

유한차분법을 이용한 깻밤의 동결시간 예측

이충호 김종훈

Prediction of Freezing Time for Peeled Chestnut using Finite Difference Method

C. H. Lee J. H. Kim

Abstract

In this study, the thermal properties of peeled chestnuts were measured, and the mathematical prediction model of freezing time was also developed for various interior positions from center to rind (surface).

The measured thermal properties were showed that heat conductivity is $0.43 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, specific heat is $2.7206 \text{ J/m}^3^\circ\text{C}$, latent heat is $216.9 \times 10^6 \text{ J/m}^3$ and freezing point is -2.8°C .

The entire process about reaching to the freezing time of peeled chestnuts was analyzed with its each regular depth position using the finite difference method (FDM) based on computer simulation.

In case of regular freezing temperature, it was showed an that surface (rind) position is more rapidly reached into the freezing point rather than the center position, and also reaching time to the freezing point is more fast at the lower freezing temperature.

Comparison results between simulation and experiments showed linear relationship.

In regularly varying condition for freezing temperature, this method would give an information to predict a freezing time of the interior points for peeled chestnuts and more similar agricultural products.

Keywords : Freezing time, Prediction simulation, FDM, Thermal characteristics, Peeled chestnuts

1. 서론

동결은 농산물이나 식품의 품질보존을 위한 보편적인 방법 중의 하나로서 온도를 저하시켜 조직 내의 자유수를 빙 결정화하여 미생물의 성장과 발효활성의 억제로 농산물이나 식품의 품질저하를 방지시키는 것이다(I. I. R., 1972). 따라서 농산물의 품질저하를 방지하고 동결공정을 최적화하기 위해서는 농산물의 동결시간 예측이 대단히 중요하다.

이러한 농산물이나 식품의 동결과정의 수학적 해석 방법으로는 대류열전달 및 잠열의 관계로부터 경험적으로 만들어진 Plank방정식으로 제안되고 있다(Cleland와 Earle, 1982; Pham,

1986). 상변화를 동반하는 열전달문제는 잠열 집중형 문제와 잠열 분산형 문제로 나눌 수 있다. 이러한 상변화와 잠열을 감안한 수학적 해석 방법으로는 Neumann이 유일한 해이며 (Saitoh, 1980), Neumann 해를 확장한 고액양상의 중간상을 고려한 Weiner해(Carlslaw와 Jaeger, 1959), 동결과정에서 고형분 분포를 고려한 Tien해(Tien과 Geiger, 1967) 등이 있다.

밤의 동결점, 비열, 열전도도 등 열물성치는 동결, 수송, 저장 및 가공공정의 설계에 필수적인 자료이다. 일반적으로 청과물 및 식품에 대한 동결점, 비열 등에 대한 열물성치는 대단히 많이 보고되고 있고(ASHRAE Handbook, 1989), 일부 식품에 관한 열전도도 및 열확산율이 보고되고 있으나(Kong,

The article was submitted for publication in October 2007, reviewed and approved for publication by the editorial board of KSAM in December 2007. The authors are Choong Ho Lee, Assit. Professor, KSAM member, Dept. of Manufacturing & Design Engineering, College of Engineering, Jeonju University, and Jong Hoon Kim, Senior Researcher, KSAM member, Korea Food Research Institute. Corresponding author: C. H. Lee, KSAM member, Assit. Professor, KSAM member, Dept. of Manufacturing & Design Engineering, Jeonju University, 1200 3 ga Hyoja-dong, Wansan-gu, Jeonju 560-759, Korea; E-mail: <leech@jj.ac.kr>.

1982; Singh, 1982) 밤에 대한 동결점, 비열, 열전도도 등 열물성치에 대한 보고가 거의 없는 실정이다.

따라서 본 연구는 깻 밤의 열물성치를 분석하고, 유한차분법을 이용한 깻 밤의 내부 깊이별 동결점에 도달하는 과정의 시뮬레이션을 통하여 깻 밤의 동결시간 예측모델을 개발하고자 수행되었다.

2. 재료 및 방법

가. 공시재료

시뮬레이션 프로그램의 검증에 위해 사용된 밤은 공주 밤 생산영농조합에서 생산된 은기품종으로서 0.02 mm의 PE필름에 넣어 0°C의 저온창고에 저장하여 사용하였다. 깻 밤 시료는 저장된 밤을 16°C의 예냉실에서 3시간이 지난 후 내외피를 박피하여 사용하였다.

나. 연구방법

1) 열적특성

측정시료의 동결 전후의 밀도는 부피에 대한 무게의 비로써 산정하였으며, 동결상태의 경우는 일정량의 시료를 비중병에 주입하여 처리온도 별로 약 24시간 동결시킨 후의 체적과 동결전의 중량으로 구하였다. 초기 빙결점은 베크만에 의해 열평형 온도대를 외삽하여 결정하였으며, 표면 열전달계수는 총괄 열전달계수의 산출을 위한 과도온도법(transient temperature method)를 적용하였다. 비열은 빙결점 이상의 온도에서는 Siebel 및 Kong(Kong, 1982)의 실험식에 의해, 빙결점 이하의 온도에서는 Yano 및 Kong(Kong, 1982)의 실험식으로 산정하였으며, 잠열은 Woolrich(Woolrich, 1967)의 실험식으로, 동결동안 제거되는 전열량은 시료의 초기온도와 최종 동결온도 사이의 전엔탈피(total enthalpy)차를 이용하여 산출하였다. 그리고, 열전도도를 추정하기 위해 열확산율을 측정하여 $k = a \cdot \rho \cdot Cp$ ($a =$ 열확산율(m^2/s), $\rho =$ 밀도(kg/m^3), $Cp =$ 비열($J/m^3 \cdot ^\circ C$))으로 산출하였다. 이를 위해 열확산율은 항온조에서 시간에 따른 온도변화를 연속 측정하여 커브피팅(curve fitting)을 이용하여 분석하였다.

2) 동결실험

깻 밤의 동결실험은 실제 깻 밤의 동결과정을 분석하여 깻 밤 동결과정의 수학적 해석 및 컴퓨터 시뮬레이션의 결과를 검증하기 위하여 수행되었다. 동결실험은 -5, -10, -15°C의 동결온도에서 60분간 밤 내부의 동결과정을 분석하였다. 동결시간에 따른 밤 내부의 온도는 시료 표면과 표면으로부터 3, 6,

9, 12 mm 위치에 열전대(thermocouple, K type) 온도센서를 삽입하여, 온도측정시스템(fluke, USA)을 이용하여 30초 간격으로 연속 측정하였다.

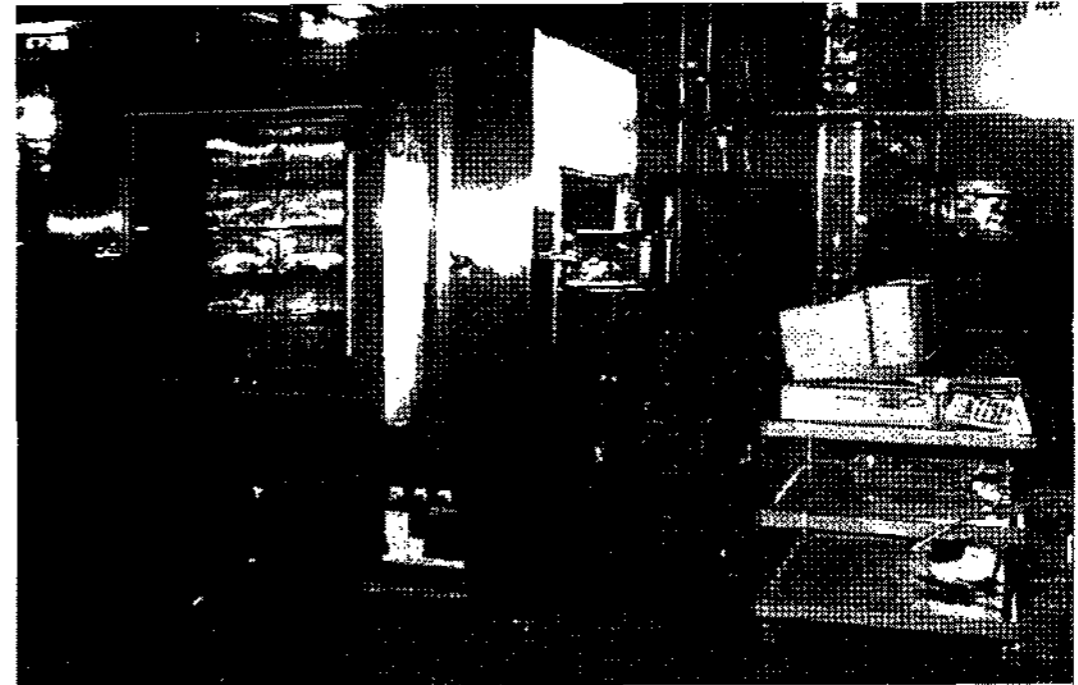


Fig. 1 Experimental device for freezing.

