한국수학사학회지 제21권 제2호(2008년 5월), 1-18

19世紀 朝鮮의 句股術

서강대학교 수학과 홍성사
sshong@sogang.ac.kr

숙명여자대학교 수학과 홍영희
yhhong@sookmyung.ac.kr

단국대학교 수학교육과 김창일
kci206@dankook.ac.kr

이 논문은 18세기 조선의 구고술에 이어서 19세기 조선의 구고술의 발달을 연구하여 조선 산학의 발전을 규명한다. 洪吉周, 南秉吉, 李尙爀, 趙羲純 등의 구고술의 사료 분석을 통하여 19세기 조선의 구고술의 특성을 연구한다.

주제어 : 19세기 朝鮮 算學, 句股術, 洪吉周, 南秉吉, 李尙爀, 趙羲純

0. 서론

이 논문은 18世紀 朝鮮의 句股術([10])에 이어진 연구의 결과이다. 句股術에 대한 概觀과 句股術이 朝鮮 算學의 발전에 가장 중요한 위치를 차지하는 이유도 [10]에서 밝혔다.

이 논문의 목적은 19세기 朝鮮의 句股術의 사료 분석을 통하여 조선 산학의 발전을 연구하는 것이다.

18세기 洪正夏(1684～?)와 같은 훌륭한 산학자가 天元術을 사용하여 당시 중국에서 전혀 취급하지 못하였던 문제들을 해결하고 이를 구조적으로 정리하여 朝鮮 산학의 발전에 기여하였다. 그러나 그의 연구 결과는 다음 세대로 전해지지 않고, 서양수학, 특히 **數理精蘊**(Shu li jing yun, 1723)의 영향을 받아 전통적인 산학이 크게 발전하지 못하였다. 한편 淸에서는 康熙(Kang Xi, 1662～1722)의 강력한 지원에 의하여 서양수학이 크게 발전하였지만, 雍正(Yong Zheng 1723～1735)代에 들어오면서 이들은 衰退하기 시작하고, 특히 대수학 분야는 서양 수학에 의하여 들어온 借根方이 송, 원대의 천원술의 일부임이 알려진 후 송, 원대 수학뿐 아니라 중국의 전통 수학에 대한 재인

식이 이루어져 18세기 후반부터 송, 원대의 수학에 대한 활발한 연구가 이루어졌다. 戴震(Dai Zhen, 1723 ~1777)에 의하여 **九章算術**(Jiu zhang suan shu)에서 실전된 劉徽(Liu Hui)의 圖解가 복원되고, 이를 통하여 **九章算術**이 재조명을 받고 이어 李潢(Li Huang, ? ~ 1812)은 **九章算術**과 **海島算經**(Hai dao suan jing)에 대한 細草圖說을 저술하고, 張敦仁(Zhang Dun Ren)은 **緝古算經**(Ji gu suan jing)을 天元術을 사용하여 완벽하게 재정리하였다. 또 李冶(Li Ye, 1192 ~ 1279)의 **測圓海鏡**(Ce yuan hai jing, 1248년 완성, 1282년 간행)과 **益古演段**(Yi gu yan duan, 1259)은 李銳(Li Rui, 1768 ~ 1817)에 의하여 교정되었다. 한편 19세기 초에 朱世傑(Zhu Shi Jie)의 **四元玉鑑**(Si yuan yu jian, 1303)이 재발견 되면서, 朝鮮에서 사용되던 그의 **算學啓蒙**(Suan xue qi meng, 1299)도 다시 재조명을 받게 되어, 羅士琳(Luo Shi Lin, 1774 ~ 1853), 沈欽裴(Shen Qin Pei) 등에 의하여 세초가 저술되면서, **四元玉鑑**도 읽어 낼 수 있게 되었다 ([8]). 이와 같이 송, 원대의 수학이 완벽하게 재생되어 출판된 산서들이 19世紀 朝鮮에 유입되었다. **楊輝算法**(Yang Hui suan fa, 1274 ~ 1275), **算學啓蒙**, **詳明算法**(Xiang ming suan fa) 등 송, 원대의 산학의 일부만 연구되어 온 조선에 송, 원대의 四大家로 알려진 秦九韶(Qin Jiu Shao, 1202 ~ 1261), 李冶, 楊輝(Yang Hui), 朱世傑들의 저서로 楊輝의 **詳解九章算法**(Xiang jie jiu zhang suan fa, 1261)을 제외한 나머지는 모두 朝鮮 算學者들이 접할 수 있게 되어, 18세기 후반기에 침체되었던 조선 산학에 새로운 전기가 마련되었다.

南秉吉(1820 ~ 1869)은 이들을 모두 모을 수 있었고, 그의 형인 南秉哲(1817 ~ 1863)과 李尙爀(1810 ~ ?)이 함께 이 자료들을 공유하면서 공동 연구를 진행하게 되었다. 이들은 공동 연구의 결과를 출판하게 되는데, 이와 같은 경우는 朝鮮 算學의 歷史에서 매우 예외적인 것으로, 19세기 조선 산학은 역사적으로 가장 중요한 자리를 차지하게 되었다. 또 이들의 영향을 받았을 것으로 추정되는 마지막 조선 산서인 **算學拾遺**(1869)의 저자 趙羲純의 창의적인 구고술을 연구한다. 한편 송, 원대의 수학이 조선에 들어오기 전에 서양수학을 주로 연구한 洪吉周(1786 ~ 1841)는 매우 적은 연구 결과를 남기었지만, 우리는 그의 句股術과 위의 南秉吉, 李尙爀, 趙羲純의 句股術을 비교하기 위하여 그의 句股術도 함께 조사한다.

논문은 세 절로 나누어, 첫째 절에서 洪吉周, 둘째 절에서 南秉吉과 李尙爀, 그리고 마지막 절에서 趙羲純을 연구한다.

이 논문에서 직각삼각형의 句, 股, 弦은 각각 a, b, c로 나타내기로 한다.

조선 산학에 관한 史料는 **韓國科學技術史資料大系 數學編**([5]), 중국 산학은 **中國科學技術典籍通彙**(Zhong guo ke xue ji shu dian ji tong hui) **數學卷**(Shu xue juan, [3])과 **中國歷代算學集成**(Zhong guo li dai suan xue ji cheng, [4])을 사용한다.

朝鮮과 中國의 算書로 참고문헌의 번호가 없는 경우 이들에 들어 있는 것을 뜻한다.

1. 洪吉周의 句股術

洪吉周의 산학에 대한 결과는 매우 적은 분량만 남아 있다. 孰遂念([6]) 제14觀에 들어 있는 幾何新說 50쪽과 이의 補 4쪽과 沆瀣丙函([7]) 제10권에 들어 있는 弧角演例 136쪽이 그의 산학에 대한 현존하는 자료이다. 이 중에 互角演例는 구면삼각법에 대한 저서이다. 한편 幾何新說은 雙推臆算(15쪽), 開方蒙求(15쪽), 雜碎髓鈔(20쪽)로 이루어져 있다. 이 자료에 들어 있는 내용으로 보아 그는 曆象考成(Li xiang kao cheng)과 數理精蘊을 연구하였을 것으로 추정된다. 그 밖에 어떤 算書를 연구하였는지에 대한 정보를 얻기에는 너무 적은 분량의 결과만 전해지고 있다. 특히 그의 句股術은 雜碎髓鈔 제2문항부터 나타난다.

처음 세 문항은 모두 측량에 관한 문제로 海島算經과 같은 종류이나 이들은 전혀 海島算經의 어떤 문항과도 연관이 없는 것으로 洪吉周의 독창적인 결과이다. 아래 그림 1-2가 제2문항인데, 洪吉周의 문제를 우리가 쉽게 읽을 수 있게 나타낸 것이다.

