

# 크랙과 부가질량들을 가진 유체유동 파이프의 안정성 해석

손인수<sup>#</sup>, 윤한익<sup>\*</sup>

## Stability Analysis of Pipe Conveying Fluid with Crack and Attached Masses

In Soo Son<sup>#</sup> and Han Ik Yoon<sup>\*</sup>

### ABSTRACT

In this paper, the dynamic stability of a cracked simply supported pipe conveying fluid with an attached mass is investigated. Also, the effect of attached masses on the dynamic stability of a simply supported pipe conveying fluid is presented for the different positions and depth of the crack. Based on the Euler-Bernoulli beam theory, the equation of motion can be constructed by the energy expressions using extended Hamilton's principle. The crack section is represented by a local flexibility matrix connecting two undamaged pipe segments. The crack is assumed to be in the first mode of a fracture and to be always opened during the vibrations. Finally, the critical flow velocities and stability maps of the pipe conveying fluid are obtained by changing the attached masses and crack severity. As attached masses are increased, the region of re-stabilization of the system is decreased but the region of divergence is increased.

**Key Words** : Pipe Conveying Fluid (유체이송 파이프), Stability (안정성), Open Crack (개구형 크랙), Attached Mass (부가질량), Flutter (플러터)

### 1. 서론

구조손상의 하나인 크랙을 갖는 구조물은 동일한 하중이나 외력이 작용하더라도 구조물의 자체 변형에너지 외에 크랙에 의해서 추가로 변형에너지가 존재하게 되고, 이 부가되는 에너지만큼 더 큰 변형이 발생한다. 이처럼 크랙은 구조물의 진동특성과 안정성을 변화시켜 구조물의 불안정 유발 및 파괴의 주요 원인이 되기도 한다.<sup>1</sup> 따라서 크랙의

존재를 사전에 감지하고, 크랙의 위치 및 그 크기를 파악하는 것은 공학적으로 중요한 문제라 할 수 있다. 또 유체유동을 갖는 파이프 구조물의 진동특성과 동적 안정성에 관한 문제는 오랜 기간 동안 많은 관심의 대상이 되어져 왔으며, 그에 대한 연구도 활발히 진행되어져 왔다.<sup>2-4</sup> 특히, Paidoussis<sup>5</sup>는 수치해석 및 실험을 통하여 얻은 유체유동 파이프의 진동특성과 안정성에 관한 많은 연구자들의 연구결과를 집대성하였고, 비선형 영역까지 확장하여

접수일: 2007년 9월 11일; 게재승인일: 2008년 2월 21일

# 교신저자: 동의대학교 기계공학과

E-mail: isson92@deu.ac.kr Tel. (051)890-2239

\* 동의대학교 기계공학과

저서에 담았다. Hill과 Swanson<sup>6</sup>은 유체유동 외팔 파이프에 부가질량이 존재하는 경우 그 부가질량이 파이프의 안정성에 미치는 영향에 관하여 처음 연구하였으며, 최근 유체가 흐르는 파이프 구조물에 부가 질량이 존재하는 경우 부가질량의 위치와 크기변화에 따른 계의 동적 안정성을 수치해석과 실험을 통하여 연구한 논문과 유체유동 파이프의 고유진동수에 미치는 부가질량의 회전관성 모멘트의 영향에 대한 연구결과가 발표되기도 하였다.<sup>7,8</sup> 최근에는 송수관 안정성 문제에 있어서 고유치 분기와 불안정 모드의 정립을 위하여 수평 외팔 송수관 모델에 대한 고유치 분기의 차수와 이에 상응하는 플러터 모드 형상을 확고히 정의하기도 하였다.<sup>9,10</sup> 내부 유체를 갖는 파이프 구조물에 크랙과 같은 결함이 발생한다면 구조물은 보다 복잡한 안정성 문제가 된다. 이러한 시스템은 계의 불안정에 큰 영향을 미치는 유체와 크랙이라는 두 요소를 모두 포함하고 있으므로 이들의 영향에 의한 시스템의 동적특성 및 안정성을 파악하는 것은 매우 중요한 공학적 문제라 할 수 있다. 크랙이 구조물의 동적특성에 미치는 영향을 연구하기 위하여 초기에는 단지 크랙이 존재하는 부분의 강성을 줄이는 방법<sup>11</sup>에서 출발하여, 최근에는 크랙에 의해서 부가되는 에너지를 파괴역학적 변수에 의해서 구해지는 유연행렬을 적용하는 방법을 주로 사용하고 있다.<sup>12-14</sup> Takahashi<sup>1,15</sup>는 양단 자유 티모센코 보에 크랙이 존재하는 경우 크랙이 계의 동적 안정성에 미치는 영향에 대한 해석결과와 크랙의 위치에 따라 계의 불안정을 일으키는 플러터 하중을 계산한 연구결과를 발표하였다. 이상의 많은 연구결과들은 대부분 크랙이 없는 경우 혹은 크랙만 존재하는 경우 파이프 시스템의 안정성 및 동적특성에 관한 연구였으며, 유체이송 파이프에 복수의 부가질량과 크랙이 존재하는 경우에 시스템의 안정성 문제에 관한 연구결과는 거의 없는 실정이다.

일반적인 열교환기, 배관계 등의 파이프 구조물에 있어 밸브 등을 부가질량들로 간주할 수 있으며, 이 연구에서는 그러한 복수의 부가질량 및 크랙을 갖는 유체유동 파이프의 동적안정성 및 계의 고유진동수를 수치해석을 통하여 연구하였다. 특히 크랙이 파이프의 연성모드에 의하여 발생하는 플러터 불안정에 미치는 영향과 부가질량들의 크기와 그 수 및 위치의 영향에 따른 파이프의 임계유속 및 계의 고유진동수의 변화에 대하여 연구하고 고

찰하였다.

## 2. 시스템 모델링

Fig. 1과 2는 이 연구에서 해석예제로 사용한 크랙과 부가질량들을 가진 유체유동 파이프의 개략도를 나타낸 것이다. 여기서  $U$ 와  $L$ 은 각각 유속과 파이프의 전체 길이를 나타내며  $m_j$ 와  $x_j$ 는  $j$ 번째 부가질량과 그 위치들을 각각 표현하고 있다. 또  $x_c$ ,  $2b$ , 그리고  $\theta_c$ 는 각각 단순지지 파이프 상에 존재하는 크랙의 위치, 크랙의  $z$ 축방향의 길이, 그리고 전체 크랙의 반각(half-angle)을 의미한다.

