

대학과목선 이수제의 미적분학 교육과정 개발 연구¹⁾

김 훈 (KAIST)

양 성 덕 (고려대학교)

이 동 원 (경북대학교)

한 인 기 (경상대학교)

본 연구에서는 미적분학 관련 대학교의 교과과정, 시도 교육청의 AP 시범운영의 내용, 해외 유사제도의 분석을 통해, 2학기 분량의 대학과목선 이수제의 미적분학 교과목인 미적분학 I, 미적분학 II의 교과내용을 개발하고, 이에 따르는 학습목표, 지도상의 유의점을 제시하였다.

1. 서 론

한국대학교육협의회(2008)에 의하면, 대학과목선 이수제(University-level Program)는 우수한 고등학생들이 대학 수준의 과목을 학습하고, 그 결과를 대학입학 후에 대학 학점으로 인정받을 수 있게 하는 제도로, 우수한 고등학생들에게 대학 수준의 심화과목을 학습할 수 있는 기회를 제공하여 잠재 능력을 계발하며, 고등학생이 대학 과목을 미리 이수하므로 대학의 조기졸업 기회를 제공하며, 우수한 인재를 조기에 발굴하여 육성할 수 있는 기회를 가질 수 있다.

대학과목선 이수제와 유사한 제도로 미국에서는 AP(Advanced Placement), 유럽은 IB(International Baccalaureate), 영국은 GCE(General Certificate of Education) A-Level 시험 등을 운영하고 있으며, 많은 대학들과 학생들이 이들 프로그램에 참여하고 있다. 교육인적자원부에서는 2005-2006년에 과학 고등학교, 외국어고등학교, 일반고등학교의 성적우수자 중에서 희망자에 대해 대학과목선 이수제 과정을 시범 운영하였고, 2007년 말에는 경희대, 고려대, 동아대, 부경대 등 전국의 16개 대학이 대학과목선 이수제 과정 개설을 한국대학교육협의회에 신청하여, 운영하고 있다.

대학과정선 이수제에 대한 자료는 한국대학교육협의회의 웹사이트(<http://up.kcue.or.kr/>), 다양한 연구보고서들에 제시되어 있지만, 우리나라에서는 이 제도의 정착 및 발전을 위한 다양한 수준의 논의는 아직 부족한 실정이다. 예를 들어, 국내의 학술지 또는 프로시딩에 게재된 연구로, 방승진·최중오(2006)는 경기교육청의 사례를 중심으로 수학교과 AP제도를 분석하였으며, 정문자(2008)는 대학

1) 본 연구는 한국대학교육협의회의 연구비 지원을 받아 이루어짐.

* ZDM 분류 : I14

* MSC2000 분류 : 97B40

* 주제어 : 대학과목선 이수제, 미적분학, 대학교육

과목선 이수제의 활용방안, 문제점에 대해 논의한 것이 전부이다.

본 연구는 한국대학교육협회의 지원을 받아, 대학과목선 이수제의 표준 교육과정 및 평가기준 개발 연구의 일환으로, 2006년 12월부터 2007년 5월까지 이루어졌다. 본 연구에서는 미적분학 관련 대학교의 교과과정 분석, 시도 교육청의 AP 시범운영의 분석, 해외 유사제도의 분석을 통해, 2학기 분량의 대학과목선 이수제의 미적분학 교과목인 미적분학 I, 미적분학 II의 교과내용을 개발하고, 이에 따르는 학습목표, 지도상의 유의점을 제시할 것이다. 이를 통해, 대학과정선 이수제의 성공적인 정착 및 발전을 위한 다양한 논의의 기초자료를 제공하고, 학생들의 개인차를 고려한 수학교육에 관련된 폭넓은 후속 연구의 기반을 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

2. 대학과목선 이수제에 관련된 국내외의 사례들

(1) 대학과목선 이수제에 관련된 국내 사례들

전국의 각 시도 교육청이 중심이 되어 2005년에 수학교과에서 45시간 분량의 대학과목선 이수제를 시범적으로 운영하였다. 본 연구에서는 서울교육청(2005), 경기교육청(2005), 광주교육청(2005), 충북교육청(2005), 대전교육청(2005)의 사례를 이들 교육청의 보고서를 중심으로 살펴보도록 하자(단, 서울교육청의 경우에는 대학과목선 이수제를 기본과정과 심화과정의 두 종류로 나누어 운영했음).

이들 교육청의 대학과목선 이수제 교육에서는 극좌표, 수열과 급수 등의 내용을 공통적으로 포함하고 있지만, 서울교육청의 일반과정, 충북 및 대전교육청의 대학과목선 이수제 교육에서는 미분·적분 및 그 응용을 다루었고, 경기 및 광주교육청의 대학과정선 이수제 교육에서는 벡터 및 공간기하학에 관련된 내용을 다루었다. 이들 교육청의 대학과정선 이수제 교육 내용을 정리하면 <표 1>과 같다.

<표 1> 교육청의 수학영역 대학과정선 이수제의 교육내용

주제	경기 교육청	광주 교육청	서울 교육청(일반)	충북 교육청	대전 교육청
극한과 연속		실수	극한, 연속함수	함수의 극한과 연속	극한, 연속함수
미분과 응용			도함수, 평균값의 정리, 로피탈의 정리	(역)삼각함수의 미분, (역)쌍곡선함수의 미분, 음함수의 미분, 도함수의 응용	접선, 미분, 연쇄법칙, 평균값 정리의 확장, 근사식
적분 및 적분의 응용			정적분, 정적분의 기본정리, 적분의 응용, 이상적분, 부분적분, 삼각적분, 치환적분	유리함수와 무리함수의 적분, 정적분의 성질 및 응용, 평균값과 질량중심	부정적분, 정적분, 미적분학의 기본정리, 넓이, 부피 및 표면적

초월함수			지수 및 로그함수		자연로그, 지수함수, 쌍곡선함수, 여러 가지 적분
좌표계	좌표공간, 극좌표계, 원기둥좌표계, 구면좌표계	좌표공간, 극좌표계, 영역의 넓이	극좌표계	극좌표계	극좌표계
수열과 급수	급수, 판정법들, 교대급수와 절대수렴급수, 멱급수, 테일러 전개	급수, 판정법들, 교대급수, 절대수렴, 멱급수, 수렴반경, 테일러 급수	수열의 극한, 급수, 테일러 정리	무한급수, 테일러 급수와 이항급수	수열, 무한급수, 여러 가지 급수, 수렴판정법, 멱급수, 테일러 정리
벡터와 공간기하학	벡터, 평행이동, 내적, 직선과 평면의 방정식, 독립, 중속	벡터, 내적, 직선과 평면의 방정식, 행렬식, 벡터의 외적, 매개화된 곡선, 가속도벡터, 곡선의 길이, 넓이, 곡률			
편미분				다변수함수와 편도함수, 방향도함수와 기울기 벡터	
행렬과 선형사상	전치행렬, 정사각행렬, 선형사상				

<표 1>로부터 시도 교육청의 대학과정선 이수제 시범운영에서는 극한과 연속, 미분과 응용, 적분과 응용, 초월함수, 좌표계, 수열과 급수, 벡터, 공간도형, 편미분, 행렬 등의 주제가 다루어졌음을 알 수 있다. 이들 주제들은 대부분의 대학의 미적분학 관련 교과에서 전반적으로 다루어지고 있다.

한편 서울교육청의 대학과정선 이수제의 심화과정 내용은 <표 2>와 같다. 서울교육청의 심화과정은 일반과정의 연속으로 생각할 수 있으며, 이러한 연결성은 대학에서 2학기에 걸쳐 개설되는 미적분학 관련 교과의 분석으로부터 쉽게 알 수 있다.

