

# 독립좌표연성법을 이용한 원환판의 자유진동해석

## Free Vibration Analysis of an Annular Plate by the Independent Coordinate Coupling Method

허 석\* · 광 문 규\*

Seok Heo and Moon K. Kwak

(2008년 3월 14일 접수 ; 2008년 4월 23일 심사완료)

**Key Words** : Free Vibration(자유진동), Annular Plate(원환판), Independent Coordinate Coupling Method(독립좌표연성법)

### ABSTRACT

This paper is concerned with the free vibration analysis of an annular plate with boundary conditions of simply supported-free, clamped-free and free-free, respectively. Exact solutions for the natural frequency and mode of an annular plate can be obtained by solving the differential equation but other methods such as the Rayleigh-Ritz method and the finite element method can be also used. In this research, we applied the Independent Coordinate Coupling Method(ICCM) to the annular plate and prove that the ICCM can accurately predict the natural frequency and mode shape of the annular plate. The numerical results show that the ICCM can be used effectively for the free vibration problem of plate with a hole compared to the Rayleigh-Ritz method and the finite element method.

### 1. 서 론

원환판(annular plate)은 기계구조물의 일부로 비행기, 선박, 발전소 등 많은 부분에 사용되고 있다. 원환판의 자유 진동문제는 엄밀해가 존재하며 이에 대해서는 이미 많은 연구 결과가 존재한다. 원환판의 자유진동해석은 Rayleigh-Ritz방법이나 상용 유한요소방법으로도 해석할 수 있다. 그렇지만 수치해석 관점에서 비효율적이다.

Leissa<sup>(1)</sup>는 균일한 원형판과 원환판에 대한 여러 가지 경계조건들을 적용하여 엄밀해를 발표한 바 있다. Vogel과 Skinner<sup>(2)</sup>는 균일한 원환판의 안과 밖의 경계조건을 단순지지, 고정, 자유의 경우를 조합

한 9가지 경계조건을 적용하여 해석하였다. Vega 등<sup>(3)</sup>은 경계조건이 고정-자유와 단순지지-자유인 원환판에 대하여 고전 판이론을 사용하여 진동해석을 하였다. Wong 등<sup>(4)</sup>은 구멍의 크기에 관한 원환판의 변위모드형상의 영향을 조사하기 위하여 모드 감소 방법을 제안하고 고정-자유, 단순지지-자유, 자유-자유경계조건에 관한 수치해석 및 실험을 하였다. Cheng 등<sup>(5)</sup>은 원형 구멍을 갖는 원형 평판에 대하여 경계조건에 따른 구멍의 크기와 구멍의 편심도에 대한 영향을 해석하기 위하여 NASTRAN을 이용하여 유한요소해석을 하였다.

이와 같이 원환판에 대한 연구결과는 적으며, 특히 구멍에 의한 고유모드의 변화에 대해서는 연구 결과가 존재하지 않는다. 또한 이러한 연구는 원형 구멍이 편심되어 있는 원판의 자유진동에 대한 해석을 수행하기 위해서 반드시 필요한 연구이다.

최근에 Kwak 등<sup>(6-10)</sup>의 연구에서 직사각형판에

† 교신저자: 정희원, 건국대학교 인공근육연구센터  
E-mail : heoseok@konkuk.ac.kr  
Tel : (02)3436-7091, Fax : (02)444-7091

\* 정희원, 동국대학교 기계공학과

직사각형 또는 원형의 구멍이 하나 또는 둘 이상 있는 경우에 대한 자유진동해석을 독립좌표연성법 (independent coordinate coupling method, ICCM) 을 이용하여 효과적으로 해석할 수 있음을 밝힌바 있다. 이 연구에서는 그 효용성이 입증된 독립좌표연성법을 원환판에 적용하여 그 타당성을 입증하고자 한다. 이를 위해 고정-자유(C-F), 단순지지-자유(S-F), 자유-자유(F-F) 경계조건을 고려하였다.