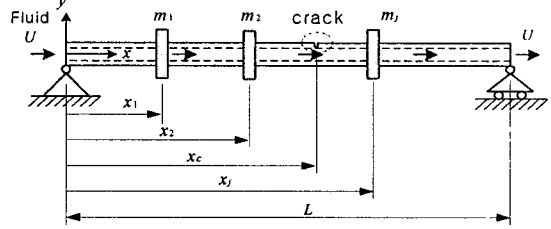


Fig. 1 Mathematical model of cracked pipe conveying fluid with attached masses

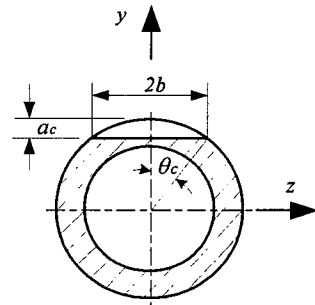


Fig. 2 Cross section of pipe

### 2.1 크랙 모델링

선형 탄성구간에서 크랙으로 인한 추가적인 변형에너지는 유연행렬로써 수식화 할 수 있다. 동일한 하중이 작용하는 구조물에서도 크랙이 존재하는 경우에는 구조물의 자체 탄성 변형에너지 외에 크랙에 의해서 추가적인 변형에너지가 존재하게 되고, 이 부가되는 에너지만큼 더 큰 변형이 발생한다. Castigliano의 정리에 의하여 크랙에 의해 부가

되는 변형에너지를 다음과 같이 유연행렬을 이용하여 구할 수 있다.<sup>13,14</sup>

$$C_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \left[ \int_{-b}^b \int_0^{a_c} J dy dz \right] \quad (1)$$

여기서  $P_{i,j}$  는 각각  $i,j$  방향에서의 힘,  $J$  는 변형률 에너지 밀도함수로서 제 1 파괴모드에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>14</sup>

$$J = \frac{1}{E^*} (K_{IM} + K_{IP})^2 \quad (2)$$

여기서  $K_{IM}$  과  $K_{IP}$  는 각각 힘과 모멘트에 의한 응력확대계수이며,  $E^* = E/(1-\nu^2)$  이다.  $E$  는 영계수,  $\nu$  는 푸아송 비이다. 해석에 필요한 스프링 상수( $K_R$ ) 는 식 (1) 의 역수를 취함으로써 얻을 수 있으며 크랙으로 인하여 파이프의 포텐셜 에너지식에 추가되는 항은 다음과 같다.

$$V_c = \frac{1}{2} K_R \left\{ \frac{\partial y_2(x_c)}{\partial x} - \frac{\partial y_1(x_c)}{\partial x} \right\}^2 \quad (3)$$

여기서  $y_k$  ( $k=1,2$ ) 는 파이프의 형변위로서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y_k(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_{ki}(x) q_i(t) \quad (4)$$

여기서  $q_i(t)$  는 일반화 좌표,  $i$  는 모드의 수, 그리고  $k$  는 크랙으로 인한 파이프의 분할구간 수를 의미한다. 또 파이프의 고유함수  $\phi_{ki}(x)$  는 크랙이 존재하는 위치를 기준으로 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_{1i}(x) = A_1 \cos(\beta_i x) + A_2 \sin(\beta_i x) + A_3 \cosh(\beta_i x) + A_4 \sinh(\beta_i x) \quad ; (0 \leq x \leq x_c)$$

$$\phi_{2i}(x) = B_1 \cos(\beta_i x) + B_2 \sin(\beta_i x) + B_3 \cosh(\beta_i x) + B_4 \sinh(\beta_i x) \quad ; (x_c \leq x \leq L)$$

(5)

식 (5) 의 미지수들은 크랙 위치에서의 연속조건과 단순 지지보의 경계조건을 적용하여 각각 구할 수 있다.

## 2.2 계의 운동방정식

크랙이 없는 경우, 유체유동을 갖는 파이프의 기본 운동방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.<sup>5</sup>

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + M^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} + 2M \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} + (m+M) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

여기서  $I$  는 파이프 단면의 질량관성 모멘트를 나타내며,  $M$  과  $m$  은 각각 유체 및 파이프의 단위길이당 질량이다.

파이프의 임의 위치에 부가질량들이 존재하는 경우 파이프의 동특성에 미치는 부가질량들의 영향을 해석하기 위하여 다음과 같이 수학적으로 모델링 할 수 있다.<sup>16</sup>

$$\sum_{j=1}^n m_j \delta(x-x_j) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \sum_{j=1}^n J_j \delta(x-x_j) \frac{\partial^3 y}{\partial x \partial t^2} \right\} \quad (7)$$

여기서  $\delta$  는 디랙델타 함수(Dirac delta function)를 의미하며,  $n$  은 부가질량의 수, 그리고  $J_j$  는 부가질량들의 회전관성 모멘트를 나타낸다. 일반적으로 회전관성 모멘트는 계의 고유진동수를 감소시키지만 그 영향이 미미하므로<sup>8,13</sup> 이 연구에서는 그 영향을 고려하지 않았다.

계의 운동방정식은 확장된 해밀턴 원리를 이용하여 구할 수 있으며 계산상의 편의를 위하여 다음과 같은 무차원 파라미터들과 좌표를 정의하였다.

$$\tau = \sqrt{\frac{EI}{M+m}} \frac{t}{L^2}, \quad u = \sqrt{\frac{M}{EI}} LU, \quad \beta = \frac{M}{M+m},$$

$$k = \frac{K_R L}{EI}, \quad \eta = \frac{y}{L}, \quad \xi = \frac{x}{L}, \quad \xi_c = \frac{x_c}{L}, \quad a = \frac{\theta_c}{\pi},$$

$$\xi_j = \frac{x_j}{L}, \quad \mu_j = \frac{m_j}{(M+m)L} \quad (j=1,2,\dots) \quad (8)$$

식 (8) 을 이용하여 계의 무차원 운동방정식을 표현하면 각각 다음과 같다.