<표 2> 서울교육청 대학과정선 이수제 심화과정의 교육내용

주제	내용
좌표계	극좌표계
벡터함수와 공간유희적입	벡터함수, 곡선, 속도, 가속도, 곡률
편미분	다변수함수, 그래프, 편도함수, 연속, 경도, 접평면, 최대·최소, 라그랑지 미정계수법
중적분	이중적분, 넓이, 부피, 극좌표, 삼중적분, 공간좌표
벡터장	벡터장, 선적분, 그린 정리, 곡면적분, 가우스 정리, 스톡스 정리

본 연구에서는 대학과목선 이수제 교과목으로 개발할 ‘미적분학I’, ‘미적분학II’는 한 학기 분량으로 운영되었던 교육청들의 사례보다는 일반과정과 심화과정으로 운영된 서울교육청의 사례와 더 깊게

관련될 수 있다. 즉 서울교육청의 사례로부터, ‘미적분학I’의 내용으로 함수의 극한과 연속, 미분과 응용, 적분 및 적분의 응용, 여러 가지 적분, 로그함수와 지수함수, 수열과 급수 등의 주제들을 생각할 수 있으며, ‘미적분학II’의 내용으로 좌표계, 벡터, 다변수함수의 미분, 다중적분, 곡면에서의 적분, 벡터장 등의 주제를 생각할 수 있다.

한편 한국과학영재학교는 수학영역의 대학과목선이수제로 미적분학I, 미적분학II, 미적분학III을 각각 80시간, 48시간, 48시간의 분량으로 운영하고 있다(김종득 외, 2004). 미적분학I에서는 극한과 연속, 미분 및 미분의 응용, 적분 및 적분의 응용, 지수 및 로그함수, 다양한 적분의 계산 및 응용, 매개변수 함수와 극좌표 등의 내용을 다루고 있다.

미적분학II에서는 수열과 극한, 벡터와 공간, 벡터함수, 편미분, 중적분의 내용을 다루고 있다. 미적분학I과 미적분학II에서 다루는 주제들을 보면, 이들 교과는 서울교육청의 ‘일반과정’, ‘심화과정’과 유사하다는 것을 알 수 있다. 한편 한국과학영재학교의 미적분학III에서는 미분방정식, 벡터함수, 적분, 벡터해석 등의 내용을 다루는데, 구체적인 주제들은 <표 3>에 제시되어 있다.

<표 3> 한국과학영재학교의 미적분학III의 교육내용

주제	내용
미분방정식	일계완전미분방정식, 일계선형미분방정식, 이계동차미분방정식, 이계비동차미분방정식, 미분방정식의 급수해
미분	실함수의 기하, 극한과 연속, 미분, 경로와 곡선, 미분의 성질, 기울기벡터, 방향미분
최대·최소	반복편미분, 테일러 정리, 실함수의 극값, 라그랑주 승수법, 음함수 정리
벡터함수	가속도, 뉴턴의 제 2법칙, 곡선의 길이, 벡터장, 발산, 회전
선적분, 면적분	경로적분, 선적분, 매개변수화된 곡면, 곡면의 넓이, 면적분
벡터해석	그린 정리, 스톡스 정리, 보존장, 가우스 정리, 미분형식

한국과학영재학교에서 다루는 대학과목선이수제의 교과목이 세 개(미적분학I, 미적분학II, 미적분학III)라는 점을 감안하면, <표 3>에 나열된 미적분학III의 주제들을 본 연구에서 개발하는 ‘미적분학I’, ‘미적분학 II’에 모두 포함시키는 것은 학습 분량이라는 측면에서 문제를 발생시킬 수 있을 것이다. 그러므로 본 연구에서는 한국과학영재학교의 미적분학III의 내용중 일부를 ‘미적분학I’, ‘미적분학II’의 내용 선정에서 배제시켰다. 예를 들면, 미분방정식 관련 학습내용들은 시도 교육청의 대학과목선이수제 시범 운영에 포함되지 않았기 때문에, 미분방정식에 관련된 다양한 내용들을 본 연구에서 개발하는 ‘미적분학I’, ‘미적분학II’에는 포함시키지 않았다.

기술한 내용들을 바탕으로, 본 연구의 대학과목선이수제 ‘미적분학I’, ‘미적분학II’에 포함시킬 주제 및 내용들을 정리하면, <표 4>를 얻을 수 있다.

<표 4> 대학과목선 이수제에 포함시킬 주제 및 내용들

주제	내용
극한과 연속	함수의 극한, 연속함수
미분 및 미분의 응용	도함수 및 도함수의 응용, 접선, 연쇄법칙, 로피탈의 정리, 음함수의 미분, 역함수의 미분, 평균값 정리,
적분 및 적분의 응용	정적분, 정적분의 성질, 미적분학의 기본 정리, 적분의 평균값 정리, 질량중심, 평면도형의 넓이, 회전체의 부피 및 겉넓이, 치환적분, 삼각함수의 적분, 이상적분, 유리함수의 적분, 무리함수의 적분
로그함수와 지수함수	자연로그, 지수함수, 로그함수
좌표계	좌표공간, 원기둥좌표계, 구면좌표계, 극좌표계, 영역의 넓이
수열과 급수	수열의 수렴 및 발산, 무한급수, 절대수렴, 교대급수, 멱급수, 수렴의 판정법들, 테일러 정리, 테일러급수
벡터	벡터와 공간, 내적, 외적, 벡터함수, 매개화된 곡선, 곡률, 가속도 벡터, 직선과 평면의 방정식, 행렬과 행렬식
편미분	다변수함수, 편도함수, 연속, 접평면, 방향도함수, 기울기 벡터, 다변수함수의 최대·최소, 라그랑지 미정계수법
중적분	이중적분, 넓이, 부피, 삼중적분, 공간좌표계
벡터장	벡터장, 선적분, 그린정리, 스토크스 정리, 가우스 정리, 곡면적분

한편, 각 시도 교육청과 한국과학영재학교의 대학과목선 이수제에서 평가 방법, 평가 비중을 요약하면 <표 5>와 같다.

<표 5> 교육청과 한국과학영재학교의 대학과목선 이수제의 평가 방법

	경기	광주	서울	충북	대전	한국과학영재학교	
						미적분학I	미적분학II, III
중간시험	30%	40%	30%	30%	3회 평가	200점	200점
기말시험	30%	20%	30%	30%		200점	200점
출석	20%	10%	20%	20%		60점	50점
수행평가, 과제물	20%	30%	20%	20%		140점	50점
총점	100%	100%	100%	100%		100%	600점

<표 5>에 의하면, 교육청과 한국과학영재학교의 대학과목선 이수제 운영에서는 2회 또는 3회의 필답시험, 출석, 수행평가 및 과제물 등의 방법으로 평가를 수행하며, 출석점수는 전체 점수의 10-20%를 차지하고, 수행평가 및 과제물은 전체 점수의 10-30%를 차지하는 것으로 나타났다.

Stenmark(1989)에 의하면, 평가는 수학 교수의 통합적 부분이며, 학생들은 평가를 통해 자신의 수학적 이해에 대한 피드백을 얻으며, 교사는 평가를 통해 학생들이 성취할 수 있는 것에 대해 알게 된다. 즉 평가가 교수-학습 활동의 중요한 부분이고, 평가를 통해 학생들은 자신의 수학학습에 대한 피드백을 얻어 자기주도적인 학습자가 될 수 있는 기회를 갖게 되며, 평가 결과는 교사와 학생의 의사소통의 매개체가 될 수 있다. 이와 같은 맥락에서 평가의 횟수는 2회보다는 3회가 더 바람직할 것

이다. 결국 본 연구에서 개발하는 대학과정선 이수제 교과목에서는 3회의 집필시험을 치르며, 각각의 집필시험에는 전체 점수의 25%가 부여되어, 3회의 집필평가의 결과가 전체 점수의 75%를 차지하고, 과제수행은 전체 점수의 15%, 출석은 10%를 차지한다. 이를 요약하면, <표 6>과 같다.

<표 6> 본 연구에서 개발하는 대학과목선 이수제 교과목의 평가 방법 및 반영 비율

항목	지필평가			과제수행	출석	합계
	1차 평가	2차 평가	3차 평가			
비율(%)	25%	25%	25%	15%	10%	100%

(2) 대학과목선 이수제에 관련된 외국의 사례들

가. 미국의 AP(Advanced Placement) 사례

미국에서 AP 프로그램은 1955년 시작하여, 현재에는 20개 교과영역에서 35개 교과목이 운영되고 있다. 미국의 고등학교들 중에서 약 60% 정도가 AP 프로그램에 참여하고 있으며, 미국 대학들 중에서 90% 이상이 AP의 결과를 학점 인정이나 대학의 수업 배치에 활용하고 있다.