이 논문에서는 위에서 언급한 경계조건을 가지는 원환판의 고유진동수와 고유모드의 엄밀해를 구하고 독립좌표연성법을 이용해 구한 결과와 비교하였다. 또한 유한요소코드인 ANSYS를 이용해 구한 해와도 비교하였다. 이를 통해 독립좌표연성법의 타당성을 입증하였다. 원 구멍의 크기 변화에 따른 원환판의 고유진동수 변화를 해석하여 원 구멍이 고유진동수와 고유모드에 미치는 영향을 조사하였다.

## 2. 원형 평판의 고유진동 문제

Fig. 1에서와 같이, 반지름이  $R$ , 두께  $h$ 인 균일한 원형 평판의 운동에너지와 탄성에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \rho h \int_0^{2\pi} \int_0^R \dot{w}^2 r dr d\theta \quad (1a)$$

$$V = \frac{1}{2} D \int_0^{2\pi} \int_0^R \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 \right] \right\} r dr d\theta \quad (1b)$$

여기서,  $\rho$ 는 질량 밀도,  $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ ,  $E$ 는 영의 계수,  $\nu$ 는 푸아송 비를 나타낸다.

원형 평판의 경우 고유진동수와 고유모드에 대한 엄밀해가 존재하며 따라서 변위는 고유함수와 일반좌표계의 조합으로 표현될 수 있다.

$$w(r, \theta, t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i(r, \theta) q_i(t) = \Phi(r, \theta) q(t) \quad (2)$$

여기서,  $\Phi_i(r, \theta)$ 는 균일한 원형 평판의 고유함수를

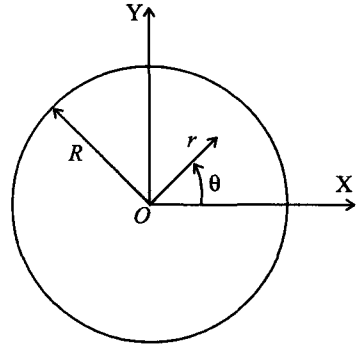


Fig. 1 Schematic diagram of the circular plate

나타내고,  $q(t)$ 는 일반좌표계 벡터를 나타낸다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하고 허용함수의 직교성을 이용하면 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 표현된다.

$$T = \frac{\rho h \pi R^2}{2} \dot{q}^T \dot{q}, \quad V = \frac{\pi D}{2R^2} q^T \Lambda q \quad (3a,b)$$

여기서,  $\Lambda$ 는 대각선에 고유치값의 4제곱,  $\lambda_i^4 (i=1, 2, \dots, n)$ 가 배치된  $n \times n$  행렬이며,  $\lambda_i^4 = \omega_i^2 \rho h R^4 / D$ 이다.

원형 평판의 고유함수를 각 경계조건에 대해 정리하면 다음과 같다. 단순지지와 고정의 경우는 고유함수와 행렬  $\Lambda$ 가 다음과 같이 표시된다.

$$\Phi_m = A_m \left[ J_n \left( \lambda_m \frac{r}{R} \right) + C_m I_n \left( \lambda_m \frac{r}{R} \right) \right] f_m(\theta), \quad m=1, 2, \dots$$

$$\Lambda = \text{diag} \left[ \left[ \lambda_1^4 \quad \lambda_2^4 \quad \lambda_3^4 \quad \dots \quad \lambda_n^4 \right] \right] \quad (4a,b)$$

여기서,  $J_n, I_n$ 은 제 1종 베셀함수와  $n$ 차의 수정된 베셀함수를 나타낸다.

자유단의 경우는 세 개의 강제모드를 포함하여 고유함수와 행렬  $\Lambda$ 가 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi_1 = 1, \quad \Phi_2 = \frac{r}{R} \cos \theta, \quad \Phi_3 = \frac{r}{R} \sin \theta \quad (5a-c)$$

$$\Phi_{(k+3)} = A_k \left[ J_n \left( \lambda_k \frac{r}{R} \right) + C_k I_n \left( \lambda_k \frac{r}{R} \right) \right] f_k(\theta), \quad k=1, 2, \dots \quad (5d)$$