I)  $0 \leq \xi_j \leq \xi_c$

$$\eta_1'''' + u^2 \eta_1'' + 2u\beta^{1/2} \eta_1' + \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n \mu_j \delta(\xi - \xi_j) \right\} \ddot{\eta}_1 = 0 \quad (0 \leq \xi \leq \xi_c),$$

$$\eta_2'''' + u^2 \eta_2'' + 2u\beta^{1/2} \eta_2' + \ddot{\eta}_2 = 0 \quad (\xi_c \leq \xi \leq 1) \quad (9a)$$

II)  $0 \leq \xi_j \leq \xi_c, 0 \leq \xi_r \leq \xi_c$

$$\begin{aligned} \eta_1'''' + u^2 \eta_1'' + 2u\beta^{1/2} \eta_1' + \left\{ 1 + \sum_{j=1}^{n-1} \mu_j \delta(\xi - \xi_j) \right\} \ddot{\eta}_1 \\ = 0 \quad (0 \leq \xi \leq \xi_c), \\ \eta_2'''' + u^2 \eta_2'' + 2u\beta^{1/2} \eta_2' + \left\{ 1 + \sum_{r=1}^l \mu_r \delta(\xi - \xi_r) \right\} \ddot{\eta}_2 \\ = 0 \quad (\xi_c \leq \xi \leq 1) \end{aligned} \quad (9b)$$

II)  $\xi_c \leq \xi_j \leq 1$

$$\begin{aligned} \eta_1'''' + u^2 \eta_1'' + 2u\beta^{1/2} \eta_1' + \ddot{\eta}_1 = 0 \quad (0 \leq \xi \leq \xi_c), \\ \eta_2'''' + u^2 \eta_2'' + 2u\beta^{1/2} \eta_2' + \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n \mu_j \delta(\xi - \xi_j) \right\} \ddot{\eta}_2 \\ = 0 \quad (\xi_c \leq \xi \leq 1) \end{aligned} \quad (9c)$$

여기서 (')과 (·)는 각각 무차원 변위  $\xi$  와 시간  $\tau$  에 대한 미분이다. 또 단순지지인 경우에 경계조건과 크랙위치에서의 연속조건은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{at } \xi = 0, \quad \eta(\xi) = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \eta(\xi)}{\partial \xi^2} = 0, \\ \text{at } \xi = 1, \quad \eta(\xi) = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 \eta(\xi)}{\partial \xi^2} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} k \left( \frac{\partial \eta_2(\xi_c)}{\partial \xi} - \frac{\partial \eta_1(\xi_c)}{\partial \xi} \right) = \frac{\partial^2 \eta_2(\xi_c)}{\partial \xi^2}, \\ \eta_1(\xi_c) = \eta_2(\xi_c), \quad \frac{\partial^2 \eta_1(\xi_c)}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 \eta_2(\xi_c)}{\partial \xi^2}, \\ \frac{\partial^3 \eta_1(\xi_c)}{\partial \xi^3} = \frac{\partial^3 \eta_2(\xi_c)}{\partial \xi^3} \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 크랙과 부가질량들을 가진 단순지지 파이프의 무차원 운동방정식은 다음과 같이 행렬형태로 나타낼 수 있다.

$$[M] \ddot{q} + [C] \dot{q} + [K] q = 0 \quad (12)$$

여기서  $q = q_0 \exp(i\omega\tau)$  ( $i = \sqrt{-1}$ )이다. 식 (12)를 이용하여 단순지지 파이프의 복소 고유진동수  $\omega$  를 계산할 수 있으며, 이 연구에서는 계의 가장 낮은 3개의 고유진동수들의 충분히 수렴된 결과를 얻기 위하여 8차 모드( $i=8$ )까지 고려하여 수치해석을 수행하였다.

### 2.3 계의 안정성 해석

계의 안정성 해석을 위하여 식 (12)의 운동방정식을 다음과 같이 표현한다.

$$\ddot{q} + [M]^{-1}[C] \dot{q} + [M]^{-1}[K] q = 0 \quad (13)$$

여기서 [ ]<sup>-1</sup>은 역행렬을 의미한다. 간단히 2차 모드( $i=2$ )까지의 안정성 해석을 위하여 Galerkin 근사법을 사용하였다.<sup>5</sup> 먼저, 좌굴을 일으키는 임계유속은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\det([M]^{-1}[K]) = 0 \quad (14)$$

경계조건이 단순지지의 경우 식 (14)는 다음 식 (15)와 같이 계산되어지며 크랙의 영향에 관계없이 좌굴 임계유속  $u_{cr}$ 는 항상 일정하다.<sup>17</sup>

$$k \sin(u) [\cos^2(\xi_c u) + \sin^2(\xi_c u)] = 0 \quad (15)$$

플러터 불안정을 유발하는 임계유속  $u_{cr}$ 은 2차 모드까지 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\det([P]) = 0 \quad (16)$$

여기서,

$$\begin{aligned} [P] = \begin{bmatrix} M_{11}\omega^2 + K_{11} & M_{12}\omega^2 + C_{12}\omega \\ M_{21}\omega^2 + C_{21}\omega & M_{22}\omega^2 + K_{22} \end{bmatrix}, \\ \omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} q_0 + \omega \begin{bmatrix} 0 & C_{12} \\ C_{21} & 0 \end{bmatrix} q_0 + \begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22} \end{bmatrix} q_0 = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

이다. 따라서 식 (16)은 다음과 같이  $\omega$ 에 대한 4차 식 형태로 계산되어진다.

$$p_4 \omega^4 + p_2 \omega^2 + p_0 = 0 \quad (18)$$

식 (18)에서 판별식  $p_2^2 - 4p_4 p_0 = 0$ 을 만족하는 유속  $u$ 의 값이 바로 계의 플러터 불안정을 유발하는 임계유속이다.

### 3. 수치해석 결과 및 고찰

이 연구에서는 수치해석에서 유도된 무차원 운

동방정식을 이용하여 크랙과 부가질량이 파이프의 플러터 불안정을 유발하는 임계유속( $u_{cr}$ )과 파이프의 고유진동수 변화에 미치는 영향을 수치해석하고 고찰하였다. 결과의 타당성을 검토하기 위하여 크랙과 부가질량이 없는 참고문헌 (4)의 결과와 비교하였으며, 이 논문의 수치 해와 매우 근사한 일치를 보였다. 또 수치해석 예제에서 부가질량의 수를 2개로 하였다.