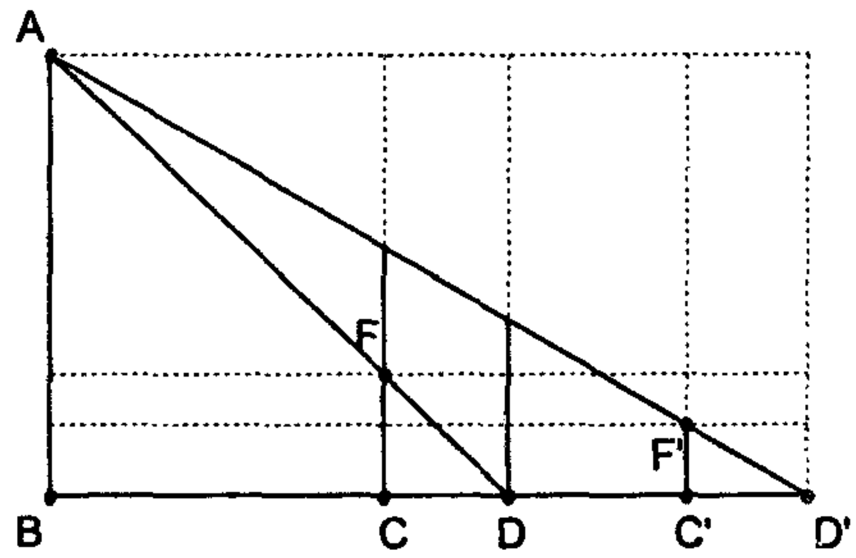

그림 1-1

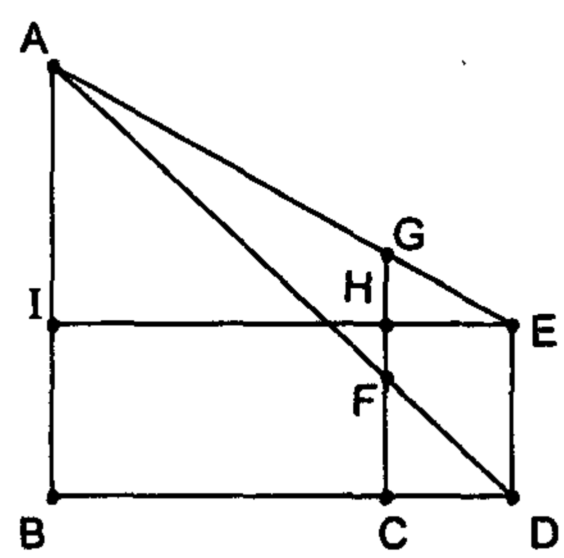

그림 1-2

그림 1-2에서 CF, CG, DE가 주어지는 경우에 AB를 구하는 문제이다. 이를 해결하기 위하여 洪吉周는 점 H와 I를 정한 후 삼각형들의 닮은꼴에 대한 언급은 하지 않은 채 바로 비례식

CF : CD = AB : BD와 GH : CD = AI : BD에서 GH : CF = AI : AB를 얻고 이어서 비례식의 성질을 이용하여 (CF - GH) : CF = (AB - AI) : AB를 얻고 이에서 AB를 구하였다. 닮은꼴에 대한 설명은 없지만 비례식에 대한 여러 성질을 정확히 이해하고 있음을 알 수 있다.

洪吉周가 海島算經을 연구하였는지에 대한 정보는 전혀 없다. 이 문제는 그림 1-1, 즉 海島算經의 제4문인 望深谷의 변형으로 볼 수 있다. 海島算經은 모두 9問으로 이

루어졌는데 제1문 望海島, 제2문 望松과 전술한 제4문을 기본으로 하여 이들의 조합으로 해결할 수 있는 측량 문제들인 것은 잘 알려져 있다([1], [2], [12]). 제4문은 CD = C'D', CF, C'F'과 CC'을 주고 BC를 구하는 문제이다. 그림 1-1과 1-2를 비교하면 ABD까지의 도형은 양쪽이 같은 그림임을 곧 알 수 있다. 望深谷에 주어진 조건에서 洪吉周의 조건 CG, DE는 바로 구할 수 있고, 또 그의 해법을 통하여 AB를 구하면 BC를 구할 수 있다. 洪吉周의 문제에서 AE와 BD를 연장하여 望深谷의 그림 1-1이 얻어지지만, 洪吉周의 조건에서는 BC : CD = (CF/AB) : (FG/DE)만 구하여지므로 BC는 일의적으로 정해지지 않는다. 따라서 洪吉周의 조건으로 望深谷의 모든 조건이 결정되는 것은 아니다.

한편 望深谷의 조건 CD = C'D' 대신에 CF = C'F'을 주고 CD, C'D'을 조건으로 추가하여, AB와 BC를 구하는 것이 海島算經의 제1문 望海島이다. 위와 같은 방법으로 望海島의 조건에서 바로 CG와 DE가 결정되어, 望海島의 조건에서 洪吉周의 조건은 모두 결정되지만, 洪吉周의 조건에서 望海島의 문제로 변환할 수 없다. 왜냐하면 BC : CD의 값만 결정되기 때문이다. 물론 CD가 정해지면 海島算經에 들어 있는 나머지 모든 조건들이 결정된다.

다음 두 문항은 아래 그림 2-1, 그림 2-2를 통하여 알아보자.

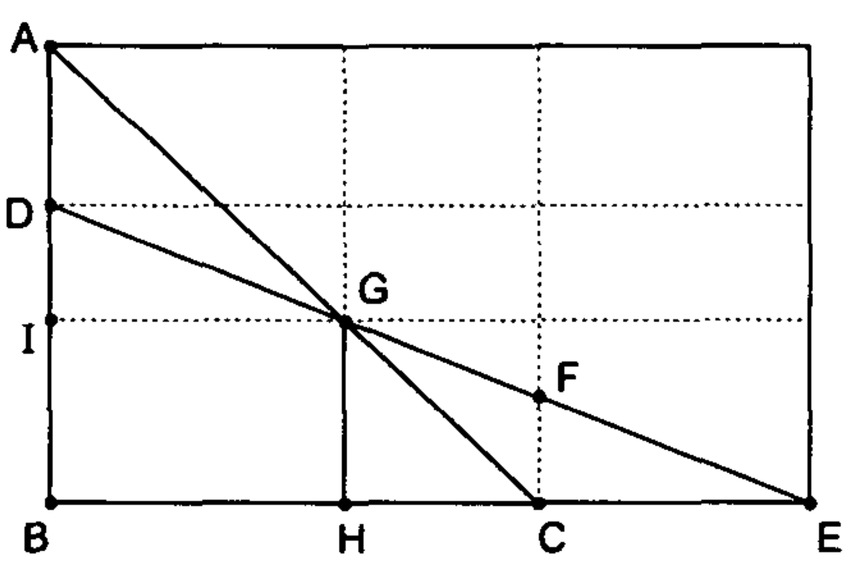

그림 2-1

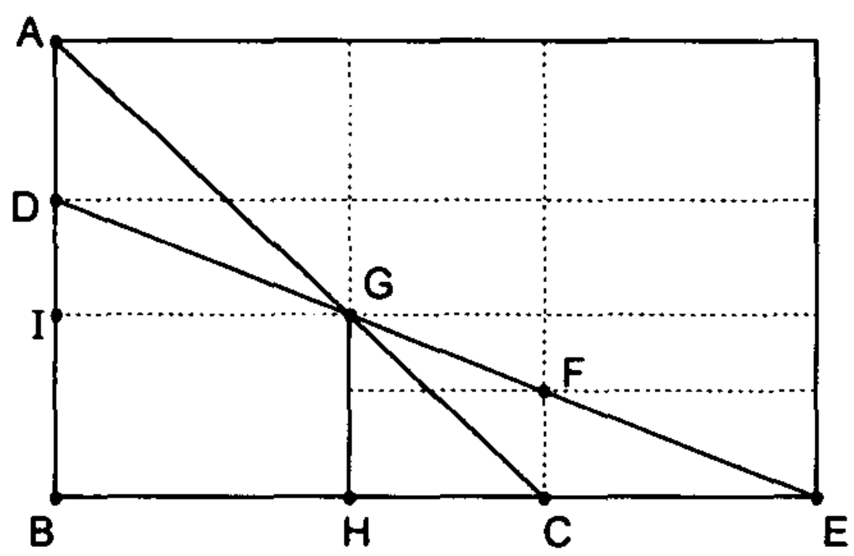

그림 2-2

제3문항은 그림 2-1에서 AB, AD, GH, CE를 주고 BC와 BE를 구하는 문제이다. 점선으로 그린 부분이 洪吉周가 그려서 문제를 해결한 것이다. 海島算經의 문제들에 대한 논리적 근거로 모두 닮은 삼각형을 사용하고 있지만 이들에서 나타나는 비례식과 그에 따르는 등식을 劉徽가 얻어 내는데 사용한 방법에 대한 이론이 크게 두 가지로 나뉘어 진다. 위의 그림을 사용하여 설명하면 △AIG와 △GHC가 닮은꼴이므로 비례식 AI : IG = GH : CH를 얻는 방법과 이를 AC를 대각선으로 가지는 사각형에서 G를 지나는 IG와 GH의 연장선으로 나누어 "出入相補原理"에 의하여 두 사각형의 넓이가 같아지는 것을 이용하여 IG×GH = CH×AI를 얻어내는 두 가지가 있다. 이를 통하여 楊輝가 그의 續古摘奇算法(Xu gu zhai qi suan fa, 1275)에 望海島를 圖解하여 놓은 것을 1660년 金始振이 算學啓蒙을 간행하면서 마지막 부분에 넣어 둠으로 算學