수학 영역의 AP 프로그램에는 미적분학 AB, 미적분학 BC, 통계학의 세 교과목이 포함되어 있다. 방승진·최중오(2006, p.107)에 의하면, ‘이 중 통계학은 미적분에 기초하지 않은 대학 통계학 개론 과목으로, 수업에서 다루는 주요 주제가 자료 조사, 측정, 예측, 통계학적 모델 만들기 등으로...’와 같이 교과목을 규정하고 있다. 즉 미국의 AP에 포함된 통계학은 본 연구에서 개발하려고 하는 미적분학 교육과정과는 내용이 다르다고 할 수 있다.

미국의 AP 프로그램의 미적분학 AB와 미적분학 BC에서 다루는 내용을 Calculus AB Syllabus, Calculus BC Syllabus를 중심으로 정리하면, 다음 <표 7>과 같다(The College Board, 2007).

<표 7> 미국의 AP 프로그램 미적분학 AB, 미적분학 BC의 내용들

대단원	소단원	내용
I. 함수, 그래프, 극한	A. 그래프 분석	기하학적, 해석적 정보의 해석
	B. 극한	대수적으로 극한을 계산 또는 그래프로부터 극한을 측정
	C. 점근선	-점근선의 개념을 그래프로 이해, 함수들의 성장비율을 비교, 무한을 포함한 극한용어로 점근선을 이해
	D. 연속	함수의 연속성, 연속함수의 그래프, 중간값 정리와 극값 정리
	E. [매개변수, 극좌표, 벡터함수]	매개변수, 극좌표, 곡선의 해석, 직교좌표 변환
II. 미분	A. 미분의 정의	차분의 극한으로서 미분계수, 미분가능성과 연속성
	B. 미분계수	지수의 미분, 곱의 미분, 상의 미분, 연쇄법칙, 기울기, 접선, 법선, 함수의 순간변화율, 함수 변화율의 근사, 고계도함수, 음함수 미분

	C. 도함수	도함수와 함수의 증가·감소, 최대·최소, 평균값 정리, 물의 정리
	D. 이계미분	함수의 그래프, 도함수의 그래프, 오목성과 이계도함수, 변곡점
	E. 미분의 응용	일계 및 이계도함수와 그래프 작도, 임계점, 최적화문제, 역함수의 도함수, 직교좌표계에서 운동 문제
	F. [미분의 응용 II]	매개변수, 극좌표, 벡터형태의 평면곡선, 미분방정식, 오일러 방법을 이용한 미분방정식의 수치해, 로피탈의 법칙
	G. 미분의 계산	삼각함수, 로그함수, 지수함수, 역삼각함수의 도함수 [매개변수, 극좌표, 벡터함수의 도함수]
III. 적분	A. 리만합	사다리꼴 법칙을 이용한 곡선의 넓이, 미적분학의 기본 정리
	B. 적분의 응용	영역의 넓이, 입체의 부피, 회전체의 부피, 함수의 평균값, 매개변수화된 곡선의 길이, [극좌표계에서 영역의 넓이]
	C. 미적분학의 기본 정리	미적분학의 기본 정리
	D. 여러 가지 적분	지수규칙과 치환을 사용한 적분, [부분적분과 부분분수를 이용한 적분, 정적분의 극한으로서 이상적분]
	E. 역도함수	특정한 역도함수, 변수분리 미분방정식과 로지스틱 미분방정식
IV. 무한급수	A. 급수의 정의	부분합, [무한급수의 극한]
	B. 급수의 개념	기하급수, 조화급수, 교대급수, [P-급수], 적분판정, 비판정, 비교판정과 급수의 수렴, [발산판정]
	C. 테일러급수	테일러 다항식 근사와 $x=a$ 에서 일반적인 테일러급수, $[e^x, \sin x, \cos x, \frac{1}{1-x}]$ 에 대한 맥클로린 급수, 테일러급수의 미분, 적분, 멱급수와 수렴반경으로 정의된 함수, 테일러급수에 대한 라그랑주 오차 범위]

<표 7>은 미적분학 AB의 내용을 중심으로 기술하였으며, <표 7>에서 꺾기괄호([])에 기술된 내용은 미적분학 BC에서만 다루어지는 내용이다. <표 7>에서 보는 바와 같이, 미적분학 BC는 미적분학 AB보다 확장된 내용을 다루고 있으며, 방승진·최중오(2006)에 의하면 미국의 대부분의 대학에서도 미적분학 BC를 미적분학 AB보다 높은 단계로 인정하고 있다고 한다.

미국의 AP 프로그램 미적분학 AB, 미적분학 BC는 함수와 극한, 미분, 적분, 무한급수의 내용을 포함하는데, 이것은 <표 1>의 서울 교육청(일반), 충북 교육청, 대전 교육청의 대학과목선 이수제의 교육내용과 유사하다.

미국의 사례에서 한 가지 주목할 만한 것은 미분의 응용에 관련하여 미분방정식의 해법을 간단하게 다루고 있다는 점이다. 즉 본 연구에서 개발하는 대학과목선 이수제 미적분학I, 미적분학II에서 한 국과학영재학교의 사례(<표 3> 참조)처럼 미분방정식에 관련된 다양한 주제들을 다룬다면 학생들에게 지나친 부담이 될 수 있겠지만, 미국의 사례처럼 수학의 응용을 학생들이 인식한다는 측면에서 미분방정식의 내용을 짧게 다루는 것은 나름대로의 의미를 가질 수 있을 것이다. 그러므로 본 연구에서는 미분방정식에 관련하여 로그함수와 지수함수를 다룬 후에 변수분리형 미분방정식의 해법 및

그 활용에 대해 간략하게 다룰 것이다.

나. 유럽의 IB(International Baccalaureate) 사례

IB는 IBO(International Baccalaureate Organaization)에서 주관하는 시험을 통해 학생들이 외국의 대학에 입학할 수 있도록 하는 국제인증 대학입학 자격증이다. IBO는 1968년에 설립되었으며, 2007년에는 124개국에서 50만명 이상의 학생들이 IB 프로그램에 참여하고 있다. IB 프로그램은 학생의 연령별로 3종류의 프로그램이 있다. 3-12세의 학생용 프로그램은 PYP(Primary Years Program), 11-16세 학생용 프로그램은 MYP(Middle Years Program), 16-19세의 대학 입학 전의 최종 2년에 재학 중인 학생용 프로그램은 DP(Diploma Program)이다.

DP 프로그램은 미국의 AP 프로그램과 유사하며, 세계의 많은 대학들이 IB 인증서를 입학에서 인정하고 있다. DP 프로그램은 3개의 필수 영역과 6개의 선택 영역으로 구성되어 있는데, 선택 영역들 중의 하나가 '수학과 컴퓨터'이다. 수학과 컴퓨터의 수학 영역 중에서 IB 미적분학의 내용을 International Baccalaureate Organaization(2007)을 중심으로 살펴보면, <표 8>과 같다.