Fig. 3은 질량비  $\beta=0.5$ 일 때 크랙이 없는 경우와 크랙의 크기  $a=0.2$ , 위치  $\xi_c=0.5$ 인 경우 파이프의 고유진동수 변화를 부가질량의 수, 즉 부가질량이 없을 때, 부가질량이 1개 그리고 2개 일 때를 각각 도시하였다. 가로축은 유속, 세로축은 고유진동

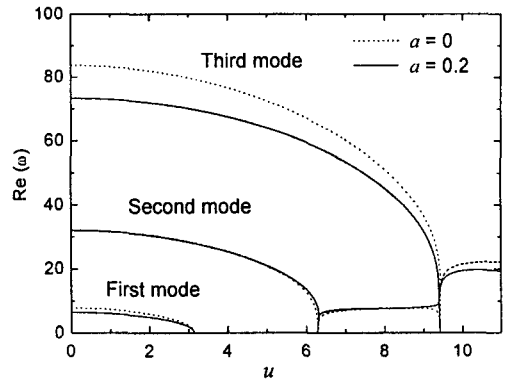


Fig. 3(c) Real component frequency of pipe conveying fluid( $\beta=0.5, \mu_1=\mu_2=0.2, \xi_1=0.4, \xi_2=0.7$ )

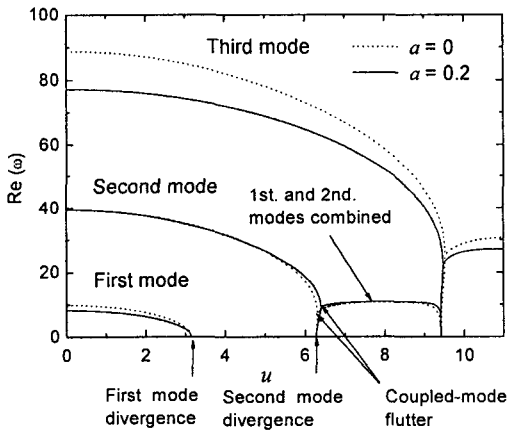


Fig. 3(a) Real component frequency of pipe conveying fluid( $\beta=0.5, \mu_1 = \mu_2 = 0$ )

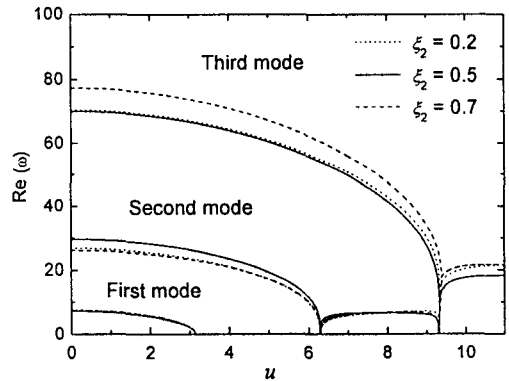


Fig. 4(a) Real component frequency of cracked pipe conveying fluid( $\beta=0.4, \mu_1=\mu_2=0.2, \xi_1=0.3, a=0.2, \xi_c=0.2$ )

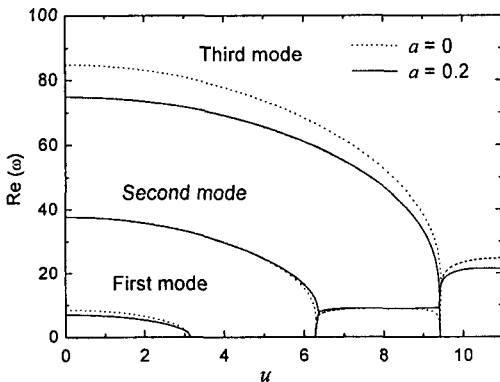


Fig. 3(b) Real component frequency of pipe conveying fluid( $\beta=0.5, \mu_1=0.2, \xi_1=0.4, \mu_2=0$ )

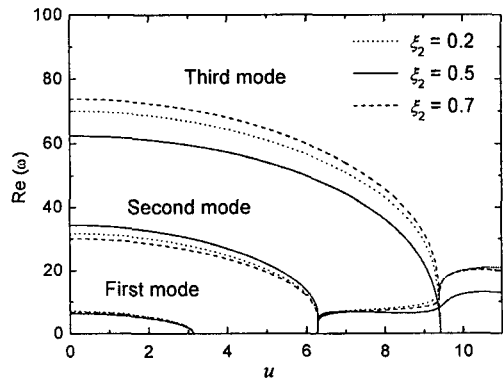


Fig. 4(b) Real component frequency of cracked pipe conveying fluid( $\beta=0.4, \mu_1=\mu_2=0.2, \xi_1=0.3, a=0.2, \xi_c=0.5$ )

수의 실수부를 각각 나타낸다. 계의 가장 낮은 세 개의 진동모드에서 크랙의 영향에 관계없이 파이프의 좌굴 임계유속은 1차 모드에서는  $\pi$ , 2차 모드에서는  $2\pi$ 로 항상 일정함을 알 수 있다. 이는 앞의 2.3 절에 설명한 바와 같이 좌굴 불안정을 유발하는 임계유속의 값은 크랙의 영향( $\xi_c, k$ )에 무관하기 때문이다. 전반적으로 유속이 증가할수록 고유진동수는 작아져서 결국 좌굴 및 플러터 불안정을 유발하며, 1, 3차 모드에서는 크랙 존재하는 경우 크랙이 존재하지 않는 경우에 비하여 더 낮은 고유진동수를 가진다. 하지만 2차 모드에서는 크랙에 관계없이 거의 동일한 고유진동수를 보이지만 좌굴되기 전, 유속  $u=5$  이상에서 약간의 진동수 차를 보인다.

