s}$)으로 정의한다.
- CL : 콘택트렌즈

1. 산소의 용해

대기(atmosphere)의 산소는 헨리의 법칙에 따라 눈물에 용해된다. 헨리의 법칙: 수용액(생체 용액포함)에 용해되는 가스의 농도는 용해계수 k 와 가스 압력 P (용해되는 가스의 분압)의 곱에 비례한다. 대기압(1기압) 37°C에서 부피 1 cm^3 의 눈물에 용해되는 산소량은 0.009734 cm^3 이고 1 기압에서 산소의 분압은 대략 155 mmHg(torr)이므로 이 온도에서 k 는 식 (1)로 구해진다.

$$k = 0.024 \text{ ml O}_2/\text{cm}^3 \cdot 155 \text{ mmHg} = 1.64 \times 10^{-4} \text{ ml O}_2/\text{cm}^3 \cdot \text{mmHg} \quad (1)$$

산소 분압이 $P[\text{mmHg}]$ 인 경우 용해 산소 농도(단위 부피, cm^3 에 용해되는 산소부피) C 는 (2)와 같이 표현된다.

$$C = k P \text{ [ml O}_2/\text{cm}^3] \quad (2)$$

엄밀히 말해서 눈물에 용해되는 산소의 농도는 산소의 질량(g) 또는 mol의 단위로 표시하는 것이 합리적이다. 산소 1 mol(16 g)은 표준상태에서 22400 cm^3 이므로 이 관계식을 사용하면 산소농도를 질량단위로 변환시킬 수 있다.

기체(산소포함)는 온도가 감소할수록 용해도가 증가한다. 각막 위 눈물의 온도는 각막 표면보다는 낮아 발생하는 온도 강하는 산소확산을 고찰하는 측면에서는 큰 변수가 되지 않기 때문에 본 해설에서는 고려하지 않고 일정한 값으로 간주한다.

2. 산소의 확산모델

두께 및 직경(구경)이 일정한 콘택트렌즈를 착용했을 때 산소의 확산에 대한 방정식을 수립하기 위하여 편의상 Fig. 1에서와 같이 각막-렌즈 사이 눈물 층을 영역 I, 렌즈를 II, 대기와 접하는 콘택트 위 눈물 층을 영역 III으로 정의하고, 이때 각 영역의 경계를 결정하는 좌표를 $x=L_1, L_2, L_3$ 으로 둔다. 이 경우 렌즈의 직경 및 곡률반경에 비해 렌즈의 두께 및 눈물 층의 간격은 월등히 작기 때문에 산소의 확산은 자유도가 1인 x 방향으로만 의존도가 있는 것으로 가정할 수 있다.

이제 대기 중의 산소는 III→II→I 경로로 각막으로 이동하여 각막표면에서 소모된다. 단위시간(초, s) 및 cm^2 당 확산 이동하는 산소의 양(flux), 즉 확산율 J 는 식 (1)과 같이 산소의 농도 기울기 및 확산계수에 비례한다.

$$J = -D \frac{dC}{dx} \quad (3)$$

D 및 산소 용해계수 k 는 온도에 따라 변하는 양이지만 렌즈 및 눈물은 체온으로부터 그다지 크게 변하지 않기 때문에 상수로 가정한다. 또한 k 는 위치에 따른 변화가 없기 때문에 J 는 식 (2)를 (3)에 대입하면 식 (4)와 같이 산소분압 P 의 함수로 표현된다. 다시 말해서 산소가 눈물에 녹는 양은 산소의 분압에 비례하기 때문에 산소확산율은 Dk 및 분압 기울기(dP/dx)에 비례한다.

$$J = -D \frac{d}{dx} k P = -Dk \frac{dP}{dx} \quad (4)$$

Fig. 1에 사선으로 표시한 CL 및 눈물 내 임의 위치에 두께 dx , 면적 S 의 대단히 얇은 가상적인 판(control volume)을 구상한다. 산소농도 또는 분압은 대기 중에서 각막으로 들어갈수록 점점 감소한다. 이 경우 바깥 눈물층(III)의 두께는 5~10 μm (0.005 mm) 정도로 너무 얇아 산소농도의 강하는 사실상 없기 때문에 산소확산 시스템은 I, II로 국한한다. 즉 영역 III은 없는 것으로 간주한다.