<표 8> 유럽의 IB 미적분학의 내용

주제	내용
1. 대수	수열과 급수, 유한급수의 합, 기하수열과 급수, 무한 기하급수의 합, 지수와 로그, 지수법칙, 로그법칙, 이항정리, 수학적 귀납법, 복소수, 켈레복소수, 복소수의 크기와 각, 복소평면, 복소수의 합, 곱과 상, 드 무와브르 정리, 복소수의 거듭제곱과 근, 상수계수 다항식의 켈레근
2. 함수와 방정식	함수의 개념, 정의역, 치역, 상(값), 합성함수, 항등함수, 역함수, 함수의 그래프, 그래프의 특징 조사, 그래프를 이용하여 방정식의 해 구하기, 이동, 축반사, 역함수, 이차함수와 그래프, 이차방정식의 해, 이차방정식의 근의 공식, 판별식, 지수함수와 로그함수, 밑수가 e 인 지수함수, 밑수가 e 인 로그함수, 다항식 함수, 인수정리, 나머지 정리
3. 삼각함수	라디안, 호의 길이, 부채꼴의 넓이, 삼각함수, 삼각함수의 항등식들, 삼각함수의 합, 차의 공식, 이배각 공식, 삼각함수의 합성, 역삼각함수, 삼각방정식의 해, 코사인법칙, 사인법칙
4. 행렬	행렬의 대수(덧셈, 뺄셈, 상수배, 곱), 2×2 , 3×3 의 행렬식, 역행렬, 선형연립방정식의 해
5. 벡터	벡터의 합과 차, 스칼라배, 벡터의 크기, 수직벡터, 평행벡터, 두 벡터사이의 각, 직선의 벡터방정식, 두 직선사이의 각, 벡터곱, 평면의 벡터방정식, 평면의 직교좌표 방정식, 직선과 평면의 교차, 두 평면의 교차, 세 평면의 교차, 두 직선 또는 평면 사이의 각
6. 미분·적분	도함수, 연쇄법칙, 곱의 미분, 상의 미분, 이계도함수, 고계도함수, 극대점과 극소점, 최적화 문제에서 일계, 이계도함수의 활용, 부정적분, 정적분, 넓이, 부피, 점선과 법선, 최대점과 최소점, 변곡점, 음함수의 미분, 치환적분, 부분적분
7. 급수와 미분방정식	변수 분리에 의한 일계 미분방정식의 해, 극한정리, 특이적분, 무한급수의 수렴, 부분분수, 비교판정, 극한비교, 비판정법, 적분판정법, p -급수, 절대수렴급수, 조건수렴급수, 교대급수, 멱급수, 수렴반경과 수렴구간, 테일러 다항식과 급수, 맥클로린급수, 오일러 방법을 이용한 미분방정식의 수치해, 일계미분방정식의 해

IB 프로그램의 미적분학은 내용과 수준의 측면에서 미국의 AP 프로그램인 미적분학과 유사하다고 할 수 있다. 특히 급수와 미분방정식에서 다양한 급수들의 수렴판정법을 상세히 다루며 미분방정식을 취급하고 있다는 점은 미국의 AP 프로그램 미적분학 BC와 유사하다고 할 수 있다. 그러나 IB 프로그램의 미적분학에서는 미국의 AP 프로그램에서는 다루지 않는 행렬을 다루고 있다. 중등학교 수학과 교육과정의 내용에서 행렬을 다룬다는 것을 감안하면, IB 프로그램에서 행렬의 취급은 이해될 수 있을 것이다.

다. 영국의 GCE A-Level

영국은 6(초등)-5(중등)-2(6th form)-3(대학)의 학제를 가지는데, 6th form은 우리나라에는 없는 독특한 교육의 형태라 할 수 있다. 영국에서 6th form은 중등학교의 연장으로 간주되기도 하고(그러한 경우에는 6th form school이라 불림) 대학교육의 일부로 간주되기도 한다(그러한 경우에는 6th form college라 불림). 학생들은 6th form에서 2년 동안 공부한 다음, 2-3과목의 GCE A-level(General Certificate of Education Advanced Level) 시험을 치르고, 그 결과에 따라 3년제 대학에 진학한다.

GCE A-level에서 수학 관련 교과목은 Pure Mathematics I, II, III, Further Mathematics가 있다. Business & Technology Education Council과 University of London Examinations & Assessment Council(2007)을 중심으로 Pure Mathematics I, II, III, Further Mathematics의 미적분학 관련 내용을 요약하여 정리하면, <표 9>와 같다.

<표 9> GCE A-level의 Pure Mathematics I, II, III, Further Mathematics 내용

Pure mathematics I	
미분	곡선의 기울기, x^n 의 도함수, 연쇄법칙, 미분의 응용(접선, 법선, 증가, 감소), 최대·최소
적분	$(ax+b)^n$ 의 적분, 곡선의 방정식, 정적분, 넓이, 회전체의 부피
Pure mathematics II	
미분	$e^x, \ln x, \sin x, \cos x, \tan x$ 의 도함수, 곱과 몫의 도함수, 매개변수나 음함수로 정의된 함수의 일계도함수
적분	$e^{ax+b}, \frac{1}{ax+b}, \sin(ax+b), \cos(ax+b), \sec^2(ax+b), \cos^2 x$ 의 적분, 정적분
방정식의 수치해	방정식의 근의 위치, 근에 수렴하는 근사값의 수열, $x_{n+1} = F(x_n)$ 을 이용한 방정식 해결
Pure mathematics III	
미분	$e^x, \ln x, \sin x, \cos x, \tan x$ 의 도함수, 곱과 몫의 도함수, 매개변수나 음함수의 일계도함수
적분	$e^{ax+b}, \frac{1}{ax+b}, \sin(ax+b), \cos(ax+b), \sec^2(ax+b), \cos^2 x$ 의 적분, $\frac{kf'(x)}{f(x)}$ 꼴의 적분을 알고, $\frac{x}{x^2+1}$ 또는 $\tan x$ 의 적분 구하기, $x \sin 2x, x^2 e^x, \ln x$ 의 적분, 정적분

방정식의 수치해	방정식의 근의 위치, 근에 수렴하는 근사값의 수열, $x_{n+1} = F(x_n)$ 을 이용한 방정식
벡터	직선의 방정식, 두 직선의 평행 및 교차, 꼬임, 평면의 방정식
미분방정식	비율변화를 포함하는 단순한 미분방정식, 변수 분리 일계미분방정식의 해의 일반형
Further Mathematics	
극좌표	직교좌표계, 좌표계들 사이의 변환, 곡선의 작도, 넓이
급수	$\sum r$, $\sum r^2$, $\sum r^3$ 의 합, 무한급수
미분·적분	음함수 또는 매개변수의 이계도함수, 정적분, 곡선의 길이, 겉넓이
미분방정식	상수계수 이계선형미분방정식의 보완함수, 이계선형미분방정식의 특별적분
벡터	평면의 방정식, 벡터의 곱 $a \times b$, 벡터의 활용

Pure Mathematics I, II, III의 미적분학 내용은 미분 및 미분의 응용, 적분 및 적분의 응용, 방정식의 수치해법, 벡터, 미분방정식으로 구성되며, Further Mathematics에서는 이들 내용의 발전을 취급하고 있다.

기술한 Pure Mathematics III, Further Mathematics의 내용에서 한 가지 주목할 만한 사실은 미분방정식에 관련된 내용을 심도있게 다루고 있다는 점이다. 이러한 접근은 미적분학의 방법을 응용문제의 해결에 활용하는 것을 경험한다는 측면에서 의미를 부여할 수 있다. 그러나 우리나라의 경우에 대부분의 대학에서 미분방정식을 독립된 강좌로 학생들에게 부과하므로, 본 연구에서는 대학과목선 이수제 교과목 ‘미적분학I’, ‘미적분학II’의 내용에 미분방정식에 관련된 주제를 독립적으로 다루지는 않을 것이며, 미적분학의 활용이라는 측면에서 가볍게 다루는 정도로 취급할 것이다.

3. 국내 대학들의 미적분학 교육내용 분석

본 연구에서 개발하는 대학과목선 이수제 교과목인 ‘미적분학I’, ‘미적분학II’는 국내의 대학들에서 해당 학점의 인정을 기본 전제로 삼기 때문에, 국내의 다양한 대학교들의 미적분학 관련 교과목의 내용을 바탕으로 개발되어야 한다.

국내 대학들의 미적분학 관련 교과목의 교육내용을 분석하기 위해, 본 연구에서는 서울과 지방에 소재하는 국립 및 사립대학교의 미적분학 관련 교과목의 강의계획서를 분석하였다. 국내 대학들 중에서 고려대, 서울대, 연세대, KAIST, 포항공대의 미적분학 관련 교과목의 강의내용을 강의계획서를 중심으로, 1학과 2학기로 나누어 정리하면, <표 10>, <표 11>과 같다.