3. 결과 및 고찰

가. 수학적 모델 및 유한차분 해석

깻 밤의 냉동공정의 수학적 모델은 깻 밤의 열전달 특성을 전도 및 대류에 의한 열이동, 내부 온도구배 및 깻 밤의 물성값을 이용해 모델링을 수행하였으며, 수학적 모델링을 유도하는 공급냉각열원은 냉각된 일정한 온도의 공기이며 상변화는 짧은 시간에 이루어지고 내부의 상변화는 일정한 것으로 가정하여 수학적 모델을 적용 시뮬레이션 프로그램을 개발하였다. 깻 밤 냉동공정의 유한차분 해석은 깻 밤 냉동공정의 수학적 모델을 이용하여 양함수 유한차분법(explicit finite difference method)을 이용하여 수행하였다.

농산물의 대부분은 구형체로 이루어졌으며 밤에 대한 모델링도 구면체(sphere)로 가정하였고, 그림 2는 구면체의 절단면을 나타내고 있으며 내부의 온도구배가 반경의 깊이 방향에 따라 존재한다고 가정하였다.

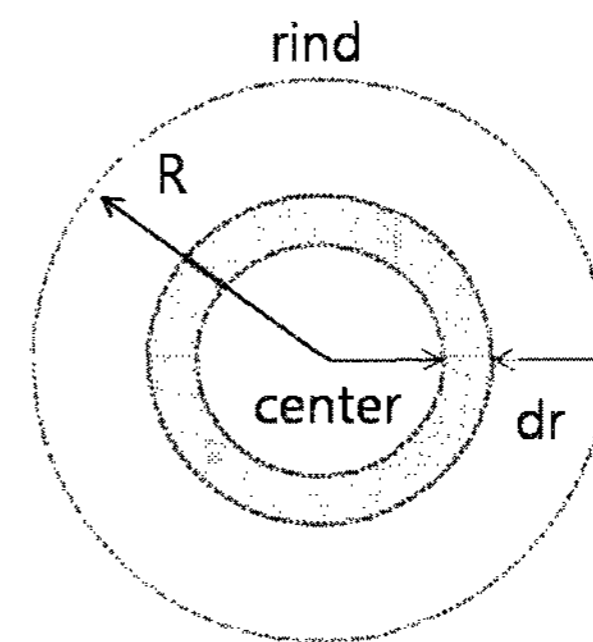


Fig. 2 Cross sectional area of sphere model.

단위시간당 필요한 열량 q_k 는 반경에 대한 온도함수는 식

(1)로 나타낼 수 있으며 k 는 열전도도, A 는 단면적, T 는 온도, r 은 반경을 나타낸다.

$$q_k = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dr} \quad (1)$$

단위면적당 열용량(heat flux) J_h 는 $\frac{q_k}{A}$ 이며 시스템의 열출입은 식 (2)와 같은 에너지 평형방정식으로 나타낸다.

$$\int_{t_n}^{t_n+\Delta t} (\text{단위 시간당 투입 에너지량} - \text{단위시간당 유출 에너지량}) dt = (t_n + \Delta t)\text{시간에서의 총 에너지량} - (t_n)\text{시간에서의 총 에너지량} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \int_{t_n}^{t_n+\Delta t} [4\pi r_j^2 J_h|_{r_j} - 4\pi (r_j + \Delta r)^2 J_h|_{r_j + \Delta r}] dt \\ &= \int_{r_j}^{r_j+\Delta r} \rho h(r, t_n + \Delta t) 4\pi r^2 dr - \int_{r_j}^{r_j+\Delta r} \rho h(r, t_n) 4\pi r^2 dr \\ &= 4\pi r^2 \int_{r_j}^{r_j+\Delta r} \rho [h(r, t_n + \Delta t) - h(r, t_n)] dr \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)의 좌항은 평균값(mean theorem)의 정리에 의해 다음과 같이 쓸 수 있으며 여기서 ρ (kg/m³)는 시료의 밀도를 의미한다.

$$\int_{t_n}^{t_n+\Delta t} [-4\pi \frac{\partial}{\partial r} (r^2 J_h)|_{r(1)} dr] dt = -4\pi \frac{\partial}{\partial r} (r^2 J_h)|_{r(2)} \Delta r \Delta t \quad (4)$$

식 (3)의 우항에서 $h(r, t_n + \Delta t) - h(r, t_n) = \frac{\partial h}{\partial t}|_{(2)} \cdot \Delta t$ 이므로 다음 식으로 같이 변경된다.

$$\begin{aligned} & \int_{r_j}^{r_j+\Delta r} \rho \Delta t \frac{\partial h}{\partial t}|_{t(2)} \cdot 4\pi r^2 dr = 4\pi \rho (r^2 \frac{\partial h}{\partial t})|_{t(2)}, \\ & r_{(3)} \Delta r \Delta t - 4\pi \frac{\partial}{\partial r} (r^2 J_h)|_{r(2)} \Delta r \Delta t = 4\pi \rho (r^2 \frac{\partial h}{\partial t})|_{t(2)}, \\ & r_{(3)} \Delta r \Delta t - \frac{\partial}{\partial r} (r^2 J_h) = \rho r^2 \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)에서 열용량은 푸리에법칙에 의해 $J_h = -k \frac{\partial T}{\partial r}$ 로, $\frac{\partial h}{\partial t}$ 는 체인법칙(chain rule)에 의해 정압비열 C_p 와 단위 시간당 온도변화비로 변경 된다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (6)$$

따라서, 구형체의 전도(conduction)에 의한 열전도방정식은 식 (7)과 같이 정의된다.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 k \frac{\partial T}{\partial r}) \quad (7)$$

식 (7)에서 열전도도 k 가 시료의 중심으로부터 반경 및 온도의 함수가 아닌 경우에는 식 (8)의 편미분방정식으로 대체되며 열확산계수(thermal diffusivity) α 를 $k/\rho \cdot C_p$ 로 나타내었다.

$$\frac{1}{k} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial T}{\partial r}) \quad (8)$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (9)$$

따라서, 단위시간당 온도의 변화를 나타내는 $\frac{\partial T}{\partial t}$ 로 대체하면 식 (10)과 같이 구형체에 대한 열전도 지배방정식을 산출하게 된다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha (\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r}) \quad (10)$$

식 (10)은 구형체 모델에 대한 열전도 지배방정식으로 반경 중심에서의 경계조건(boundary condition)을 식 (11)과 같이 정의한다.

$$\frac{\partial T}{\partial r}(0, t) = 0 \quad (11)$$

표면에 대해서는 온도가 일정한 경우는 $T(R, t) = T_f$ 로 쓸 수 있으며 T_f 는 외부 표면온도를 나타낼 수 있으며, 대류 경계 조건에 대해서는 식 (12)와 같이 정의된다.

$$-k \frac{\partial T}{\partial r}(R, t) = h_c \cdot (T(R, t) - T_f) \quad (12)$$

초기조건(initial condition)은 모델의 초기온도 T_0 를 기준으로 하여 중심점에서의 온도 $T(r, 0) = T_0$ 으로 정의되며, 표면 온도가 일정할 경우의 지배방정식의 해는 위의 초기 및 경계 조건을 이용하여 계산되며 식 (13)과 같이 온도변화율을 구할 수 있다.

$$\frac{T(r, t) - T_f}{T_0 - T_f} = \frac{2R}{\pi r} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \exp(-\frac{n^2 \pi^2 \alpha t}{R^2}) \sin(\frac{n\pi r}{R}) \quad (13)$$

표면이 대류(convection) 경계조건일 때의 해는 식 (14)와 같다.

$$\frac{T(r,t) - T_f}{T_0 - T_f} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin M_n - M_n \cos M_n}{M_n - \sin M_n \cos M_n} \cdot \exp\left(-\frac{M_n^2 \alpha t}{R^2}\right) \frac{\sin\left(M_n \frac{r}{R}\right)}{M_n \frac{r}{R}} \quad (14)$$

여기서, $\frac{M_n}{\tan M_n} = 1 - \frac{h_c R}{k}$ 이므로 만약 $r=0$ 이면 $\sin\left(M_n \cdot \frac{r}{R}\right) = \sin 0 = 0$ 이 된다.