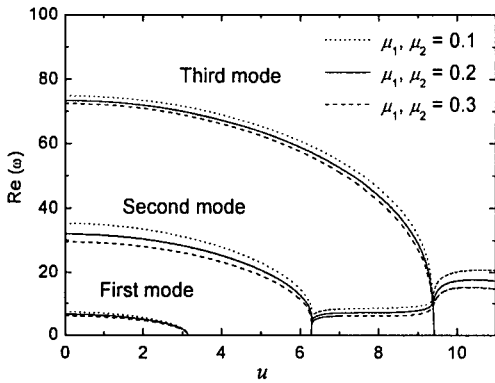


Fig. 5 Real component frequency of cracked pipe conveying fluid( $\beta=0.4, \xi_1=0.3, \xi_2=0.6, a=0.2, \xi_c=0.5$ )

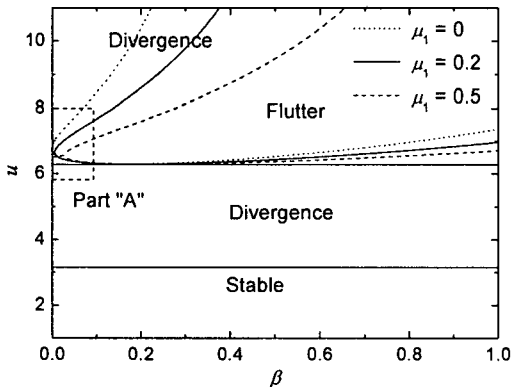


Fig. 6(a) Map of instabilities for cracked pipe conveying fluid(one attached mass:  $a=0.2, \xi_c=0.5$ )

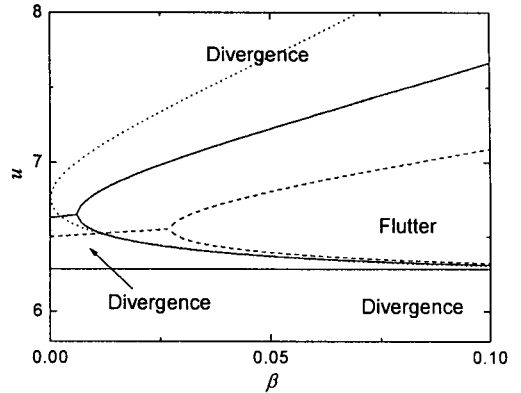


Fig. 6(b) Map of instabilities for cracked pipe conveying fluid : Part "A" of Fig. 6(a)

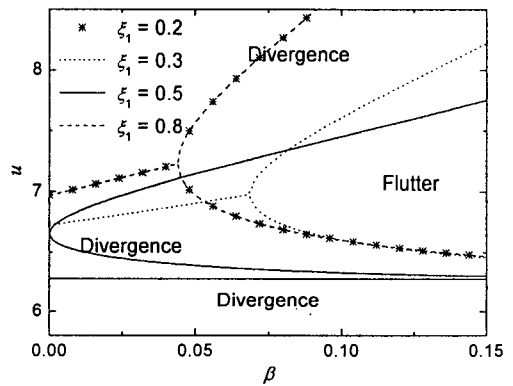


Fig. 7(a) Map of instabilities for cracked pipe conveying fluid(one attached mass:  $a=0.2, \xi_c=0.5$ )

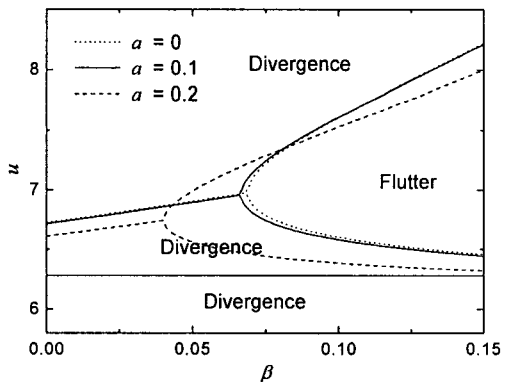


Fig. 7(b) Map of instabilities for cracked pipe conveying fluid(one attached mass:  $a=0.2, \xi_c=0.5$ )

또 부가질량의 수가 증가할수록 고유진동수는 계의 가장 낮은 세 모드에서 낮아지는 경향을 가짐을 알 수 있다.

Fig. 4는 부가질량의 수가 2개이고 그 크기가 모두 0.2로 동일한 경우 두 번째 부가질량의 위치에 따른 크랙 파이프의 고유진동수 변화를 표현하였다. 크랙과 질량비의 크기는 각각 0.2, 0.4로 하였다. Fig. 4(a)는 크랙의 위치  $\xi_c = 0.2$ , Fig. 4(b)는  $\xi_c = 0.5$  일 때의 결과이다. 1, 3차 모드에서 두 번째 부가질량이 파이프의 중앙에 위치할 때 파이프의 고유진동수는 가장 낮은 값을 가지며, 2차 모드에서는 가운데 위치할 때 가장 큰 고유진동수를 가진

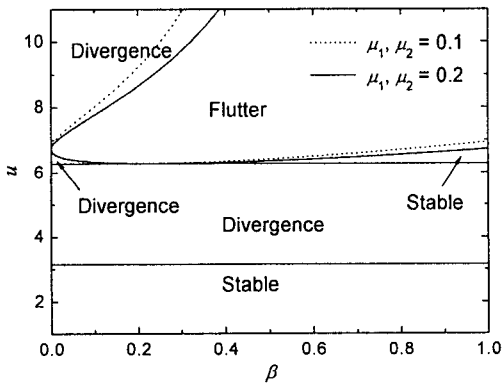


Fig. 8 Map of different kinds of instabilities for pipe conveying fluid( $a=0.2, \xi_c=0.5, \xi_1=0.4, \xi_2=0.7$ )

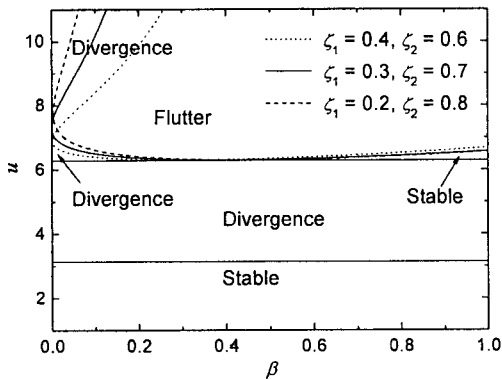


Fig. 9(a) Map of different kinds of instabilities for pipe conveying fluid( $a=0.2, \mu_1 = \mu_2 = 0.2, \xi_c = 0.2$ )

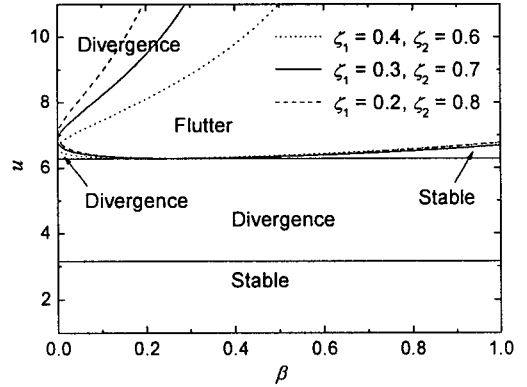


Fig. 9(b) Map of different kinds of instabilities for pipe conveying fluid( $a=0.2, \mu_1 = \mu_2 = 0.2, \xi_c = 0.5$ )

