

엔진 연비 향상을 위한 오일펌프 사이즈/형상 최적화

조석현^{*} · 남경우

현대자동차 선행연구팀

Size and Shape Optimization of the Oil Pump for Fuel Consuming Reduction

Jo, Sok-Hyun^{*} · Nam, Kyung-Woo

Advanced Technology & Analysis Team, Hyundai & Kia Motor Company, 771-1 Jangduk-dong, Hwasung-si,
Gyeonggi 445-706, Korea

(Received 19 March 2007 / Accepted 27 August 2007)

Abstract : Generally block imbedded type oil pump is adopted to make a small engine. In this paper 1D/3D numerical simulations were conducted to reduce energy consumption of the block imbedded type oil pump. At each stage of engine development we have estimated the oil flow rate and pressure to optimize oil pump sizes by using the 1D system analysis and then accomplished 3D CFD(Computational Fluid Dynamics) simulations to optimize oil pump shapes including inlet/outlet port. As a result, the energy consumption of oil pump has been reduced to nearly 27% and the engine fuel consumption to 1~1.5%.

Key words : Lubrication(윤활), Fuel consumption(연료 소비), Oil pump(오일펌프), Optimization(최적화)

Nomenclature

P : 압력, bar or Pa

Q : 유량, l/min

D : 파이프 직경, mm

L : 파이프 길이, mm

ρ : 밀도, kg/m³

V : 유속, m/sec

f : 마찰 계수

K : 손실 계수

하여 윤활 시킴으로써 엔진의 마찰손실을 줄이고 내구성과 신뢰성을 증가시킨다. 또한 냉각수와 더 불어, 베어링을 포함한 엔진 고온 발생영역의 냉각에 참여하여 엔진을 정상 온도에서 작동하도록 한다. 그 구성은 일반적으로 오일을 공급하는 용적식 오일펌프와 과다한 오일 공급을 막는 릴리프 밸브(relief valve), 오일의 이송길로 사용되는 오일라인, 회전부에 유막을 형성하여 마찰과 열발생을 줄이는 크랭크샤프트의 메인 베어링과 콘로드 베어링 그리고 캠 샤프트 베어링 등으로 구성된다. 여기에 오일의 정화를 맡은 오일 필터와 기계적 작동을 위한 여러 가지 기구가 추가된다. 그 중 가장 대표적인 것이 CVVT(Continuous Variable Valve Timing) 기구로 오일압을 사용하여 포트의 열림각을 조정한다. 추가적으로 엔진의 신뢰성과 성능을 향상을 위해 HLA(Hydro Lash Adjuster), VVL(Variable Valve Lift)

1. 서 론

엔진 윤활시스템은 오일펌프를 공급원으로 하여 오일이 필요한 각 소요처에 오일을 원활히 공급하는 시스템이다. 마찰이 발생하는 곳에 오일을 공급

*Corresponding author, E-mail: josh@hyundai-motor.com

기구, CDA(Cylinder DeActivation) 기구 등이 추가되기도 한다.

엔진 초기 개발 시, 윤활시스템의 설계를 위해서는 이러한 모든 기구의 오일 소모량을 정확히 예측하여야 하지만 실제로는 설계자의 경험을 근거로 예측 되어지는 것이 일반적이다. 경험적으로 해결될 수 없는 신 기구의 사용 시 그 예측은 많은 오차를 만들고 그 결과로 엔진 개발 비용의 증가와 개발 기간의 지연이 발생하게 된다. 개발 경쟁이 더욱 치열해지는 현 상황에서 개발 비용과 기간의 단축이 더욱더 요구되어지고 있고 이를 위해서는 선행 단계를 포함한 엔진 개발 각 단계에서 정확한 소비 오일유량 예측을 통한 최적화 설계 방안이 반드시 필요하다. 이와 관련해서 Mian¹⁾은 설계 요구조건을 만족하며 오일 소모량을 줄이는 최적화 작업을 제안하였다. 이러한 시스템 해석적 접근 방법은 차량 동력 조향장치 유압 회로 최적화에도 기 적용되어 차량 연비 향상에 많은 도움을 주었다.²⁾

본 연구에서는 수치 해석방법을 도입하여 엔진 각 개발 단계별 윤활 시스템의 오일 소모량을 예측하고 최적화를 수행하여 연비를 향상시키는 작업을 소개하고자 한다. 엔진 초기 개발 시 dual CVVT로 계획된 엔진은 오일 소모량이 많았으나 유로의 저항으로 펌프의 공급효율은 매우 떨어지는 상태였다. 이에 3D 수치해석방법을 도입하여 유로 형상의 최적화를 통해 오일펌프 공급효율을 향상시켰으며 과잉된 오일은 1D 시스템 해석을 통해 최적 펌프 사이즈를 예측 후 설계 변경하여 결과적으로 in-CVVT 사양은 약 1%, non-CVVT 사양은 약 1.5%의 연비향상을 이루었다.