그리고 중심점인 $r=0$ 인 지점에서의 해는 식 (15)와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{T - T_f}{T_0 - T_f} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin M_n - M_n \cos M_n}{M_n - \sin M_n \cos M_n} \cdot \exp\left(-\frac{M_n^2 k t}{C_p \rho R^2}\right) \quad (15)$$

식 (15)에서 T_0 는 초기온도, T_f 는 표면온도를 나타내며, 평균온도를 구하기 위해, 질량평균온도(mass averaged temperature) T_{av} 는 일반적인 열량식인 $Q = m \cdot C \cdot \Delta t$ 를 이용하여 구하게 되고, 구형체의 체적이 $\frac{4}{3}\pi R^3$, 표면적은 $4\pi R^2$ 이므로 공급열량은 식 (16)과 같다.

$$Q = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 C_p T_{av} \quad (16)$$

이 식을 반경중심인 $r=0$ 에서 표면인 $r=R$ 까지의 적분형태로 나타내면 식 (17)과 같이 나타낸다.

$$Q = \int_0^R \rho C_p 4\pi r^2 T(r) dr = 4\pi \rho C_p \int_0^R T(r) r^2 dr \quad (17)$$

따라서 질량평균온도 T_{av} 는 식 (18)로 대체될 수 있다.

$$T_{av} = \frac{3}{R^3} \int_0^R T(r) r^2 dr \quad (18)$$

질량평균값은 다양한 수치적분법을 이용할 수 있으며 본 연구에서는 심슨(simpson, 1992)의 수치적분방법을 사용하여 냉동공정 시뮬레이션에서 평균온도를 산출하였다.

해석노드점 i 는 그림 3과 같이 구형체의 중심점 1에서 시작해서 표면에 해당하는 $n+1$ 노드사이의 범위를 갖도록 n 등분하였으며 온도함수 $T(r_i, t_j)$ 에 대한 각 해석 노드점들에 대한 거리함수 r_i 와 시간함수 t_j 는 식 (19)에 나타냈다.

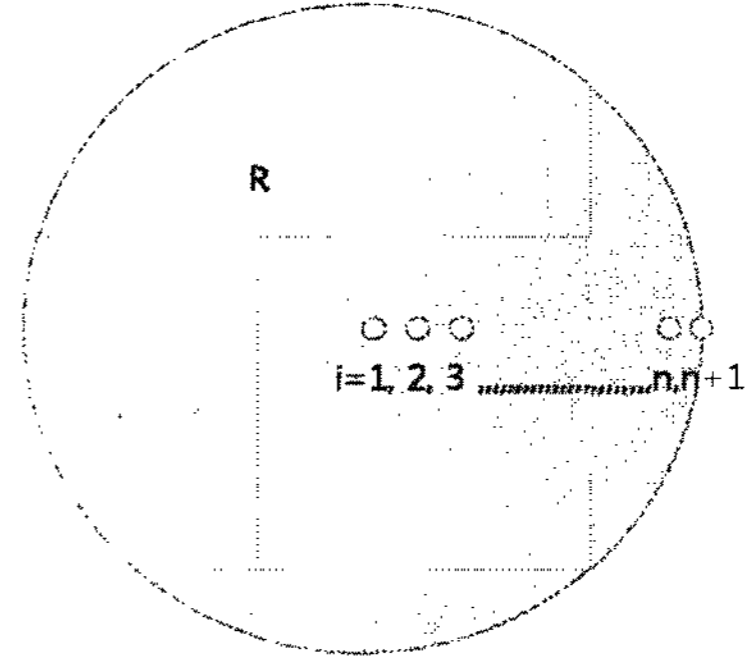


Fig. 3 A sector of inner node from 1 to $n+1$.

$$\begin{aligned} r_i &= (i-1)\Delta r \\ t_j &= (j-1)\Delta t \end{aligned} \quad (19)$$

식 (19)에서 Δr 과 Δt 는 각 해석 노드점사이의 단위거리 및 시간을 나타내며 i, j 는 각각 1에서 $n+1$ 까지의 범위를 가진다.

$T(r_i, t_j) = T_{i,j}$ 로 놓고 구형체에 대한 열전도 지배방정식을 임의 해석노드점(r_i, t_j)에서의 유한차분식으로 표시하면 컴퓨터 연산을 수행할 수 있고, 먼저 반경거리에 대한 온도변화식은 주어진 초기조건을 이용하기 위해 중앙차분법(central difference)에 의해 식 (20)과 같이 수정하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{i,j} &= \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2\Delta r}, \\ \frac{\partial T^2}{\partial r^2} \Big|_{i,j} &= \frac{T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}}{\Delta r^2} \end{aligned} \quad (20)$$

단위시간에 대한 온도변화는 식 (21)과 같이 전진차분법(forward difference)으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta t} \quad (21)$$

열전도 지배방정식인 식 (10)에 앞에서 산출한 각 차분식을 대입하여 정리한 단위시간에 대한 온도변화는 식 (22)와 같다.

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta t} = \alpha \left(\frac{T_{i-1,j} - 2T_{i,j} + T_{i+1,j}}{\Delta r^2} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2\Delta r} \right) \quad (22)$$

식 (22)를 $T_{i,j+1}$ 에 대해서 정리하고 식 (23)에서 해석노드점에서의 온도로 나타냈다.

$$T_{i,j+1} = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2} \left[\left(1 - \frac{1}{i-1}\right) T_{i-1,j} + \left(\frac{\Delta r^2}{\alpha \Delta t} - 2\right) T_{i,j} + \left(1 + \frac{1}{i-1}\right) T_{i+1,j} \right] \quad (23)$$

첫 번째와 마지막 해석 노드점은 경계 및 초기조건을 이용하여 산출되며 두 번째 해석 노드점 부터 유한차분에 의한 반복연산이 수행되므로 $i = 2, 3, 4 \dots n$ 사이의 값으로 대치되며 $i = 1$ 과 $i = n+1$ 은 초기 및 경계 조건식에 의해 구해진 상수항의 나타낸다.

$r = 0$ (또는, $i = 1$)인 중심점 해석노드에서는 다음과 같이 맥클로린급수(macclaurin's series)를 이용하여 식을 전개하여 식 (24)처럼 이용할 수 있다.

$$T'(r) = T^{(1)}(0) + rT^{(2)}(0) + \frac{1}{2}r^2T^{(3)}(0) + \dots$$

$$\approx T^{(1)}(0) + rT^{(2)}(0) \quad (24)$$

중심점에서는 $T'(0) = 0$ 으로 가정하면 $T^{(1)}(r) = rT^{(2)}(0)$ 이 된다.

따라서, $\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}$ 이 되므로 이를 식 (10)의 지배방정식에 대입하면 다음의 열전도 지배방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 3\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \quad (25)$$

식 (25)를 유한차분식으로 다시 표시하면 식 (26)과 같이 나타낼 수 있게 된다.

$$3\alpha \frac{T_{0,j} - 2T_{1,j} + T_{2,j}}{\Delta r^2} = \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta t} \quad (26)$$

식 (26)을 다음 차순의 해석노드점인 $T_{1,j+1}$ 에 대하여 정리하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$T_{i,j+1} = T_{1,j} + \frac{3\alpha \Delta t}{\Delta r^2} (T_{2,j} - 2T_{1,j} + T_{0,j}) \quad (27)$$

또한 $r = 0$ 에서 $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$ 으로 놓고 유한차분식으로 표시하면 식 (28)로 쓸 수 있다.

$$\frac{T_{2,j} - T_{0,j}}{2\Delta r} = 0 \quad (28)$$

여기서 $T_{0,j} = T_{2,j}$ 이므로 식 (28)은 다음의 식 (29)로 대치된다.

$$T_{1,j+1} = T_{1,j} + \frac{6\alpha \Delta t}{\Delta r^2} (T_{2,j} - T_{1,j}) \quad (29)$$

