

## 분포정수계 관로모델을 이용한 비정상 유량계측

김도태\*, 홍성태<sup>+</sup>

(논문접수일 2007. 6. 28, 심사완료일 2008. 3. 31)

### Unsteady Flow Rate Measurement Based on Distributed Parameter Pipeline Model

Do-Tae Kim\*, Sung-Tae Hong<sup>+</sup>

#### Abstract

The paper proposes a model-based measurement of unsteady flow rate by using distributed parameter pipeline model and the measured pressure values at two distant points along the pipeline. The distributed parameter model of hydraulic pipeline is applied with consideration of frequency dependent viscosity friction and unsteady velocity distribution at a cross section of a pipeline. By using the self-diagnostics functions of the measurement method, the validity is investigated by comparison with the measured and estimated pressure and flow rate wave forms at the halfway section on the pipeline. The results show good agreement between the estimated flow rate wave forms and theoretical those under unsteady laminar flow conditions. The method proposed here is useful in estimating unsteady flow rate through an arbitrary cross section in hydraulic pipeline and components without installing an instantaneous flowmeter.

**Key Words** : Fluid Power Systems(유공압시스템), Unsteady Flow Rate Measurement(비정상 유량계측), Hydraulic Pipeline Dynamics(유압관로 동특성), Distributed Parameter Model(분포정수 모델), Self-Diagnostic Function(자기진단기능)

## 1. 서론

유공압시스템에서 비정상 유량계측은 유공압기와 시스템의 동특성 해석 및 유량 피드백 제어에 필요하다. 정상류의 유량계측은 정밀도가 높은 다양한 유량계가 개발되어 산업계에서 널리 사용하고 있지만, 비정상유동에서는 충분한 응답성을 가진 유량계를 구입하는 것이 어렵고, 또한 보정

법도 확립되어 있지 않다<sup>(1)</sup>. 기어모터형 유량계와 터빈형 유량계는 응답성이 비교적 양호하여 산업용으로 많이 사용하고 있지만, 그 응답 특성은 제조회사에 따라 큰 차이를 나타내고 있다<sup>(2,3)</sup>.

본 연구에서는 비교적 측정하기 쉬운 관로상의 압력 계측값과 비정상 점성저항을 고려한 분포정수계 관로모델을 이용하여 비정상 유량을 계측하였다. 또한 관로모델에 기초한

\* 경일대학교 기계자동차학부 (dtkim@kiu.ac.kr)  
주소: 712-701 경북 경산시 하양읍 부호리 33번지  
+ 동방바이오(주)

유량계측법의 자기진단기능을 도입하여 비정상 유량계측법의 타당성과 정밀도를 간접적으로 검증하였고, 환경변화와 파라미터 변화에 따른 계측시스템의 신뢰성 향상을 도모하였다.

## 2. 유량계측 원리와 자기진단 기능

### 2.1 유량계측 원리

Fig. 1은 유압관로, 비정상 유량계측법과 자기진단 기능의 개략도이다. 유압관로의 흐름은 완전히 발달된 축대칭 층류이고, 유압작동유의 비정상 점성과 압축성을 고려한 압력·유량 사이의 동특성은 식 (1)과 같다<sup>(4)</sup>.

$$\begin{pmatrix} P_1(s) \\ Q_1(s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\lambda(s)L & Z_0(s)\sinh\lambda(s)L \\ \sinh\lambda(s)L/Z_0(s) & \cosh\lambda(s)L \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_2(s) \\ Q_2(s) \end{pmatrix} \quad (1)$$

식 (1)에서,  $L$ 은 압력 계측점 사이의 관 길이,  $P(s)$ ,  $Q(s)$ 는 압력  $p(t)$ , 유량 $q(t)$  변동분의 라플라스 변환, 하첨자 1, 2, 3은 관로 상류, 중간 및 하류 단면을 나타낸다. 또한  $\lambda(s)$ 와  $Z_0(s)$ 는 유압 작동유의 비정상 점성저항을 고려한 관로의 전파상수(propagation constant), 특성 임피던스(characteristic impedance)이며, 다음과 같다<sup>(5)</sup>.

$$\lambda(s) = \frac{s}{c} \left\{ 1 - \frac{2J_1(ja\sqrt{s/\nu})}{ja\sqrt{s/\nu}J_0(ja\sqrt{s/\nu})} \right\}^{-1/2} \quad (2)$$

$$Z_0(s) = \frac{\rho c}{\pi a^2} \left\{ 1 - \frac{2J_1(ja\sqrt{s/\nu})}{ja\sqrt{s/\nu}J_0(ja\sqrt{s/\nu})} \right\}^{1/2} \quad (3)$$