啓蒙을 연구한 조선의 산학자들은 모두 이 원리를 연구하였을 것으로 추정된다. 洪吉周는 이 문항에서 △ABC와 △GHC가 닮은꼴이므로 GH : CH = AB : BC를 구하고, 이 원리를 사용하여 CH×AD = DI×CE에서 CH를 구하여 문제를 해결하고 있다. 특이한 것은 위의 두 삼각형이 닮은꼴이라는 것을 "兩形元是*相似*"라 하여 "相似"라는 용어를 사용하고 있다. 數理精蘊과 19세기 조선 산서는 모두 相似 대신에 同式이라는 용어를 사용하고 있다([10] 참조). 出入相補原理에 따르지 않고 비례식을 통하여 CH를 구해 보자. △DIG, △GHE; △AIG, △GHC가 각각 닮은꼴이므로, DI : GH = IG : EH, AI : GH = IG : CH를 얻고, 두 비례식의 제2, 제3율이 서로 같으므로, DI : AI = CH : EH이다. 따라서 DI : (AI - DI) = CH : (EH - CH), 즉 DI : AD = CH : CE를 얻어 CH를 구할 수 있다. 出入相補原理에 따른 것과 비교하면 이 방법이 매우 복잡함을 알 수 있다.

제4문항은 그림 2-2에서 AD, GH, CF를 주고 AB를 구하는 문제이다. 역시 出入相補原理를 사용하여 AB : GH = (AD+CF) : CF를 구하여 문제를 해결하였다. 이 경우도 △ADG와 △CFG가 닮은꼴이므로 AD : CF =AG : GC = AI : GH를 사용하여 AI를 얻은 후 AB = AI+GH를 얻는 것이 빠르다. 洪吉周는 일반 삼각형의 닮음을 연구하지 못하였을 수도 있음을 나타내고 있다.

3문항의 조건에서 4문항의 조건 CF는 바로 구하여 진다. 그러나 4문항의 조건에서 AB, 따라서 BD가 얻어지지만, 전술한 望深谷과 같이 비례식

BD : GH : CF = BE : HE : CE만 구할 수 있어서 CE가 결정되지 않는다. 따라서 이 두 문항도 서로 독립이다.

제5문항은 제6문항인 品字方形 문제, 즉 원에 내접하는 品字 모양의 세 정사각형의 변의 길이와 원의 지름의 관계를 해결하는 문제를 풀기 위하여 원에 내접하는 사다리꼴의 두 평행인 변과 높이를 주고 원의 반지름을 구하는 문제이다. 구하는 방법만 나타내고 이유에 대한 설명은 없다. 당연히 句股術을 이용하고 두 미지수의 합과 차를 구하여 두 수를 구하는 방법을 사용한 것으로 추정되는데, 전술한 대로 洪吉周는 다항식의 표현을 위한 天元術이나 借根方을 사용한 흔적을 찾을 수 없기 때문에 그가 대수적 문제를 어떤 방법으로 이해하고 있는지 알 수 없다.

제6문항은 제5문항의 역으로 원의 지름을 주고 내접한 品字의 정사각형의 변을 구하고 있다. 즉 평행인 두 변의 길이가 x, $2x$, 높이가 $2x$인 내접하는 사다리꼴을 풀어내는 것으로 해결하였다. 제5문항과 같이 중간 과정은 나타내지 않고 있다. 다만 조선 후기 유명한 천문학자인 金泳(1749～1815)이 사용한 해법을 첨가하고 있다. 그는 윗변의 꼭지점에서 아랫변에 내린 수선의 발과 아랫변의 꼭지점을 이은 삼각형이 正句股, 즉 길이의 비가 3 : 4 : 5인 직각삼각형이 되는 것을 이용하여 문제를 해결하고 있다.

제7문항은 주어진 원에 내접하는 정육각형에 대하여, 인접하는 두 변과 만나는 임의의 현을 그려 꼭지점에서 만나는 두 점까지의 길이를 주고 현의 길이와 현이 정한 호의 弧矢를 구하는 문제이다. 닮은 삼각형과 구고술을 사용하여 이를 해결하였다. 닮

은 두 직각삼각형에 대하여 대응되는 변들을 합한 것들도 직각삼각형의 세 변이 되는 것을 이용하고, **數理精蘊** 등에 나오는 세 변이 주어진 삼각형의 중수선의 길이를 구하는 방법을 사용하여 구한다. 매우 논리적으로 그 과정을 기술하고 있다.

제8문항은 원에 내접하는 정팔각형의 한 변을 알고, 임의의 현에 의하여 주어진 호 안에 정팔각형의 한 변이 들어 있고 그 양 쪽 변과 현이 만나면서 양 꼭지점에서 만나는 두 점까지의 길이를 주고 호의 弧矢를 구하는 문제이다. 한 변의 길이가 x인 이등변 직각삼각형의 빗변의 길이가 $\sqrt{2}x$임을 이용하여 구고술을 이용하여 제7문항과 같이 중수선의 길이를 구하여 해결하고 있다.

제9문항은 주어진 원에 내접하는 정12각형의 한 변을 구하는 문제이다. 이 경우 대수적 계산을 사각형의 넓이를 이용하여 문제를 해결하였다. 대수적으로 접근하려면 계수가 무리수 $\sqrt{3}$을 포함하는 항을 가지게 되고, 또 $\sqrt{2+\sqrt{3}}$을 구하여야 하지만 이를 기하적 접근으로 반지름 $\sqrt{\frac{s^2}{2}}+\sqrt{\frac{3s^2}{2}}$ (s는 한 변의 길이)을 구하였다. 물론 사용된 도구는 구고술이고 이들을 얻는 대수적 과정으로 사각형의 넓이를 사용하였다. 그는 이 과정에서 "推是"라는 연결 단어를 사용하고 있다.

위의 제5-9문항은 모두 18세기 이전에 취급한 전통적인 구고술에서 벗어나 구고술을 응용하는 문제들이고, 또 원의 기하적 성질을 응용한 문제들이다.

제10문항은 주어진 직사각형의 대각선을 빗변으로 하는 직각삼각형을 임의로 구성하여 높이가 정해지는 경우 주어진 직사각형과 높이가 만나는 점에 대한 정보를 구하는 문제이다. 직각삼각형의 밑변을 구한 후 - 이 과정을 "可推"라는 단어를 사용하여 나타내었다 - 이를 이용하여 구하는 길이를 얻어 내었다.

제11문항은 주어진 삼각형의 두 변에 임의로 두 점을 잡아 꼭지점과 함께 만든 삼각형이 주어진 삼각형과 닮은꼴이 아닌 삼각형을 만들어 양 변, 즉 꼭지점과 두 점 사이의 길이를 주고 나머지 한 변을 구하는 문제이다. 중수선을 그리고 닮은 삼각형과 구고술을 이용하여 해결하였다. 이 경우 그는 "同式"이라는 용어를 사용하고 있다.

제12-15문항은 $\sqrt{\frac{1}{2}}$을 작도하여 이를 활용하여 주어진 도형, 즉 정사각형, 원, 직사각형, 삼각형의 넓이의 반을 가지는 도형을 작도하는 문제이다. 증명을 포함하지 않고 결과만 포함하고 있다.

제16문항은 주어진 삼각형과 넓이는 같고 한 각을 같게 가지는 삼각형의 작도 문제이다. 出入相補原理와 평행선의 성질을 이용하여 작도하였다.

句股術에 관련된 마지막 문항인 제18문항은 句 a를 주고 정수인 股 b, 弦 c를 구하는 방법을 다음과 같은 방법으로 구하였다.

i) $b=\frac{a^2-1}{2}$, $c=\frac{a^2+1}{2}$

ii) $b=(\frac{a}{2})^2-1,\ c=(\frac{a}{2})^2+1$

iii) $b=\frac{1}{2}(\frac{a^2}{m}-m),\ c=\frac{1}{2}(\frac{a^2}{m}+m)$ (m은 임의의 자연수)

iv) $b=\frac{1}{m}(\frac{a}{2})^2-m,\ c=\frac{1}{m}(\frac{a}{2})^2+m$ (m은 임의의 자연수)

"整數"라는 용어를 사용한 것이 특이하다. **數理精蘊**에 나타나지만 이를 사용한 것은 우리가 조사한 조선 산서중에 유일한 것이다. 그러나 i)의 경우 a가 짝수, ii)의 경우 a가 홀수이면 나머지 수는 정수가 아닌 것은 자명하다. 그가 들은 예는 모두 정수가 되는 경우만 들어 놓았다. 또 iii), iv)의 경우 "任幾分之"라는 용어를 사용하여 m을 임의의 자연수를 택할 수 있는 것으로 되어 있지만, iii)의 경우 $m<a$, iv)의 경우 $m<\frac{a}{2}$를 만족하여야 한다. 또 이 경우도 반드시 결과가 정수로 되는 것은 아니다. 그의 예는 모두 정수가 되는 경우만 취급하고 있다. 증명은 포함하지 않고 있다.