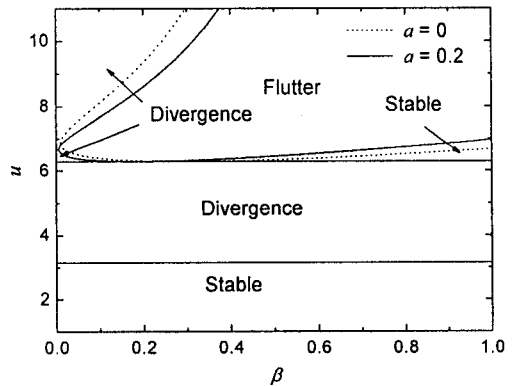


Fig. 10(a) Map of instabilities for pipe conveying fluid (one attached mass:  $\mu = 0.2, \xi_1 = 0.4$ )

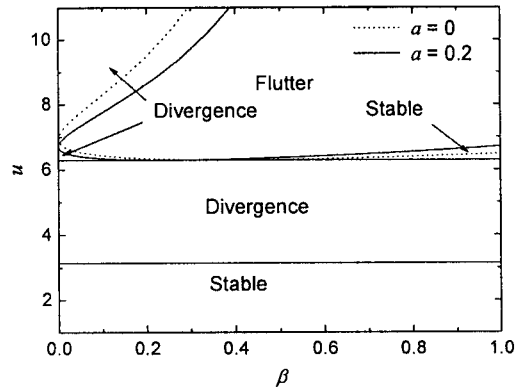


Fig. 10(b) Map of instabilities for pipe conveying fluid (two attached masses:  $\mu_1 = \mu_2 = 0.2, \xi_1 = 0.3, \xi_2 = 0.7$ )

Fig. 5 는 두 개의 부가질량의 위치가 각각 0.3, 0.6 인 경우 부가질량의 크기에 따른 파이프의 고유진동수를 나타낸 것이다. 크랙의 크기와 위치는 각각 0.2, 0.4로 하였다. 부가질량의 크기와 계의 고유진동수는 서로 반비례하는 경향을 보이며, 유속이 증가하여 좌굴 불안정이 일어나는 유속에 가까워질수록 부가질량에 의한 고유진동수 변화가 작아진다. 또, 유속이 2인 경우 두 부가질량의 크기가 0.1 일 때에 비하여 0.3 인 경우 2차 모드에서는 약 16%, 그리고 1차 모드에서는 약 14%의 고유진동수 차이를 보인다.

Fig. 6 은 크랙이 일정한 경우 부가질량이 1개 일 때 그 크기에 따른 파이프의 안정, 좌굴 및 플러터 불안정 영역을 표현한 것이다. 이 결과는 2차 모드까지를 Galerkin 방법으로 수치해석하여 얻은 것이다(2.3절). 가로축은 무차원 질량비, 세로축은 유속을 나타낸다. 파이프 시스템이 1차 모드 좌굴 불안정이 일어나기 전까지의 안정화 영역은 항상 동일함을 거듭 확인할 수 있다. Fig. 6(a)의 결과를 살펴보면 질량비  $\beta$ 의 영역내에서 부가질량의 크기가 클수록 파이프의 재 안정화 영역은 좁아지며 2차 모드 좌굴 이후에 발생하는 좌굴 불안정 영역은 넓어진다. Fig. 6(b)는 Fig. 6(a)의 'A'부분을 확대한 그림이다. 여기서 부가질량의 존재는 질량비가 작은 경우, 예를 들어  $\mu_1 = 0.5$  일 때 질량비  $\beta < 0.027$ 인 구간에서 유속을 증가시키더라도 파이프는 플러터 불안정 영역을 거치지 않는다는 것을 확인할 수 있다. 즉,  $\beta = 0.025$ 에서  $\mu_1 = 0.2$ 인 경우 파이프 시스템은 유속이 증가함에 따라 '안정 → 좌

굴 → 플러터 → 좌굴'의 순서로 변하지만  $\mu_1 = 0.5$ 인 경우에는 '안정 → 좌굴'의 변화를 가진다.

Fig. 7은 Fig. 6에서 설명한 현상과 크랙 및 부가질량의 위치 사이의 관계를 좀 더 명확히 하기 위하여 동일한 질량비 영역에서 크랙의 크기와 부가질량의 위치에 따른 파이프의 불안정 영역을 표현한 것이다. Fig. 7(a)는 크랙이 없는 경우 부가질량의 위치에 따른 결과이고, Fig. 7(b)는 부가질량의 위치가 0.3일 때 크랙의 크기에 따른 영향이다. 결과에서 볼 수 있는 것처럼 시스템이 플러터 영역을 거치지 않는 것은 부가질량의 위치에 기인하는 것으로 판단된다. 즉 부가질량이 존재하더라도 파이프의 중앙에 위치한다면 이러한 현상은 발생하지 않는다. 또 크랙의 크기가 클 때 이 현상을 일으키는 질량비의 영역이 좁아진다는 것을 확인할 수 있다. 즉,  $\beta = 0.06$ 인 경우 크랙이 없을 때는 유속증가에 따라 파이프 시스템은 플러터 불안정 영역을 거치지 않으나 크랙의 크기가 0.2인 경우는 플러터 불안정을 일으키는 임계유속을 갖는다.

Fig. 8은 Fig. 6과 동일한 조건에서 두 개의 부가질량이 존재하는 경우 그 크기에 따른 파이프 시스템의 불안정 영역을 표현한 것이다. Fig. 6의 결과와 비교해 볼 때, 정량적 차이는 있지만 그 결과의 경향은 동일하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 9는 크랙의 크기가 동일하고 부가질량들의 크기가 모두 0.2인 경우 부가질량들의 위치에 따른 파이프 시스템의 서로 다른 불안정 영역을 도시하였다. Fig. 9(a)는 크랙의 위치가 파이프의 0.2인 위치에 존재하는 경우이고, Fig. 9(b)는  $\xi_c = 0.5$ 일 때의 결과이다. 전반적으로 크랙의 위치가 중앙부에 위치하는 경우 발산형 불안정 영역 및 재 안정화 영역이 증가하며, 부가질량들의 위치가 파이프 중심을 기준으로 서로 멀어질수록 유속의 증가에 따른 플러터 불안정 영역이 증가하는 경향을 보인다.