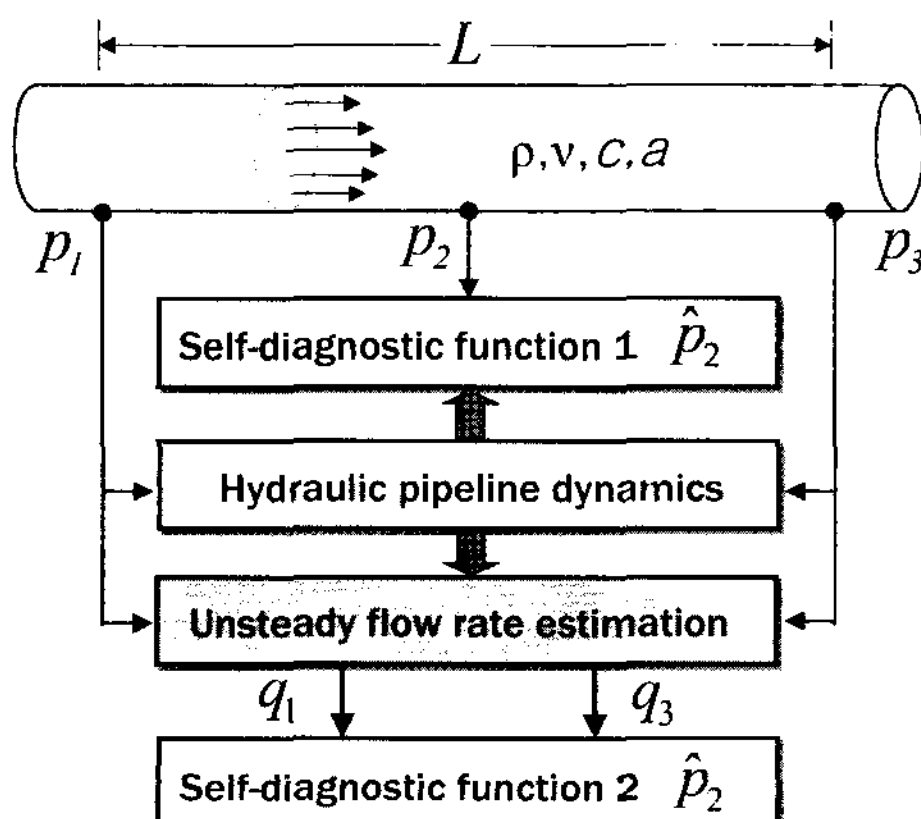


Fig. 1 Schematic of pipeline and self-diagnostic functions

식 (2), (3)에서,  $a$ 는 관 반지름,  $c$ 는 음속,  $J_n(x)$ 는 제1종  $n$ 차 Bessel 함수,  $j$ 는 허수단위,  $s$ 는 라플라스 연산자,  $\nu$ 는 작동유의 동점성 계수,  $\rho$ 는 밀도이다.

Fig. 1과 식 (1)의 분포정수계 관로모델을 기초로 하여, 상류압력  $P_1(s)$ 와 하류압력  $P_3(s)$ 를 입력하여 유량  $Q_1(s)$ ,  $Q_3(s)$ 를 추정할 수 있으며, 이것을 블록선도로 나타내면 Fig. 2와 같다.

본 연구에서는 관로 상류 단면에서 유량  $q_1(t)$  추정에 대하여 검토한다. Fig. 2에서, 상류유량  $q_1(t)$ 는 라플라스 영역에서 다음 식으로 주어진다.

$$Q_1(s) = G_a(s) \cdot P_1(s) - G_b(s) \cdot P_3(s) \quad (4)$$

식 (4)에서,  $G_a(s)$ 는 관로의 상류압력  $P_1(s)$  입력에 대한 상류유량  $Q_1(s)$ 간의 전달함수,  $G_b(s)$ 는 하류압력  $P_3(s)$  입력에 대한 상류유량  $Q_1(s)$ 간의 전달함수이며, 식 (1)을 변환하면 다음 식을 주어진다.

$$G_a(s) = \frac{1}{Z_0(s) \cdot \tanh\lambda(s)L} \quad (5)$$

$$G_b(s) = \frac{1}{Z_0(s) \cdot \sinh\lambda(s)L} \quad (6)$$

식 (4)를 이용하여, 비정상유량을 계측하는 방법으로는 시간영역에서 전달함수의 하중합수와 압력계측값과의 상승적분(convolution integral)에 의한 유량추정법 등이 제안되어 있지만<sup>(6,7)</sup>, 여기서는 Fig. 3과 같이 고속 푸리에 변환(FFT)을 응용하여, 비정상 유량을 추정한다.

Fig. 3에서, 입력신호인 상류압력  $p_1(k\Delta t)$ 과 하류압력  $p_3(k\Delta t)$ 의 압력 스펙트럼  $P_1(j\omega)$ ,  $P_3(j\omega)$ 을 구한 다음, 주파수 영역에서  $P_1(j\omega)$ 와 전달함수  $G_a(j\omega)$ ,  $P_3(j\omega)$ 와 전달함수  $G_b(j\omega)$ 의 각각에 대해 상승적분한 스펙트럼  $Q_{p1}(j\omega)$ ,  $Q_{p2}(j\omega)$ 을 고속 푸리에 역변환(IFFT라 함)하면, 시간영역에서 비정상 유량  $q_1(k\Delta t)$ 가 얻어진다. 같은 방

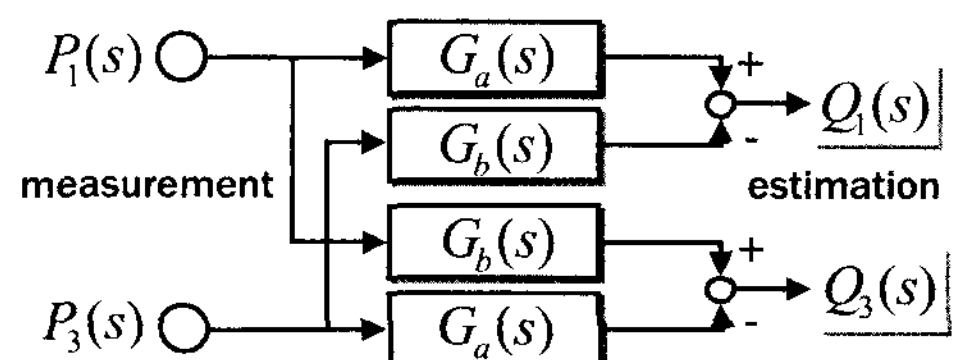


Fig. 2 Block diagram of input pressure - output flow rate

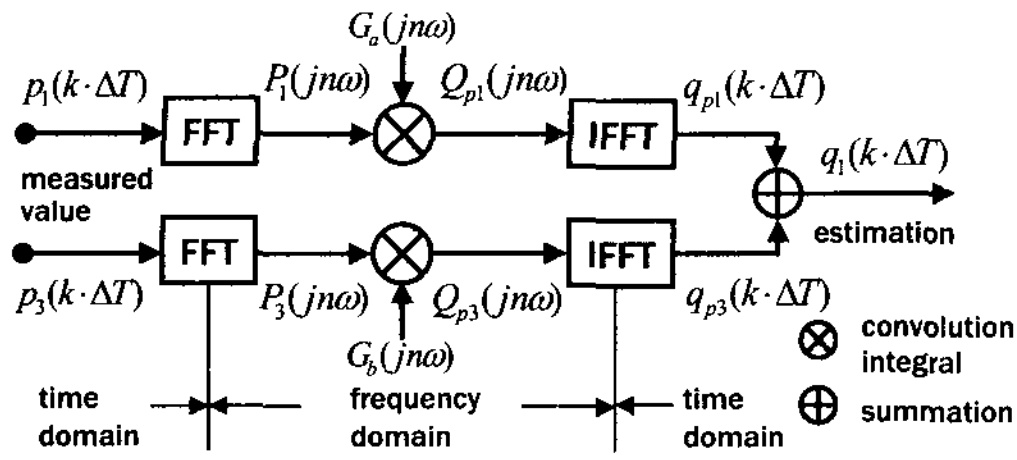


Fig. 3 Unsteady flow rate estimation by FFT

법으로,  $p_1(t)$ ,  $p_3(t)$ 를 입력하여, 하류단면을 통과하는 유량  $q_3(t)$ 도 추정할 수 있다.