2. 본론

2.1 해석 대상 모델

대상 엔진 윤활회로는 Fig. 1과 같다. 오일펌프는 엔진 블록 전단에 성형되어 있고 오일 필터를 통과한 오일은 메인 갤러리를 통해 헤드와 블록의 HLA와 베어링 등 오일 소모처로 공급되어진다. 오일 펌프의 자세한 형상은 Fig. 2와 같다. 오일펌프의 경우, 초기 선행 단계에서 그 용량을 결정하여야 하는데 만약 과소 예측 된다면 CVVT, CDA 등의 기구 작

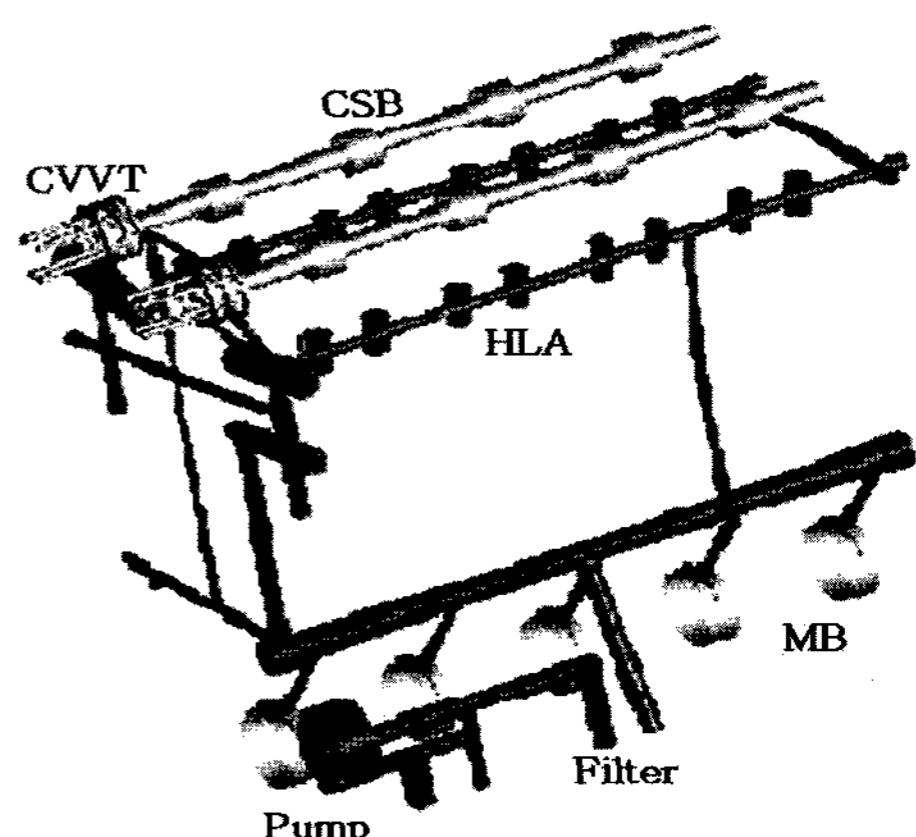


Fig. 1 Engine lubrication system



Fig. 2 Engine oil pump

동이 불가하게 되고 그 반대로 과다 예측 된다면 불필요한 동력의 소모로 엔진의 연비를 떨어트리게 된다.

대상 엔진의 오일펌프가 HPDC 주조방식의 블록 전단에 성형되어 있는 관계로 오일펌프 사이즈와 형상의 변동은 일반적인 단품 형태의 펌프를 채택한 타 엔진과 달리 쉽게 이루어 질 수 없다. 고로 이러한 형태의 오일펌프는 예측의 정확도를 충분히 확보하여야 하며 이는 해석적인 방법을 통해 이루어 질 수 있다.

해석적 방법은 크게 두 가지로 나눌 수 있는데 그 첫 번째가 시스템 해석 방법이고 다른 하나는 3차원 유동해석 방법이다. 시스템 해석은 윤활회로 전체에 대한 1차원 해석 방법으로 각 오일 소모처의 사이즈와 유로저항을 고려하여 윤활에 필요한 유량을 예측하고 각 부의 압력을 평가하는 해석방법이다.

3차원 유동해석 방법은 오일펌프 단품에 대한

CFD(Computational Fluid Dynamics) 해석으로 흡입, 토출 포트의 형상과 로터의 운동을 고려하여 유동의 원활성을 평가하는 방법이다. 펌프의 경우 오일 회로에 오일을 공급하는 중요한 기능을 하기 때문에 그 성능(펌프 효율, 구동 토크)은 매우 중요하다. 그러므로 유로의 원활성을 확보하여 펌프의 효율을 증대시키고 펌핑 시 소모 동력을 감소시키는 작업이 반드시 필요하다.

2.2 1차원 시스템 해석적 접근법 - 오일 요구량과 압력 예측

대상 엔진 오일 시스템 모델은 Fig. 3과 같다. 시스템의 구성은 오일 성능을 모사한 펌프 모델과 메인, 콘로드, 캠샤프트 베어링 모델 그리고 HLA 모델로 이루어졌다. 여기에 흡배기 밸브 열림각을 조절할 수 있는 CVVT 기구가 베어링으로 모델 되어져 있고-이는 CVVT가 한쪽에 고정된 것을 가정한 결과임- 그 외 오일 텐셔너와 오일 윤활 제트가 저항체 모델로 모사 되어졌다(첨부 참조). 일반적으로 해석 시기가 대상 시험 이전이므로 HLA나 오일 텐셔너 등의 유동저항은 기 개발된 동종의 엔진 시험의 결과를 반영한 데이터를 전용하는데 펌프의 경우는 단품 시험 이전에는 동종 엔진의 펌프 특성을 scale 해서 사용하고 이후에는 시험값을 사용한다. 온도 변화에 따라 오일 소모량이 변하는 베어링의 경우 온도 변화 시 열팽창을 계산 후 그 간극 변화를 고려