각 영역 내 위치 x 에서 단위 면적 당 들어오는 산소

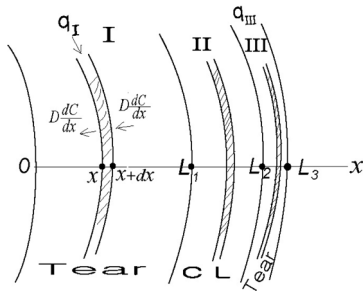


Fig. 1. Configuration of the outer, inner tear layer and CL inbetween.

flux와 나가는 flux가 동일하지 않다면 그 차이만큼 그 위치에서 산소가 소모되거나 또는 발생할 것이다. 단위시간, 부피당 눈깜빡임에 따른 새로운 눈물의 유입량(q)를 산소 발생원(source)으로 보고 이것을 식으로 표현하면 식 (5)와 같다. 이제 판의 두께를 거의 0로 가져가면 임의의 위치에서 순(net)입/출력 산소 확산율을 (5)~(7)으로 표현할 수 있다.

$$S\left(D\frac{dC}{dx}\Big|_{x+dx} - D\frac{dC}{dx}\Big|_x\right) = Sqdx \tag{5}$$

$$\lim_{dx \rightarrow 0} \frac{\left(D\frac{dC}{dx}\Big|_{x+dx} - D\frac{dC}{dx}\Big|_x\right)}{dx} = q \tag{6}$$

$$\frac{d}{dx}\left(D\frac{dC}{dx}\right) = q \tag{7}$$

식 (7)의 해로부터 x 에서 산소농도 또는 분압은 (8)과 같이 2차 방정식으로 구하여진다.

$$C = kP = \frac{q}{2D}x^2 + c_2x + c_3 \tag{8}$$

여기서 상수 q, c_2, c_3 은 영역의 경계면에서의 조건에 의하여 결정되며 4절에서 논하기로 한다.

주목할 사항으로서 이러한 산소확산은 눈물 또는 렌즈 내 세균 등이 산소를 소모하는 생화학 반응이 존재하지 않는 경우로 한정하였다. 다시 말해서 산소의 이동은 외부(대기)에서 들어온 양 만큼 그대로 나간다는 의미다. 이 경우 산소 농도는 위치에 따라 변하고 시간에 대해서는 불변이다. 즉 식 (8)과 같이 산소농도(압력)은 오직 위치 x 에 만 의존한다. 그러나 만일 눈물 내에 시간이 지날수록 급격하게 그 수가 증가하는 세균에 의한 생화학 반응 등이 있는 경우 산소농도 변화는 식 (9)로 표현이 가능하다. 이러한 시간 의존성은 본 해설의 범위 밖이다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{d}{dx}\left(D\frac{dC}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(Dk\frac{dP}{dx}\right) = f(t) \tag{9}$$

여기서 $f(t)$ 는 단위시간, 부피당 화학 반응에 따른 산소 농도 증가를 가리킨다.

먼저 대기로부터 산소 공급 외 새로운 눈물의 유입에 의한 산소공급(q)을 고려할 수 있는데 이는 주로 눈깜빡임에 따른 렌즈의 펌핑에 의한 것으로 간주할 수 있다.

3. 눈물 유입에 의한 산소유입(q 값의 추정)

눈물샘에서 분비되는 눈물은 각막을 일정한 두께로 도포하게 되는데 BUT 시간이 충분히 길어 각막을 코팅한 눈물양보다 눈물샘의 공급이 많으면 나머지 눈물은 저절로 흘러내리게 될 것이다. CL을 착용하는 경우 렌즈와 각막 사이 틈에 눈물이 채워지게 되는데 이러한 틈의 간격에 변화가 없는 한 눈물은 틈사이로 저절로 유입이 곤란하다. 왜냐하면 렌즈들레 간격이 균일하면 압력차가 발생하지 않기 때문이다. 이러한 현상에 대해서는 김⁴의 논문에 설명되어 있다. 서론에서 언급한 대로 눈깜빡임에 의해 렌즈가 움직이게 되면 눈물 틈의 간격에 변화가 생기는데 이 때 발생하는 압력차에 의해 눈물이 빈 틈을 채우거나 밀려나오게 된다. 이제 단위시간당, 부피당 눈물샘에서 분비된 눈물의 유입 q 에 의한 영향을 고찰하기로 한다.

매 눈깜빡임당 각막-CL 사이 눈물이 교체되는 양을 RGP 렌즈로 간주해 1%정도로 가정한다.

1분당 눈깜빡임 회수를 15회로 보면 1초당 눈깜빡임회수(f_b)는 식 (10)과 같이 0.25회이다.

$$f_b = \frac{15/\text{min}}{15\text{s}/\text{min}} = 0.25/\text{s} \tag{10}$$

직경 10 mm 및 BC 8 mm 정도의 CL과 각막 사이 채워진 눈물의 부피는 약 10 mm³(0.01 cm³)이다. 눈물의 산소 용해도는 (1)로부터 $k=1.64 \times 10^{-4}(\text{ml } O_2/\text{cm}^3 \cdot \text{mmHg})$ 이며 교체 유입 눈물의 산소분압 P 는 55 mmHg이기 때문에 유입 눈물의 산소농도(kP)는 (11)로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} kP &= \text{산소용해도} \times \text{산소분압} \\ &= (1.64 \times 10^{-4} \text{ ml } O_2/\text{cm}^3 \cdot \text{mmHg})(55 \text{ mmHg}) \\ &= 9 \times 10^{-3} (\text{ml } O_2/\text{cm}^3) \end{aligned} \tag{11}$$