### 2.2 자기진단 기능

현재 비정상 유량계측법에 대한 보정법이 확립되어 있지 않기 때문에, 본 연구에서 제안한 계측법의 응답성과 계측 정밀도를 검증하는 것이 매우 어렵다. 본 연구에서는 압력 계측값과 분포정수계 관로모델에 기초한 자기진단기능을 제안하고, 이것으로 제안한 비정상 유량 계측법의 타당성을 검토하였다.

Fig. 1에서, 단면 1, 3에서 압력 계측값  $p_1(t)$ ,  $p_3(t)$ 는 비정상 유량을 계측하기 위한 입력신호이며, 중앙 단면에서 압력 계측값  $p_2(t)$ 는 비교·검증용 신호로 사용한다.

Fig. 1에서,  $L_1 = L_2 = L/2$ 인 경우, 식 (1)의 전달행렬에서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$G_{pp}(s) = \frac{\hat{P}_2(s)}{P_1(s) + P_3(s)} = \frac{1}{2\cosh\lambda(s)L_1} \quad (7)$$

$$G_{pq}(s) = \frac{\hat{P}_2(s)}{Q_1(s) - Q_3(s)} = \frac{Z_0(s)}{2\sinh\lambda(s)L_1} \quad (8)$$

자기진단 기능 1은 식 (7)을 기초로 하여, Fig. 4와 같이 압력 계측값  $p_1(t)$ ,  $p_3(t)$ 를 입력하여, 관로 중앙단면에서 압력  $\hat{p}_2(t)$ 를 추정하고, 직접 계측한 압력맥동  $p_2(t)$ 와 비교함으로써 제안한 유량 추정 알고리즘의 타당성을 검증할 수 있다.

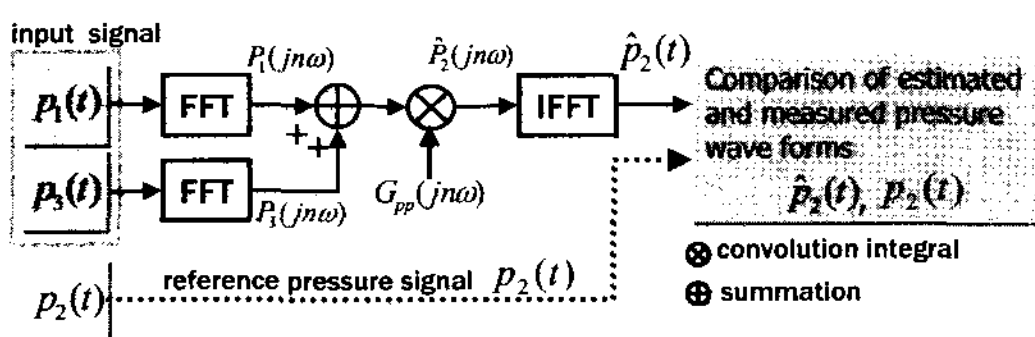


Fig. 4 Self-diagnostic function 1

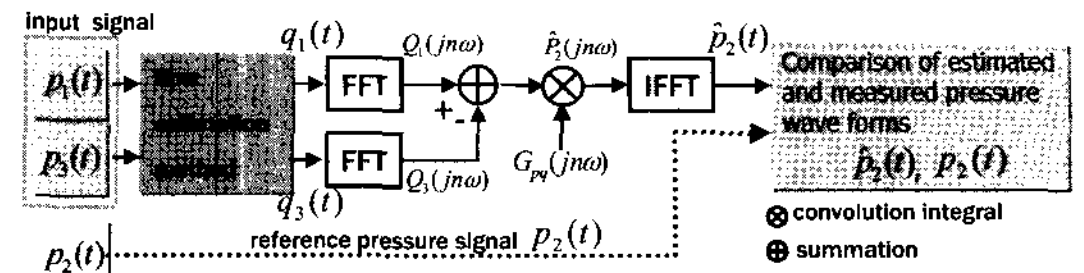


Fig. 5 Self-diagnostic function 2

자기진단 기능 2는 식 (8)을 바탕으로 하여, Fig. 5와 같이 압력 계측값  $p_1(t)$ ,  $p_3(t)$ 를 유량 계측시스템에 입력하여 추정한 유량  $q_1(t)$ ,  $q_3(t)$ 를 사용하여, 관로 중앙단면의 압력  $\hat{p}_2(t)$ 를 추정하고, 직접 계측한 압력맥동  $p_2(t)$ 와 비교함으로써, 유량계측 시스템의 응답성과 계측 정밀도 및 유효성을 간접적으로 검증할 수 있다.

## 3. 실험

### 3.1 실험장치

Fig. 6은 비정상 유량계측법과 자기진단 기능을 검증하기 위한 실험장치의 개략도이다. 실험장치는 유압발생부, 유압관로계 및 계측·신호처리부로 구성되어 있다.

유압발생부인 액시얼 피스톤 펌프(배제용적 8cc/rev)는 3.7kW 3상 유도 전동기로 구동하였다. 유압관로부의 상류단 매니폴드에는 축압기(용량 25ℓ)를 설치하여, 피스톤 펌프에서 발생하는 압력맥동과 유량맥동을 제거하였다. 또한 실험조건에 따라 축압기를 용이하게 설치·제거할 수 있도록 매니폴드를 제작하였다. 유압관로는 안지름 16mm, 길이 5.8m인 고압 배관용 강관으로 배관하였다.