**Table 1** Characteristic value for simply supported circular plate

$m$	$n_m$	$\lambda_m$	$A_m$	$C_m$	$f_m(\theta)$
1	0	2.2215	1.9446	-0.0369	1
2	1	3.7280	3.5183	-0.0055	$\cos(\theta)$
3	1	3.7280	3.5183	-0.0055	$\sin(\theta)$
4	2	5.0610	4.1668	-0.0014	$\cos(2\theta)$
5	2	5.0610	4.1668	-0.0014	$\sin(2\theta)$
6	0	5.4516	2.9403	0.0006	1
7	3	6.3212	4.7433	-0.0004	$\cos(3\theta)$
8	3	6.3212	4.7433	-0.0004	$\sin(3\theta)$
9	1	6.9627	4.7133	0.0001	$\cos(\theta)$
10	1	6.9627	4.7133	0.0001	$\sin(\theta)$

**Table 2** Characteristic value for clamped circular plate

$m$	$n_m$	$\lambda_m$	$A_m$	$C_m$	$f_m(\theta)$
1	0	3.1962	2.2153	0.0557	1
2	1	4.6109	3.8587	0.0152	$\cos(\theta)$
3	1	4.6109	3.8587	0.0152	$\sin(\theta)$
4	2	5.9057	4.4778	0.0052	$\cos(2\theta)$
5	2	5.9057	4.4778	0.0052	$\sin(2\theta)$
6	0	6.3064	3.1407	-0.0025	1
7	3	7.1435	5.0331	0.0020	$\cos(3\theta)$
8	3	7.1435	5.031	0.0020	$\sin(3\theta)$
9	1	7.7993	4.9697	-0.0006	$\cos(\theta)$
10	1	7.7993	4.9697	-0.0006	$\sin(\theta)$

**Table 3** Characteristic value for free-edge circular plate

$k$	$n_k$	$\lambda_k$	$A_k$	$C_k$	$f_k(\theta)$
1	2	2.3148	3.6459	0.2134	$\cos(2\theta)$
2	2	2.3148	3.6459	0.2134	$\sin(2\theta)$
3	0	3.0005	2.1979	-0.0857	1
4	3	3.5269	4.5155	0.0911	$\cos(3\theta)$
5	3	3.5269	4.5155	0.0911	$\sin(3\theta)$
6	1	4.5249	3.8349	-0.0192	$\cos(\theta)$
7	1	4.5249	3.8349	-0.0192	$\sin(\theta)$
8	2	5.9380	4.4258	-0.0056	$\cos(2\theta)$
9	2	5.9380	4.4258	-0.0056	$\sin(2\theta)$
10	0	6.2003	3.1390	0.0032	1

$$\Lambda = \text{diag} \left( \left[ 0 \ 0 \ 0 \ \lambda_1^4 \ \lambda_2^4 \ \lambda_3^4 \ \dots \ \lambda_{n-3}^4 \right] \right) \quad (5e)$$

Table 1,2,3은 각각의 경계조건에 대해 식 (4)와 (5)에서 사용되는 상수와 계수값들을 진동차수에 따라 오름차순으로 정리한 표이다.

**3. 독립좌표연성법을 이용한 원환판의 해석**

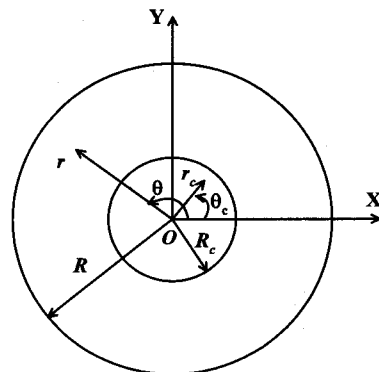
Fig. 2와 같이 중앙에 구멍을 가지고 있는 원환판을 고려해 보자. 독립좌표연성법을 사용할 경우, 반지름  $R_c$ , 두께  $h$ 이고 자유단인 원형 구멍에 대해 별도의 좌표  $r_c$ 와  $\theta_c$ 를 이용하여 구멍 영역의 변위를 다음과 같이 표현한다.

$$w_c(r_c, \theta_c, t) = \sum_{i=1}^n \Phi_{ci}(r_c, \theta_c) q_{ci}(t) = \Phi_c(r_c, \theta_c) q_c(t) \quad (6)$$