$r = R$ (또는, $i = n+1$)인 표면점에서 일정한 온도값을 갖는다고 가정하면 이때의 온도함수는 식 (30)으로 나타낸다.

$$T(R,t) = T_f(t) \quad (30)$$

여기서, $T_{n+1,j+1} = T_f$ 를 나타내며, 대류경계조건에서 열용량 J_h 를 이용하여 내부 해석노드점들에 대한 유한차분식의 형태로 표시하기 위해서는 $-k_s \frac{\partial T}{\partial r}|_{r=R} = h_c [T(R,t) - T_f]$ 과 같은 대류 열전달식을 이용하였으며 이를 $n+1$ 과 $J+1$ 항의 온도 식으로 정리하면 식 (32)를 얻을 수 있으며, 여기서 h_c 는 대류 열전달 계수($kJ/m^2 \cdot hr \cdot ^\circ C$)를 의미한다.

$$-k_s \frac{T_{n+1,j+1} - T_{n,j+1}}{\Delta r} = h_c (T_{n+1,j+1} - T_f) \quad (31)$$

$$T_{n+1,j+1} = \frac{1}{(1 + \frac{h_c \Delta r}{k_s})} \cdot (T_{n,j+1} + \frac{h_c \Delta r}{k_s} T_f) \quad (32)$$

위의 편미분식을 컴퓨터 시뮬레이션을 위해 유한차분 형태의 행렬식으로 변환할 수 있으며 중앙점, 중앙점과 표면점 노드점들, 그리고 표면점에서의 값으로 구분하여 식을 산출할 수 있다. 중앙점 $i = 1$ 에서의 노드온도 식 (33)과 같이 쓸 수 있다.

$$T_{i,j+1} = (1 - 6\mu) \cdot T_{1,j} + 6\mu \cdot T_{2,j} \quad (33)$$

식 (33)에서 μ 는 $\frac{\alpha \Delta t}{\Delta r \cdot \Delta r}$ 를 의미하며 중앙점과 표면점 사이의 내부 노드점 들의 온도는 식 (34)로 나타낸다.

$$T_{i,j+1} = (1 - \frac{1}{i-1})\mu T_{i-1,j} + (1 - 2\mu) T_{i,j} + (1 + \frac{1}{i-1})\mu T_{i+1,j} \quad (34)$$

표면에서의 노드온도는 식 (35)와 같으며 β 는 $\frac{h_c \Delta r}{k_s}$ 로 Nusselt 수를 나타낸다.

$$T_{n+1,j+1} = (\frac{1}{i+\beta}) [(1 - \frac{1}{n-1})\mu T_{n-1,j} + (1 - 2\mu) T_{n,j} + (1 + \frac{1}{n-1})\mu T_{n+1,j}] + \frac{\beta}{1+\beta} T_f \quad (35)$$

나. 유한차분법을 이용한 동결시간 예측

1) 시뮬레이션 프로그램

간밤의 냉동과정의 수학적 모델 및 유한차분 해석법을 이

용하여 시뮬레이션 프로그램을 개발하였다. 시뮬레이션 프로그램은 그림 5와 같이 마이크로소프트사의 Visual C++ 6.0 MFC(microsoft foundation class)를 이용한 윈도우 메뉴방식으로 개발되었다.

그림 5와 같이 프로그램은 열전도도, 비열, 대류 열전달계수 등 깻밤의 열적특성과 밀도를 시료의 고정변수 또는 임의 입력이 가능하도록 설정하였으며(본 연구의 경우 측정된 깻밤의 열적특성을 사용하였음), 동결온도, 시료의 초기온도, 시료의 직경 등을 시뮬레이션 입력변수로 사용하여 설정한 동결온도 구간에서 시간에 따른 내부 온도변화를 분석할 수 있도록 개발되었다.

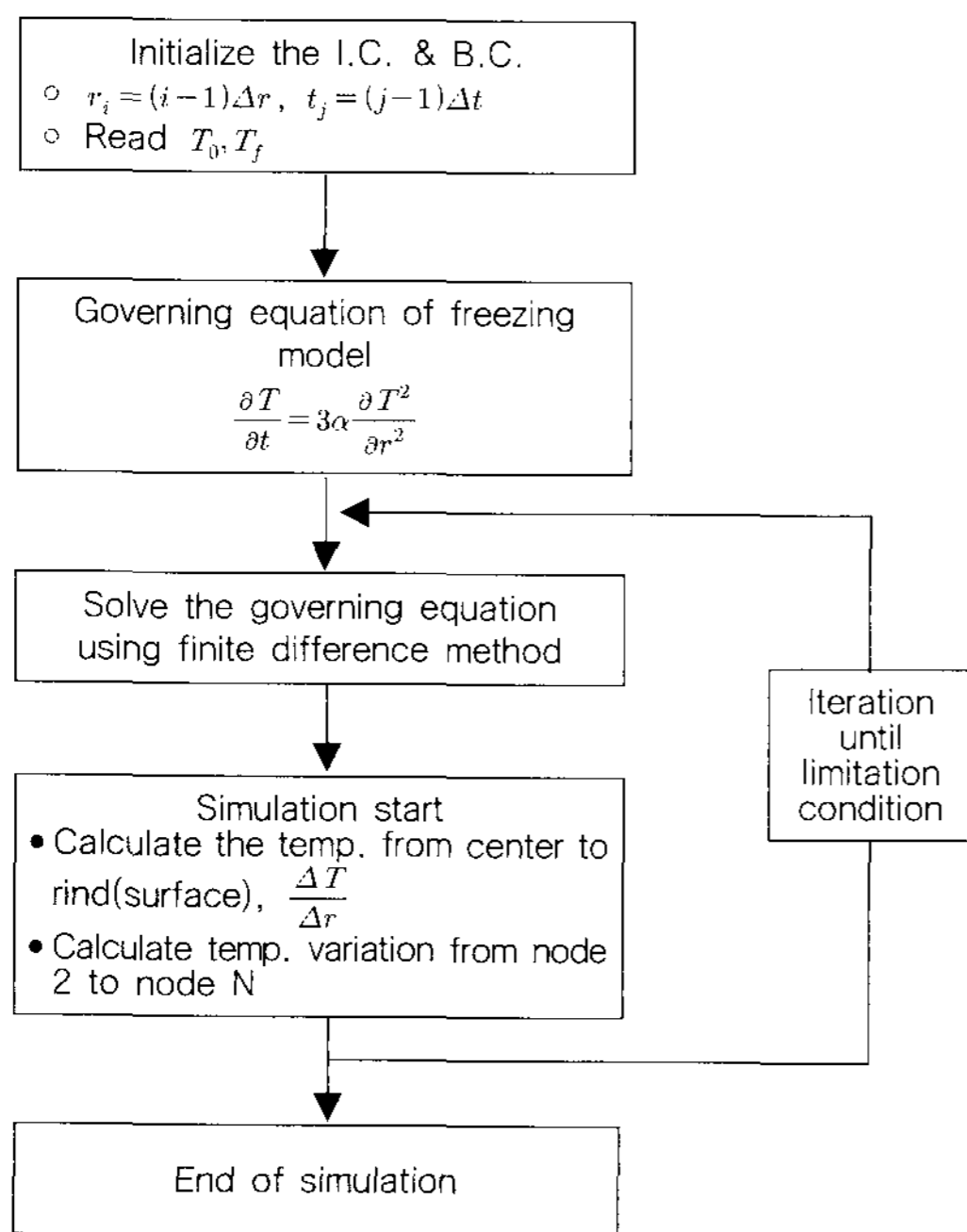
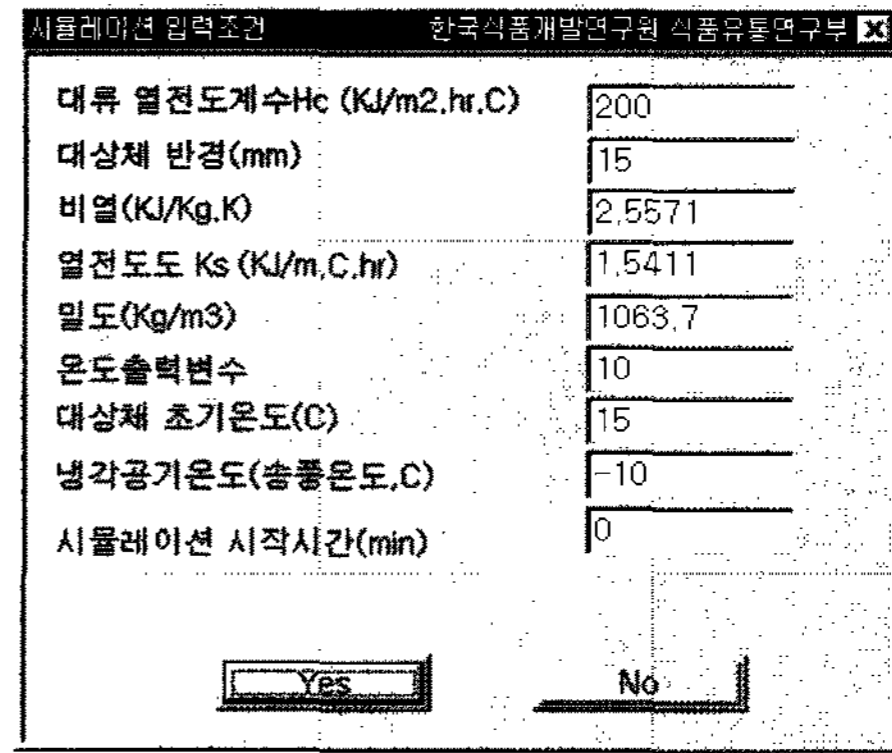