관로상의 임의의 단면을 통과하는 비정상 유량을 계측하기 위하여, 상류압력  $p_1(t)$ , 중앙 단면에서 압력  $p_2(t)$  및 하류압

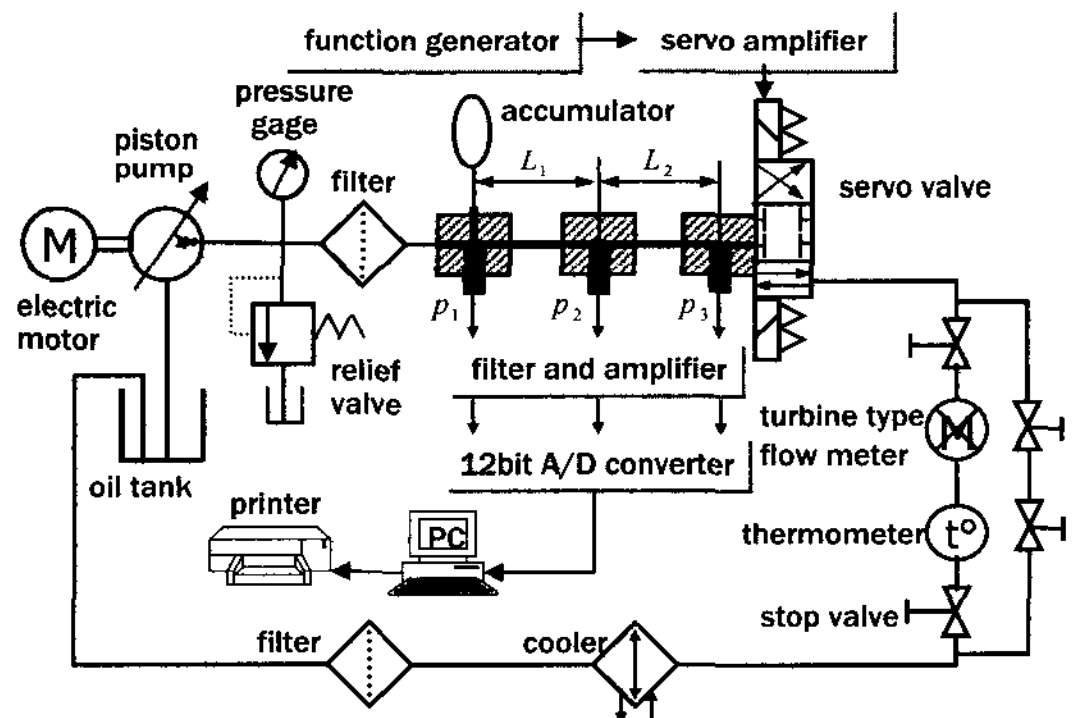


Fig. 6 Experimental apparatus

력  $p_3(t)$ 을 고속응답형 압력변환기(고유진동수 109kHz)로 측정하였다. 압력  $p_1(t)$ ,  $p_3(t)$ 는 관로 상류와 하류 단면을 통과하는 비정상 유량을 추정하기 위하여 측정하며,  $p_2(t)$ 는 비정상 유량측정법의 자기진단기능으로 추정한 압력맥동  $\hat{p}_2(t)$ 와 비교·검토할 목적으로 측정하였다. 측정한 압력 신호는 고정도 증폭기와 저역통과필터를 거쳐 12bit A/D변환기(샘플링 주파수 5kHz)에서 이산화되어 마이크로컴퓨터(CPU 80486)에 입력한다.

유량은 관로 하류단 매니폴드에 부착된 전기·유압 서보밸브의 개도(opening)를 어느 동작점에서 정현파 또는 사각파의 미소 진폭을 입력하여 변화시켰다. 또한 정상유량은 터빈형 유량계로 측정하였고, 유압 작동유의 온도는 서미스트형 온도계로 측정하였다.

실험은 40°C에서 동점도가 46cSt인 유압작동유를 사용하였고, 실험에서 작동유의 온도는 40±1°C, 관로 상류단의 평균압력을 70bar로 일정하게 유지하면서 수행하였다.

### 3.2 실험결과 및 고찰

Fig. 7은 전기·유압서보밸브에 95Hz 정현파를 입력하였을 때 측정파형이다. 관로 평균 설정압력은 70bar, 평균유량은 2.2ℓ/min, 관 길이는 2.9m, 지름(d)은 0.8cm이다.