여기서,  $\Phi_{ci}(r_c, \theta_c)$ 는 원형 구멍의 허용함수를 나타내고,  $q_{ci}(t)$ 는 일반좌표계 벡터를 나타낸다.  $\Phi_{ci}(r_c, \theta_c)$ 는 자유단인 원판의 고유함수를 고려하여 식 (5)와 유사한 형태로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\Phi_{c1} = 1, \Phi_{c2} = \frac{r_c}{R_c} \cos \theta_c, \Phi_{c3} = \frac{r_c}{R_c} \sin \theta_c \quad (7a-c)$$

$$\Phi_{c(k+3)} = A_k \left[ J_n \left( \lambda_k \frac{r_c}{R_c} \right) + C_k I_n \left( \lambda_k \frac{r_c}{R_c} \right) \right] f_k(\theta_c) \quad k=1,2,\dots \quad (7d)$$



**Fig. 2** Annular plate

그리고 이에 관련된 고유행렬은 세 개의 강체모드를 나타내는 영의 고유진동수를 포함해 다음과 같이 표현된다.

$$\Lambda_c = \text{diag} \left( \left[ \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & \lambda_{c1}^4 \\ & & \lambda_{c2}^4 & \\ & & & \lambda_{c3}^4 \\ & & & \dots \end{array} \right] \right) \quad (8)$$

여기서, 식 (7)과 (8)에 필요한 상수들은 Table 3을 이용하면 된다. 식 (6)을 고려하는 경우 전체 에너지에서 차감되어야 할 원형 구멍 영역의 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 표현된다.

$$T_c = \frac{\rho h \pi R_c^2}{2} \dot{q}_c^T \dot{q}_c, \quad V_c = \frac{\pi D}{2R_c^2} q_c^T \Lambda_c q_c \quad (9a,b)$$

원형 구멍을 갖는 원형 평판의 운동에너지와 탄성 에너지는 원형 평판의 에너지에서 원형 구멍의 에너지를 차감해서 얻어진다. 즉, 식 (3)으로부터 식 (9)를 차감하여 다음과 같이 표현된다.

$$T_{total} = T - T_c = \frac{\rho h \pi R^2}{2} \left( \dot{q}^T \dot{q} - \dot{q}_c^T \dot{q}_c \right) \quad (10a,b)$$

$$V_{total} = V - V_c = \frac{\pi D}{2R^2} \left( q^T \Lambda q - q_c^T \Lambda_c q_c \right)$$

독립좌표연성법의 핵심은 각각 다른 일반 좌표계로 원형 평판과 구멍에 대한 에너지식을 유도하고 구멍내에서 변위가 같아야 한다는 조건을 사용해 국부좌표계를 전체좌표계로 변환하는 것이다. 따라서, 구멍영역 내에서의 변위 일치 조건은 다음과 같이 표현된다.

$$w_c(r_c, \theta_c) = w(r, \theta). \quad (11)$$

식 (2)와 식 (6)을 식 (11)에 대입하면 다음과 같이 유도된다.

$$\sum_{j=1}^n \Phi_{cj}(r_c, \theta_c) q_{cj}(t) = \sum_{j=1}^n \Phi_j(r, \theta) q_j(t) \quad (12)$$

식 (12)에  $\Phi_{ci}(r_c, \theta_c)$ 를 곱하고 적분을 수행하면 다음식이 유도된다.

$$\sum_{j=1}^n \int_0^{2\pi} \int_0^{R_c} \Phi_{ci}(r_c, \theta_c) \Phi_{cj}(r_c, \theta_c) r_c dr_c d\theta_c q_{cj}(t)$$

$$= \sum_{j=1}^n \int_0^{2\pi} \int_0^{R_c} \Phi_{ci}(r_c, \theta_c) \Phi_j(r, \theta) r_c dr_c d\theta_c q_j(t) \quad (13)$$

$i = 1, 2, \dots, n_c$

$\Phi_{ci}(r_c, \theta_c)$ 의 직교성과 전체좌표계와 국부좌표계의 관계로부터 유도된  $\theta = \theta_c, r = \alpha r_c$ 의 관계를 이용하면 식 (13)은 다음과 같이 표현된다.

$$q_{ci}(t) = \sum_{j=1}^n \int_0^{2\pi} \int_0^{R_c} \Phi_{ci}(r_c, \theta_c) \Phi_j(\alpha r_c, \theta_c) r_c dr_c d\theta_c q_j(t)$$

$$= \sum_{k=1}^n (T_c)_{ik} q_{jk}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n_c \quad (14)$$

여기서,  $\alpha = R_c/R$ 이며, 원형 판의 반지름에 대한 원형 구멍의 반지름에 대한 비율을 나타낸다.