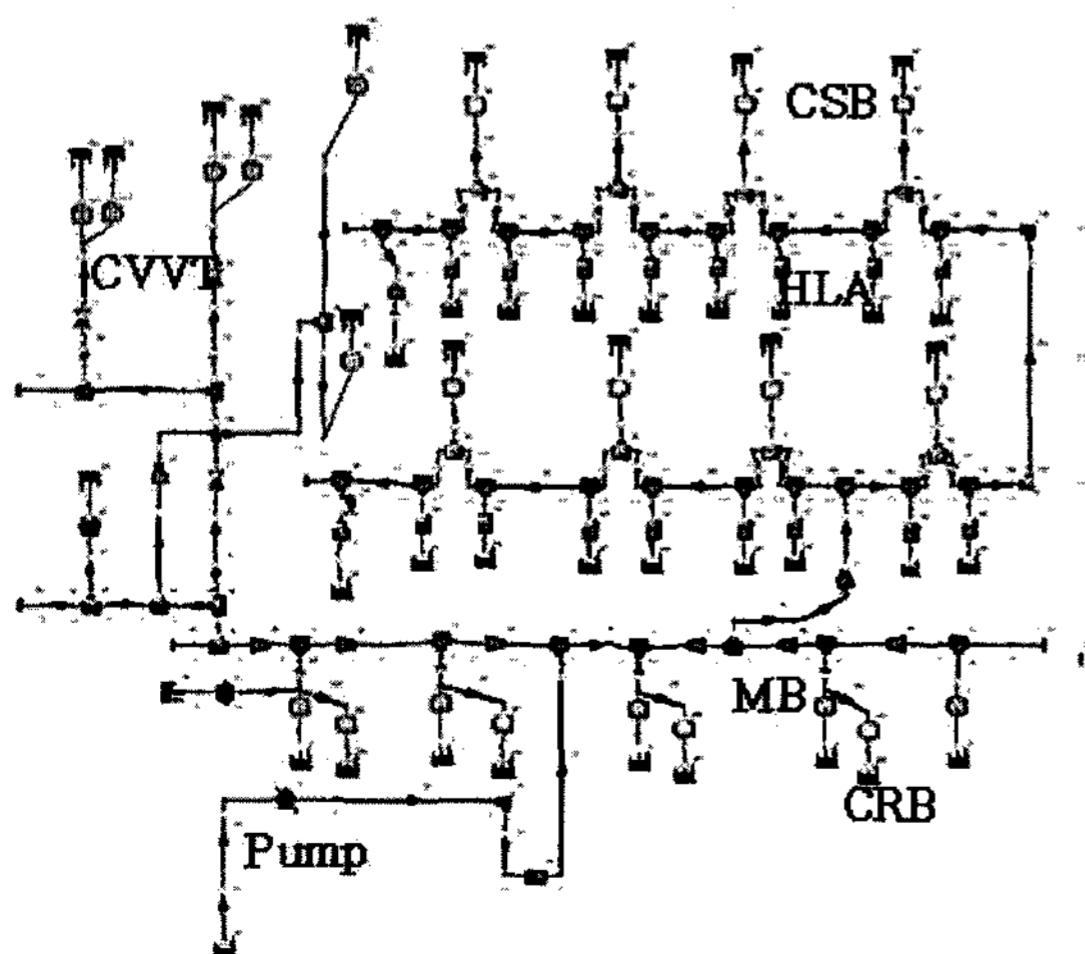


Fig. 3 Computational model

하여 해석을 수행한다.

이러한 시스템 해석적 접근을 통해 엔진 시작 이전에 엔진 오일 소모량을 예측 가능하고 동시에 특정 부위의 압력도 예측 가능해져서 CVVT나 HLA 등의 압력 작동기구의 작동 여부도 엔진 시작 이전에 파악할 수 있게 된다. 또한 정확한 오일 소모량 예측은 설계된 오일 펌프의 용량 적정성을 평가하여 그 용량을 필요에 맞게 줄이거나 늘리도록 하여 압력 작동기구를 원활히 작동시키면서 동시에 불필요한 오일 공급으로 에너지를 소모하지 않도록 한다.

2.3 3차원 해석적 접근법 - 펌프 효율 증대

3D 오일 펌프 유동해석은 흡배기 포트와 로터부를 격자 모델링 하여 로터 격자의 회전에 따른 유동 해석을 수행하는 대단히 난이 한 해석 방법으로 이전에는 계산장치의 성능이나 해석 solver의 한계로 접근이 어려웠다. 하지만 full cavitation 모델과 moving mesh 기능이 내장된 CFD-ACE의 도입으로 로터(rotor) 회전에 따른 유동 해석이 가능해졌고 또한 공동 현상(cavitations) 발생 여부도 파악 가능해졌다. 이러한 3차원 해석적 접근법을 사용하여 시작 전 단계에서 오일펌프의 성능을 해석적으로 평가할 수 있게 되었다.³⁻⁵⁾

해석 결과 그 토출 유량이나 효율 등이 미달할 시 유로의 형상 변경 등을 통해 펌프의 성능을 높여야 한다. 대상 엔진의 오일펌프 초기 단계 흡입 포트 형상은 유로가 협소하고 유선화 되어 있지 않아 오일 흡입에 문제가 있을 것으로 예상되었고 또한 토출 포트에 일반적으로 도입되는 pressure relief groove도 성형되어 있지 않아 토출 시 압력 완화도 문제가 있을 것으로 예측되었다.

2.4 해석 결과

2.4.1 시작 이전 단계의 결과

1) 1D 시스템 해석

상용 코드인 Flowmaster를 사용하여 엔진 개발 각 단계별로 1D 시스템 해석을 수행하였다. 일반적으로 시작 이전 단계에서는 기 개발된 동종 엔진의 모델을 수정하여 구성하게 된다. 본 해석은 기 개발된 I4 엔진을 참조하였다.