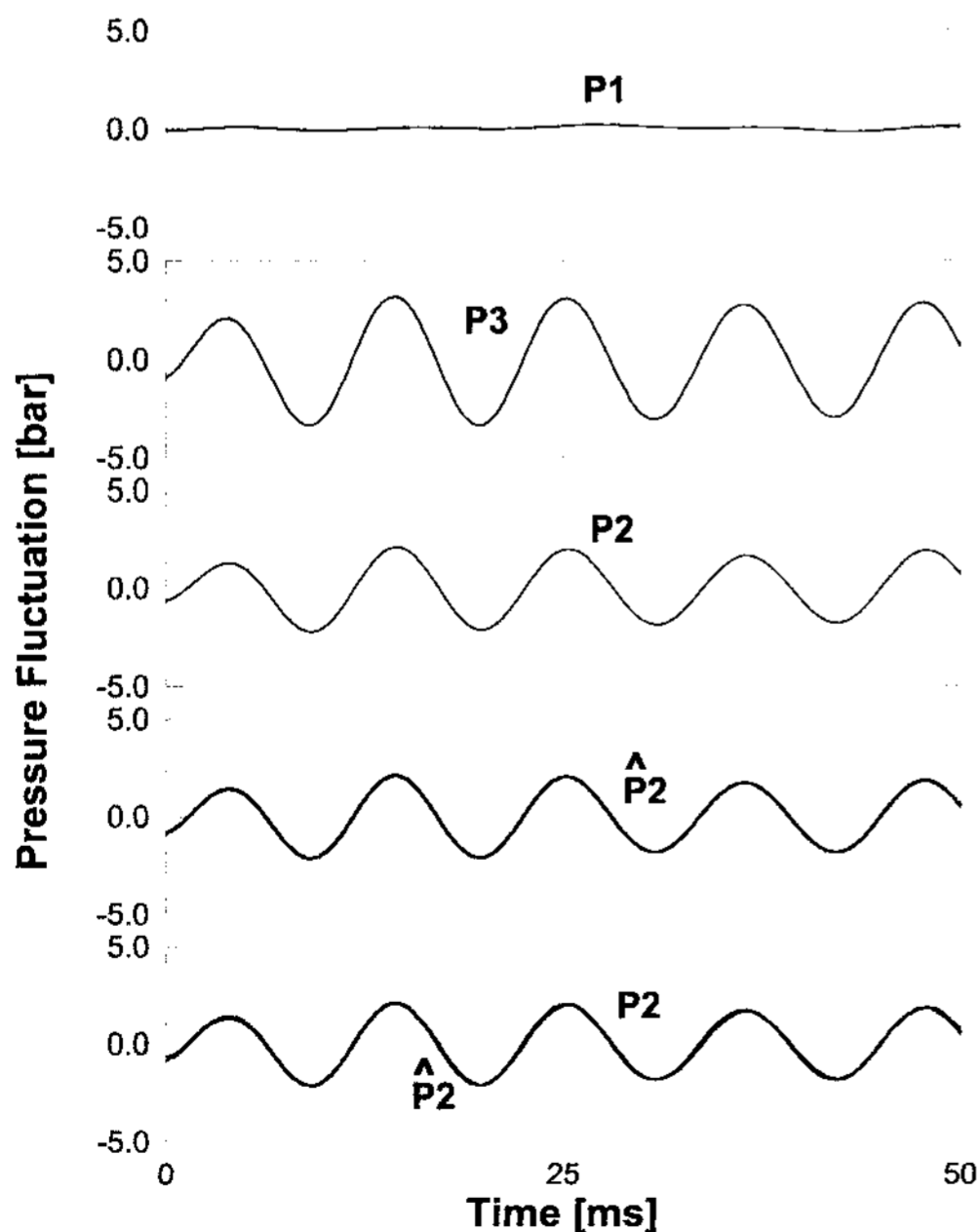


Fig. 7 Measured and estimated pressure wave forms

Fig. 7에서  $p_1(t)$ ,  $p_3(t)$ 는 자기진단 기능1에서 입력신호인 관로 상하류 압력 측정파형,  $p_2(t)$ 는 중앙단면에서 압력 측정값,  $\hat{p}_2(t)$ 는 자기진단 기능1로 추정한 중앙단면의 압력 파형, 최하단은 추정된 압력파형  $\hat{p}_2(t)$ 와 직접 측정한 압력 파형  $p_2(t)$ 를 비교한 것이다. 유량측정법의 자기진단기능1에서 추정한 압력파형과 직접 측정한 파형이 잘 일치하기 때문에 유량추정 알고리즘이 타당하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 8은 식 (7)의 자기진단 기능1에 대한 전달함수  $G_{pp}(s)$ 의 주파수 응답 특성이며, 이론값과 실험결과를 보드선도(Bode diagram)에서 비교한 것이다. 실험은 Fig. 7과 같은 조건에서 입력 주파수 변화시켜가면서 하였다. 주파수 응답 특성에서 보듯이, 실험에서 구한 이득과 위상이 이론값과 잘 일치하고 있으며, 제안한 자기진단 기능1의 타당성을 보여준다. 실험은 전기·유압 서보밸브의 응답성을 고려하여 200Hz까지 수행하였다.

Fig. 9는 전기·유압서보밸브에 30Hz 정현파 입력에 대한 유량측정 결과이다.  $p_1(t)$ 와  $p_3(t)$  사이의 관 길이는 2.9m이고,  $\hat{q}_1(t)$ ,  $\hat{q}_3(t)$ 는 제안한 비정상 유량 측정법에서 추정한 유량파형이다. 또한 자기진단 기능 2를 사용하여, 추정한 유량  $\hat{q}_1(t)$ ,  $\hat{q}_3(t)$ 의 응답성과 측정 정밀도를 비교하였다. 그림에서 관로 중앙단면의 압력파형  $\hat{p}_2(t)$ 는 유량  $\hat{q}_1(t)$ ,  $\hat{q}_3(t)$ 를 입력하여 자기진단 기능 2로 추정한 압력파형이며, 직접 측정한 압력파형  $p_2(t)$ 와 비교하여 보면, 두 파형이 잘 일치함을 볼 수 있다.

Fig. 10은 관 길이 5.8m, 서보밸브에 80Hz의 정현파를

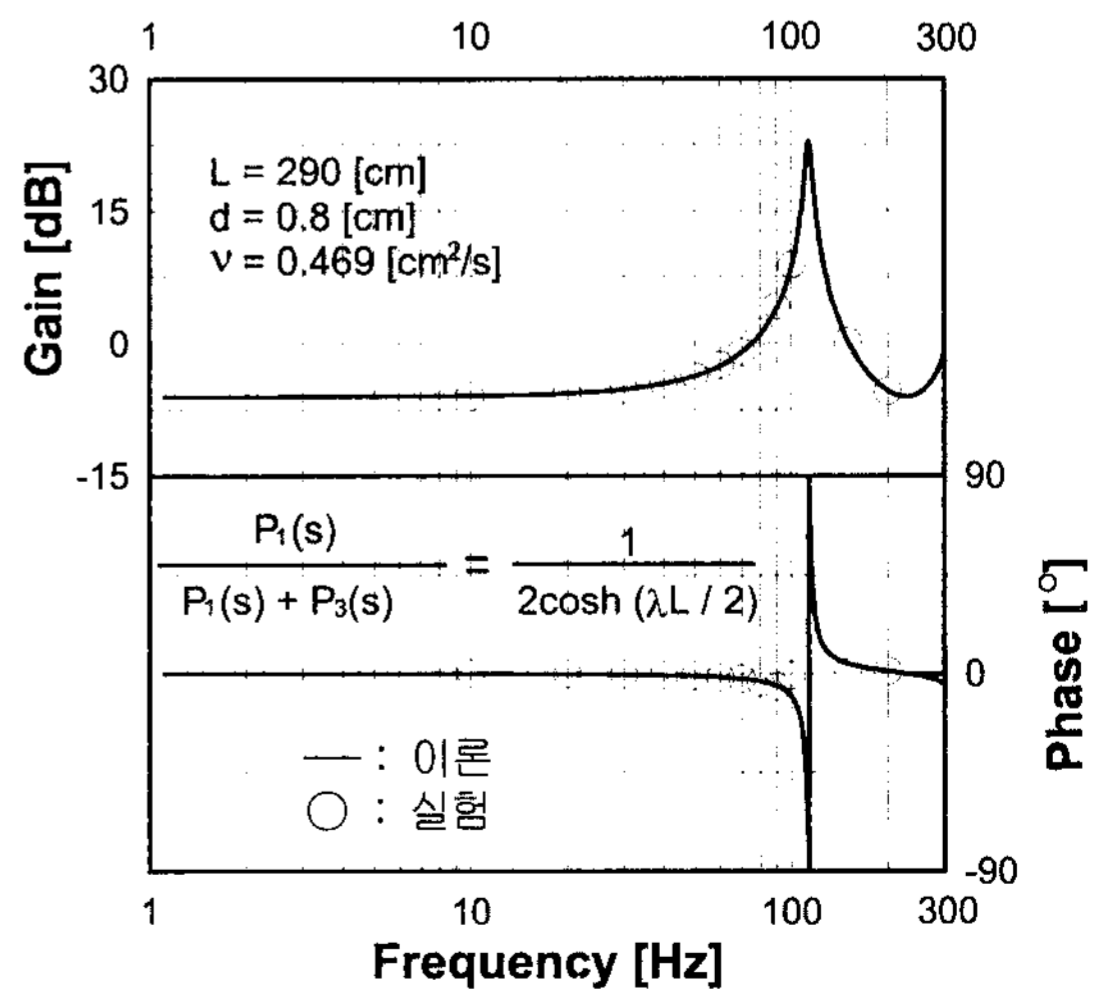


Fig. 8 Frequency characteristics of self-diagnostic function 1

입력한 경우의 실험결과이며, 추정된 파형과 직접 측정한 파형이 잘 일치함을 알 수 있다.