Fig. 10은 부가질량의 크기와 위치가 일정한 경우 크랙의 영향에 의한 파이프의 안정 및 불안정 영역을 나타낸 것이다. Fig. 10(a)의 부가질량이 1개 일 때, 크랙이 존재하는 경우 2차 불안정 영역이 증가하면서 플러터 불안정 영역이 줄어들며 파이프의 재 안정화 영역은 크랙이 존재하지 않는 경우보다 오히려 증가한다.  $\beta = 0.8$ 일 때 크랙이 없는 경우보다  $a = 0.2$ 인 경우 플러터 불안정을 유발하는 임계유속은 약 3.3% 정도 증가함을 알 수 있다. Fig. 10에서 부가질량이 하나일 때와 두 개인 경우

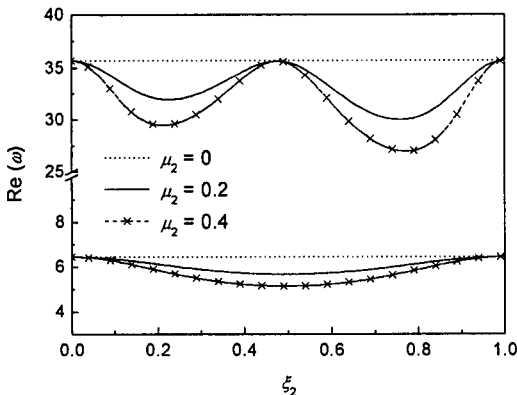


Fig. 11 Real component frequency of pipe conveying fluid( $\beta = 0.4, \mu_1 = 0.2, \xi_1 = 0.4$ )



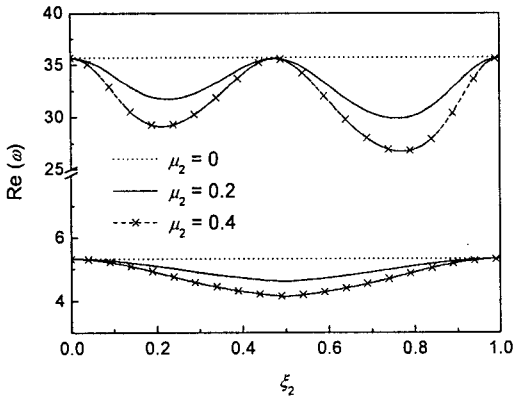


Fig. 12(a) Real component frequency of cracked pipe conveying fluid for First and Second modes ( $a = 0.2, \xi_c = 0.5, \mu_1 = 0.2, \xi_1 = 0.4$ )

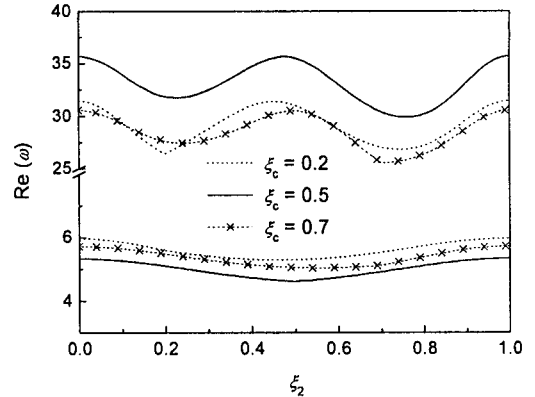


Fig. 13(a) Real component frequency of cracked pipe conveying fluid for First and Second mode ( $a = 0.2, \mu_1 = \mu_2 = 0.2, \xi_1 = 0.4$ )

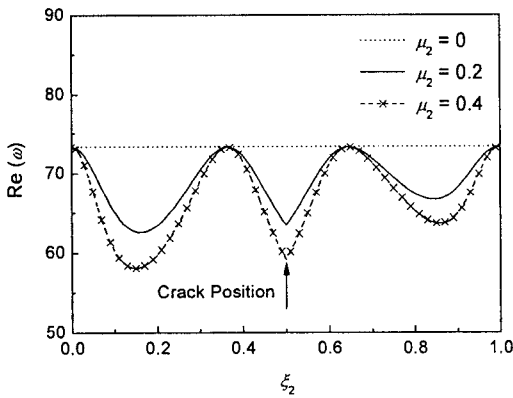


Fig. 12(b) Real component frequency of cracked pipe conveying fluid for Third mode ( $a = 0.2, \xi_c = 0.5, \mu_1 = 0.2, \xi_1 = 0.4$ )

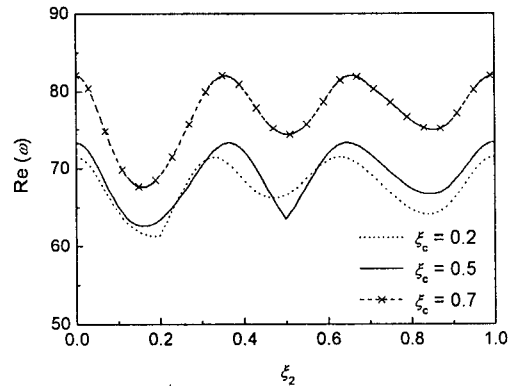


Fig. 13(b) Real component frequency of cracked pipe conveying fluid for Third mode ( $a = 0.2, \mu_1 = \mu_2 = 0.2, \xi_1 = 0.4$ )

질량비  $\beta = 0.8$  에서 시스템을 재안정화시키는 유속의 범위가 부가질량이 두 개일 때 약 47.9% 정도 감소한다.

Fig. 11 은 크랙이 존재하지 않고 유속  $u = 2$  로 일정한 경우 두 번째 부가질량의 위치에 따른 파이프의 1, 2 차 모드 고유진동수를 변화를 나타낸 것이다. 첫 번째 부가질량의 크기와 위치는 각각 0.2 와 0.4 이다. 1 차 모드에서는 두 번째 부가질량의 위치가 파이프의 중앙에 존재할 때 가장 작은 고유진동수를 가지며 2 차 모드에서는 그 점이 노드점이 되므로 부가질량의 크기와 관계없이 항상 일정한 고유진동수를 가진다. 하지만 첫 번째 부가질량의 영향으로 인하여 두 번째 부가질량의 위치가 파

이프의 앞부분에 존재하는 경우가 후반부에 존재하는 경우에 비하여 파이프는 작은 고유진동수를 갖는다.