<표 10> 국내 대학의 미적분학 관련 교과목의 1학기 내용

	고려대	서울대	연세대	KAIST	포항공대
1주	극한의 정의, 여러 극한, 삼각함수와 역삼각함수	과목소개	역삼각함수, 함수의 극한·연속	역함수, 로그함수, 극한	극한의 정의, 연속
2주	순간변화율과 근사값, 평균값의 정리, 로피탈의 정리, 리만합	급수	무한에서의 극한, 연쇄법칙, 음함수 미분	무한대극한, 점근선, 연속, 연쇄법칙, 삼각함수, 역함수, 음함수, 로그함수의 미분	역함수와 도함수, 역삼각함수, 쌍곡함수
3주	정적분의 성질, 미적분학의 기본 정리	떡급수	쌍곡선 함수, 선형근사와 미분	역삼각함수, 변화율, 선형화	수열, 무한급수, 적분판정법
4주	이상적분, 수열의 극한, 급수	떡급수, 테일러 전개	최대·최소값, 평균값의 정리, 뉴턴의 방법	극값정리, 평균값 정리, 일차미분판정, 오목·볼록, 최적화, 로피탈	수렴판정법, 교대급수, 절대수렴
5주	급수의 수렴·발산 판정법, 떡급수	테일러 전개	적분의 정의, 미적분학의 기본 정리, 부피	뉴턴근사법, 역도함수, 정적분	떡급수, 테일러 급수, 오차
6주	테일러 급수, 부분분수, 삼각함수의 곱의 적분	좌표공간과 좌표계	적분의 근사, 부정적분	미적분의 기본 정리, 회전체의 체적	미분방정식
7주	회전체의 부피, 곡선의 길이와 회전면의 넓이	벡터	회전면의 넓이	곡선 길이, 질량중심, 회전면 면적, 파푸스 정리	미분방정식
8주	극좌표	벡터	중간고사	중간고사	중간고사
9주	극좌표에 의한 면적, 매개변수 방정식	행렬, 선형사상, 정사각행렬, 행렬식	극좌표	자연로그, 지수함수, 지수함수 응용	미분방정식
10주	벡터의 외적, 벡터공간과 부분공간, 일차독립, 일차종속과 차원	삼차원 공간과 벡터의 외적, 매개화된 곡선	극좌표에서의 넓이, 수열과 급수	쌍곡함수, 적분공식, 부분적분, 부분분수, 삼각함수 적분	미분방정식
11주	기본행연산과 기본행렬	가속도 벡터, 재매개화	여러 가지 판정법, 떡급수	삼각치환, 적분표 활용, 수치적분, 이상적분	미분방정식
12주	일차연립방정식의 해, 역행렬	곡선의 길이	함수 전개	원뿔곡선, 이심률, 이차곡면과 회전, 매개변수 방정식, 극좌표	미분방정식
13주	행렬식, 행렬식을 이용한 역행렬	극좌표와 영역의 넓이, 호의 길이와 재매개화	삼차원 공간, 벡터의 내적·외적	극좌표계의 면적과 길이, 극좌표계의 원뿔곡선, 수열, 무한급수	미분방정식
14주	행렬식을 이용한 연립방정식의 해, 고유값, 고유벡터, 행렬의 대각화	곡선과 곡률	여러 가지 좌표계	수렴판정, 교대급수, 절대, 조건 수렴	미분방정식
15주	대칭행렬의 고유값과 고유벡터, 직교, 대칭행렬의 대각화	보충	여러 가지 좌표계	떡급수, 테일러 급수, 수렴, 오차, 떡급수 응용	미분방정식

<표 11> 국내 대학의 미적분학 관련 교과목의 2학기 내용

	고려대	서울대	연세대	KAIST	포항공대
1주	벡터함수의 미분, 공간에서의 곡선	연속함수, 방향미분과 편미분	벡터함수와 미분·적분	좌표계, 벡터, 내적, 외적	개강숙제
2주	곡선의 길이, 곡률	미분가능함수, 연쇄법칙, 기울기 벡터와 등위면	벡터함수의 곡률과 운동, 다변수함수	공간 직선과 평면, 이차곡면, 벡터함수	삼차원 좌표계, 벡터, 내적, 외적
3주	다변수함수와 이차곡면, 등위선과 등위면, 편도함수	라이프니츠 정리, 2계 미분	극한과 연속, 편미분	호의 길이, 접벡터, 다변수함수, 극한과 연속	직선과 평면, 이차곡면, 벡터함수, 유도체 운동
4주	극한과 연속, 미분가능성과 경도	테일러 정리, 헤세 판정법, 라그랑지 승수법	접평면과 선형근사, 연쇄법칙, 방향도함수	편미분, 연쇄법칙	단위접벡터, 법벡터, 곡률, 토션, 단위중법 벡터, 평행성운동
5주	방향도함수, 평균값 정리	야코비 행렬	방향도함수와 경도	방향미분, 기울기 벡터	다변수함수 극한·연속, 편미분, 연쇄법칙
6주	접선과 접평면, 최대·최소	벡터장, 선적분	최대, 최소값, 라그랑지 승수	접평면과 전미분	방향미분, 기울기 벡터, 접평면과 미분, 극값
7주	2계도함수 판정법, 라그랑지의 미정계수법	잠재함수, 미분형식	중적분	라그랑지 승수법, 제한변수 함수의 편미분, 이변수의 테일러 공식	라그랑지 승수법, 제한된 변수의 편미분, 이변수 테일러 공식
8주	이중적분, 일반영역에서 반복적분	넓이와 부피, 이중적분, 푸비니 정리	중간고사	중간고사	중간고사
9주	이중적분으로 계산하는 넓이와 부피, 극좌표에서 이중적분	치환적분, 벡터장과 발산, 발산정리	극좌표에서의 이중적분, 곡면의 넓이, 삼중적분	이중적분, 면적, 모멘텀, 질량중심, 극좌표	이중적분, 면적, 모멘텀, 질량중심, 극좌표
10주	이중적분 응용, 삼중적분	평면벡터장과 회전도, 경계와 향, 그린정리	원기둥, 삼중적분, 다중적분에서의 변수변환, 벡터장	삼중적분, 삼차원의 질량과 모멘트	삼중적분, 원기둥 및 구면좌표계의 삼중적분
11주	원기둥좌표와 구면좌표, 곡면의 넓이	곡면의 넓이, 면적분	선적분, 선적분의 기본 정리	원기둥 및 구면좌표계의 삼중적분, 치환적분	치환적분, 선적분, 벡터장, 순환과 플릭스
12주	벡터장과 미분법, 선적분의 정의	벡터장과 면적분, 발산정리	그린정리, 회전과 발산	선적분, 벡터장, 일, 회전, 플릭스	경로독립성, 잠재함수, 보존장, 그린정리
13주	선적분의 기본 성질, 그린의 정리	가우스 정리, 회전장	면적분	경로독립, 잠재함수, 보존장, 그린정리	곡면의 면적, 곡면적분, 매개화된 곡면
14주	곡면위의 적분, 발산 정리	스토크스 정리	스토크스 정리, 발산 정리	곡면의 면적, 곡면적분, 매개변수화된 곡면	스토크스 정리
15주	스토크스의 정리	보충	미분방정식	스토크스 정리, 발산정리, 통합정리	발산정리, 통합정리

<표 10>과 <표 11>에 기술된 미적분학 관련 교과목의 강의 내용을 분석하면, 서울대학교의 경우에는 함수의 극한, 연속, 도함수, 평균값의 정리, 로피탈의 정리, 적분, 적분의 근사계산, 지수함수와 로그함수, 여러 가지 적분법의 내용을 미적분학 관련 교과에서 다루지 않았으며, 다른 대학교들과는 달리 1학기에 급수로부터 강의가 시작되어 1학기에 급수, 벡터, 곡률과 같은 주제들을 다루었다.