또한 유량 계측값의 응답성과 계측 정밀도를 검증하기 위한 자기진단 기능 2에 대한 주파수 응답 결과를 Fig. 11에 제시하였다. 실선은 식 (8)의 자기진단 기능2에 대한 전달함수의 주파수 특성에 대한 이론값, ○표시는 Fig. 9~10과 같은 실험조

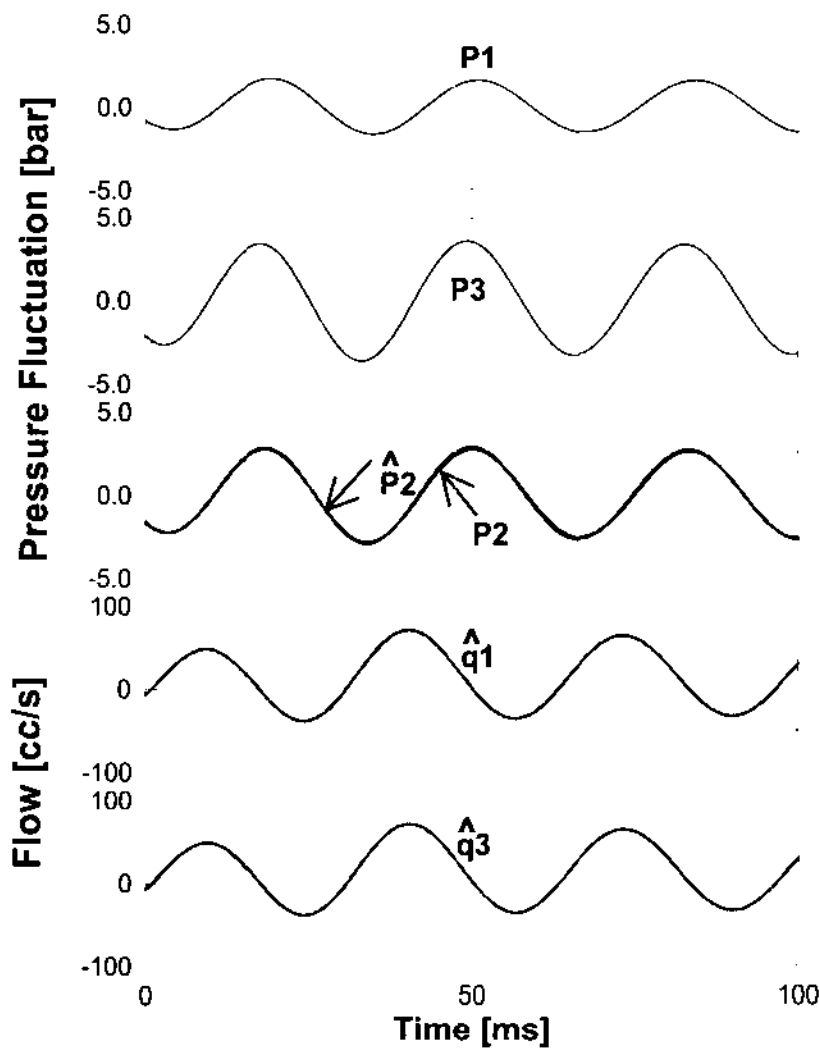


Fig. 9 Measured and estimated pressure and flow rate wave forms by self-diagnostic function2(30Hz)

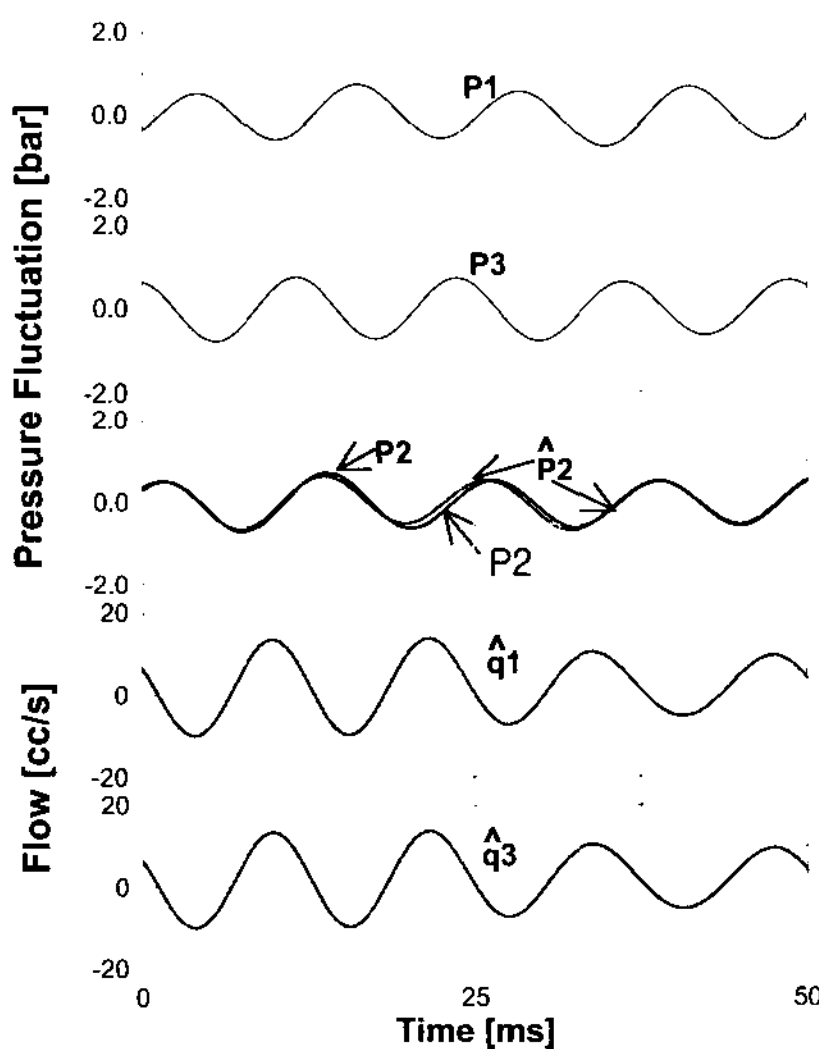


Fig. 10 Measured and estimated pressure and flow rate wave forms by self-diagnostic function2(80Hz)

건에서, 서보밸브에 10Hz~200Hz까지 정현파를 입력하여 주파수 응답실험을 수행한 이득과 위상을 나타낸다. 이득과 위상이 이론과 잘 일치하고 있으며, 제안한 비정상 유량 계측법에서 추정된 유량이 타당한 것을 간접적으로 검증할 수 있다.