이상에서 洪吉周는 단순한 직각삼각형의 문제에서 확장하여 이들을 응용하는 문제들을 취급한 것을 알 수 있고, 또 원의 문제와 句股術의 관계를 정립한 결과를 조선에서 가장 일찍 언급한 학자이다. 한편 **海島算經**의 방법과 전혀 독립적인 새로운 측량 방법을 얻어내었다. 이는 매우 독창적인 결과이다. 그의 句股術은 그가 취급한 대수적 문제들과 비교하여 수학적 구조를 정확히 이해하고 있고, 또 추론의 과정도 매우 논리적이다. 전술한 대로 그가 연구한 자료에 대한 추정이 어려운데, 句股術의 내용으로 보아, 조선 나아가서 전통적 중국 산서를 연구하지 않고 서양 수학의 영향을 받은 중국 算書만 연구한 것으로 추정된다.

2. 南秉吉과 李尙爀의 句股術

이 절에서는 南秉吉과 또 그와 함께 연구한 李尙爀이 연구한 句股術에 대하여 조사한다. 관상감에서 일하였던 南秉吉은 천문학의 연구를 위하여 조선에 들어온 서적들을 연구할 수 있었으며, 또 그 후에 들어온 전통적 중국 산서들을 함께 연구할 수 있었다. 전술한 대로 18세기 후반기에서 19세기 초에 중국에서 출판된 **周髀算經**(Zhou bi suan jing), **周髀算經音義**, **九章算術**, **九章算術音義**, **九章算術補圖**(Jiu zhang Suan Shu bu tu), **策算**(Ce suan), **海島算經**, **孫子算經**(Sun Zi suan jing), **五曹算經**(Wu cau suan jing), **夏侯陽算經**(Xia Hou Yang suan jing), **張丘建算經**(Zhang qiu jian suan jing), **五經算術**(Wu jing suan shu), **緝古算經**(Ji gu suan jing), **數術記遺**(Shu shu ji wei), **句股割圜記**(Gou gu ge yuan ji)를 포함하는 孔繼涵(Kong Ji Han, 1739～1783)이 편찬한 算經十書(1773)와 **孫子算經**, **五曹算經**, **張丘建算經**, **緝古算經細艸**(Ji gu suan jing xi cao), **測圓海鏡細草**(Ce yuan hai jing xi cao), **益古演段**, **弧矢算術細草**(Hu shi suan shu xi cao) 등을 포함한 **知不足齋叢書**(Zhi bu zu zhai cong shu)를 연구하였다([9]). 算經十書에 들어 있는 **九章算術補圖**, **策算**, **句股割圓記**는 戴震의 저서이고, **測圓海鏡細草**(1797)는 李銳가 算校를 단 **測圓海鏡**이다. 이들은 모두 이 시기를 대표하는 중국의 산학자들이다. 또 남병길은 秦九韶의 **數書九章**과 함께, 羅士琳이 세초를 단 朱世傑의 **四元玉鑑細草**를 연구하였다. 전통적으로 조선에서 사용되었던 **楊輝算法**, 朱世傑의 **算學啓蒙**을 연구하여, **九章算術**부터 송, 원대의 가장 중요한 산서들을 모두 연구할 수 있었던 학자이다. 따라서 그는 동서양의 산학을 두루 섭렵하고, 이를 토대로 산서를 저술하였다. 句股術에 관계되는 그의 저서로 **劉氏句股術要圖解**, **輯古演段**, **九章術解**, **測量圖解**(1858) 등이 있다.

測量圖解를 제외하고 그 나머지 책들은 출판 연도를 알 수 없지만, 취급하고 있는 내용으로 **九章術解**부터 알아보자.

현재 우리가 가지고 있는 조선의 산서로 **九章算術**의 원본을 연구한 최초의 것이 남병길의 **九章術解**이다. 그는 전술한 算經十書에 들어 있는 **九章算術**과 戴震의 **九章算術補圖**를 모두 연구하고, 또 **數理精蘊**의 上篇에 들어 있는 I. G. Pardies(1636～1673)의 Elemens de Geometrie(1671)를 번역한 幾何原本을 연구하여 **九章算術**의 제9장 句股에 대한 해설을 저술하였다. 실제로 그는 원의 넓이를 내접하는 정다각형의 넓이의 극한으로 계산한 **數理精蘊** 상편 卷二의 第二十二항을 그림과 함께 인용하고 있다. 또 句股術, 즉 Pythagoras 정리의 증명도 전술한 上篇 卷三의 第四항을 그림과 함께 인용하는 것으로 시작하였다. 이 증명은 흔히 우리가 사용하는 삼각형의 합동을 이용하는 Euclid의 幾何原本에 들어 있는 증명과 달리 삼각형의 닮은꼴을 이용한 것이다. 남병길은 **九章算術**의 원문은 그대로 유지하였지만, 劉徽의 注를 상당 부분 삭제하고, 그의 注로 대치하였다. 특히 닮은 삼각형의 성질을 이용한 부분은 모두 대치하고 있다. 또 股弦差는 모두 股弦較로 대치하였다. 이는 제6문부터 나타난다. 그림은 생략되었지만 그는 $a^2=(c-b)(c+b)$를 증명하고, 이어서 $a^2-(c-b)^2=2b(c-b)$를 증명하고 있는데, 因數分解의 시초가 보이기 시작한다. 또 같은 이론에 의하여 얻어지는 결과들을 모두 "義同前問"이라고 나타내었다. 저자의 "義"에 대한 태도를 읽을 수 있다. 제11문에도 흥미 있는 주를 달고 있다. $\dfrac{(b-a)^2}{4}+ab=\dfrac{(a+b)^2}{4}$을 얻는 과정에서 사각형의 넓이를 이용하여 얻어진 대수식 $ab-a^2=a(b-a)$, $b^2-ab=b(b-a)$를 얻어 "多少相補"에 의하여, 즉 두 식의 차에 의하여 $a^2+b^2-2ab=(b-a)^2$을 얻어 구하는 식을 얻어내었다. 이 경우도 인수분해를 사용한 셈이다. 南秉吉의 이 과정은 같은 문제의 해결을 위하여 도입한 戴震의 방법과 다른 것이다. 제12문에서 처음으로 사각형의 넓이를 이용한 $2(c-a)(c-b)=(a+b-c)^2$의 증명에 대한 그림을 포함하고 있다. 또 닮은 삼각형을 나타내지 않은 채 비례식을 얻어 놓았는데, 제20문부터 "成同式形"이라고 하여 닮은 삼각형을 나타내고 이를 통하여 비례식을 구하고 있다. 또 제20문에서 직사

각형의 넓이와 두 변의 차를 주고 각 변을 구하는 것으로 도입한 2차방정식을 구성하였다. 제21문은 제14문과 같은 종류의 문제인데, 劉徽는 이를 "求三率之意與上甲乙同"과 같이 표현하여 "意"자를 사용하였는데, 남병길은 예의 "義"자를 사용하여 "求諸率之義與十四問"으로 나타내었다. 한편 제23문의 劉徽의 주는 "此術句股之義"로 시작되는데 南秉吉은 이 부분을 생략하였다. 劉徽는 이미 "意"자와 "義"자로서 구조적으로 접근한 것을 나타내었다. 닮은 삼각형과 넓이를 이용한 다항식의 연산을 통하여 정리함으로 **九章算術**의 句股術에 대한 현대적 접근을 가능하게 한 저서이다.