1초당 유입 눈물량(V)은 렌즈 아래 눈물의 부피와 1초당 눈물의 교체 비율의 곱으로 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} V &= 0.01 \text{ cm}^3 \times 1\% / 100 \times 0.25/\text{s} \\ &= 2.5 \times 10^{-5} \text{ cm}^3/\text{s} \end{aligned} \tag{12}$$

이제 렌즈아래 눈물 층에 1초당 유입되는 산소량(Q_I)은 (11), (12)로부터 (13)과 같이 계산할 수 있다.

$$Q_I = V \times kP_{\text{눈물}}$$

$$\begin{aligned}
 &=(2.5 \times 10^{-5})(9 \times 10^{-3}) \\
 &=2.25 \times 10^{-7} \text{ ml } O_2/s
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

새로운 눈물에 의해 유입되는 산소량(Q)이 각막이 소모하는 산소량(Q)에 어느 정도 기여하는가에 대해 개략적으로 살펴본다. 단위 면적, 단위시간(1초)당 각막이 소모하는 산소량에 대해서는 여러 값이 제시되고 있지만 그 중 최대값을 선택하여 $1 \times 10^{-5} \text{ ml } O_2/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$ 로 추정한다.

BC 8, 직경 10 mm 렌즈의 면적은 대략 0.88 cm^2 로 계산된다. 이제 각막소모 산소량(Q)은 (14)와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}
 Q &=(0.88 \text{ cm}^2) \times (1 \times 10^{-5} \text{ ml } O_2/\text{cm}^2 \cdot \text{s}) \\
 &=8.8 \times 10^{-6} \text{ ml } O_2/s
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

눈물샘으로부터 유입되는 산소와 대기로부터 확산되는 산소량을 (15)와 같이 비교해보면 2.5%에 불과해 눈깜빡임에 의한 눈물 교체에 수반되는 산소확산은 각막의 산소소모에 별로 기여하지 못하는 것을 알 수 있다. 다시 말해서 각막은 거의 대부분 대기로부터 산소 공급을 받기 때문에 본 해설에서는 $q=0$ 로 간주하기로 한다.

$$Q_1/Q=0.025=2.5\%
 \tag{15}$$

4. 눈물 층의 최대 두께

착용 CL의 Dk 값이 대단히 높고, 두께가 대단히 얇은 경우 CL의 전후 면에서 산소 농도강하는 거의 없을 것이다(산소 농도에 차이가 거의 없음). 그러나 렌즈 아래 눈물 층의 두께가 상대적으로 두꺼우면 렌즈 안쪽면과 각막 사이에 산소농도 강하가 급격히 발생할 것이다. 따라서 대기로부터 산소가 어느 정도 확산해 들어가는 양을 계산하기 위해서는 눈물 층에서의 산소확산을 고려하지 않으면 안 된다. 이것은 마치 전기 회로에서 저항의 직렬연결과 유사하다. 눈물 층의 두께는 구면 렌즈인 경우 곡률반경 및 렌즈 위치에 따라 다르겠지만 두께의 최대값만이 문제가 될 것이다. 왜냐하면 두께가 얇아질수록 산소확산은 증가하기 때문이다. 다시 말해서 렌즈부착 각막 위치에서 눈물 두께가 가장 두꺼운 부분에서 산소공급이 충분하면 더 얇은 부분은 문제 될 것이 없다.

각막위에 부착된 구형의 CL과 각막이 형성하는 눈물층의 형상을 Fig. 2에 나타내었다. 각막커브는 비구면으로서 식 (16)과 같은 타원의 식으로 모사한 후 CL의 중심과 눈물 두께가 최대인 위치를 잇는 선분 R_{CL} (곡률반경)이 렌즈를 이루는 곡선(17) 및 각막 곡선(16)과의 만나는 점의 x 좌표를 각각 x_c, x_{CL} 이라 두면 최대 눈물 두께(δ)는 그림에서 알 수 있듯이 식 (18)로 표현할 수 있다. D는 렌즈직경의 대략 1/2에 해당하는 값을 가진다.

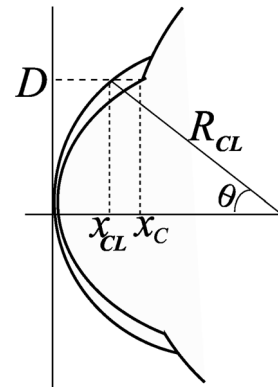


Fig. 2. Configuration of the spherical surface of CL and elliptical corneal surface.

$$y^2=2r_o x-p x^2
 \tag{16}$$

$$x^2+y^2=R_{CL}^2
 \tag{17}$$

$$\delta=(x_c-x_{CL})\cos\theta
 \tag{18}$$

여기서 r_o 는 각막정점 부근의 구면 곡률반경, p는 타원의 형태를 좌우하는 인자로서 대부분의 각막은 0.7~0.8 사이 값을 취하는 것으로 알려져 있다.