식 (14)를 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$q_c = T_c q \quad (15)$$

여기서,  $T_c$ 는  $n_c \times n$  행렬이다.

식 (15)를 식 (10)에 대입하면, 원환판의 운동에너지와 탄성에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_{total} = \frac{\rho h \pi R^2}{2} \dot{q}^T (I - \alpha^2 T_c^T T_c) \dot{q} \quad (16a,b)$$

$$V_{total} = \frac{\pi D}{2R^2} q^T \left( \Lambda - \frac{1}{\alpha^2} T_c^T \Lambda_c T_c \right) q$$

여기서, 식 (3)과 식 (8)의 질량과 강성계수를 이용하여 식 (16)의 질량과 강성계수를 무차원화하면 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{M}_r = I - \alpha^2 T_c^T T_c, \quad \bar{K}_r = \Lambda - \frac{1}{\alpha^2} T_c^T \Lambda_c T_c \quad (17a,b)$$

따라서, 무차원화된 원환판의 고유치 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\left[ \bar{K}_r - \bar{\omega}^2 \bar{M}_r \right] A = 0 \quad (18)$$

여기서,  $\bar{\omega} = \omega \sqrt{\rho h R^4 / D}$ 이며 무차원화된 고유진동수를 나타낸다.

4. 수치해석

이 연구에서는  $\nu=0.3$ 이고 가운데에 원형의 구멍을 갖는 Fig. 3의 경계조건에 대한 원형판의 고유진동수를 독립좌표연성법을 이용하여 구하였다.

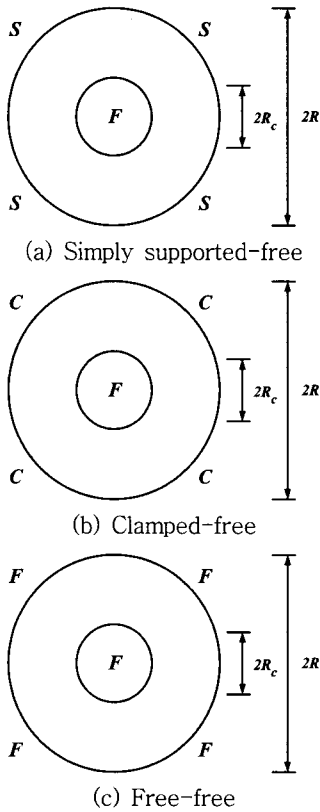


Fig. 3 Boundary conditions for annular plates

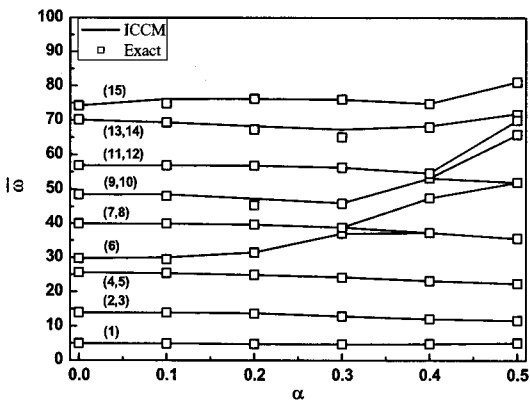


Fig. 4 Simply supported-free annular plate

고유함수는 원형 평판과 원형 구멍에 대하여 각각 100개를 고려하여 수치계산을 수행하였다. 또한, 얻어진 결과에 대한 비교를 위하여 엄밀해는 Mathematica를 이용하여 구하였다.

Figs. 4~6은 각 경계조건에 대해 엄밀해와 독립좌표연성법에 의한 값을 동시에 보여주고 있다. 또한, 이 그림들은 구멍의 크기에 따른 고유진동수 변화를 보여준다. 고유진동수의 크기는 오름차순으로 정리되었다.