Fig. 4 Flowchart of developed software of freezing simulation by FDM.

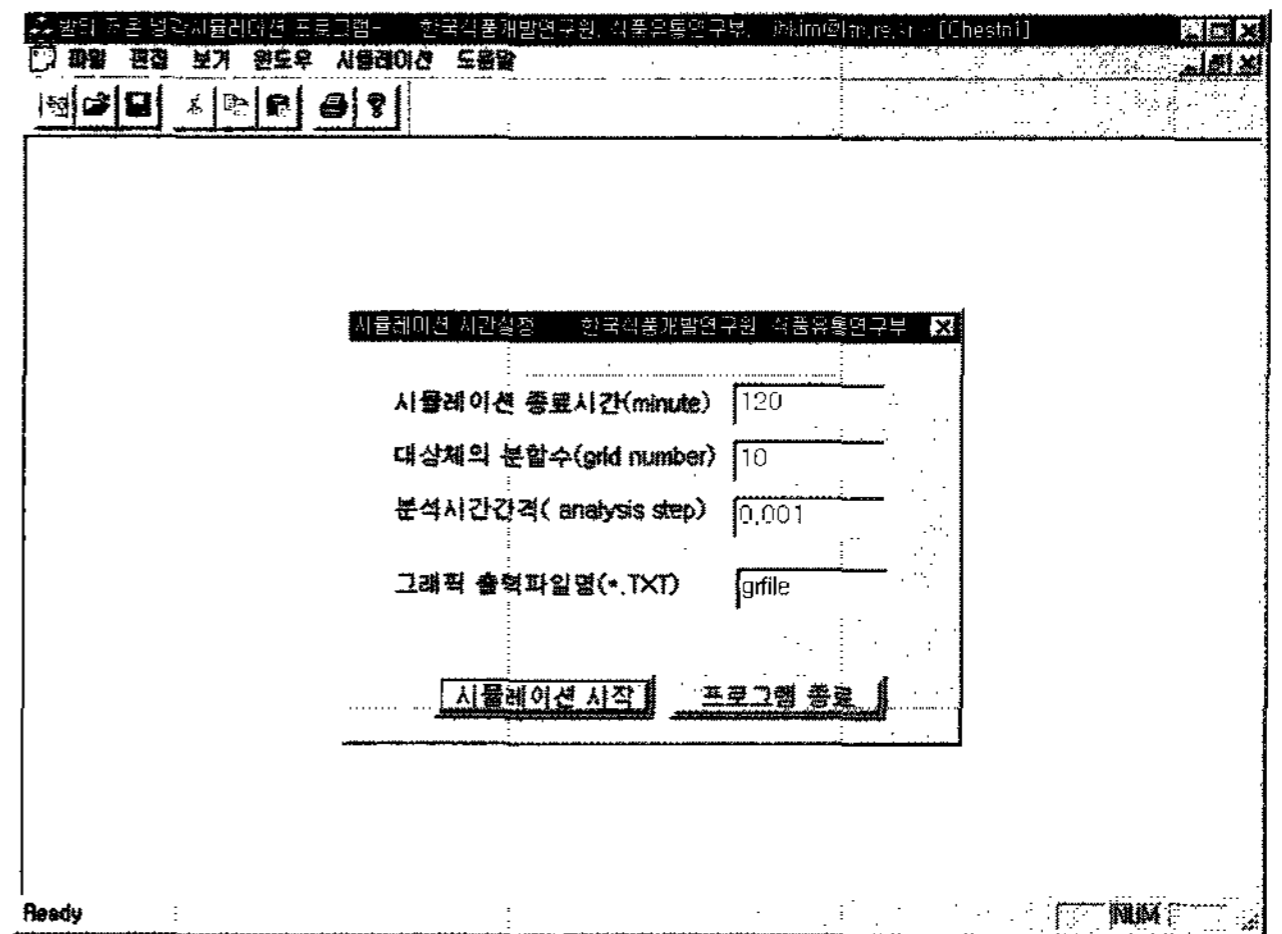
2) 동결과정 컴퓨터 시뮬레이션 결과

깻밤 내부 깊이에 따라 동결되는 과정을 해석하기 위하여 주어진 온도에서 밤 내부 깊이별 동결점에 이르는 과정을 시뮬레이션하였다. 동결온도가 일정할 때 밤 표면으로부터 깊이방향으로 동결점에 이르는 과정은 밤 중심에서부터 표면에 근접한 위치일수록 온도 하강속도가 빠르고 조기에 동결점에 도달하는 것으로 나타났다.

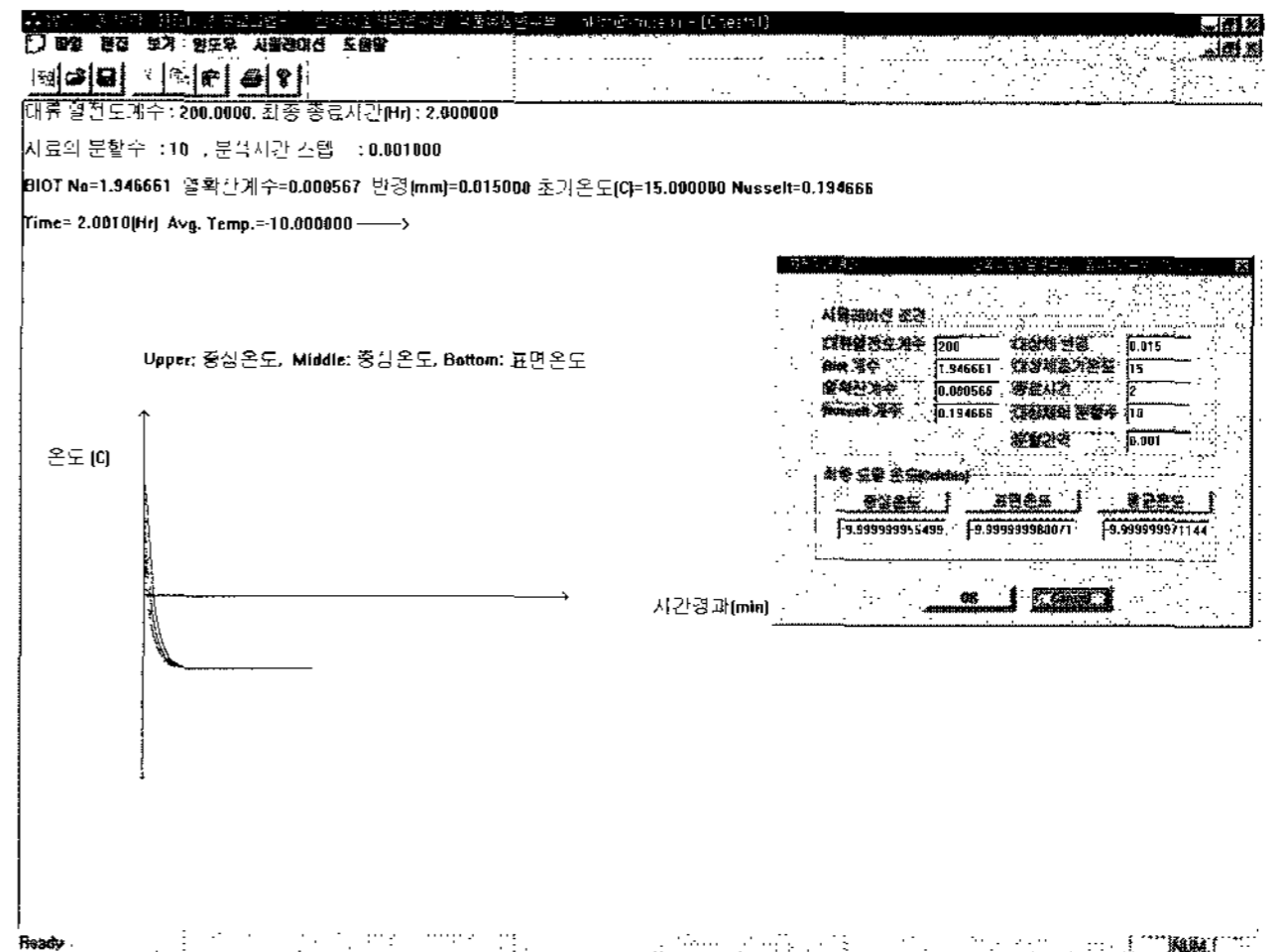
그림 6은 초기온도가 17°C인 깻밤이 영하 5°C에서 동결점에 도달하는 과정을 나타낸 것이다. 밤 시료 표면으로부터 3, 6, 9, 12 mm 지점에서 동결점에 이르는 과정을 보면, 동결시간 6분이 지난후의 밤 내부 깊이별 온도는 3 mm일 때 1.8°C, 6 mm일 때 3.4°C, 9 mm일 때 4.8°C, 12 mm일 때 5.7°C의