한편, 고려대학교, 연세대학교, KAIST, 포항공대에서는 극한과 함수의 연속의 내용을 미적분학 관련 교과목 강의의 첫 주제로 삼았다. 그런 다음, 고려대학교, 연세대학교, KAIST에서는 미분과 적분에 관련된 다양한 주제들을 다루었지만, 포항공대에서는 수열과 급수를 다룬 후에 8주 정도를 미분방정식을 다루었다. 고려대학교의 경우에 1학기에 5주 정도를 할애하여 행렬에 관련된 내용을 다루고 있다는 것이 주목할 만하다.

<표 10>의 분석으로부터, 본 연구에서 개발하는 대학과목선 이수제의 첫 번째 학기의 교과목인 '미적분학I'에는 함수의 극한과 연속, 미분과 적분의 응용, 여러 가지 적분법, 매개함수와 극좌표, 급수에 관련된 내용들을 포함시킬 수 있음을 알 수 있다.

한편, <표 11>을 보면, 국내 대학들에서 다루는 미적분학 관련 교과목의 2학기 내용은 그 차이가 1학기만큼 다양하지는 않다는 것을 알 수 있다. 이들 내용을 요약하면, 벡터함수, 다변수함수, 다중적분, 곡면에서의 적분, 벡터해석에 관련된 주제들로, 본 연구에서 개발하는 대학과목선 이수제의 두 번째 교과목인 '미적분학II'에는 이들 내용이 중심이 될 것이다.

4. 대학과목선 이수제의 미적분학I, 미적분학II의 교육과정

국내의 대학과목선 이수제의 미적분학 교과목의 사례들, 한국과학영재학교의 사례, 미국의 AP 프로그램, 유럽의 IB 프로그램, 영국의 GCE-A level, 국내 대학들의 미적분학 관련 교과목의 내용들을 분석하여, 본 연구에서는 한 학기에 15주 45시간을 기준으로, 2학기 분량의 대학과목선 이수제의 미적분학 교과목인 미적분학 I, 미적분학 II의 교과내용을 개발하여, 구체적인 교수-학습과정에서 고려할 학습목표, 지도상의 유의점을 제시할 것이다.

본 연구에서 개발되는 대학과목선 이수제의 미적분학 교과목인 미적분학 I, 미적분학 II의 한 특징은 학업성취가 우수한 고등학생들을 대상으로 하기 때문에, 직관적이고 계산위주의 미적분학 내용의 교수-학습을 지양하고, 개념 및 정의의 이해와 다양한 분야에의 활용이 강조되도록 내용을 구성할 것이다.

(1) 미적분학 I의 교육과정

미적분학 I에는 실수와 함수, 함수의 극한과 연속, 미분과 응용, 적분과 응용, 로그함수와 지수함수, 여러 가지 적분법, 매개함수와 극좌표, 수열과 급수가 포함시켰으며, 미적분학 I에 포함되는 구체적인

주제들, 시간 배당은 <표 12>와 같다.

<표 12> '미적분학'의 내용 구성

영역	주제들	강의 시간(주차)
1. 실수와 함수	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 실수집합 ◦ 실함수 	1주차
2. 함수의 극한과 연속	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 함수의 극한 및 성질 ◦ 연속성, 연속함수의 성질 	2-3주차
3. 미분과 응용	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 접선과 변화율 ◦ 연쇄법칙과 그 응용 ◦ 최대 및 최소값, 함수의 증가 및 감소 ◦ 미분의 응용 	4-5주차
4. 적분과 응용	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 넓이와 거리, 정적분 ◦ 미적분의 기본정리 ◦ 부정적분, 치환적분 ◦ 부피와 겉넓이 ◦ 모멘트, 도심, 파푸스의 정리 ◦ 적분의 근사계산 	6-7주차
5. 로그함수와 지수함수	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 자연로그, 지수함수 ◦ 변수분리형 미분방정식의 응용 ◦ 쌍곡함수 ◦ 로피탈의 정리 	8-9주차
6. 여러 가지 적분	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 주요 함수의 적분, 부분적분법 ◦ 삼각함수의 적분, 유리함수의 적분 ◦ 이상적분 	9-10주차
7. 매개함수와 극좌표	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 매개함수의 미분과 적분 ◦ 극좌표계, 극좌표계에서 넓이와 길이 ◦ 원뿔곡선 	11-12주차
8. 수열과 급수	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 수열, 무한급수, 일반항이 음이 아닌 급수 ◦ 비율판정법, n제곱근 판정법 ◦ 절대수렴, 멱급수 ◦ 테일러급수와 테일러 정리 	13-15주차

<표 12>에 미적분학I의 교육 내용에 대한 상세한 기술이 제시되어 있지만, 교수-학습 활동의 목표와 수준을 명확하게 하려면, 학습목표 및 지도상의 유의점이 제시되어야 한다. 각 영역별 학습목표, 지도상의 유의점은 <표 13>과 같다.

<표 13> '미적분학'의 학습목표 및 지도상의 유의점

영역	학습목표	지도상의 유의점
1. 실수와 함수	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 실수와 함수의 기본적인 성질을 이해한다. ◦ 실수의 순서 공리, 완비성 공리, 거리 개념을 이해한다. ◦ 실함수의 연산과 합성을 이해한다. ◦ 실함수의 그래프를 이해하고 활용한다. ◦ 음함수와 함수의 대칭성, 역함수의 개념을 이해하고 활용한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 10-가의 '수체계' 및 10-나의 '함수' 단원과 연계성에 유의한다. ◦ 실수의 완비성이 수열과 급수 단원에서 수열의 수렴성 증명에 유용하게 사용된다는 것에 유의한다. ◦ 대수함수와 초월함수를 구별하여 지도하고 대수함수와 초월함수의 활용에 대해서도 지도한다.
2. 함수의 극한과 연속	<ul style="list-style-type: none"> ◦ ϵ-δ방법을 이용한 극한의 정의를 이해한다. ◦ 극한의 기본법칙과 샌드위치 정리, 치환법칙 등을 학습한다. ◦ 극한을 이용한 연속함수의 정의를 이해하고 성질을 학습한다. ◦ ϵ-N 방법을 이용한 무한 극한의 정의를 이해한다. ◦ 연속함수의 성질을 이해하고 중간값의 정리를 적용, 활용한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 수학 II의 함수의 극한과 연속성 단원과 연계성에 유의한다. ◦ ϵ-δ방법을 이용한 극한의 정의의 필요성과 타당성을 강조한다. ◦ ∞가 숫자가 아니라 무한히 커가는 상태라는 개념을 이해시킨다. ◦ 중간값 정리 및 최대, 최소값 정리에 대한 위상적, 해석학적 배경 설명을 통하여 학습동기를 유발 시킬 필요가 있다.
3. 미분과 응용	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 극한을 이용한 미분의 정의를 이해, 활용한다. ◦ 함수의 극한의 성질로부터 미분의 다양한 성질을 유도하고 활용한다. ◦ 함수의 증가, 감소를 판별하고 함수의 그래프를 작도하는 방법을 이해한다. ◦ 여러 가지 함수의 근사법을 이해한다. ◦ 미분의 개념과 성질을 이용한 최대값 및 최소값, 변화율에 관한 응용문제를 해결한다. ◦ 로피탈의 법칙을 이해하고 활용한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 수학 II의 다항함수의 미분법과의 연결되며, 중복되는 내용이 많다는 것에 유의한다. ◦ 자연과학, 사회과학 등 다양한 분야에서 응용되는 변화율에 대한 예를 제시한다. ◦ 미분을 이용한 함수의 근사는 고등학교에서는 다루지 않으므로, 그 의미를 충분히 이해시킨다.
4. 적분과 응용	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 리만합에 의한 정적분의 정의를 이해한다. ◦ 정적분과 부정적분 사이의 관계를 이해하고 미적분의 기본정리를 이용하여 여러 가지 함수의 정적분을 이해한다. ◦ 치환적분의 의미를 이해하고 활용하여 여러 함수의 정적분 및 부정적분을 이해한다. ◦ 정적분의 정의로부터 부피, 길이, 모멘트, 질량중심 등과 같은 활용을 이해한다. ◦ 여러 가지 적분의 근사방법을 이용하여 적분의 근사값을 이해한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 고등학교에서는 부정적분이 나오고, 정적분을 미적분의 기본정리를 이용하여 설명한다. 그런데 리만합을 이용한 정적분을 도입하고 부정적분을 도입하는 방법에 유의한다. ◦ 미적분의 기본정리가 가지는 수학사적인 배경과 해석학적인 의미, 활용성에 대해 설명한다. ◦ 물리학의 개념 모멘트, 질량중심, 도심이 정적분으로 나타내어짐에 유의한다.