Fig. 12 와 Fig. 13 은 크랙이 존재하는 경우 부가질량들의 크기와 크랙의 위치에 따른 파이프의 고유진동수 변화를 표현하였다. 1, 2 차 모드에 비하여 3 차 모드에서 크랙의 위치를 더 잘 파악할 수 있으며 부가질량이 클수록 크랙이 파이프의 고유진동수에 미치는 영향이 더 크게 나타난다. Fig. 12(b) 를 보면 크랙이 존재하는 위치에서 부가질량의 크기가 0.2 인 경우와 0.5 인 경우의 고유진동수를 비교해 보면 약 7.8% 정도의 차이를 보인다. Fig. 13(a) 의 2 차 모드를 살펴보면 크랙의 영향으

로 인하여 두 번째 부가질량의 위치가 약  $0.1 \leq \xi_2 \leq 0.25$ 인 구간에서는 크랙의 위치가 0.7인 경우보다 0.2일 때 파이프의 고유진동수가 더 작아지며, 나머지 구간에서는  $\xi_2 = 0.2$ 일 때가 파이프는 더 큰 고유진동수를 갖는다.

#### 4. 결론

내부에 유체가 흐르는 파이프 구조물에 있어 벨브 등을 부가질량들로 간주하고 그 구조물에 크랙이 존재하는 경우 파이프의 안정성을 평가하였다. 즉, 크랙과 부가질량들이 파이프 시스템의 재 안정화 영역 및 좌굴, 플러터 불안정 영역에 미치는 영향에 대하여 수치해석 하고, 고찰하였다. 크랙을 가진 유체유동 파이프에 부가질량들이 존재하는 경우 부가질량의 위치는 유속의 증가에 따른 파이프의 재 안정화 영역에 큰 영향을 주지 않으며, 부가질량이 클수록 재 안정화 영역이 좁아지고 좌굴 불안정 영역이 증가한다. 또 부가질량이 존재하는 경우 부가질량의 위치에 기인하여 유속을 증가시켜도 파이프 시스템은 플러터 불안정을 일으키지 않고, 오직 좌굴 불안정만을 유발하는 질량비의 영역을 가짐을 확인하였다. 또, 크랙의 존재는 질량비  $\beta$ 의 영역내에서 좌굴형 불안정 영역을 확장시키지만, 크랙이 없는 경우에 비하여 오히려 파이프의 재 안정화 영역을 일으키는 유속의 범위를 증가시킴을 알 수 있다.

#### 참고문헌

1. Takahashi, I., "Vibration and Stability of a Cracked Shaft Simultaneously Subjected to a Follower Force with an Axial Force," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 35, No. 23, pp. 3071-3080, 1997.
2. Benjamin, T. B., "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I. Theory)," *Proceedings of the Royal Society, Series A*, Vol. 261, No. 1307, pp. 457-486, 1961.
3. Gregory, R. W. and Paidoussis, M. P., "Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers Conveying Fluid (I. Theory)," *Proceedings of the Royal Society, Series A*, Vol. 293, No. 1435, pp. 512-527, 1966.
4. Sugiyama, Y., Tanaka, Y., Kishi, T. and Kawagoe, H., "Effect of a Spring Support on the Stability of Pipes Conveying Fluid," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 100, No. 2. pp. 257-270, 1985.
5. Paidoussis, M. P., "Fluid-Structure Interactions (Volume 1)," Academic Press, 1998.
6. Hill, J. L. and Swanson, C. P., "Effects of lumped masses on the stability of fluid conveying tubes," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 37, pp. 494-497, 1970.
7. Ryu, B. J., Jung, S. H. and Lee, J. W., "Effects of Attached Masses on the Instability and Vibration Suppression of a Flexible Pipe Conveying Fluid," *Transactions of KSNVE*, Vol. 10, No. 2, pp. 280-290, 2000.
8. Kang, M. G., "The Influence of Rotary Inertia of Concentrated Masses on the Natural Vibrations of a Clamped-supported Pipe Conveying Fluid," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 196, No. 3, pp. 281-292, 2000.
9. Ryu, S. W., Sugiyama, Y. and Ryu, B. J., "Eigenvalue Branches and Modes for Flutter of Cantilevered Pipes Conveying Fluid," *Computers and Structures*, Vol. 80, No. 14-15, pp. 1231-1241, 2002.
10. Ryu, B. J., Ryu, S. W. and Lee, J. W., "Eigenvalue Branches and Flutter Modes of a Cantilevered Pipe Conveying Fluid and Having a Tip Mass," *Transactions of KSNVE*, Vol. 13, No. 12, pp. 956-964, 2003.
11. Datta, P. K. and Lal, M. K., "Parametric Instability of a Non-prismatic Bar with Localized Damage Subjected to an Intermediate Periodic Axial Load," *Computers and Structures*, Vol. 4, No. 6, pp. 1199-1202, 1992.
12. Ruotolo, R., Surace, C., Crespo, P. and Storer, D., "Harmonic Analysis of the Vibrations of a Cantilevered Beam with a Closing Crack," *Computers and Structures*, Vol. 61, No. 6, pp. 1057-1074, 1996.
13. Mohammad, H. D., "A Comprehensive Crack Identification Algorithm for Beams under Different End Conditions," *Applied Acoustics*,

Vol. 51, No. 4, pp. 381-398, 1997.

14. Dado, M. H. F. and Abuzeid, O., "Coupled Transverse and Axial Vibratory Behaviour of Cracked Beam with End Mass and Rotary Inertia," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, No. 4, pp. 675-696, 2003.
15. Takahashi, I., "Vibration and Stability of Non-uniform Cracked Timoshenko Beam Subjected to Follower Force," *Computers and Structures*, Vol. 71, No. 5, pp. 585-591, 1999.
16. Sato, K., Saito, H. and Otomi, K., "The Parametric Response of a Horizontal Beam Carrying a Concentrated Mass under Gravity," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 45, pp. 634-648, 1978.
17. Yoon, H. I., Son, I. S. and Ahn, T. S., "Stability Analysis of Pipe Conveying Fluid with Crack," *Transactions of KSNVE*, Vol. 17, No. 1, pp. 10-16, 2007.