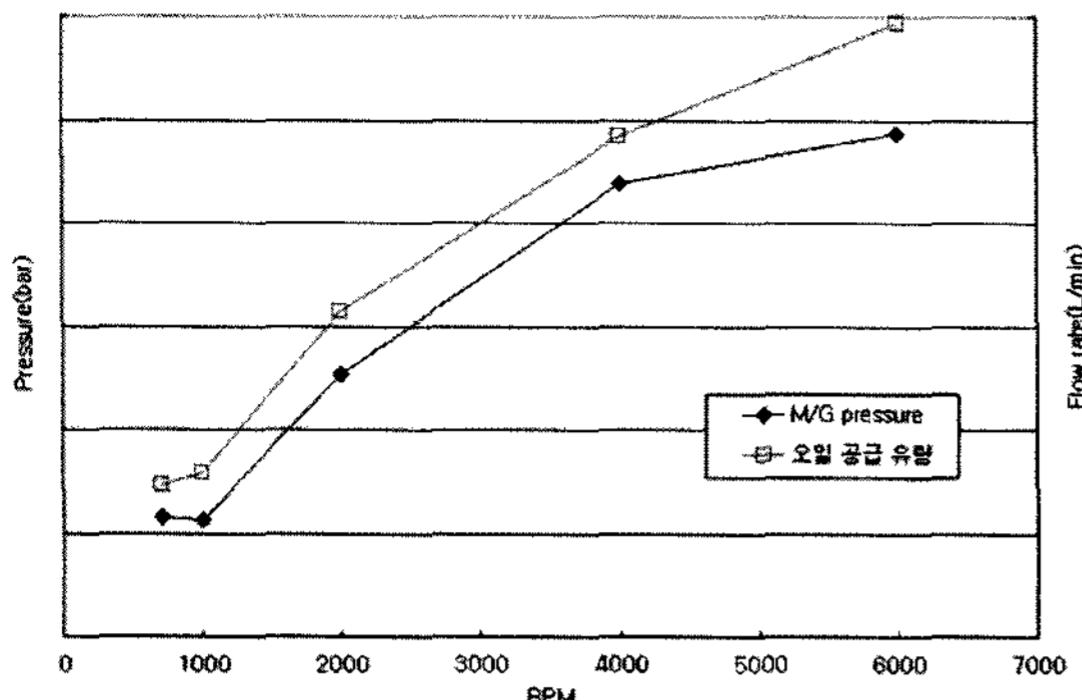


Fig. 4 Calculation results at feasibility step (oil temperature: 120°C)

최초의 feasibility 용 해석의 결과는 Fig. 4와 같고 CVVT 기구 작동을 위한 Main Gallery부 요구 압력 (1bar @1000RPM, 110도)이나 HLA 작동 요구압 (0.7bar@700RPM, 120도)를 상회하는 수준으로 펌프의 최초 설계 유량(10.5cc/rev, 효율 75% 이상)이 비교적 많은 편으로 예측되어 펌프 사이즈 감소 필요성이 예측되었다.

2) 3D 펌프 유동 해석

시작 이전 단계에서 오일 소모유량과 국부의 압력을 확인하는 시스템해석과 더불어 펌프의 단품 성능을 확인하는 3차원 유동 해석을 동시 수행하였다. 대상 엔진의 초기 오일펌프에 대한 3차원 CFD 해석 결과, 저속 영역에서 체적효율이 83%로 설계 유량에 충분히 만족하지만 흡입포트 유로가 협소하여(Fig. 5-baseline) 공동 현상이 비교적 이를 시기인 3000 RPM에서부터 발생하는 것으로 나타났다(Fig. 6).

이의 해결을 위해 흡입 포트부 유로를 확장 했으며(Fig. 5-var.1) 급격한 곡률부분은 유선화 하였다. 그 결과, 흡입 포트 내 공동 현상이 약 4000RPM 이후에서 발생하여 고속 구간에서도 원활히 오일을