D값을 (16), (17)에 대입한 후 그 결과를 (18)에 적용하여 최대 두께 δ 를 (19)와 같이 구한다.

$$\begin{aligned}
 \delta &=(x_c-x_{CL})\cos\theta=(x_c-x_{CL})\frac{D}{R_{CL}} \\
 &=\left(\frac{r_o-\sqrt{r_o^2-pD^2}}{p}-R_{CL}+\sqrt{R_{CL}^2-D^2}\right)\frac{D}{R_{CL}}
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

5. 눈물 및 CL 내 산소 농도의 분포식

CL의 내부 및 CL 아래 눈물 층 내 임의의 위치에서 산소 농도는 식 (8)에 의해 결정된다. CL과 눈물 내에서 산소 확산계수가 다르므로 이 두 영역에서 산소농도 분포는 식 (20)과 (21)로 일반화 할 수 있다($q=0$ 대입).

$$C_{CL}=k P_{CL}=c_0+c_1x
 \tag{20}$$

$$C_{\text{눈물}}=k P_{\text{눈물}}=c_2x+c_3
 \tag{21}$$

$c_0 \sim c_3$ 는 상수로서 대기에 노출되어 있는 렌즈면, CL-눈물 경계면, 각막 표면에서 산소농도(분압) 또는 산소 flux의 연속정리와 같은 경계조건을 적용하여 구한다.

대기중의 산소는 CL을 통과하는 동안 그 농도는 계속 감소하게 되며 이어 각막-CL 사이 눈물층을 통과하는 동안 산소농도는 더 떨어져 최종적으로 각막에 도달하게 된다. CL 및 눈물층 두께가 증가할수록 농도강하는 증가하고 산소투과율은 감소한다. 이때 2 가지 경우 1), 2)를 고려할 수 있다. 1) Dk값이 낮거나 눈물 및 CL의 두께가 너무 두꺼워 산소확산율이 지나치게 낮아 산소는 각막표면

에 도달하자마자 소모되는 경우, 각막표면의 산소농도는 항상 0이다. 이때는 산소확산율은 Dk 에 비례한다. 2) Dk 값이 높거나 눈물 및 CL의 두께가 얇아 산소확산율이 매우 높아서 Dk 값이 계속 높아져도 각막으로 유입되는 산소량은 각막이 소모하는 양(Q) 이상 증가하지 않는다. 이 경우 Dk 증가는 각막 표면의 산소 농도 증가를 초래할 뿐이다. 이 두 가지 경우 각막면에서의 경계조건이 다르기 때문에 $c_0 \sim c_3$ 상수값이 다르게 결정된다.

1) 각막표면의 산소 농도는 항상 0

① CL의 표면; $x=L_2 (=L_3)$ (Fig. 1)

공기와 같은 혼합 기체 내에서 산소의 확산계수는 약 $0.2 \text{ cm}^2/\text{s}$, 눈물 내에서 산소의 확산 계수는 약 $3 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ 로 알려져 있다. 이것은 공기 중에서 산소의 이동은 눈물 속에서 보다 6000배 이상 빠르다는 의미이다. 따라서 공기 중의 산소가 렌즈 위의 눈물 면에 도달하는 데는 거의 저항이 없기 때문에 항상 일정한 값(1 기압 하에서 155 mmHg)을 가지는 것으로 가정할 수 있다. 이제 $x=L_2$ 에서 경계조건은 산소분압 $P_A (=155 \text{ mmHg})$ 를 (20)에 대입하여 (22)와 같이 정의한다.

$$C_{CL} = C_A = k P_A = c_0 + c_1 L_2 \quad (22)$$

② CL-눈물 경계면; $x=L_1$ (Fig. 1)

*농도의 연속: 이 위치에서 산소농도는 동일한 값을 취하기 때문에 (23)이 성립한다.

$$c_0 + c_1 L_1 = c_2 L_1 + c_3 \quad (23)$$

*확산율(flux) J 의 연속: 렌즈에서 눈물로 들어가는 산소량과 경계면에서 눈물 내부로 들어가는 산소량은 같아야 하기 때문에 (24)가 성립한다. 만약 그렇지 않다면 경계면에서 산소가 발생하거나 소멸될 것이다.

$$D_{CL} \frac{dC}{dx} \Big|_{L_1} = D_{\text{눈물}} \frac{dC}{dx} \Big|_{L_1} \quad (24)$$

③ 각막 표면; $x=0$ (Fig. 1)

각막으로 들어가는 산소량이 각막이 소모하는 산소량보다 부족하기 때문에 표면의 산소 농도는 0이다. (21)에서 $C_{\text{눈물}}=0$ 이므로 (25)가 성립한다.

$$c_3 = 0 \quad (25)$$

식 (22)~(25)를 (20), (21)에 적용하여 상수를 구하면 (26)~(29)로 얻어진다.

$$c_0 = \frac{(D_{CL} - D_{\text{눈물}})kP_A}{\left(D_{CL} + \frac{t_{CL}}{t_{\text{눈물}}} D_{\text{눈물}}\right)} \quad (26)$$

$$c_1 = \frac{kP_A}{\left(\frac{D_{CL}}{D_{\text{눈물}}} t_{\text{눈물}} + t_{CL}\right)} \quad (27)$$

$$c_2 = \frac{kP_A}{\left(t_{\text{눈물}} + \frac{D_{\text{눈물}}}{D_{CL}} t_{CL}\right)} \quad (28)$$

$$c_3 = 0 \quad (25)$$

여기서 $t_{CL} = L_2 - L_1$ (CL의 두께)

$t_{\text{눈물}} = L_1$ (눈물 층 두께)을 가리킨다.