Fig. 4에서는 Fig. 3(a)의 경계조건에 대한 것이다. 첫 번째 고유진동수는 구멍의 크기가 커짐에 따라 큰 변화를 보이지 않지만, 2차부터 5차의 고유진동수는 원형 구멍이 커짐에 따라 고유진동수가 조금씩 감소하는 것을 볼 수 있다. 구멍의 크기변화에 대하여 가장 큰 영향을 받는 고유진동수는 6차이며 원형 구멍의 크기가 커짐에 따라 증가한다. 또한, 7차, 8

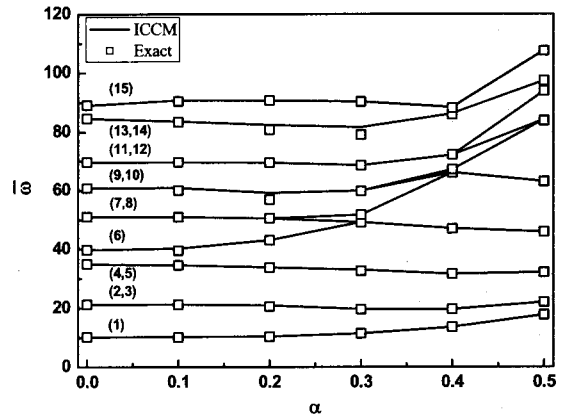


Fig. 5 Clamped-free annular plate

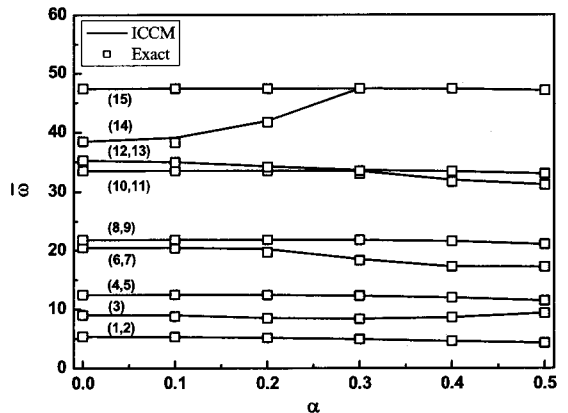


Fig. 6 Free-free annular plate

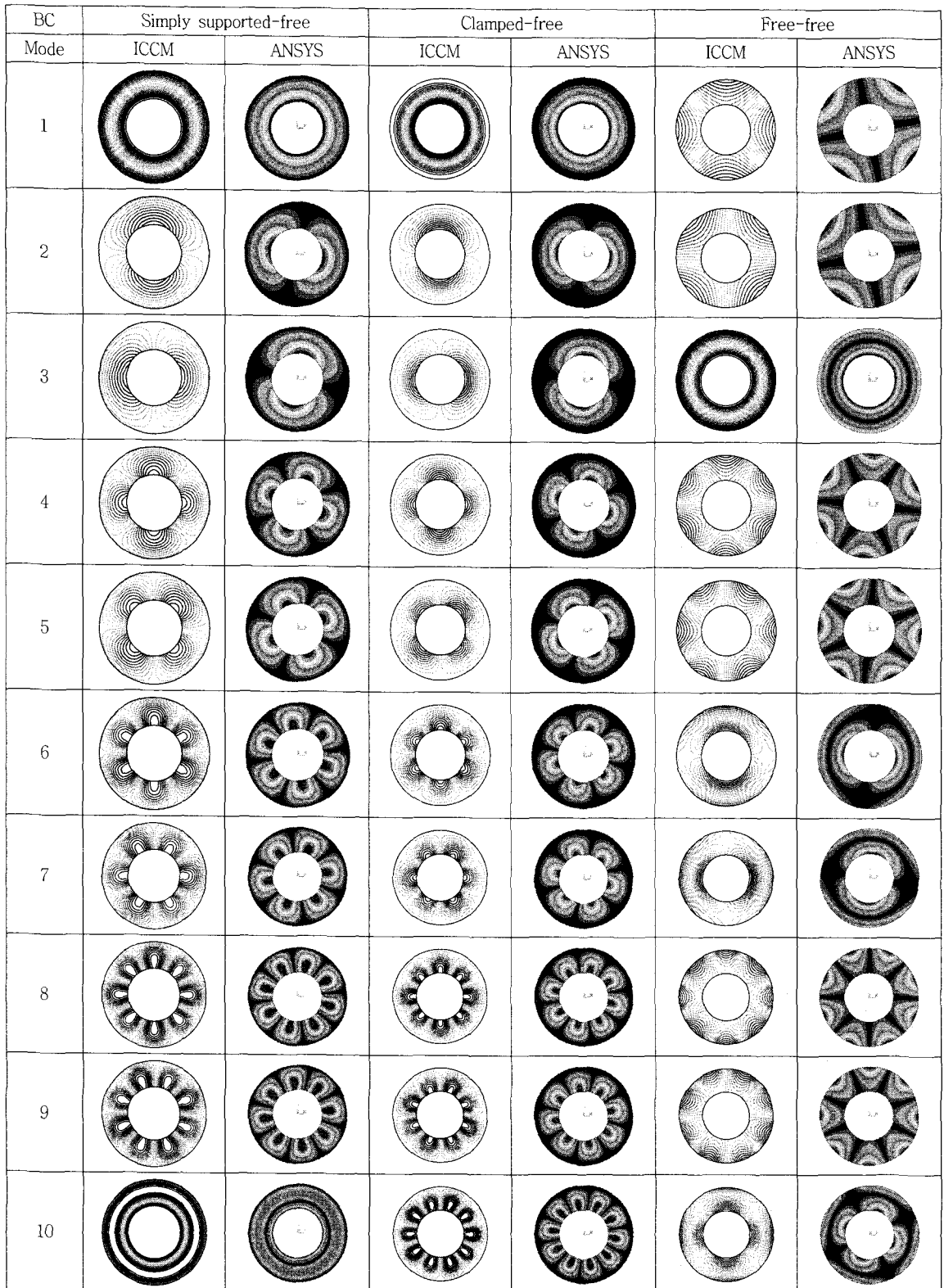


Fig. 7 Mode shapes of annular plate( $\alpha=0.5$ )

차의 고유진동수는  $\alpha=0.3$ 에서부터 분리가 되어 나타나고, 9차, 10차의 고유진동수는  $\alpha=0.4$ 에서 고유진동수가 분리된다. 11차, 12차의 고유진동수는  $\alpha=0.4$  이후 급격하게 증가하는 것을 볼 수 있다. 13~15차의 경우는 구멍의 크기에 대한 큰 영향을 받지 않는 것으로 보인다.