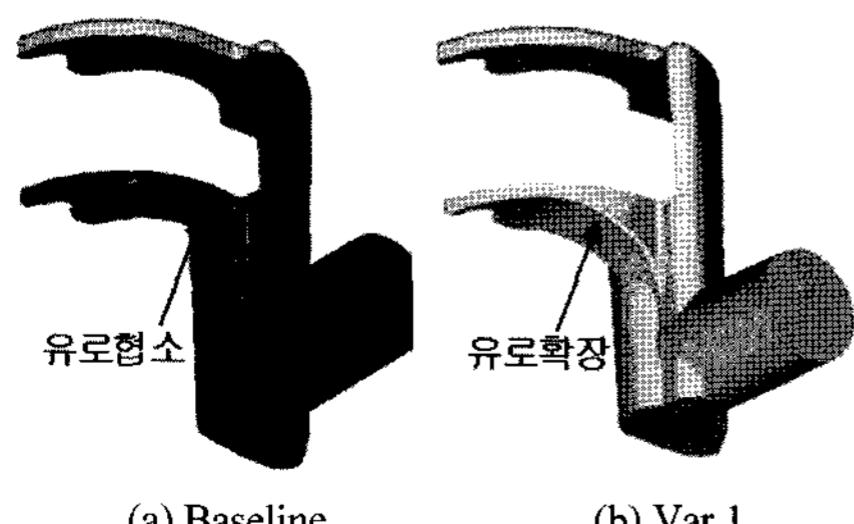


Fig. 5 Shape of the oil pump port

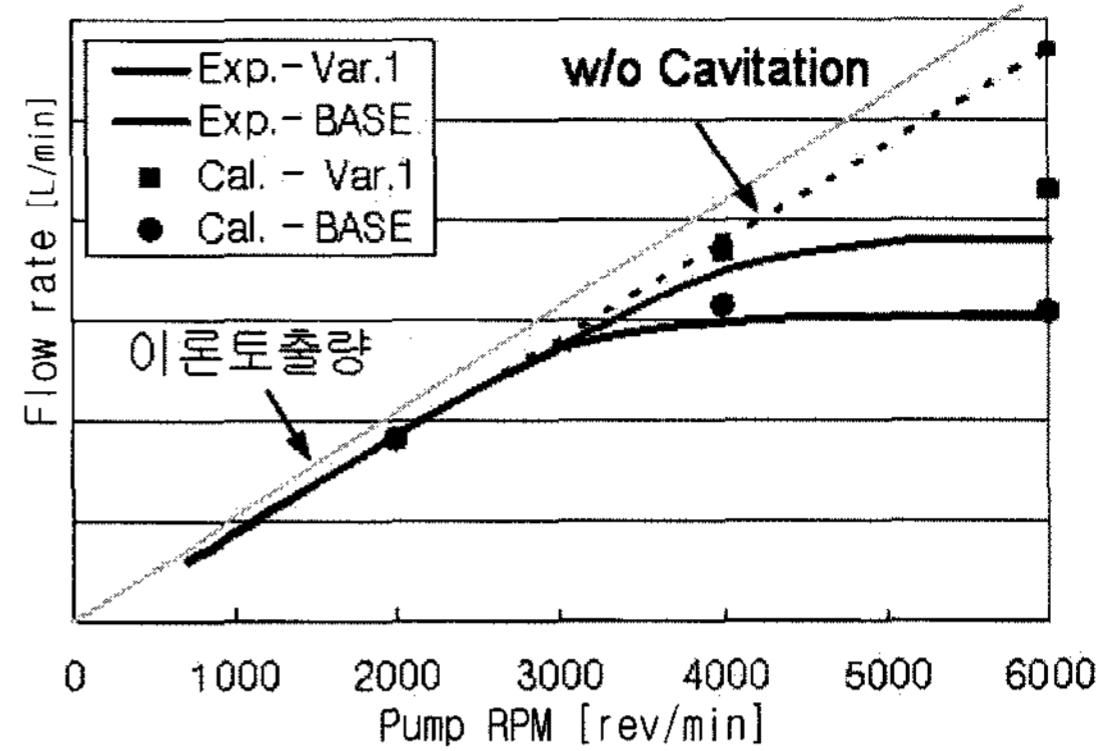


Fig. 6 N-Q plot of the oil pump

공급하게 되었다. 공동화 현상의 발생은 소음과 펌프 내 고체부 침식(erosion)의 원인이 되기도 하므로 상기의 형상변경에 의한 공동화 감소는 소음 감소와 내구성 향상에도 도움이 된다.^{6,7)}

2.4.2 설계 보완 단계의 결과

설계 보완 단계에서는 설계 변경 사양에 대한 해석지원을 통해 오일 소모 유량과 펌프 소요 동력을 감소시키고 국부의 유압을 상승시키는 작업을 수행하였다.

1) 1D 시스템 해석

먼저 설계변경 사양에 대한 시스템 해석 지원을 통해 소모유량 변동과 유압변동을 파악하여 설계자들에게 올바른 정보를 제공도록 하였다.

시작 이후 검토된 윤활 시스템 설계변경 사양에 대한 해석 검토 내역 중 중요 사항은 (1)중공 캠샤프트를 통한 오일 공급(case 1), (2)front camshaft bearing 오일 공급로 변경(case 2), (3)in-CVVT only 사양(case 3), (4)배기측 front camshaft bearing 오일 공급로 변경(case 4), (5)dual-CVVT 사양(case 5), (6)메인 베어링 더블보어 삭제(case 6) 등이다. 선행 해석 단계의 결과와 마찬가지로 검토사양 모두 필요 요구압 보다 10~20% 높은 결과가 나와서 연비향상을 위해 펌프의 사이즈 감소가 필요함을 보였다. 각각에 대한 해석 결과는 Table 1과 같고 설계 적용 사양은 case 3이 되었다. 유압면에서 case 4가 가장 유리하였지만 in-CVVT 기구에서 배기측 front cam shaft bearing에 오일을 공급하기 때문에 in-CVVT 기구 전단유압이 감소하는 문제로 채택하지 않았다.

Table 1 Calculation results - pressure(Main gallery) and volume flow rate

MODEL	M/G 압력(bar)	오일 유량(L/min)
Case 1	1.24	7.887
Case 2	1.22	7.905
Case 3	1.21	7.907
Case 4	1.41	7.833
Case 5	1.10	7.950
Case 6	1.16	7.926

2) 3D 펌프 유동 해석

시작 이전 단계에서 흡입포트 개선 작업을 통해 오일 펌프의 공동현상을 자연시키는 작업을 수행하였다. 하지만 고립 챔버 내에 공동이 없이 오일만 가득 차 있는 경우 챔버의 수축기간 동안 유체가 빠져나갈 틈이 없고, 베를 압축에 의한 완충작용도 없게 된다. 이 경우 로터 이빨 틈새를 통해 상대적으로 압력이 낮고 거리가 가까운 흡입포트로 누설이 발생하게 된다(Fig. 7-var.1).