또한 본 연구에서 제안한 비정상 유량 계측법의 타당성은 관로의 주파수 응답실험을 통해서 검증하였다. Fig. 1과 Fig. 6의 실험장치에서, 관로 상류부에 축압기를 설치하면, Fig. 7의 실험결과와 같이 관로 상류단에서 압력변동이 없으므로 상류압력이 일정한 경계조건( $P_1(s)=0$ )에 해당된다. 따라서 하류압력  $P_3(s)$ 과 유량  $Q_3(s)$ 간의 전달함수는 식 (1)에서 다음 식으로 주어진다.

$$G(s) = \frac{P_3(s)}{Q_3(s)} = -Z_0(s) \tanh \lambda(s)L \quad (9)$$

Fig. 12는 관 길이가 2.9m인 경우에 하류압력과 하류유량간의 주파수 응답 특성을 나타낸 것이다. Fig. 12에서 실선은 식 (9)를 사용하여 계산한 이론값이며, 기호(○)는 정현파 입력 주파수를 10Hz~200Hz까지 변화시켜 하류압력과 하류유량의 진폭변화와 위상변화를 실험적으로 구한 것이다. 입력 주파수 범위에서 이득과 위상이 실험결과와 잘 일치함을 볼 수 있다. 관로 길이가 5.8m인 경우의 주파수 응답 특성은 Fig. 13에 나타내었다. 유압관로의 주파수 응답 특성을 수행하여 유량 계측법의 응답성을 검토해 본 결과, 실험