(a) Data input window 1



(b) Data input window 2



(c) Output window

Fig. 5 Developed FDM simulation software using microsoft foundation class library.

온도구배가 나타났다. 그리고 밤의 동결점에 이르는 시간은 표면으로부터 3 mm일 때 12분 36초, 6 mm일 때 13분 54초, 9 mm일 때 14분 48초, 12 mm일 때 15분 18초로 나타났다.

동결온도가 밤의 동결과정에 미치는 영향은 매우 중요한데 온도가 낮을수록 밤의 내부가 동결점에 이르는 시간이 빠르

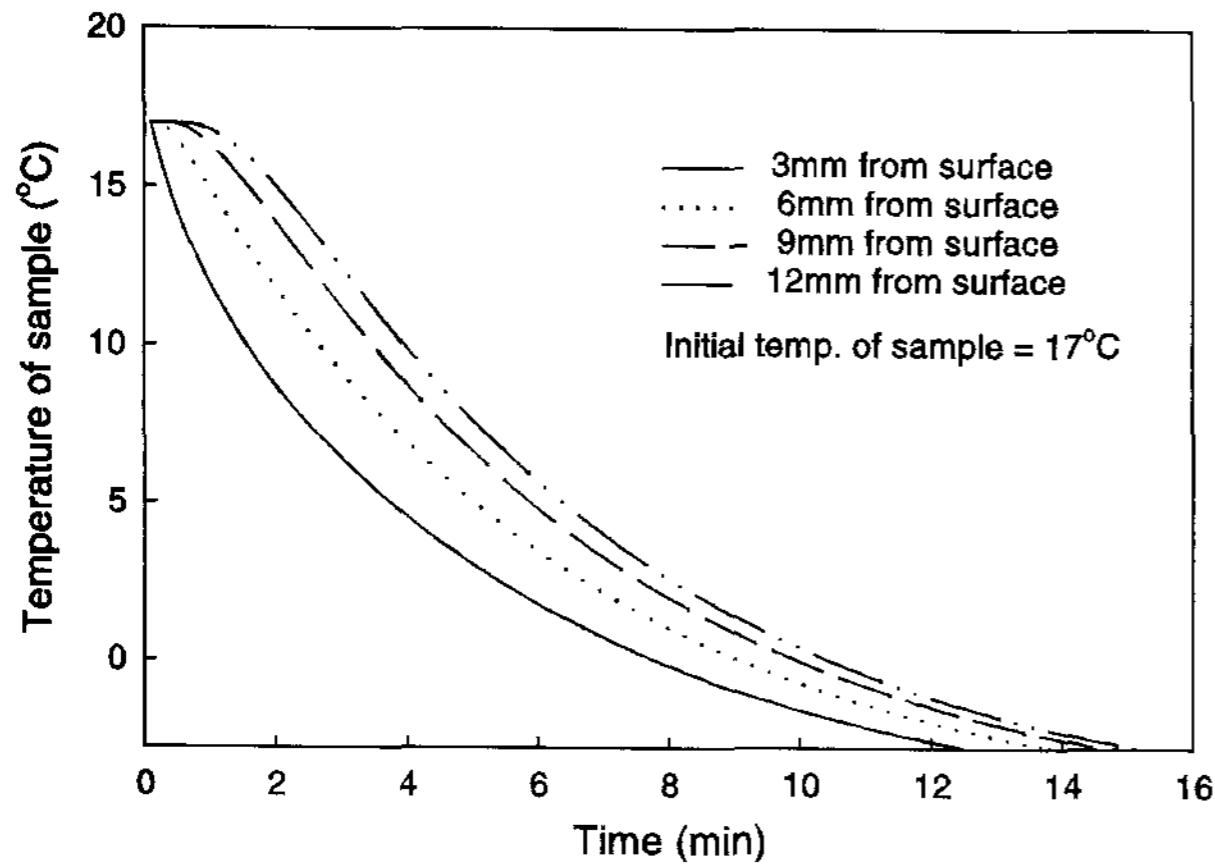


Fig. 6 Variation of freezing temperature from initial temperature at 17°C to -5°C for each depth from surfaces.

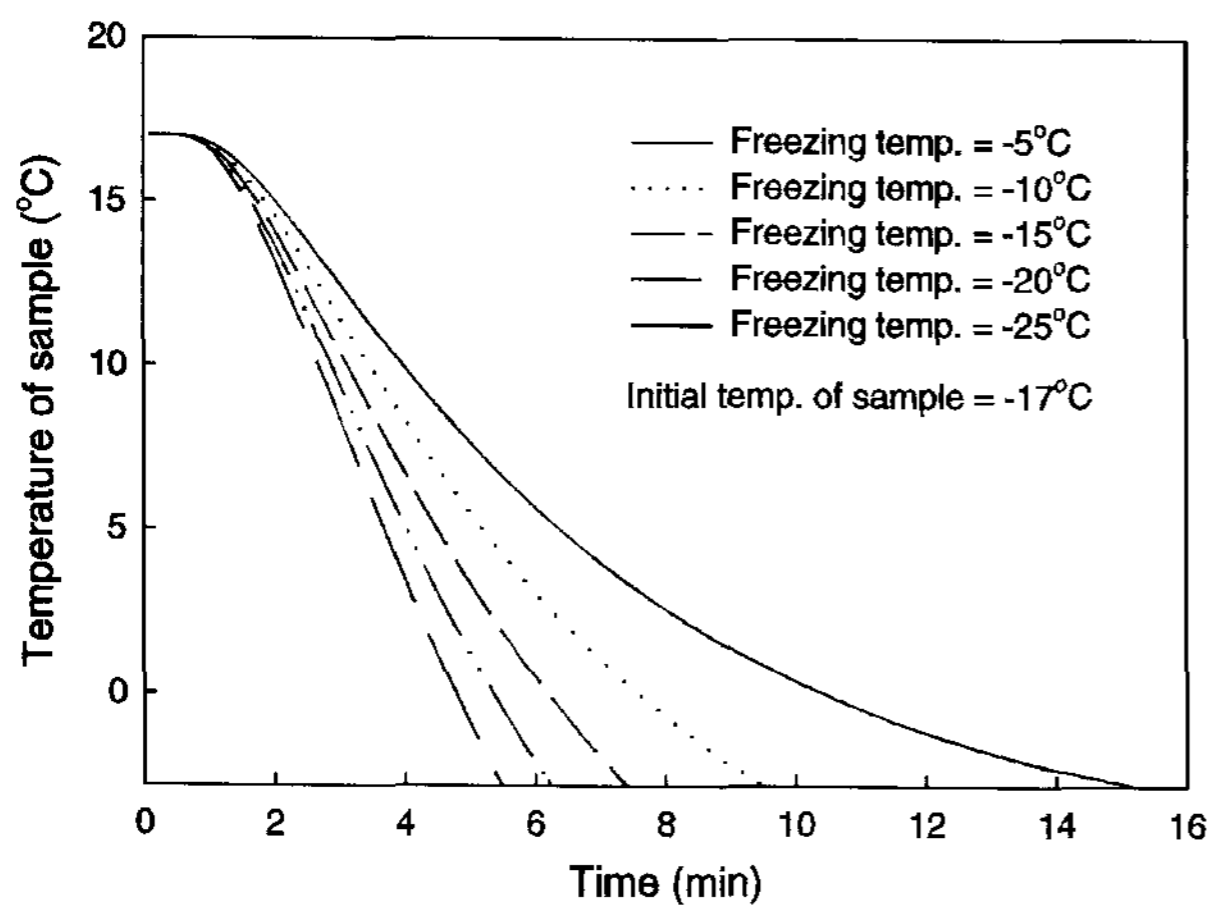


Fig. 7 Variation of freezing time for 5 conditions from initial temperature at 17°C.