이를 방지하여 펌프의 체적효율을 높이기 위해 토출 포트부에 압력 완화홈(Pressure relief groove)을 음각하고, 흡입/토출부 유로의 각진 부분에 round 처리를 하였다(Fig. 8-Var. 2). 그 결과, 챔버 수축 시 보

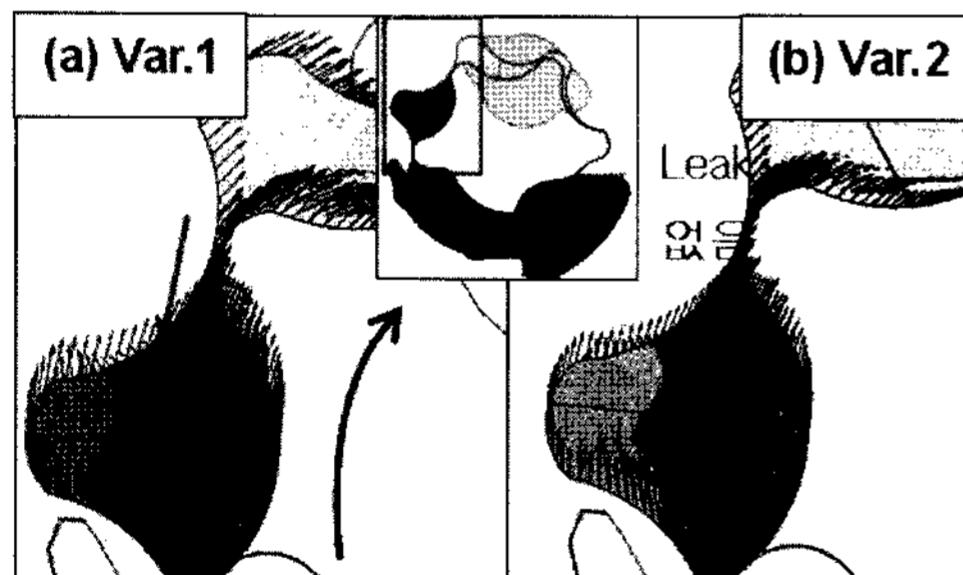


Fig. 7 Teeth tip leakage(4000rpm), pressure and velocity vector-3/5 pitch(1pitch:30)

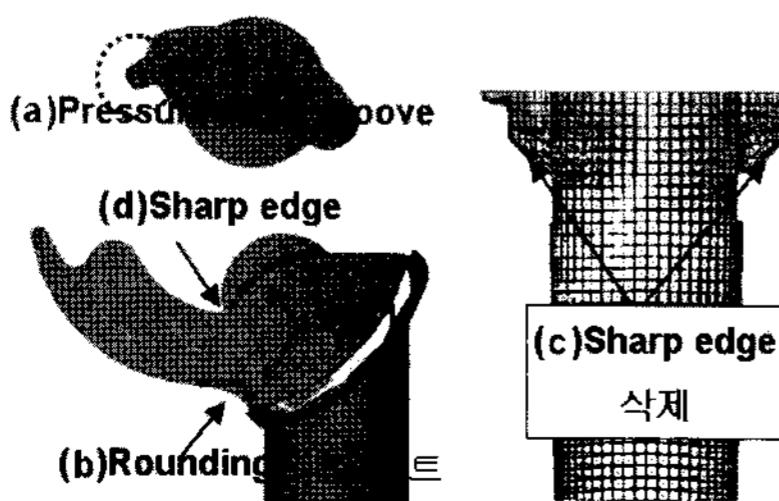


Fig. 8 Shape changes of the oil pump's port

Table 2 Variation of volumetric efficiency and torque of the pump(pump outlet pressure :2bar, bold:experiment)

RPM	MODEL	체적효율 [%]	수력토크[N·m]/ 구동토크[N·m]
2000	Var.1	85.7/88.1	0.44 /0.78
	Var.2	86.6(0.9↑)/ 92.1(4.0↑)	0.44(--)/ 0.73 (6.1%↓)
4000	Var.1	88.6 /83.7	0.72/1.20
	Var.2	91.9(3.3↑)/ 91.8(8.1↑)	0.69(4.2%↓)/ 1.17(1.9%↓)
6000	Var.1	68.2/60.2	0.74 /1.57
	Var.2	64.2(4.0↓)/ 73.3(13.1↑)	0.72(2.7%↓)/ 1.54(1.9%↓)

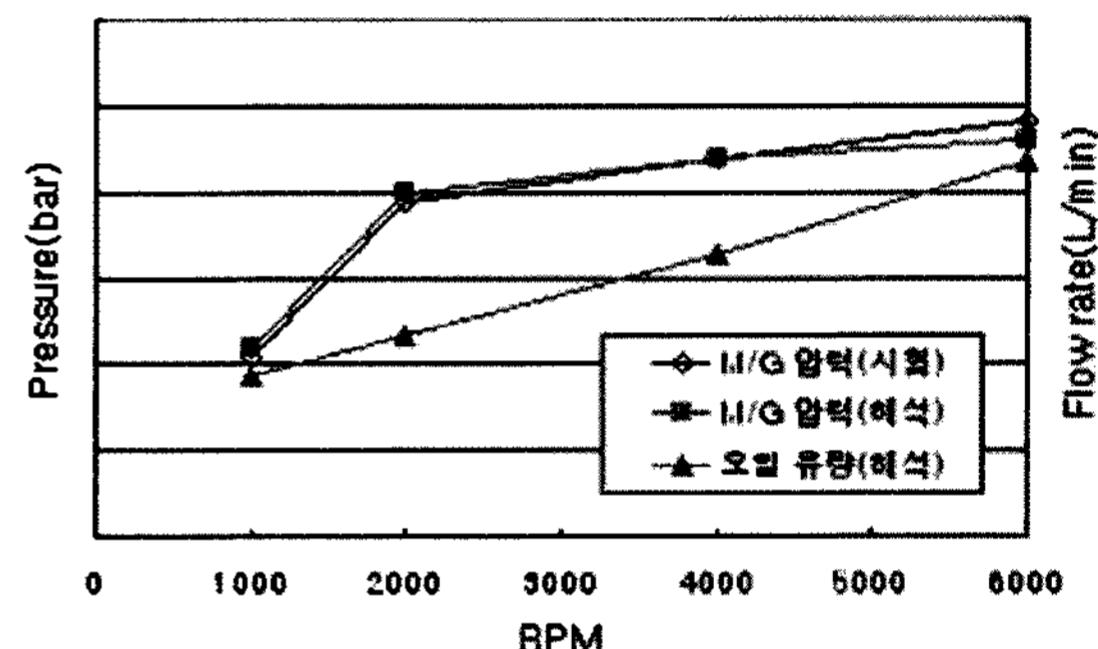


Fig. 9 Model tuning at the step of trouble shooting

이던 오일의 leak 발생은 현저히 줄어들어(Fig. 7-var. 2) 체적 효율의 증대 뿐만 아니라 오일 펌프에 소모되는 에너지도 감소하여 오일 펌프의 회전을 위한 수력토크도 감소되었다(Table 2).