이어서, 南秉吉의 **劉氏句股術要圖解**에 대하여 조사한다. 南秉吉의 서문에서 그는 劉氏를 洪正夏의 **九一集**의 雜錄에 나타나는 劉壽錫으로 추정하고 있다. 그는 **疇人傳**(Chou ren chuan)과 그 밖의 중국 산서를 조사하여 句股術과 관계되는 劉氏를 찾을 수 없다고 하였다. 실제로 **劉氏句股術要圖解**에서 취급하고 있는 문제들을 보면 19세기 초까지 중국의 산서들은 이들 문제를 해결할 수 없다. 그 이유는 天元術을 사용하지 못하였기 때문이다. 借根方과 天元術은 같은 것이라고 梅穀成(Mei Ke Cheng, 1681~1763)이 주장하였지만 실제로 天元術은 음수 지수를 가지는 有理式을 나타낼 수 있고, 借根方은 다항식의 표현만 취급하고 있기 때문에 문제를 해결하는 과정에서 음수 지수를 가지는 유리식을 구한 후 이를 다항식으로 변환할 수 있는 과정을 借根方으로 나타낼 수 없다. **劉氏句股術要圖解**는 이와 같은 문제를 많이 취급하고 있다. 또 이 圖解에 사용하고 있는 용어는 모두 **九一集**에서 사용하고 있는 것과 완전히 일치한다. 句股較 대신에 句股差를 사용하고, 또 세 변에 관한 용어도 楊輝 이후에 사용되는 것을 활용하고 있지 않다. 따라서 劉氏句股術要는 조선의 산학자에 의한 저서인 것은 틀림없고, 또 **九一集**에 나타난 劉壽錫이 句股術에 관하여 조예가 깊은 것을 알 수 있기 때문에 劉壽錫의 저서로 보아도 좋을 것이다. 먼저 劉氏句股術要에서 南秉吉의 圖解를 뺀 나머지 부분에 대하여 알아보자. 모두 句股術에 관한 223 문항을 취급한 방대한 저서이다. 문제의 배열은 매우 조직적으로 이루어져 있다. 두 변을 주고 나머지 한 변을 구하는 문제를 취급하고, 그 다음부터 문제의 구성을 모든 사칙 연산, 즉 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 순서로 조건을 구성하였다. 즉 한 변과 나머지 두 변의 합, 차, 곱, 나눗셈의 순으로 배열하고, 또 한 변 대신에 두 변의 합. 차, 곱 등에 대하여 대응되는 나머지 조건과 함께 배열하였다. 또 두 변의 제곱들, 세 변에 대하여도 이와 같이 배열하고 있다. 그는 모든 경우를 사칙연산의 순서대로 늘어놓음으로 이들을 체계적으로 정리하였다. 이 후에 내접원과 내접하는 정사각형 문제를 다루었다. 한편 이 방법으로 모든 경우를 취급하는 데는 문제가 없지만 그 해법과 같은 수학적 구조 입장에서 보면 약간 혼란스러울 수 있다. 洪正夏는 劉壽錫의 저서를 보고 이를 해법의 입장에서 재정리한 것일 가능성도 있다. 洪正夏의 句股術은 두 변의 제곱과 세 변의 합에 관한 조건을 가지는 문제는 취급하지 않았다. 해법에 관하여 자세한 설명은 없고, 天元術 표현은 나타나지 않고 있다. 그러나 洪正夏와 교류를 한 것과 또 何國柱(He Guo Zhu)에게 洪正夏가 天元術을 설명하는 자리에 劉壽錫이 같이 있었기 때

문에 그는 天元術에 대한 연구가 이미 되어 있을 것으로 추정된다. 이런 관점에서 보면 劉氏句股術要는 18세기 句股術에 포함하여야 하지만 南秉吉이 모든 문항에 대하여 原著에서 문제에 대한 해로 "術"을 달아 놓았는데, 이에 대하여 그는 "解"라는 항목으로 해설을 첨가하여, 19세기 句股術에서 다루기로 한다.

남병길의 圖解에 대하여 알아보자. 南秉吉은 그의 서문에서 "夫句股者 面體諸形之所宗"이라 하여 "面體"라는 용어를 사용하는 것으로 시작한다. 물론 이는 **數理精蘊**에서 도입된 3차원까지의 도형을 모두 "線面體"로 구분하여 정리한 것에서 비롯된 것이다. 또 劉氏句股術要를 시작하기 전에 Pythagorean triple a, b, c를 구하는 방법을 **數理精蘊** 下編 卷十二 句股의 定句股弦無零數法을 인용하여 連比例를 사용하여 구하는 것과, 또 **數理精蘊** 上篇 卷五 제16항에서 임의의 두 수 x, y에 대하여 x^2, xy, y^2이 連比例를 이루는 것을 이용하여 Pythagorean triple을 구하는 방법에 대한 해설을 첨가하는 것으로 시작하였다. 그는 **劉氏句股術要圖解**라고 책 제목을 圖解라는 단어를 첨가하였는데, 이는 戴震의 **九章算術補圖**의 영향도 있지만, 오히려 **數理精蘊**의 영향을 더 많이 받았을 것으로 보인다. 모두 11문항에 대하여 圖解를 첨가하였지만 전술한 **九章術解**의 Phythagoras 정리 증명을 그대로 인용한 것을 제외하면 나머지는 모두 **數理精蘊**에서 활용한 다항식의 연산을 사각형의 넓이로 나타내는 것이다. 제1문항의 古法圖解, 즉 $c^2=(b-a)^2+4\times\frac{ab}{2}$를 나타낸 것은 **周髀算經**에 들어 있는 趙爽(Zhao Shuang)의 도해를 인용한 것이다. **九章算術**에서 사용하는 방법과 같은 문제들은 이들 도해를 통하여 **九章術解**와 같이 정확하게 설명이 되어 있다. 그러나 방정식을 구성하는 문제들에 대한 그의 해설은 거의 모든 경우에 이미 얻어진 방정식이 주어진 조건을 만족하는 것을 보여 주는데 그치고 있다. 이유는 天元術이나 借根方을 전혀 사용하고 있지 못하기 때문이다. 아마도 南秉吉이 圖解를 저술할 때는 아직 이 들에 대하여 연구가 되지 않았을 것으로 추정된다. 2차방정식은 모두 직사각형의 문제로 환원하여 넓이와 두 변의 합, 또는 차를 조건으로 주고 두 변을 구하는 문제, 즉 근과 계수의 관계로 이해하여 얻어내는 것으로 이해하고 있다. 예를 들어 제19문은 **算學啓蒙**에 들어 있는 句弦和($=\alpha$), 股弦和($=\beta$)가 주어진 경우 세 변을 구하는 문제이다. 방정식을 통한 해법이 又術로 주어져 있는데 이는 算學啓蒙에 들어 있는 天元術 해법으로 간단한데([10]), 그는 $\alpha^2+\beta^2=c(3c+2a+2b)$, $c+(3c+2a+2b)=2(\alpha+\beta)$를 얻어 c에 대한 2차방정식을 얻어내고 있다. 실제로 첫째 등식을 얻기 위하여 그는 별도의 圖解를 첨가하였다. 또 두 변의 합과 차 대신에 한 변과 다른 변의 배수의 차나 합이 주어지는 경우도 나타난다. 2차방정식은 전통적인 직사각형의 문제로 설명을 하여 논리적으로 이해를 하고 있다고 볼 수 있지만 3차 이상의 방정식에 대한 문제에 대하여 南秉吉은 혼동을 하고 있다. 제31문을 예로 들어 보자. 句弦和($=\alpha$), 句와 股의 곱($=\beta$)을 주고 b에 대한 방정식을 구하는 문제이다. 이를 위하여 $\alpha\beta=ab(a+c)=b(a^2+ac)$, $\alpha^2-b^2=2(a^2+ac)$를 먼저 보인다. 이 경우 전식에 대한

설명을 하는데 바로 현재 우리가 사용하는 배분법칙을 사용하고, 또 후식은 인수분해에 해당되는 것을 사용하여 등식을 얻어내었다. 위의 두 식에서 $b(\alpha^2-b^2)=2\alpha\beta$를 얻어 b에 관한 방정식 $-x^3+\alpha^2x=2\alpha\beta$를 얻어 낸 것으로 설명하고 있다. 즉 주어진 방정식의 좌변에서 $x(\alpha^2-x^2)$으로 인수분해하여 위의 등식에 대한 정보를 얻어서 방정식이 구하는 것이라는 논리이다. 天元術에 의하여 $x=b$라 하면 주어진 조건에서 $a=\dfrac{\beta}{x}$, $c=\alpha-\dfrac{\beta}{x}$와 $a^2+b^2=c^2$을 이용하여 바로 구하는 방정식을 얻는 것과 비교하면 좋다. 제65문의 경우, a를 구하는 방정식은 $2x^4+2\alpha x^3+\alpha^2x^2=\beta^2$인데 이 경우도 좌변을 $x^2\{x(2x+2\alpha)+\alpha^2\}$으로 생각하여 차례로 $2a+2\alpha$, $a(2a+2\alpha)$, 또 이 결과와 α^2의 합을 생각하여 등식이 성립하는 것으로 설명을 하고 있다. 인수분해하는 것은 좋은 생각이지만 방정식의 계수를 미리 알고 설명하는 것에 지나지 않는다. 이런 과정을 통하여 다항식에 대한 연산과 인수분해에 접근하고 있는 것은 충분히 이해되지만 방정식의 구성을 제대로 이해하지 못하고 있는 것으로 볼 수 있다.