게 나타난다. 그림 7은 동결온도가 낮을수록 동결점에 도달하는 그래프의 기울기가 커지는 것을 알 수 있으며, 시뮬레이션에 의한 동결점에 이르는 시간은 동결온도가 -5°C일 때 15분 18초, -10°C일 때 9분 30초, -15°C일 때 7분 27초, -20°C일 때 6분 18초, -25°C일 때 5분 30초로 나타났다.

표 1에는 시뮬레이션에 의한 간밤 표면으로부터의 내부 깊이별(3, 6, 9, 12 mm) 동결점에 도달하는 시간을 나타냈다.

다. 간밤의 열적특성

간밤이 동결점에 도달하는 과정을 해석하기 위한 간밤의 열 및 물리적 특성으로 열전도도, 비열, 잠열, 동결점, 밀도 등을 분석하였으며, 분석결과는 표 2와 같다.

라. 동결 검증실험

간 밤의 동결 검증실험은 열전대(thermocouple, K type) 온도센서를 이용하여 측정하였다. 동결온도가 일정한 경우

Table 1 The simulation results for freezing time.

Temp. of freezing (°C)	Initial temp. of sample (°C)	Depth from surface (mm)	Freezing time (min)
-5	18	3	12.9
		6	14.2
		9	15.0
		12	15.5
-10	20	3	7.5
		6	8.8
		9	9.6
		12	10.1
-15	21	3	5.5
		6	6.8
		9	7.6
		12	8.1
-20	19	3	3.9
		6	5.2
		9	6.1
		12	6.6

Table 2 Thermal properties of peeled chestnuts

Properties	Above freezing	Below freezing
Density (kg/m ³)	1063.7	1007.5
Thermal conductivity (W/m°C)	0.43	1.18
Specific heat (J/kg°C)	2.72×10 ⁶	1.32×10 ⁶
Latent heat (J/m ³)	216.9×10 ⁶	
Freezing point (°C)	-2.8	
Water content (%)	64.80	

밤 중심에서부터 표면에 근접한 위치일수록 온도가 떨어지는 속도가 빠르고 일찍 동결점에 도달하는 것으로 나타났으며, 또한 동결온도가 낮을수록 밤 내부가 동결점에 이르는 시간이 빠르게 나타났으며 이 결과는 앞에서 수행한 동결 시뮬레이션 결과와 일치하였다.

그림 8은 동결온도가 -5°C일 때 간 밤 내부의 위치별 동결점에 도달하는 동결실험 결과로 시뮬레이션 결과는 그림 9에 나타냈다. 그림 8에서 3, 6, 9, 12 mm 깊이별로 측정된 값과 각각의 회귀식에서, 동결시간 초기에서는 실험결과와 시뮬레이션 결과 값이 차이를 나타내고 있으나 동결점에 근접할수록 실험 결과와 시뮬레이션 결과가 일치하는 것을 알 수 있다. 시료의 초기온도는 위치별로 17~18.6°C를 나타냈으며, 동결점에 이르는 시간은 시뮬레이션 결과에서 밤 표면으로부터 3, 6, 9, 12 mm 위치에서 각각 12.7, 13.9, 14.6, 15.5분으로 나타났으며, 실증실험에서는 밤 표면으로부터 3, 6, 9, 12 mm 위치에서 각각 13.0, 14.0, 14.5, 15.0분으로 측정되었다.

그림 9는 시뮬레이션 결과와 검증실험 결과를 비교 분석한 것으로 시뮬레이션 결과와 검증실험 결과의 회귀분석에서 이

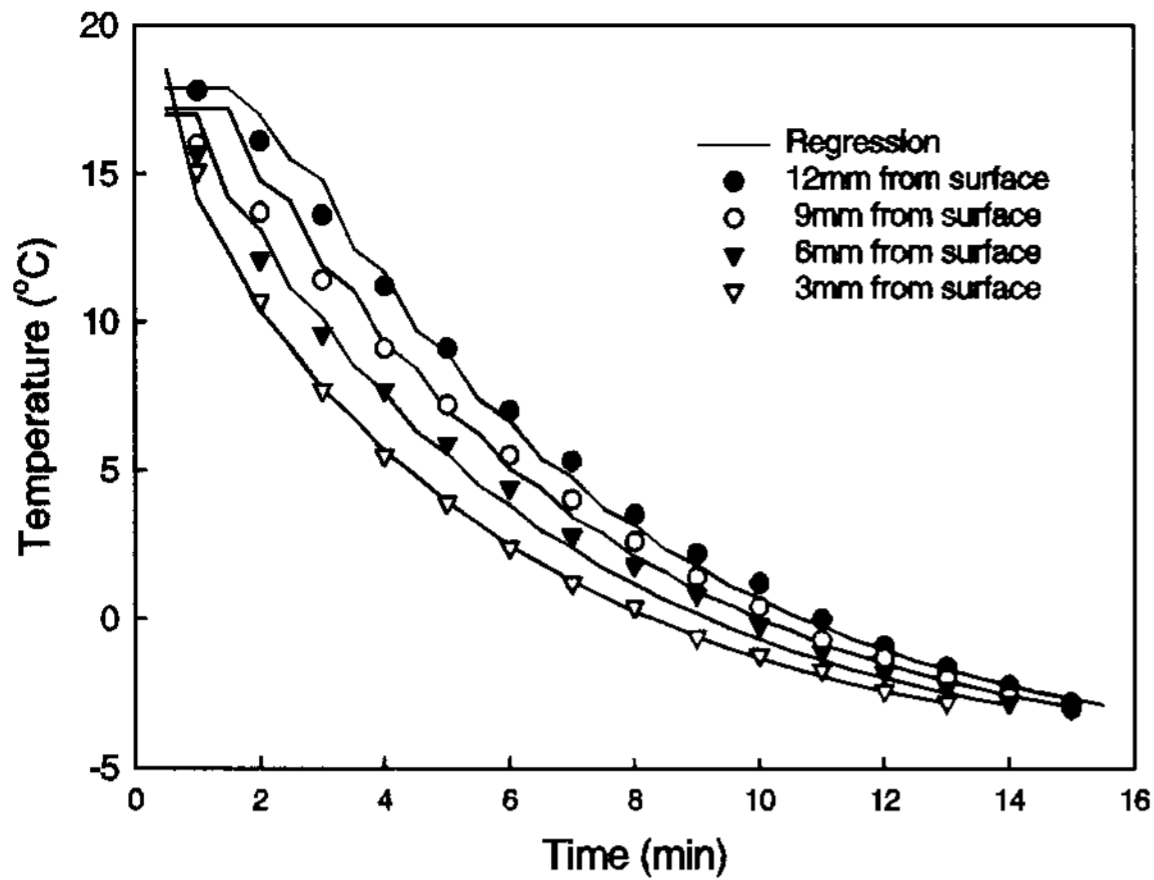


Fig. 8 Comparison of measured (symbols) and simulated regression (line) results.