이는 실험적으로도 확인되었는데 해석 결과보다 더 많은 효율 증대와 구동토크(수력토크+기계적 마찰토크)의 감소를 보여서 해석적 접근에 의한 개선 작업이 오일 펌프 소요 동력 감소에 큰 도움이 될 수 있다는 걸 보여 주었다. 이때 시험값은 sharp edge (Fig. 8(d))를 제거하여 6000RPM에서 해석값 보다 큰 효율증대를 보였다.

2.4.3 트러블 슈팅 단계의 해석

트러블 슈팅 단계의 해석은, 오일펌프의 소요동력을 최소화하기 위해 설계 요구압을 만족하는 한에서 오일 펌프 사이즈를 최소화하는 것이었다. 이 단계에서는 이미 시작엔진에서의 시험 결과를 해석에 반영하여 해석 정확도를 상당부분 확보한 상태이다.

1) 1D 시스템 해석

윤활 회로 해석의 경우, 시험과의 상사를 통해 정확성을 확보한 후(Fig. 9) 오일 펌프 사이즈를 축소 하며 설계 요구압을 만족하는지를 살폈다. 그 결과 설계 요구조건을 만족하는 최소의 사이즈는 최초의 rotor 높이에 비해 6mm가 축소된 14.5mm였고 최종적으로는 유압 마진을 고려하여 16.5mm를 검토하는 것으로 결정되었다(Table 3). 이때 단품 시험 된 펌프 동력 소모는 2000RPM 기준으로 330W 정도에서 228W로 약 100W 정도의 소요동력 감소를 얻을 수 있을 것으로 예상 되었고 1mm를 추가 감소하면 (15.5mm 사양) 25W의 추가적인 소요동력 감소를 얻을 수 있을 것으로 예상되었다.

2) 3D 펌프 유동 해석

사이즈 축소 사양 펌프에 대한 성능 변화와 수력 토크 변화를 살펴보기 위해 3차원 CFD 해석을 수행한 결과, 2000RPM에서 23%의 수력 토크 감소를 얻을 수 있었다. 이 때 펌프의 흡입/토출 포트의 형상은 유지된 상태이므로 체적효율 변화는 미미하였다. 하지만 고속영역에서는 흡입 유량의 절대적인 감소로 인해 그 효율이 17% 이상 상승하는 결과를

Table 3 Pressure of main gallery and flow rate versus pump size

MODEL(mm)	M/G 압력(bar)	오일 유량(L/min)
20.5	2.2	9.27
16.5	1.6	7.56
15.5	1.48	7.12
14.5	1.36	6.67
13.5	1.24	6.22
12.5	1.11	5.77

Table 4 Variation of volumetric efficiency and torque of the pump(pump outlet pressure :2bar, bold:experiment)

RPM	사양(mm)	체적효율 [%]	수력토크[N·m]/ 구동토크[N·m]
2000	20.5	86.6/ 92.8	0.44/0.85
	16.5	87.7(1↑) /89.8(3↓)	0.34(23.0%↓) /0.75(12.0%↓)
4000	20.5	91.9/ 92.8	0.69/1.32
	16.5	89.9(2↓) /91.0(1.8↓)	0.50(27.2%↓) /1.22(9.3%↓)
6000	20.5	64.2/ 70.4	0.72/1.61
	16.5	81.5(17.3↑) /85.6(15.2↑)	0.62(14.6%↓) /1.25(22.4%↓)

얻어서 공동현상 또한 크게 감소하는 것으로 나타났다(Table 4). 시험적으로 나타난 저속에서의 효율 저하는 설계 변경 시 흡입 포트의 유로를 막는 구조가 첨가되어 유로 저항을 일부 증가 시켜서 나타난 것이다.

이후 추가적으로, 개발 엔진의 non-CVVT 사양에 대한 오일펌프 사이즈를 추가 축소하는 것이 요구 되어졌다. 시스템 해석을 이용하여 설계 요구 (0.7bar@1000RPM)에 맞는 결과는, 로터 높이를 11mm로 하는 것이 타당한 것으로 예상되었고 마진을 고려하여 14mm 사양을 검토하였다. In-CVVT 사양 엔진 대상 5점 연비 시험결과 16.5mm로 축소 시 초기 사양 대비 연비는 약 1%가 향상 되었고 14mm 으로 추가 축소 시 약 0.5%의 추가 향상 효과가 있는 것으로 나타났다.

3. 결 론

1D 시스템 해석 방법과 3D CFD 해석 방법이 소형 I4 엔진 윤활회로 개발 각 단계별마다 병행적으로 반복적으로 적용되었다.