$x^2-y^2=(x-y)(x+y)$가 직각삼각형의 변이 아닌 경우도 성립함을 제143문에서 언급한다. 이의 응용으로 $(a+b+c)(a+b-c)=(a+b)^2-c^2=2ab$에 의하여 弦和和$(=a+b+c)$와 직적$(=ab)$을 조건으로 준 제161문의 경우 바로 弦和較를 구하여 세 변을 구하였다. 이와 같이 대수적 등식에 대한 이해를 높이고 있지만 劉壽錫의 句股術과 방정식의 관계에 관한 한 南秉吉은 저자의 의도를 충분히 이해할 수 없어서 오히려 句股術을 퇴보시키게 되었다. 그러나 그가 **緝古演段**을 저술하는 과정에서 南秉吉은 이 문제를 완전히 해결하였다. 王孝通(Wang Xiao Tong)의 **緝古算經**은 句股術을 이용하여 3차 이상의 방정식을 구성하는 문제를 포함하고 있는데 이 과정을 借根方을 이용하여 해설한 것이 **緝古演段**이다([9]). 따라서 위의 圖解에서 방정식의 구성을 제대로 하지 못한 것은 그가 天元術이나 借根方을 연구하기 전에 저술하였기 때문이다. 南秉吉은 羅士琳의 **四元玉鑑細草**를 연구하여, **緝古演段**과 거의 같은 시기에 저술된 것으로 보이는 **玉鑑細艸詳解**를 출판하였다. 이를 통하여 고차다원연립방정식을 이해하게 되는데, **四元玉鑑**에서 가장 많이 취급하는 주제가 句股術에 관한 문제들이다. 이를 통하여 南秉吉은 天元術부터 四元術까지 완벽하게 다룰 수 있게 되었다([8]).

마지막으로 句股術의 일반화인 측량문제를 취급한 산서인 **測量圖解**(1858)에 대하여 알아보자. **測量圖解**는 **九章算術**의 句股章의 마지막 8 문항과 **海島算經**의 모든 문항과 함께 **數書九章**에 들어 있는 측량 문제 9 문항을 도해를 통하여 해설한 산서이다. 그는 이미 전술한 **九章術解**를 저술하였고, 또 천문학과 관계되는 산서에서 서양에서 들어온 측량에 관한 산서, 예를 들면 徐光啓(Xu Guang Qi, 1562~1633)의 **句股義**(Ju gu yi, 1605), **測量異同**(Ce liang yi tong, 1608)과 **數理精蘊**에 들어 있는 측량 문제를 연구하였을 것으로 추정된다. 그러나 **九章術解**를 저술하면서 그는 **九章算術**에 들어 있는 劉徽의 주를 서문 대신에 싣고 있다. 그는 **九章算術**에 대한 略史를 기술하고 곧 句股術에 들어 있는 측량 문제와 **海島算經**을 저술하게 된 경과를 기술하고 있다. 따

라서 **九章術解**에서 미루어 놓았던 전통적인 **海島算經**과 **數書九章**의 문제를 함께 연구한 과정을 圖解를 포함하여 저술한 것이 **測量圖解**이다. 서양 수학의 방법으로 이들 문제에 접근하려고 한 것이다. **九章算術**의 句股章에 들어 있는 문제들을 닮은 삼각형으로 접근하는 데는 전혀 문제가 없었다. 이미 **九章術解**에서 취급하였던 대로이고 다만 대응되는 圖形만 첨가하면 되는 수준이었기 때문이다. 또 다른 점은 전술한 대로 **九章術解**에서 南秉吉은 劉徽의 注를 자기의 것으로 대치하였는데, **測量圖解**에서는 劉徽의 注를 그대로 유지하고, 圖解라는 항목으로 따로 자기의 주장을 첨가하였다. 그는 이 부분을 九章重差라는 제목으로 시작하였는데, 엄격한 의미에서 重差는 잘못 붙인 것이다. 句股章 제22문, 제24문을 제외하고 表가 하나인 경우들이다. 그 다음 **海島算經**과 **數書九章** 測望類 부분은 많은 문제점을 포함하고 있다. 닮은 삼각형을 사용하여 비례식을 얻어 구하는 문제인 것은 이미 전술한 洪吉周의 제2-4문항을 조사하면서 언급하였다. 증명을 위한 補助線은 대체로 李潢의 **海島算經細草圖說**에 나타나 있는 것과 일치한다. 그러나 닮은 直角三角形의 문제는 당연한 것으로 되어 있지만, 닮은 일반 삼각형과 닮은 사각형의 성질도 사용하는데, 이에 대한 근거를 전혀 언급하지 않고 있고, 또 잘못된 부분도 들어 있다. 논리적으로 전개하기 위하여 필요한 부분, 예를 들면 望海島의 경우 필요한 닮은 삼각형에 대한 정보를 모두 들고 있지 않고 바로 필요한 비례식을 언급하고 있다. 저자가 엄격한 논리적 추론에 익숙하지 않았거나, 아니면 洪吉周의 제3문항에서 언급한 대로 出入相補原理에 의하여 비례식의 변환을 쉽게 얻어낼 수 있으므로, 비례식으로 시작하고 그 다음 추론은 出入相補原理를 사용하여 자명한 것으로 생각하였을 수도 있다. 그러나 여러 가지 정황으로 보아 전자일 가능성이 많다. 劉徽가 出入相補原理만 사용하였을 것이라는 주장과 닮은 삼각형의 비례식도 함께 사용하였을 것이라는 주장이 있지만 劉徽의 수준으로 보아 대수적인 방법도 함께 사용하였을 것으로 추정된다. 따라서 南秉吉의 **測量圖解**에서 그의 圖解에 대한 해설은 그 당시 수학자들에게 매우 이해하기 힘든 산서가 되었을 것이 틀림없다. 그러나 서양에서 들어온 측량에 비하여 전통적 측량의 우수성을 조선에 알리는 데는 크게 일조를 하였다.

南秉吉과 함께 조선 산학의 발전에 가장 뛰어난 기여를 한 李尙爀의 句股術에 대하여 조사한다. 南秉吉과 같이 李尙爀도 觀象監에서 일하여 서양 수학에 대하여 많은 연구를 하였다. **數理精蘊**에 들어 있는 다항식의 표현 방법인 借根方을 이용하여 방정식을 구성하는 것이 **數理精蘊** 下編 末部 卷三十一에서 卷三十六에 들어 있다. 洪正夏의 **九一集** 이후에 天元術은 借根方으로 대치되어 天元術이 위에 언급한 산학자들의 산서에 나타나지 않고 있다. 아마도 이들은 모두 **數理精蘊**의 借根方을 사용한 것으로 추정된다. 李尙爀도 **借根方蒙求**(1854)를 저술할 때까지는 天元術을 사용하지 않은 것으로 보인다. **借根方蒙求**는 **數理精蘊**의 借根方比例 부분을 연구한 후 새로 문제를 만들어 이를 해설한 것이다. 句股術은 面類와 體類에 들어 있다. 실제로 面類가 모두 35문항으로 이루어져 있는데, 이 중에 제10문항부터 마지막 문항까지가 句股術의 문제