2) 각막표면의 산소농도는 항상 >0

Dk 값이 높아지면 각막으로 들어가는 산소량은 점점 증가하지만 각막이 소모하는 산소량 Q 이상 될 수 없다. 만약 계속해서 산소가 각막으로 들어가면 각막 내부의 산소 농도가 계속 높아져 생리적 문제가 발생할 것이다. 각막이 소모하는 이상의 Dk 증가는 각막 표면의 산소 농도를 높이는데 사용된다. 이 경우 경계조건 ①, ②는 1)에서와 같고 ③만이 다르다.

③ 각막 표면; $x=0$

각막으로 유입되는 산소량은 대기에서 눈물을 통해 확산해 들어오는 량과 같아 (29)이 성립한다.

$$D_{\text{눈물}} \frac{dC}{dx} \Big|_{L_1} = D_{\text{눈물}} c_2 = Q \quad (29)$$

(22)~(25)를 (20), (21)에 적용하여 상수를 구하면 (30)~(33)로 얻어진다.

$$c_0 = kP_A \frac{L_2 Q}{D_{CL}} \quad (30)$$

$$c_1 = \frac{Q}{D_{CL}} \quad (31)$$

$$c_2 = \frac{Q}{D_{\text{눈물}}} \quad (32)$$

$$c_3 = kP_A \left(\frac{t_{CL}}{D_{CL}} + \frac{t_{\text{눈물}}}{D_{\text{눈물}}} \right) Q \quad (33)$$

여기서 t_{CL} , $t_{\text{눈물}}$ 은 각각 렌즈두께 및 눈물의 최대 두께를 가리킨다.

결과 및 고찰

1. 최대 눈물 층 두께

$BC=9$, 직경=13 mm의 CL 착용 시 눈물 두께를 구한다. 대부분의 각막은 $p=0.7$ 인 타원형으로 알려져 있으므로 이 값과 각막의 곡률반경 r_0 7.5 mm, D 6 mm(직경/2), R_{CL} 9

mm를 대입하여 정리하면 최대 눈물 두께는 (35)식에서 0.3 mm로 구해진다.

$$\delta = \left(\frac{7.5 - \sqrt{7.5^2 - (0.7)(6^2)}}{0.7} - 9 + \sqrt{9^2 - 6^2} \right) \frac{6}{9} = 0.3 \text{ mm} \quad (35)$$

렌즈의 BC를 약간 줄여 BC=8.5 mm, 직경=13 mm에 대한 눈물두께는 (36)과 같이 0.19 mm로 감소한다.

$$\delta = \left(\frac{7.5 - \sqrt{7.5^2 - (0.7)(6^2)}}{0.7} - 8.5 + \sqrt{8.5^2 - 6^2} \right) \frac{6}{8.5} = 0.19 \text{ mm} \quad (36)$$

최대 눈물 층 두께는 CL의 BC 및 직경이 증가할수록 따라서 증가하는 것을 알 수 있다.

2. 산소 농도분포

Dk 값 변화에 따른 산소농도 분포를 알아보기 위해 농도분포 식 (20), (21)에 상수 값을 적용하는 경우 우선 각막 표면에서 산소농도(c_3) 식 (33)에 제반 인자의 값을 대입하여 $c_3 > 0$ 이면 (30)~(33)를 적용하고 $c_3 < 0$ 이면 표면 농도가 -는 무의미하므로 $c_3 = 0$ 로 두고 (26)~(28)를 적용한다.

두께 0.1 mm인 렌즈에 대해 렌즈 아래 눈물층의 최대 두께가 0.15 mm인 조건에서 눈물 또는 CL 내부 임의의 위치 x 에서 산소 농도변화를 Dk 별로 Fig. 3에 도시하였다. Dk 값이 높아질수록 $x=0$ 즉 각막 표면의 산소 농도는 상승하는 것을 알 수 있다. Dk 값이 낮은 경우 즉 그림에서 80×10^{-11} 이하에서는 각막표면 산소 농도는 모두 0인 것을 알 수 있다.