- 1) 시작 이전 단계에서는 기 개발된 동종의 엔진을 기본 모델로 하여 시스템 해석이 수행되었고 그 결과 윤활 회로의 오일 유량과 각 부 오일압을 선행 예측하여 설계 된 펌프의 사이즈 적정성을 평가하였다. 이때 오일펌프 사이즈(10.5 cc/rev, 효율 75%)는 약 10% 초과 설계 된 것으로 예측되었다. 또한 3D CFD 해석을 통해 오일펌프의 성능을 예측하였고(효율 83%) 문제가 되는 흡배기 포트의 형상을 개선하여 공동현상 발생을 늦추었다.
- 2) 설계 보완 단계에서는 시스템 해석을 통해 추가 구상된 여러 오일 회로 변경 사양에 대한 해석적으로 예측 되어진 정보를 전달하였다. 최종 선정된 오일 유로에 대한 해석 결과, 오일펌프 사이즈는 10~20% 초과 설계 된 것으로 예측되었다. 3D 해석을 통해서는 펌프의 효율을 높이고 동력 소모를 줄이는 작업을 수행하여 실제적으로 2000RPM에서 펌프 효율은 4%가 상승하고, 구동 토크는 6.1%가 감소하는 효과를 얻었다.
- 3) 트러블 슈팅 단계에서는, 시험된 결과를 반영하여 시스템 해석의 정확도를 확보 한 후 효율이 향

상(92.8%)된 펌프의 사이즈를 줄이는 작업을 수행하였다. 시스템 해석을 통해 펌프의 로터 높이를, 유압 마진을 고려해 4mm 줄이는 것으로 검토하였고 소요동력은 100W 가량 감소할 것으로 예측되었다. 추가적인 3D 해석을 통해 펌프 수력토크의 감소는 2000RPM에서 23%가량으로 예측되었고 실제적으로 구동토크는 12% 감소하였다. 이상의 엔진 개발 단계별 1D/3D 해석의 병행 지원을 통해 각 단계별로 설계자에게 필요한 정보를 빠르게 전달 지원할 수 있었고 이 정보를 바탕으로 설계자는 대상 엔진 윤활 시스템의 개발을 효율적으로 수행 할 수 있었다. 이러한 결과로 오일 펌프의 동력 소모를 최소화 하였고 그 결과 엔진 연비는 최초 설계 사양 대비 in-CVVT 사양이 약 1%, non-CVVT 사양이 약 1.5% 가량 높아졌다.

References

- 1) M. A. Mian, "Design and Analysis of Engine Lubrication Systems," SAE 970637, 1997.
- 2) S. H. Jo, K. W. Nam and O. S. Kwon, "Fuel Consuming Reduction by Power Steering System Optimization," Transactions of KSAE, Vol.14, No.3, pp.119-124, 2006.
- 3) K. W. Nam, S. H. Jo and J. I. Park, "Numerical Simulation in the Engine Lubricating Gerotor Oil Pump," Transactions of KSME, B, Vol.30, No.10, p.1019, 2005.
- 4) Y. Jiang and C.-Y. Perng, "An Efficient 3D Transient Computational Model for Vane Oil Pump and Gerotor Oil Pump Simulations," SAE 970841, 1997.
- 5) M. M. Athavale and A. K. Singhal, "Numerical Analysis of Cavitating Flows in Rocket Turbopump Elements," AIAA-2001-3400, 2001.
- 6) S. Manco and N. Nervegna, "Effects of Timing ad Odd/Even Number of Teeth on Noise Gene-

ration of Gerotor Lubricating Pumps for IC Engines," SAE 2000-01-2630, 2000.

- 7) C. Svedberg, G. E. Totten, Y. H. Sun and R. J. Bishop, Jr., "Hydraulic System Cavitation: Part II - A Review of Hardware Design-Related Effects," SAE 1999-01-2857, 1999.

APPENDIX

- 1) 시스템 해석 시, 파이프에서의 압력강하는 다음과 같이 Darcy-Weisbach equation 을 따른다.

$$\Delta = f L/D \rho V^2/2$$

$$f = 64/Re \text{ if } Re < 2000$$

$$f = 0.25/[log(k/3.7D + 5.74/Re^{0.9})]^2 \text{ if } Re > 4000$$

여기서, L,D는 각각 파이프 길이와 직경을 V는 유속을, f는 마찰 계수이다.

Reynolds 수가 2000과 4000 사이인 경우는 두 경우를 Reynolds 수를 사용하여 내삽하였다.

- 2) 유동 저항 물체는 다음과 같은 식을 따른다.

$$\Delta = K \rho Q^2 / 2A^2$$

여기서, Q,A는 각각 통과유량과 파이프 단면적을 나타내며 K는 손실 계수이다.

- 3) 베어링을 통과하는 유량은 다음 식을 따른다.

$$Q_{\text{tot}} = Q_p + Q_r$$

$$Q_p = (R^3 r c^3 P_s / \eta) Q_p^*$$

$$Q_r = 2R^3 r c \omega [b/d - 0.223(b/d)^3]^2$$

Where $Q_p^* = \pi(1+1.5\varepsilon^2)/(3(b-bn)/d)$ for 360° groove bearing, $Q_p^* = ((1+1.5\varepsilon^2)\pi + 6\varepsilon + 1.33\varepsilon^3)/(6(b-bn)/d)$ for 180° groove bearing, $Q_p^* = \pi/(6q_b ln(b/z))$ for one bore bearing, $Q_p^* = \pi/(3q_b ln(b/z))$ for two bore bearing, $(F_n/bd)r c^2/\eta \omega = (b/d)^2 * 0.5 * \varepsilon(1-\varepsilon^2)^2 * [(1-\varepsilon^2) + 16\varepsilon^2]^{1/2} * a_1(\varepsilon-1)/(a_2+\varepsilon)$

여기서, d는 bearing 직경, b는 넓이, rc는 radial clearance, ps는 공급압력, z는 bore 직경, ω는 회전수, ε는 eccentricity, Fn은 베어링에 작용하는 수직힘이다.