들이다. 제10～31문항은 간단한 문제들이다. 예를 들어 제13문은 **算學啓蒙**의 句弦和, 股弦和의 문제인데, 李尙爀은 **算學啓蒙**과 달리 미지수(= 根)를 句로 놓아 계산을 약간 복잡하게 하고 있다. 이와 같은 현상은 이후에도 여러 차례 나타난다. 공통되는 변을 미지수로 놓으면 나머지 두 변을 바로 나타낼 수 있는데 한 단계를 더 생각하여 방정식을 구성하였다. 또 세 변의 관계, 예를 들어 弦較較를 **數理精蘊**의 "弦與句股較之較" 등으로 나타내고 있는 것을 보면 이 때 까지 李尙爀은 **算學啓蒙**이나 **楊輝算法**을 연구하지 않은 것으로 보인다. 두 변의 곱이 조건으로 주어지는 경우가 제32, 33문항과 體類 제13-15문항으로 들어 있다. 제32문항을 예로 들어 보자. 문제를 간단하게 설명하기 위하여 조건을 $ab=\alpha$, $a+b+c=\beta$로 변환하자. c를 未知數(=根 x)라 하면 $a+b=\beta-x$이고, $(a+b)^2-2ab=c^2$을 이용하여 방정식을 구성하여 c를 구한후 이를 이용하여 $a+b$를 구하고 조건 ab를 생각하여 $b-a$를 구한 후 이들을 이용하여 a, b, c를 구하였다. 이 경우도 전술한 **劉氏句股術要圖解** 제31문항과 같이 b를 天元(=x)이라 하면 $a=\dfrac{\alpha}{x}$, $c=\beta-x-\dfrac{\alpha}{x}$와 $a^2+b^2=c^2$을 이용하면 바로 방정식을 구성하고 이를 풀면 나머지 변들도 나온다. 體類에 들어 있는 문항들도 마찬가지이다. 面類의 제34문은 세 변을 주고 中垂線을 구하는 문제이다. 中垂線의 제곱을 미지수로 놓아 문제를 해결하고, 이 방법을 이용하여 원에 내접하는 品자 문제를 방정식을 구성하여 해결하였다. 體類의 제12문항은 정사각뿔의 밑변과 斜邊을 주고 높이를 구하는 문제이다. 물론 句股術을 사용하여 방정식을 구성하여 해결하였다. 이는 입체기하의 성질을 활용한 예로, 특기할만한 자료이다. 南秉吉이 **緝古演段**의 서문에서 **借根方蒙求**를 언급하였다. 그는 **劉氏句股術要圖解**의 해설에서 방정식의 구성에 대한 잘못을 이 책을 통하여 알아내어, 借根方을 사용하여 **緝古演段**을 저술한 것으로 보인다. 한편 **緝古算經**과 함께 조선에 들어온 **測圓海鏡**, **益古演段**은 바로 南秉吉과 李尙爀에게 天元術을 연구하게 하였을 것이고, 또 이어서 들어온 **四元玉鑑細草**때문에 借根方만 연구한 이들에게 天元術과 四元術이 새로운 연구 과제가 되었다. 李尙爀은 바로 **算術管見**(1855)을 출판하는데 이 책에서 그는 借根方 대신에 天元術을 사용하기 시작하였다. **算術管見**의 各等邊形拾遺에서 원에 내접하는 정다각형과 원의 관계와, 圓容三方互求, 즉 원에 내접하는 品자 문제를 다루었다. 李尙爀은 정확하게 일반 삼각형의 닮은꼴에 대한 조건과 그 결과를 사용하고, 또 원의 성질도 정확하게 이해하고 있다. **算術管見** 이전의 산서와 비교하여 그가 논리적인 서양 수학을 제대로 이해하고 있는 것을 알 수 있으며, 그의 기하 문제에 대한 풀이는 현재 우리가 사용하고 있는 논증기하의 책으로 보아도 된다. 이 후에 **四元玉鑑細草**를 연구하고, 이어서 부록에 들어 있는 易之瀚(Yi Zhi Han)의 방정식 이론을 연구하여 句股術은 물론이고 堆垛術과 함께 方程式理論을 연구하여 **翼算**(1868)을 저술함으로 句股術과 方程式의 관계를 완벽하게 정리하였다([8]).

3. 趙義純의 句股術

19세기에 출판된 조선 算書 중에 가장 늦은 것으로 알려진 것이 趙義純의 **算學拾遺**(1869)이다. **算學拾遺**의 서문에서 南秉吉은 趙義純의 수학을 극찬하고 있다. 그가 나타남으로 조선 산학은 "將見東方之學者永有標準 拔茅彙進 無愧於中國 豈不重可幸歟"라 하여 중국에 부끄러울 것이 없다고 하였다. 또 南秉吉 자신이 연구한 여러 중국 학자들과 조선의 학자들을 인용하여 그의 일생동안 연구한 산학에 대한 정리를 이 서문에 남기고 있다([9]). 趙義純에 대한 정보는 거의 없다. 이 序文에 의하면 趙義純을 "節度趙君"이라 하였다. 節度가 節度使를 뜻한다면 그는 武人임에 틀림없다. 한편 같은 이름을 가진 사람이 실록에 나타나는데 1869년 濟州牧使, 1876년에 咸鏡北道兵馬節度使로 임명된다(高宗 實錄 13년). 이 사람과 같은 사람인지 확인할 수 없다. 趙義純은 武人 출신으로 算書를 남긴 유일한 朝鮮 산학자로 기록될 것이다. **算學拾遺**는 필사본 73 쪽으로 이루어진 算書이므로 비교적 짧지만, 그 내용은 조선 산학 전체를 통틀어 가장 독창적인 내용을 포함하여, 李尙爀의 **翼算**과 비견된다. 저자는 武人인데도 그가 **算學拾遺**에서 취급한 句股補遺, 正弧約法, 斜弧指歸, 弧三角形用對數算, 八線相當, 弧矢捷法, 四之算略 등 7개의 항목과 그가 인용한 **數理精蘊**, **曆象考成**, **測量全義** 등을 보아 천문학자로 그의 관직을 시작하였을 가능성이 있다. 왜냐하면 이중에 句股補遺, 四之算略을 제외하면 이들은 모두 천문학을 위한 수학으로 조선에 들어 온 것이고, 또 **數理精蘊**, **曆象考成**은 모두 天文學을 위한 雜科 시험의 과목이기 때문이다([11]). 句股補遺와 四之算略에 들어 있는 그의 句股術을 조사한다.

句股補遺는 **數理精蘊**에 들어 있는 句股術에 들어 있는 결과에서 새로운 결과들을 상정하여 이를 증명하였다. **數理精蘊** 下編 卷十二 제9, 15문과 제8, 14문에 들어 있는 등식

$$\sqrt{(a+c)^2+(c-b)^2-(a+b)^2}=c-(b-a) \qquad (\text{弦較較})$$
$$\sqrt{(b+c)^2+(c-a)^2-(a+b)^2}=c+(b-a) \qquad (\text{弦較和})$$

에 더하여 다음 두 등식을 제1, 2항에서 얻어내었다.

$$\sqrt{(b+c)^2+(c+a)^2-(b-a)^2}=a+b+c \qquad (\text{弦和和})$$
$$\sqrt{(c-a)^2-(b-a)^2+(c-b)^2}=(a+b)-c \qquad (\text{弦和較}).$$

다음으로 잘 알려진 등식 $\sqrt{2(c+a)(c+b)}=a+b+c$, $\sqrt{2(c-a)(c-b)}=a+b-c$ (**數理精蘊** 제7, 11문)에 더하여 다음 두 등식을 제3, 4항에서 증명하였다.

$$\sqrt{2(c+a)(c-b)}=c-(b-a), \quad \sqrt{2(c-a)(c+b)}=c+(b-a).$$

한편 제4항에서 얻은 등식에서 $(c+b)(c-a)=\frac{(c+b-a)^2}{2}$, $(c+b)-(c-a)=a+b$ 에서 句股和$(=a+b)$와 弦較和$(=c+b-a)$가 주어진 경우, 위의 두 식을 근과 계수의 관계로 하여 2차방정식을 구성하여 이를 풀어 $c+b$, $c-a$를 얻어 세 변을 구할 수 있음을 보인 것이 제5항이다. 이와 같은 방법으로 句股 문제를 해결할 수 있는 경우를 다음과 같이 구하여 놓았다.

$c-a,\ c-b+a \Rightarrow b,\ a+b-c$ [A], 차; $c-a,\ a+b+c \Rightarrow b,\ c+b-a$ [A], 차;
$c-b,\ c+b-a \Rightarrow a,\ a+b-c$ [B], 차; $c-b,\ a+b+c \Rightarrow a,\ c+a-b$ [B], 차;
$a+c,\ a+b-c \Rightarrow b,\ c-b+a$ [A], 합; $a+c,\ c+b-a \Rightarrow b,\ a+b+c$ [A], 차;
$b+c,\ a+b-c \Rightarrow a,\ c+b-a$ [B], 합; $b+c,\ c+a-b \Rightarrow a,\ a+b+c$ [B], 차.