Dk 증가에 따른 각막표면의 산소농도 c_3 값을 Fig. 4에 나타내었다. Dk 120×10^{-11} 까지는 각막표면의 산소농도(c_3)는 0으로 변화가 없다가, 이후 Dk 값의 증가에 따라 그 값이 증가하는 것이 보여진다. 이 경우 각막에 산소 부족이

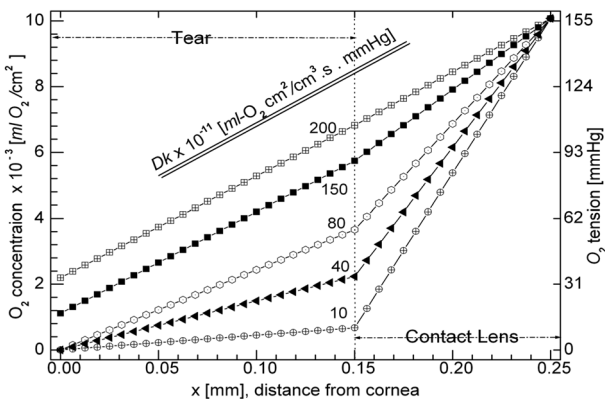


Fig. 3. The effect of Dk on the oxygen concentration profile from the corneal surface through the lacrimal layer to the outer surface of CL.

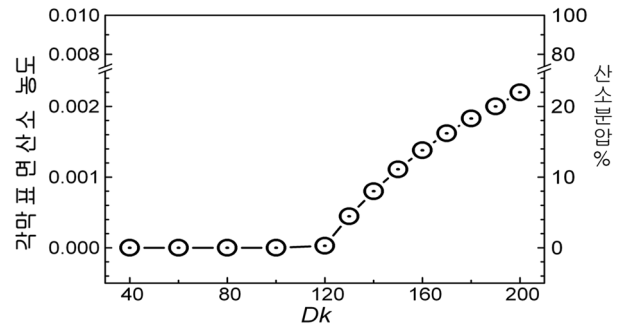


Fig. 4. Dependence of O_2 concentration at corneal surface on the Dk .

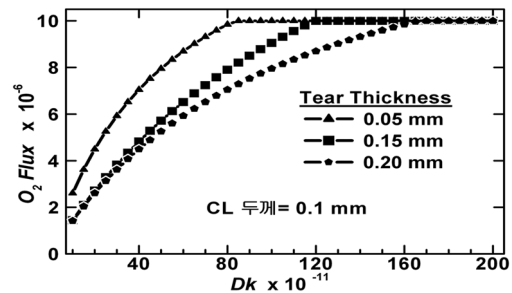


Fig. 5. The effect of tear thickness on the O_2 flux vs Dk .

없는 최소 Dk 값은 $120 \times 10^{-11} (\text{ml } O_2 \text{ cm}^2/\text{cm}^3 \cdot \text{mmHg} \cdot \text{s})$ 라고 할 수 있다.

3. Dk 변화에 따른 산소확산율(oxygen flux)

앞(1, 2)에서는 각막표면 및 CL 또는 눈물 내부에서의 산소농도에 대해 살펴보았다. 이제 실제로 각막으로 유입되는 단위시간, 면적당 산소확산량(flux)에 대해 고찰하기로 한다. 식 (29)의 계산 결과를 적용하여 눈물 두께 변화에 따른 Dk 값과 각막에 유입되는 산소확산율의 관계를 Fig. 5에 나타내었다. 눈물두께가 얇아질수록 산소확산이 포화상태에 이르는 임계 Dk 값이 낮아지며 또한 이 임계값 이상으로 Dk 값이 증가하여도 확산율은 변화가 없는 것을 알 수 있다. 또한 곡선의 접선 기울기는 Dk 가 증가할수록 작아지기 때문에 산소확산율(속도)은 Dk 가 증가할수록 감소(느려짐)하는 것으로 보여진다. 다시 말해서 Dk 의 임계값 이상에서는 각막이 소모하는 산소량만큼 대기로부터 산소가 확산해 들어가며 잉여 산소는 각막표면의 산소농도를 높이는데 사용된다는 것을 말한다.

4. 눈물층 두께 변화에 따른 산소확산(oxygen flux)

Dk 값 변화에 따른 각막유입 산소 확산율과 눈물층 두께의 관계를 Fig. 6에 나타내었다. Dk 값이 높아질수록 산소 확산율이 포화상태에 이르는 눈물 두께가 두꺼워진다. 또한 곡선의 접선 기울기의 절대값은 Dk 가 증가할수록 작아지기 때문에 산소확산율(속도)은 Dk 가 증가할수록 감소

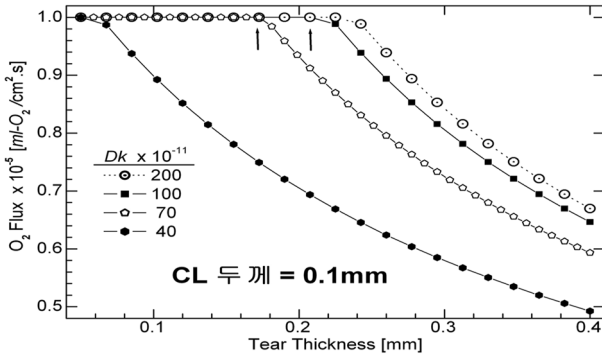


Fig. 6. The effect of Dk on the O_2 flux vs tear thickness under the CL.