Fig. 5의 결과는 Fig. 3(b)의 경계조건에 대한 것이다. Fig. 4의 결과와 비교할 때 전체적인 경향은 비슷하게 보이지만 부분적으로 다른 경향을 보이며 고유진동수는 전체적으로 증가한 것을 알 수 있다. 1차 고유진동수는 원형 구멍의 크기가 원형 평판 직경의 20%가 지나면서부터 증가하기 시작하는 것을 알 수 있다. 2차부터 5차의 고유진동수는 구멍의 크기가 증가함에 따라 조금씩 감소하다  $\alpha=0.4$ 에서부터 증가하는 경향을 보인다. 6차의 고유진동수는 구멍의 크기가 증가함에 따라 크게 변화하며, 구멍의 크기가 원형 평판 직경의 20%를 증가하면서 7차, 8차의 고유진동수는 분리되고, 30%를 넘어서면서 9차, 10차의 고유진동수가 분리된다. 이것은 단순지지조건과 비교할 때 구멍의 크기가 10% 더 작을 때부터 발생하는 것을 보여준다. 11차, 12차의 고유진동수는  $\alpha=0.3$ 을 지나면서 증가하기 시작하여 구멍의 크기가 40%를 넘어서면서 고유진동수가 분리되기 시작하는 것을 볼 수 있다. 13~15차의 진동수는  $\alpha=0.4$ 를 지나며 구멍의 크기에 영향을 받는 것을 알 수 있다.