영역	학습목표	지도상의 유의점
5. 로그함수와 지수함수	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 적분을 이용한 자연로그함수의 정의를 이해하고, 자연로그함수의 미분과 적분을 이해한다. ◦ 자연로그함수의 역함수로서 지수함수를 이해하고, 지수함수의 성질, 미분, 적분을 이해한다. ◦ 지수, 로그함수의 정의를 이해하고 활용한다. ◦ 변수분리형 미분방정식의 해법을 이해하고 다양한 활용을 이해한다. ◦ 쌍곡함수의 미분, 적분을 이해하고, 그것을 문제해결에 활용한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 수학 I에서는 지수함수를 다루고, 그 역함수로 로그함수를 다룬다. 따라서 적분에 의해 자연로그 함수를 정의하고 그 역함수로 지수함수를 정의하는 방법에 대한 충분한 설명이 필요하다. ◦ 실수 n에 대한 x^n의 미분과 적분을 지수함수의 정의로부터 유도하는 방법에 대해 자세히 설명한다. ◦ 변수분리형 미분방정식 해법과 쌍곡함수의 학습에서 다양한 실생활 문제를 이용한다.
6. 여러 가지 적분	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 다양한 적분방법을 학습한다. ◦ 이상적분의 정의를 이해하고 수렴 판정법을 학습한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ Mathematica, Maple 등과 같은 프로그램을 이용한 적분도 다룬다. ◦ 이상적분의 내용이 수학 I의 정규확률분포의 확률밀도함수와 관련이 있음을 설명한다.
7. 매개함수와 극좌표	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 곡선의 매개함수 표현 방법을 이해한다. ◦ 매개함수로 표현된 곡선의 접선과 곡선의 길이 등을 통해서, 미분과 적분을 이해한다. ◦ 극좌표계를 도입하여 극방정식에서의 미분과 적분을 이해한다. ◦ 원뿔곡선의 정의와 성질을 이해한다. ◦ 극좌표계를 이용하여 원뿔곡선의 성질과 이심률을 이해한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 극좌표계의 도입을 통해서 싸이클로이드 등과 같은 다양한 곡선의 성질을 설명한다. ◦ 극좌표계를 이용한 원뿔곡선의 표현을 통해서 이심률의 기하학적, 해석학적인 의미를 설명한다.
8. 수열과 급수	<ul style="list-style-type: none"> ◦ $\epsilon-N$ 방법에 의한 수열과 무한급수의 수렴, 발산의 정의를 이해한다. ◦ 무한급수의 수렴, 발산의 판별과 성질을 이해한다. ◦ 무한급수의 여러 가지 수렴 판정법을 이해하고, 활용한다. ◦ 주요 함수의 테일러급수와 수렴반경을 이해하고, 일반화된 이항진개식을 이해한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 수열이 자연수에서 정의된 함수이므로, 함수의 극한에 대한 성질이 수열과 무한급수의 극한에 적용됨을 강조한다. ◦ 칸토르 집합의 넓이와 코흐의 눈송이의 둘레와 길넓이와 같은 예를 소개하여, 무한급수의 활용성과 중요성을 이해시킨다. ◦ 적분하기 어려운 함수의 테일러 급수화를 통해 테일러급수의 활용성과 응용성을 이해시킨다.

(2) 미적분학 II의 교육과정

미적분학 II에는 벡터와 좌표계, 벡터함수, 다변수함수의 미분, 다중적분, 곡선과 곡면에서의 적분, 벡터해석이 포함된다. 미적분학 I에 포함되는 구체적인 주제들, 시간 배당은 <표 14>와 같다.

<표 14> '미적분학II'의 내용 구성

영역	주제들	강의 시간(주차)
9. 벡터와 좌표계	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 벡터와 공간, 벡터의 크기와 내적, 외적 ◦ 원기둥 좌표계, 구면 좌표계 ◦ 행렬과 행렬식 	1-2주차
10. 벡터함수	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 벡터함수 ◦ 곡선의 길이와 곡률, 꼬임률 	3-4주차
11. 다변수함수의 미분	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 다변수함수, 극한과 연속 ◦ 편미분과 전미분, 연쇄법칙과 기타 미분법칙 ◦ 방향미분과 기울기벡터 ◦ 고차편미분과 테일러정리 ◦ 다변수함수의 극값과 이차미분판별법 ◦ 제한조건식이 있는 함수의 최대, 최소 	5-8주차
12. 다중적분	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 중적분과 부피, 일반영역에서의 중적분 ◦ 삼중적분, 영역변환과 치환적분 	9-10주차
13. 곡선과 곡면에서의 적분	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 벡터장 ◦ 선적분 ◦ 매개변수화된 곡면, 곡면에서의 적분 	11-12주차
14. 벡터해석	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 벡터장의 미분, 영역의 경계와 향 ◦ 그린정리 ◦ 스톡스정리 ◦ 가우스의 발산정리 ◦ 보존장과 비압축장의 기본정리 	13-15주차

<표 14>에 미적분학II의 교육 내용에 대한 상세한 기술이 제시되어 있지만, 교수-학습 활동의 목표와 수준을 명확하게 하려면, 학습목표 및 지도상의 유의점이 제시되어야 한다. 각 영역별 학습목표, 지도상의 유의점은 <표 15>와 같다.

<표 15> '미적분학II'의 학습목표 및 지도상의 유의점

영역	학습목표	지도상의 유의점
9. 벡터와 좌표계	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 벡터와 직교 좌표계를 이해하고, 문제해결에 활용한다. ◦ 벡터 연산들을 이해하고, 문제해결에 활용한다. ◦ 원기둥 좌표계, 구면 좌표계의 정의를 이해하고, 문제해결에 활용한다. ◦ n차원 직교 좌표계에서의 벡터의 정의를 이해하고, 그 성질과 행렬과의 관계를 이해한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 행렬과 행렬식, 일차변환의 내용은 앞으로 학습할 영역변환의 자코비 행렬과 연관성이 있음에 유의한다. ◦ 원기둥 좌표계, 구면좌표계와 앞서 학습한 극좌표계와의 관계를 명확히 설명한다.
10. 벡터함수	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 벡터함수의 정의를 이해한다. ◦ 극한, 연속, 미분, 적분을 이해한다. ◦ 곡률의 기하학적 의미를 이해하고, 곡선의 곡률을 구한다. ◦ 공간 곡선의 꼬임률의 기하적인 의미를 이해하고, 접선벡터, 법선벡터와의 관계를 이해한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 벡터함수의 미분 및 적분은 공간상에서 물체의 움직임을 표현한 것으로 물체의 위치함수로부터 속도, 속력, 가속도, 움직인 거리와 연결됨을 설명한다. ◦ 곡선의 곡률이 곡선의 표현방법과 관계없이 계산됨, 곡선의 모양을 결정짓는 중요한 개념임을 설명한다. ◦ 접선벡터, 법선벡터, 종법선벡터 체계가 항공기와 우주선의 궤도계산에 활용된다는 것을 설명한다.
11. 다변수 함수의 미분	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 이변수, 삼변수 함수의 그래프를 등위선과 등위면을 이용하여 표현하는 방법을 이해한다. ◦ 다변수 함수의 극한, 연속의 정의를 이해한다. ◦ 편미분의 정의, 기하적인 의미를 이해한다. ◦ 연쇄법칙 등 미분법칙을 이해하고 활용한다. ◦ 방향미분과 기울기 벡터를 구하고 활용한다. ◦ 테일러 정리를 이해하고 활용한다. ◦ 이차미분 판별법과 라그랑지 승수법을 이해하고, 이변수 함수의 극값을 구한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 일변수 함수와 다변수 함수의 유사점과 차이점을 설명한다. ◦ 이변수 함수의 그래프를 다룰 때에 다양한 컴퓨터 프로그램을 활용한다. ◦ 다변수 함수의 극값에 대한 기하적인 의미를 이해시키고 일변수 함수와 비교하여 극값을 구하는 방법을 설명한다.
12. 다중적분	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 리만합을 이용한 중적분 및 삼중적분의 정의를 이해한다. ◦ 푸비니 정리를 이해하며, 다중적분을 반복적분으로 계산한다. ◦ 원기둥 좌표계, 구면 좌표계에서 삼중적분을 이해한다. ◦ 영역변환과 자코비 행렬을 활용한 적분방법을 이해한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 푸비니 정리의 중요성을 알고, 다중적분이 반복적분으로 표현됨을 알게 한다. ◦ 질량중심, 관성 모멘트 등과 같은 다중적분의 활용을 지도한다. ◦ 원기둥 좌표계, 구면 좌표계에서의 적분에 등장하는 항이 영역변환에 의한 자코비 행렬식이라는 것을 지도한다.