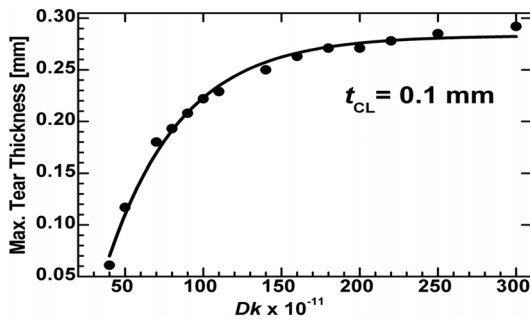


Fig. 7. Relation between maximum tear thickness allowed for fitting and Dk .

(느려짐)하는 것으로 보여진다. 이것은 주어진 Dk 의 렌즈 아래 눈물 층이 상당히 얇은 경우에는 눈물 두께가 조금만 얇아져도 눈물 두께가 두꺼울 때에 비해서 산소확산이 크게 증가할 수 있다는 것을 나타낸다. CL을 피팅할 때 이러한 사실을 고려하고 Dk 값을 선택하여야 할 것이다.

CL의 두께가 0.1 mm일 때 각막에 산소부족이 허용되지 않는 눈물층의 두께를 Dk 변화에 따라 Fig. 7에 나타내었다. Dk 가 낮은 경우에는 그 값이 약간만 증가하여도 허용 눈물층의 두께가 급격히 증가하나 Dk 값이 높아질수록 증가율이 둔화되어 어느 정도 Dk 이상에서는 Dk 값을 올려도 허용 눈물층 두께에는 변화가 없는 것을 알 수 있다. 극단적으로 Dk 값이 대단히 높은 경우는 CL에 의한 저항이 거의 없어 산소 확산면에서는 CL이 없는 것과 마찬가지로 되기 때문에 이 경우 산소확산은 눈물층의 두께에 의존하게 되어 산소부족이 없는 눈물층의 최대 두께는 일정한 값을 가질 수밖에 없다.

5. Dk 및 산소확산율의 계산 예제

1) 각막에 산소부족이 발생하지 않는 BC 8.8, 직경 13, 두께 0.1 mm 콘택트렌즈의 (a) 최소 Dk 값 (b) 각막표면의 산소농도 (c) 각막으로 들어가는 산소 확산율 J 를 구하라? (각막의 곡률반경=7.6 mm, $p=0.7$, $P_A=155$ mmHg, $Q=1 \times 10^{-5}$, $D_{\text{눈물}}=3.2 \times 10^{-5}$, $k=1.64 \times 10^{-4}$ 로 가정)

해: (a) 최대눈물 두께 $t_{\text{눈물}}$

$$t_{\text{눈물}} = \left(\frac{7.6 - \sqrt{7.6^2 - (0.7)(6^2)}}{0.7} - 8.8 + \sqrt{8.8^2 - 6^2} \right) \frac{6}{8.8}$$

$$= 0.23 \text{ mm} (=0.023 \text{ cm})$$

산소확산율(29)식의 값을 각막의 산소소모량 Q 로 두면

$$J = D_{\text{눈물}} \left. \frac{dC}{dx} \right|_{x=0} = c_2 D_{\text{눈물}} = Q \tag{37}$$

이 성립한다. c_2 값 (28)을 (37)에 대입 후 정리하면 CL의 Dk 값이 결정된다.

$$D_{CL}k = \frac{kt_{CL}}{\left(\frac{kP_A}{Q} - \frac{t_{\text{눈물}}}{D_{\text{눈물}}} \right)}$$

$$= \frac{(1.64 \times 10^{-4})(0.01)}{\left(\frac{(1.64 \times 10^{-4})(155)}{1 \times 10^{-5}} - \frac{0.023}{3.2 \times 10^{-5}} \right)}$$

$$= 89.9 \times 10^{-11} \text{ (ml } O_2 \text{ cm}^2 \text{ / cm}^3 \cdot \text{mmHg} \cdot \text{s)}$$

(b) 각막에 산소 부족이 없는 최소 Dk 일 때 각막 표면의 산소농도는 0이다.

(c) 들어오는 산소는 전부 소모되므로

$$J = Q = 1 \times 10^{-5} \text{ (ml } O_2 \text{ / cm}^2 \cdot \text{s)}$$

2) 문제 1)에서 Dk 를 300×10^{-11} 로 올리는 경우 각막표면의 산소농도 및 각막유입 산소 확산율은?

해: 각막표면의 산소농도는 (33)로부터 c_3 ; 만약 $c_3 < 0$ 이면 표면산소농도 $c_3 = 0$ (- 농도는 무의미)

$$c_3 = k P_A = \left(\frac{t_{CL}}{D_{CL}k/k} + \frac{t_{\text{눈물}}}{D_{\text{눈물}}} \right) Q$$

$$= (1.64 \times 10^{-6})(155) - \left(\frac{0.01}{300 \times 10^{-11} / 1.64 \times 10^{-4}} + \frac{0.023}{3.2 \times 10^{-5}} \right) (1 \times 10^{-5})$$

$$= 0.013 \text{ (ml } O_2 \text{ / cm}^3 \text{)} > 0$$

산소농도(c_3)가 +이므로 각막유입 산소확산율은 항상 Q ($=1 \times 10^{-5}$ ml O_2 / $\text{cm}^2 \cdot \text{s}$)이다.