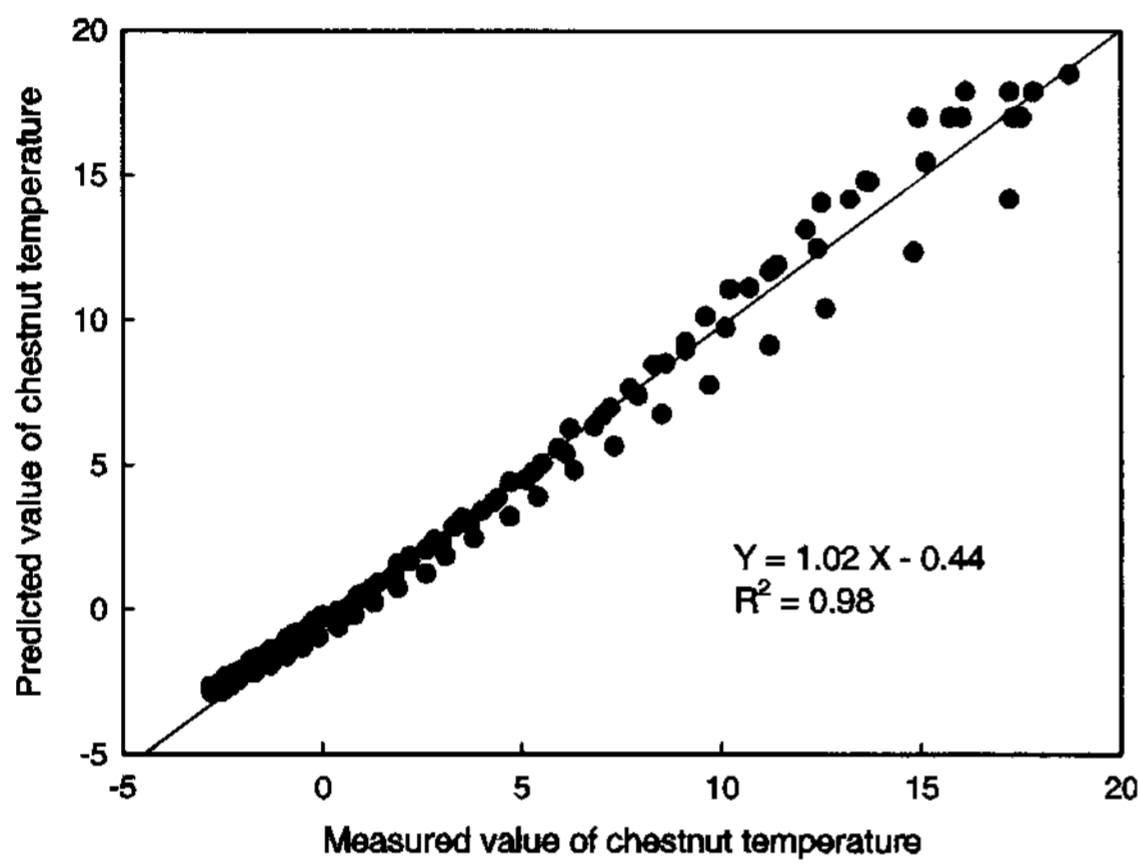


Fig. 9 Relationship between simulation and verification results (°C).

들은 선형적인 관계를 보여 주었으며, 이들의 결정계수(R^2)는 0.98로 높게 나타났다. 따라서 본 연구에서 개발한 간 밤 내부의 위치별 동결점에 도달하는 과정을 분석하는 시뮬레이션 모델은 간 밤의 동결공정 해석에 사용될 수 있을 것으로 판단되었다.

마. 동결시간 예측모델식

일정한 동결 온도에서 간밤 표면으로부터 중심점까지 내부 위치별로 동결점에 도달하는 시간을 예측하기 위한 방정식의 변수는 동결온도, 밤 시료의 초기온도 및 밤 표면으로부터의 깊이를 가지고 수행한 시뮬레이션 결과를 토대로 SAS 6.11 프로그램의 다중 회귀분석을 실시하여 산출하였다. 간밤의 동결시간 예측 방정식은 다음식과 같다.

$$Y = a + bX_1 + cX_2 + dX_3 + eX_1^2 \quad (36)$$

여기서, Y : 동결점 도달시간, min

X_1 : 동결온도, °C

X_2 : 시료의 초기온도, °C

X_3 : 시료의 표면으로부터 깊이, mm

a : 15.052, b : 1.417, c : 0.177, d : 0.293, e : 0.032

동결시간 예측 방정식의 회귀분석 결과에서 결정계수(R^2)는 0.98이고, 회귀방정식의 적합도를 나타내는 F값은 1440.1으로 나타나, 그 확률은 0.0001로서 통상적인 유의수준 0.05보다 훨씬 적으므로 동결시간 예측 방정식은 유의한 것으로 분석되었다.

4. 요약 및 결론

본 연구에서는 간 밤의 열물성치를 산출하여 시뮬레이션을 통한 간 밤의 내부 깊이별 동결점에 도달하는 과정의 수학적 모델링에 의한 시뮬레이션과 검증실험을 통하여 간 밤의 동결시간 예측모델식을 개발하였다.

본 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 간밤의 열적 특성으로 열전도도, 비열, 잠열, 동결점 등을 산출하였다. 간밤의 열적 특성 분석결과 열전도도는 $0.43 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, 비열은 $2.72 \times 10^6 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, 잠열은 $216.9 \times 10^6 \text{ J/m}^3$, 동결점은 -2.8°C 로 산출하였다.
- (2) 간밤의 동결시간을 예측하기 위하여 간 밤의 냉동과정의 수학적 모델 및 유한차분 해석법을 이용한 시뮬레이션을 통하여 주어진 동결온도에서의 밤 내부 깊이별 동결점에 이르는 과정을 분석하였으며, 컴퓨터 시뮬레이션의 결과를 검증하기 위하여 동결 검증실험을 수행하였다. 간 밤의 동결검증실험 결과에서 동결온도가 일정한 경우 밤 중심에서부터 표면에 근접한 위치일수록 온도가 떨어지는 속도가 빠르고 일찍 동결점에 도달하는 것으로 나타났으며, 또한 동결온도가 낮을수록 밤 내부가 동결점에 이르는 시간이 빠르게 나타났다. 이와 같은 결과는 시뮬레이션의 결과와 일치한다. 또한 시뮬레이션 결과와 검증실험 결과를 비교 분석한 결과, 이들은 선형적인 관계를 나타내고 있으며, 이들의 결정계수(R^2)는 0.98로 나타났다. 그러므로 본 연구에서 개발한 간 밤 내부의 위치별 동결점에 도달하는 과정을 분석하는 시뮬레이션 모델은 간 밤의 동결공정 예측에 사용될 수 있을 것으로 판단되었다.
- (3) 일정한 동결온도에서 간 밤 표면으로부터 중심점까지 내부 위치별로 동결점에 도달하는 시간을 예측할 수 있는 간밤의 동결시간 예측방정식을 통계적인 방법으로 산출하였다.

참고문헌

1. ASHRAE Handbook. 1989. Atlanta, American society of heating, refrigerating, and air-conditioning engineers Inc.
2. Calslaw, H. S. and J. C. Jaeger. 1959. Conduction of Heat in Solids, 2nd ed., Oxford univ. press. pp. 282-296.
3. Cleland, A. C. and R. L. Earle. 1982. Freezing time prediction for foods a simplified procedure. Int. journal of . refrig. 5(3): 134-140.
4. Curtis, F. G. and Patrick O. W. 1992. Applied Numerical Analysis. Addison wesley publishing company. pp. 293-297.
5. I. I. R. 1972. Recommendations for the Processing and Handling of Frozen Foods. 2th ed. pp. 18-56.
6. Kong, J. Y. 1982. Analysis and prediction of the effective thermal conductivities of meat. Journal of agric. biol. chem. 46(5):1235.
7. Pham, Q. T. 1986. Simplified equation for predicting the freezing time of foodstuffs. Journal of food tech. 21:209-219.
8. Saitoh, T. 1980. Recent developments of solution methods for the freezing problem, Int. journal of refrigerator 55(636):875-883.
9. Singh, R. P. 1982. Thermal diffusivity in food processing. Food Technology 36(2):87.
10. Tien, R. H. and G. E. Geiger. 1967. A heat transfer analysis of the solidification of a binary eutectic system. Trans. of ASME. Ser. C, 62(714):362-368.
11. Woolrich, W. R. 1967. The Men Who Created Cold: A History of Refrigeration, [1st ed.], Exposition Press. pp. 212.