Fig. 6은 Fig. 3(c)의 경계 조건에 대한 결과를 보여준다. 1~5차까지의 고유진동수는 원형 구멍의 크기가 증가하여도 큰 변화를 보이지 않는다. 6, 7차의 고유진동수는  $\alpha=0.2$ 를 지나면서 감소하다가  $\alpha=0.4$ 부터 변화를 보이지 않는다. 8, 9차의 고유진동수는 거의 일정하며, 10, 11차의 고유진동수는  $\alpha=0.3$  이후 약간의 감소를 보인다. 12, 13차의 고유진동수는 구멍의 크기가 증가할수록 감소하며, 14차의 고유진동수는 원형 구멍의 크기가 증가할수록 급격하게 증가하다가 구멍의 크기가 30%를 넘어서면서 약간 감소하는 경향을 나타낸다. 15차의 진동수는 구멍의 크기에 거의 영향을 받지 않는다. 전체적인 경향은 단순지거나 고정된 경우와 비교하여 큰 차이를 보이는 것을 알 수 있다.

Fig. 7에서는 원형구멍의 지름이 원형판 지름의 50%가 될 때 독립좌표연성법을 이용하여 구한 모

드형상과 ANSYS를 이용한 모드 형상을 보여주고 있다. 독립좌표 연성법에 의한 결과가 ANSYS 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

이 연구에서는 편심된 원형 구멍을 갖는 원형 평판의 특성을 해석하기 위한 사전 연구로 원환판에 대하여 독립좌표연성법(ICCM)을 이용하여 진동특성을 해석하였다. 외부와 내부의 경계조건이 단순지지-자유, 고정-자유, 자유-자유인 원환판의 고유진동수를 독립좌표연성법을 이용하여 구하고 그 결과를 엄밀해와 비교하였는데 독립좌표연성법에 의한 결과가 엄밀해와 잘 일치한다. 따라서 독립좌표연성법이 원환판에 대해서도 타당함을 알 수 있다.

해석결과에 의하면 원환판의 외연 경계조건에 상관없이 1~5차까지의 고유진동수는 구멍의 크기에 대한 영향을 많이 받지 않지만, 6차 이후의 고차의 고유진동수는 구멍의 크기가 커질수록 민감하게 변화하는 것을 확인하였다.

또한, 독립좌표연성법을 이용하여 구멍의 크기가 평판에 대하여 50%일 때, 각각의 경계조건에 대한 평판의 고유진동모드를 구하여 ANSYS를 이용하여 얻은 결과와 비교하였다. 두 방법을 사용하여 구한 모드의 형상은 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 따라서 ICCM이 고유진동모드 계산에 효과적으로 사용될 수 있음을 확인하였다.

## 후 기

이 연구는 동국대학교 논문 게재 장려금 지원으로 이루어졌다. 관계자 여러분께 감사드린다.

## 참 고 문 헌

- (1) Leissa, A. W., 1993, Vibration of Plates, Acoustical Society of America, New York.
- (2) Vogel, S. M. and Skinner, D. W., 1965, "Natural Frequencies of Transversely Vibrating Uniform Annular Plates", Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 32, pp. 926~931.
- (3) Vega, D. A., Vera, S. A., Sanchez, M. D. and

Laura, P. A. A., 1998, "Transverse Vibrations of Circular, Annular Plates with a Free Inner Boundary", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 103, pp. 1225~1226.

(4) Wong, W. O., Yam, L. H., Li, Y. Y., Law, L. Y. and Chan, K. T., 2000, "Vibration Analysis of Annular Plates Using Mode Subtraction Method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 232, pp. 807~824.

(5) Cheng, L., Li, Y. Y. and Yam, L. H., 2003, "Vibration Analysis of Annular-like Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 262, pp. 1153~1170.

(6) Kwak, M. K. and Han, S. B., 2005, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with a Rectangular Cutout by Independent Coordinate Coupling Method", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 12, pp. 1398~1407.

(7) Kwak, M. K. and Han, S. B., 2006, "Free Vibration Analysis of Simply-supported Rectangular Plate with a Circular Cutout by Independent

Coordinate Coupling Method", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 6, pp. 643~650.

(8) Kwak, M. K. and Han, S. B., 2007, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with a Hole by Means of Independent Coordinate Coupling Method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 306, pp. 12~30.

(9) Kwak, M. K. and Song, M. H., 2007, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with Multiple Rectangular Cutouts by Independent Coordinate Coupling Method", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 9, pp. 881~887.

(10) Kwak, M. K. and Song, M. H., 2007, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with Multiple Circular Cutouts by Independent Coordinate Coupling Method", Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 11, pp. 1086~1092.