3) $Dk=80 \times 10^{-11}$ 두께=0.12 mm CL 착용 시 a) 산소부족 없는가? 만약 부족하다면 각막표면의 산소 농도는? b) 각막으로 들어가는 산소확산율은? 눈물 두께=0.1 mm로 가정

해:a)

$$c_3 = (1.64 \times 10^{-4})(155) -$$

$$\left(\frac{0.012}{80 \times 10^{-11} / 1.64 \times 10^{-4}} + \frac{0.01}{3.2 \times 10^{-5}}\right) (1 \times 10^{-5})$$

$$= -2.3 \times 10^{-3} \text{ ml O}_2/\text{m}^3 < 0$$

산소농도(c_3)가 - 이므로 산소부족 따라서 각막표면의 산소농도(c_3)는 항상 0이다.

$$b) J = D_{\text{눈물}} \left. \frac{dC}{dx} \right|_{x=0} = c_2 D_{\text{눈물}}$$

$$J = \frac{D_{\text{눈물}} k P_A}{\left(t_{\text{눈물}} + \frac{D_{\text{눈물}}}{D_{CL}} t_{CL}\right)}$$

$$= \frac{(3.2 \times 10^{-5})(1.64 \times 10^{-4})(155)}{\left(0.01 + \frac{(3.2 \times 10^{-5})(0.012)}{80 \times 10^{-11} / 1.64 \times 10^{-4}}\right)}$$

$$= 9.16 \times 10^{-6} \text{ ml O}_2/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$$

$$\begin{aligned} \text{각막의 산소부족}(\%) &= (1 - J/Q) \times 100 \\ &= (1 - 9.16 \times 10^{-6} / 1 \times 10^{-5}) (100) = 8.4\% \end{aligned}$$

결론

1. 각막 유입 산소의 확산율은 CL의 Dk 보다 눈물 층 두께에 더 좌우된다. 그 이유는 CL은 Dk 값을 계속 증가시킬 수 있는 반면 눈물의 Dk 값은 일정 하기 때문이다. 따

라서 Dk 값이 대단히 높은 CL 도 눈물 두께에 따라 산소 부족 가능성 있다.

2. 눈물 층의 최대 두께는 CL의 BC 및 직경에 의존하므로 CL 선택 시 반드시 고려되어야 한다.

3. 산소 부족이 없는 Dk 값은 각막의 산소소모율 Q의 값에 따라 다르게 되므로 Q 값의 추정이 Dk 값 결정에 선행되어야 한다.

4. 너무 flat한 피팅은 각막 주변부와 CL 사이 눈물 층 간격이 너무 커짐으로 인해 산소 flux 및 각막표면의 산소 분압이 급격히 감소한다.

5. 너무 tight한 피팅은 각막 중심부와 CL 사이 눈물 층의 간격이 너무 커짐으로 인해 각막에 도달하는 산소 flux 및 각막 표면의 산소분압이 급격히 감소한다.

참고문헌

1. 김대수, 박미정, “콘택트렌즈의 산소투과에 대한 피팅의 영향”, 한국안광학회지, 8(2):1-11(2003).
2. 김대수, 박미정, “콘택트렌즈 물리”, 북스힐, 서울, 제 6장, (2007).
3. Fatt, I. and Lin, D., “Oxygen tension under a soft or hard gas-permeable contact lens in the presence of tear pumping”, Am. J. Optom. Physiol. Opt., 53(3):104-111(1976).
4. 김대수, “콘택트렌즈 운동의 기초”, 한국안광학회지, 13(1): 5-13(2008).

Oxygen Diffusion According to the Fitting Conditions of Contact Lens

Dae Soo Kim

Department of Visual Optics, Seoul National University of Technology
(Received July 31, 2008: Revised September 1, 2008: Accepted September 10, 2008)

Purpose: This review article was written to investigate how the various factors, such as lacrimal thickness, CL's thickness and Dk , affects the influx of O_2 diffusion into the cornea. **Methods:** A mathematical model was proposed to analyze the oxygen diffusion reaching the cornea through the tear layers and contact lens based on Fick's law and the principle of continuity of the diffusion flux through the each layers. **Results:** The model predicts how the parameters such as the thickness of tear layer on the cornea, both the Dk and thickness of contact lenses etc., affect the oxygen tension at cornea and oxygen flux entering the cornea. **Conclusions:** It is found that either too flat or too tightly fitted contact lenses can cause the oxygen deficiency at/inside the periphery of the cornea because of the reduction of oxygen flux resulted from too thickened tear layer.

Key words: concentration, diffusion, diffusion coefficient, partial pressure, Dk , CL, solubility, BC