위의 항들은 화살표의 우변의 합, 또는 차가 좌변의 첫 항이고, 양변의 곱이 같다는 것을 뜻하고 이들은 모두 비례식 $c-a : b=b : c+a$ [A], $c-b : a=a : c+b$ [B]에서 얻어짐을 뜻한다. 예를 들어 첫째 항을 비례식 [A]에서

$c-a : b=b : c+a=b-(c-a) : (c+a)-b$에서 양변의 곱이 같음을 곧 알 수 있다. 간단한 조건에 비례식의 기본 성질을 이용하여 이와 같이 많은 명제를 한꺼번에 얻어낼 수 있음을 보이고 있다. 물론 이를 사용하여 2차방정식을 구성하여 句股 문제를 해결한다. 이상에서 趙義純은 알려진 이론에서 추정하여 새로운 이론을 만들어 이를 증명하고, 또 이의 응용도 함께 얻어 내고 있다. 또 **數理精蘊**은 항상 예를 통하여 문제를 구성하고, 이에 대한 일반적인 증명을 첨가하고 있는데, 趙義純은 바로 일반적인 경우로 시작하고 있다. 이와 같은 방법은 현재 우리가 사용하는 수학적 결과를 얻어내는 과정과 완전히 일치한다.

趙義純이 **四元玉鑑**을 연구하여 이를 발전시킨 것이 四之算略이다. 四元術이 필요한 이유를 정확히 들고 **四元玉鑑**의 문제를 해설한 南秉吉의 **玉鑑細艸詳解**와 李尙爀의 **四元玉鑑**과 달리 趙義純은 二元術부터 四元術까지를 설명하기 위하여 새로 14문제를 만들었다. 제1, 2문은 品자 문제로 李尙爀의 天元術에 의한 해를 二元術을 사용하여 해결하고, 역시 **算術管見**에도 들어 있는 정오각형의 내접원과 외접원의 지름을 구하는 문제도 二元術을 사용하여 해결하였다. 나머지 11문제는 句股의 문제들인데, 조건은 모두 분수식이나 무리식을 포함하는 것들이다. 예를 들어 제10문은 다음과 같다.

$\sqrt{a^3-3c}=c-a$, $\dfrac{(a+b-c)^2+\frac{2}{3}(c-(b-a))}{c}=c-b$를 만족하는 a는 얼마인가?

또, 제12문은 조건 $\sqrt{4b+2a+c}=b-a$, $(a+c):\alpha=\alpha:c-(b-a)$와

$\alpha=\sqrt{(a+c)(c-(b-a))}=\dfrac{3(c-(b-a))}{2}$를 가지는 직각삼각형, 즉 a, b, c를 세 변으

로 가지는 삼각형이 있다. 이로부터 만든 새로운 직각삼각형으로 弦은 $a+b$, 股는 $2c-3(b-a)$를 가지는 삼각형의 句는 얼마인가?

이와 같이 조건들에 전혀 숫자가 나타나지 않는 문제들을 구성하였다. 句股術의 문제 안에 전혀 상상을 할 수 없는 조건들을 가지고 문제를 해결하는 것이다. 이는 今有 형태의 문제와 전혀 다르고, 또 약간은 추상적인 수학 문제라고 볼 수도 있다. 이 과정에서 그는 다음과 같은 특징을 보이고 있다.

(1) 주어진 연립방정식의 풀이에서 특정한 항을 소거하는 것을 "消去" "消", 혹은 "去"라는 단어를 사용하여 나타내고 있다.

(2) 有理數 係數 방정식을 整數 계수 방정식으로 바꾸는 과정을 "就整得"이라 하였다.

(3) 때때로 다항식의 인수분해에 해당되는 것을 사용한 흔적이 나타나는데 설명은 하지 않았지만 이는 매우 중요한 사건이다. 이는 현대 방정식론으로 이해이 가능하기 때문이다.

趙羲純의 **算學拾遺**의 나머지 正弧約法, 斜弧指歸, 弧三角形用對數算, 八線相當, 弧矢捷法 항목에 대한 자세한 결과는 다음으로 미루었지만, 위의 句股補遺, 四之算略의 결과만으로도 충분히 그가 매우 창의적인 연구 결과를 얻었고, 또 그 과정이 현대 수학적 방법과 일치함을 알 수 있다.

4. 結論

우리는 句股術이라는 분야의 발전을 통하여 18세기부터 19세기까지 조선 산학의 발전 과정을 조사하였다. 句股術은 단순한 직각삼각형의 문제에서 벗어나 대수학에서 가장 중요한 방정식 이론과 또 도형의 성질을 얻어 내는데 가장 많이 사용되는 도구로 수학 전반의 발전과 함께 발전하였으므로 句股術을 통하여 조선 산학의 발전을 조사하는 것은 매우 의미 있는 방법이다. 실제로 18~19세기 조선의 산학은 句股術이 지배하고 있음을 확인할 수 있었다. 18세기 말부터 19세기 전반기는 서양수학의 영향을 받고 발전하였다. 특히 洪吉周의 句股術은 오히려 전통수학의 영향에서 벗어나 서양수학의 영향으로 기하적 분야에서 창의적인 결과를 얻어낼 수 있었지만 대수적 분야에서 한계가 있을 수밖에 없었다. 19세기 중반기부터 송, 원대의 모든 산서가 조선에 들어오게 되어 새로운 전기를 맞게 되어, 조선 산학에 일종의 부흥기를 가지게 되었다. 이 때 南秉吉을 중심으로 李尙爀, 趙羲純 등의 걸출한 수학자들이 공동 연구를 하여 훌륭한 업적을 이루게 되었다. 18세기 洪正夏의 결과를 미리 알았으면 그들의 연구 과정은 많이 단축되어 더 많은 결과를 얻어내었을 것이다. 조선 산학자들 사이에 소통이 없이 연구되어 이런 현상이 계속되었다. 李尙爀과 趙羲純의 결과는 현재 우리가 사용하는 수학과 그 방법에서 다를 바가 전혀 없는데, 불행하게도 이들의 연

구 결과는 19세기 말에 잊혀지고 20세기를 맞게 되어 조선의 산학이 이들로 종결된 것은 매우 아까운 일이다.

참고 문헌

1. 吳文俊, <<海島算經>> 考證探源, *九章算術與劉徽*, 162-179, 北京師范大學 出版社, 1982.
2. 吳文俊 主編, ***中國數學史大系***, 1卷-8卷, 北京師范大學出版社, 1998.
3. ***中國科學技術典籍通彙*** 數學卷 全五卷, 河南教育出版社, 1993.
4. ***中國歷代算學集成***, 上, 中, 下, 山東人民出版社, 1994.
5. ***韓國科學技術史資料大系***, 數學編, 1卷 - 10卷, 驪江出版社, 1985.
6. 洪吉周, 幾何新說, ***孰遂念*** 14觀, 연세대학교 도서관.
7. 洪吉周, 弧角演例, ***沆瀣丙函*** 10券, 연세대학교 도서관.
8. 홍성사, 홍영희, 朝鮮 算學과 四元玉鑑, 한국수학사학회지 20(2007), No. 1, 1-16.
9. 홍성사, 홍영희, 南秉吉의 方程式論, 한국수학사학회지 20(2007), No. 2, 1-18.
10. 홍성사, 홍영희, 김창일, 18世紀 朝鮮의 句股術, 한국수학사학회지 20(2007), No. 4, 1-22.
11. 홍영희, 朝鮮 算學과 數理精蘊, 한국수학사학회지 19(2006), No. 2, 25-46.
12. K. Shen, J. N. Crossley, A. W.-C. Lun, *The Nine Chapters on the Mathematical Arts*, Oxford University Press, 1999.

Gou Gu Shu in the 19th century Chosun

Department of Mathematics, Sogang University **Sung Sa Hong**
Department of Mathematics, Sookmyung Women's University **Young Hee Hong**
Department of Mathematical Education, Dankook University **Chang Il Kim**

As a sequel to the previous paper Gou Gu Shu in the 18th century Chosun, we study the development of Chosun mathematics by investigating that of Gou Gu Shu in the 19th century. We investigate Gou Gu Shu obtained by Hong Gil Ju, Nam Byung Gil, Lee Sang Hyuk and Cho Hee Soon among others and find some characters of the 19th century Gou Gu Shu in Chosun.

Key Words: Chosun Mathematics in the 19th century, Gou Gu Shu(句股術), Hong Gil Ju(洪吉周), Nam Byung Gil(南秉吉), Lee Sang Hyuk(李尙爀), Cho Hee Soon(趙羲純)

2000 Mathematics Subject Classification: 01A13, 01A25, 01A55, 12-03, 12E12

접수일 : 2008년 3월 5일 수정일 : 2008년 4월 10일 게재확정일 : 2008년 4월 20일