영역	학습목표	지도상의 유의점
13. 곡선과 곡선에서의 적분	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 벡터장의 정의를 이해하고 적분곡선의 기하적 의미를 이해한다. ◦ 곡선에서의 선적분과 벡터 선적분을 이해하고, 문제해결에 활용한다. ◦ 곡면에서의 실함수 적분과 벡터장 적분을 이해하고, 문제해결에 활용한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 벡터장의 물리적 의미를 다양한 예를 통해서 설명한다. ◦ 곡선에서의 선적분이 매개변수화의 차이에 의해서 달라지지 않음을 설명한다. ◦ 곡선에서의 벡터 선적분이 매개변수화의 차이에 의해서 어떻게 달라지는가를 설명한다. ◦ 곡면에서의 실함수 적분과 벡터장 적분을 곡선에서의 적분과 비교하면서 설명한다.
14. 벡터해석	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 벡터장의 미분을 이용하여 회전, 발산을 이해한다. ◦ 그린 정리, 스톡스 정리, 가우스 정리를 이해하고, 문제해결에 활용한다. ◦ 보존장과 비압축장의 기본 정리를 이해하고, 문제해결에 활용한다. 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 회전, 발산의 기하학적, 물리적 의미를 설명한다. ◦ 그린 정리, 스톡스 정리, 가우스 정리가 미적분의 기본 정리와 어떤 관계가 있는지를 설명한다.

한편, 본 연구에서 개발하는 대학과목선 이수제의 미적분학 교과목인 미적분학 I, 미적분학 II의 평가는 지필평가, 과제수행, 출석으로 구성되며, 구체적인 방법 및 반영 비율은 <표 6>에 제시되어 있다.

5. 결 론

본 연구는 한국대학교육협회의 지원을 받아, 대학과목선 이수제의 표준 교육과정 및 평가기준 개발 연구의 일환으로, 2006년 12월부터 2007년 5월까지 이루어졌다. 본 연구에서는 미적분학 관련 대학교의 교과과정 분석, 시도 교육청의 AP 시범운영의 분석, 해외 유사제도의 분석을 통해, 대학과목선 이수제의 미적분학 교과목인 미적분학 I, 미적분학 II의 교과내용을 개발하고, 이에 따르는 학습목표, 지도상의 유의점을 제시하였다.

대학과목선 이수제에 관련된 국내의 사례들로는, 서울교육청, 경기교육청, 광주교육청, 충북교육청, 대전교육청, 한국과학영재학교의 사례를 이들 기관의 보고서를 중심으로 교육내용, 평가방법의 측면에서 분석하였고, 외국의 사례로는 미국의 AP, 유럽의 IB, 영국의 GCE A-Level을 분석하였다.

한편, 본 연구에서 개발하는 대학과목선 이수제 교과목인 ‘미적분학I’, ‘미적분학II’는 국내의 대학들에서 해당 학점의 인정을 기본 전제로 삼기 때문에, 대학교들의 미적분학 관련 교과목의 내용을 바탕으로 개발되어야 한다. 따라서 본 연구에서는 서울과 지방에 소재한 고려대, 서울대, 연세대,

KAIST, 포항공대의 미적분학 관련 교과목의 강의내용을 강의계획서를 중심으로 교수내용을 분석하여, 각 대학별로 공통으로 지도되는 내용들을 추출하였다.

본 연구에서는 대학과목선 이수제에 관련된 국내외의 사례들의 분석, 대학교의 미적분학 관련 교과목의 교수내용의 분석 결과에 기초하여, 한 학기에 15주 45시간을 기준으로 2학기 분량의 대학과목선 이수제의 미적분학 교과목인 미적분학 I, 미적분학 II의 교과내용을 개발하였다.

미적분학 I은 실수와 함수, 함수의 극한과 연속, 미분과 응용, 적분과 응용, 로그함수와 지수함수, 여러 가지 적분법, 매개함수와 극좌표, 수열과 급수로 구성되며, 미적분학 II는 벡터와 좌표계, 벡터함수, 다변수함수의 미분, 다중적분, 곡선과 곡면에서의 적분, 벡터해석으로 구성된다.

본 연구에서는 이들 영역에 대한 구체적인 강의주제들을 나열하고, 강의시간의 예시하고, 구체적인 평가방법 및 평가항목의 반영 비율을 구체적으로 제시하였다. 그리고 미적분학 I, 미적분학 II의 강의에서 목표와 수준을 명확하게 하기 위해, 학습목표 및 지도상의 유의점을 제시하였다.

본 연구의 결과를 통해, 대학과정선 이수제의 성공적인 정착 및 발전을 위한 다양한 논의의 기초자료를 제공하고, 학생들의 개인차를 고려한 수학교육에 관련된 폭넓은 후속 연구의 기반을 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

경기교육청 (2005). AP제도 시범 운영 보고서.

광주교육청 (2005). AP 시범 운영 보고서.

김종득 외 (2004). 과학영재학교 교육과정 개정에 관한 연구, 대전: 한국과학재단.

대전교육청 (2005). 대학과목선 이수제(AP) 시범운영 보고서.

방승진·최중오 (2006). 수학과 AP(Advanced Placement) 결과 분석 및 교육과정 연구, 수학교육 논문집 20(1), pp.103-115.

서울교육청 (2005). 대학과목선 이수(AP) 과정 운영보고서.

정문자 (2008). 대학과목선 이수제 활용방안과 수학교육과정, 제13회 국제수학영재교육세미나 프로시딩, p.95.

충북교육청 (2005). 대학과목선 이수제(AP) 시범운영 보고서.

한국대학교육협의회(2008). <http://up.kcue.or.kr/> 자료

Business & Technology Education Council & University of London Examinations & Assessment Council (2007). <http://www.edexcel.org.uk/home> 자료

International Baccalaureate Organization (2007). <http://www.ibo.org/diploma/curriculum/group5/#mathematics> 및 <http://store.ibo.org> 자료

Stenmark J.(1989). *Assessment Alternatives in Mathematics*, Berkeley CA: EQUALS.

The College Board(2007). <http://apcentral.collegeboard.com/apc/Controller.jspf> 자료

A Study on the Curriculum Development of Calculus for University-level Program

Kim, Hun

Institute of Gifted Students, KAIST, 305-701, Korea

E-mail: hunkim@kaist.ac.kr

Yang, Sung Duk

Department of Mathematics, Korea University, 136-701, Korea

E-mail: sdyang@korea.ac.kr

Lee, Dong Won

Department of Mathematics Education, Kyungpook National University, 702-701, Korea

E-mail: dongwon@mail.knu.ac.kr

Han, In Ki²⁾

Department of Mathematics Education, Gyeongsang National University, 660-701, Korea

E-mail: inkiski@gsnu.ac.kr

In this paper we analyze various programs of our and other countries related with university-level program in mathematics. We develop two university-level programs 'Calculus I' and 'Calculus II'. In detail we describe course of study, educational objectives of these programs.

2) correspondent author

* ZDM Classification : I14

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97B40

* Key Words : university-level program, calculus, advanced placement