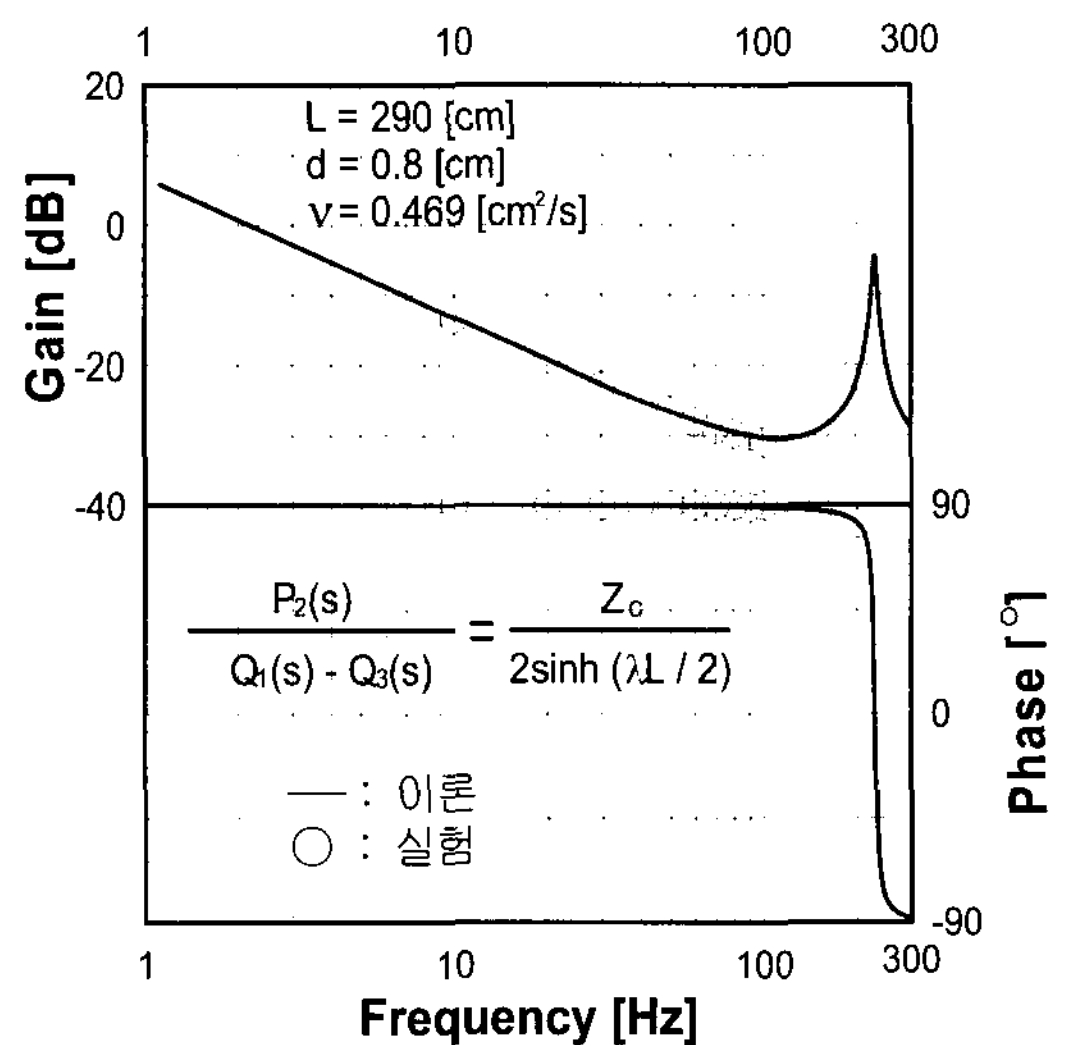


Fig. 11 Frequency characteristics of self-diagnostic function 2

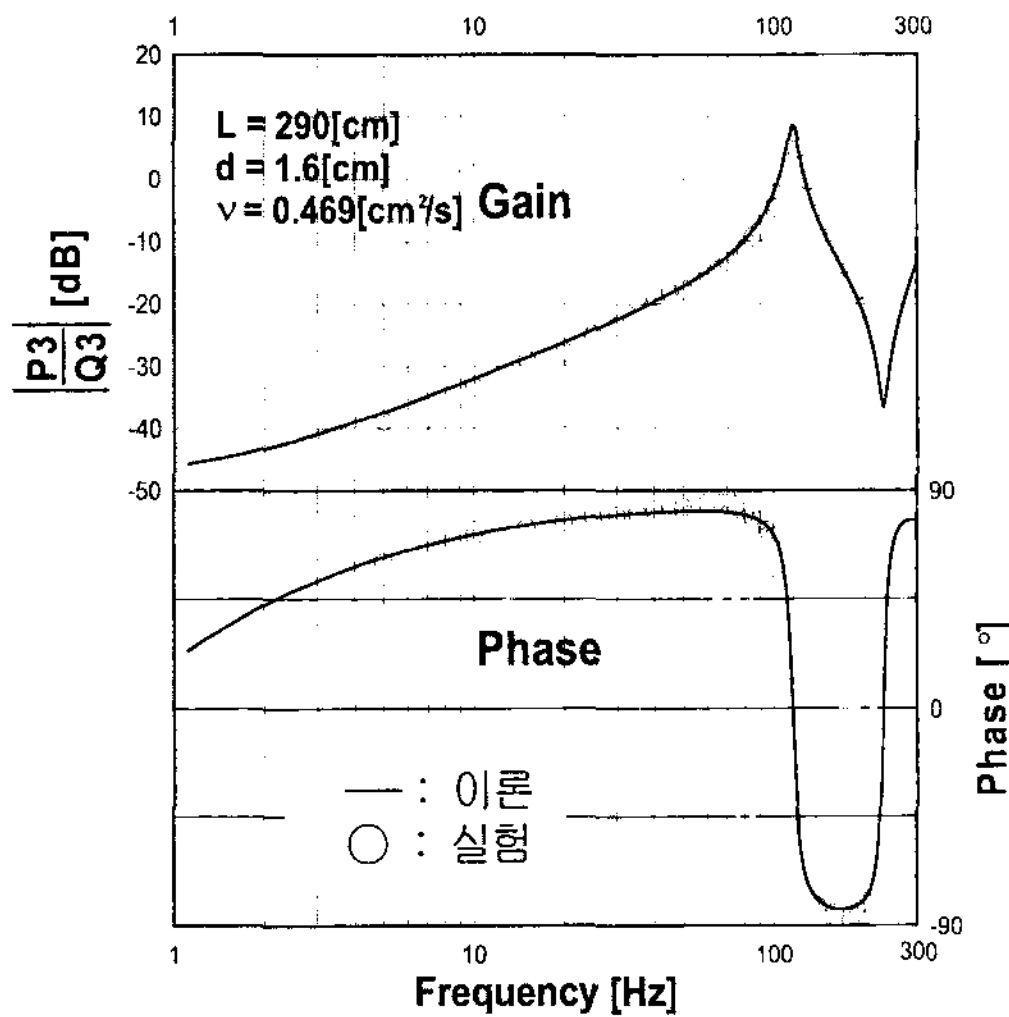


Fig. 12 Frequency characteristics(L=2.9m)

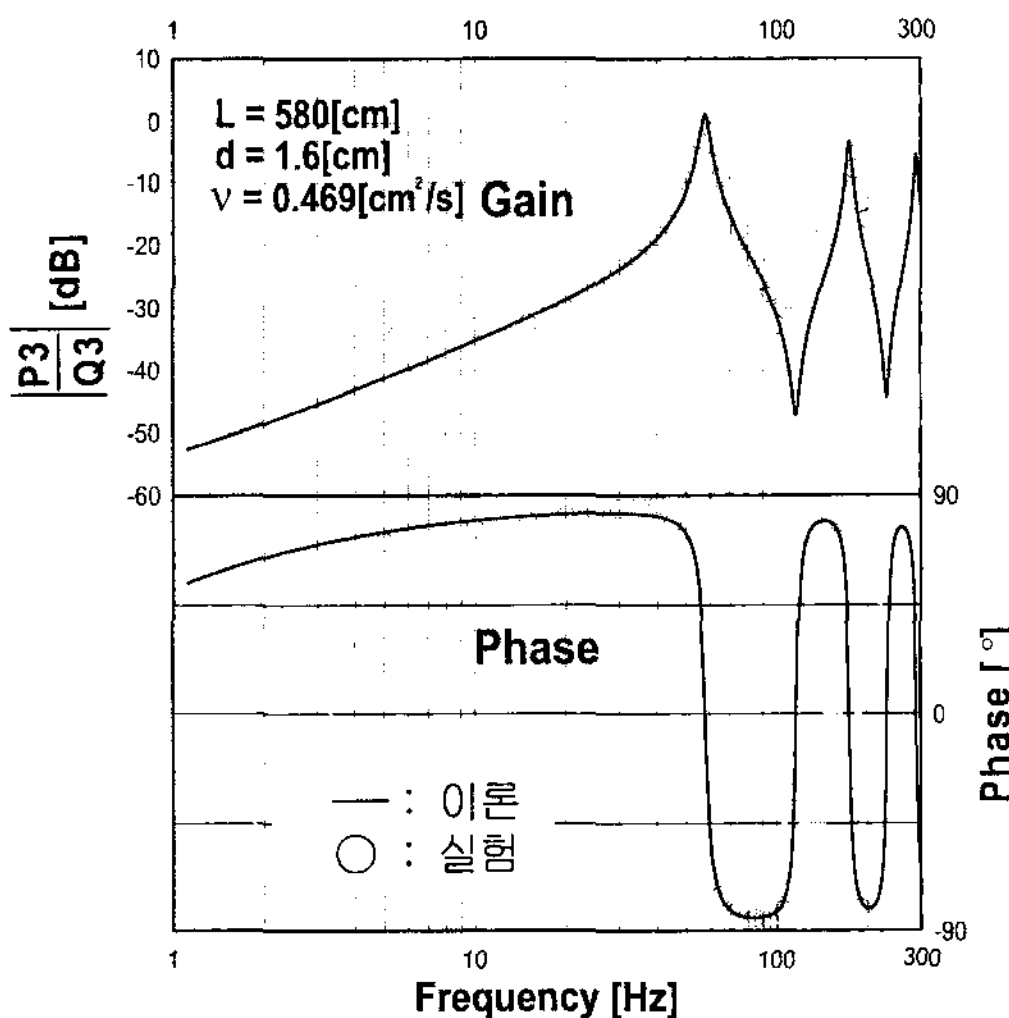


Fig. 13 Frequency characteristics(L=5.8m)

의 입력 주파수 범위인 200Hz까지 이득과 위상이 잘 일치하고 있음을 실험적으로 확인하였다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 유압관로의 분포정수 관로모델에 기초한 비정상 유량계측법과 자기진단기능을 제안하고 유량계측 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 관로의 길이만큼 떨어진 상류와 하류 2지점의 압력 계측값을 이용하여 압력계측부의 단면을 통과하는 비정상 유량을 추정하고, 자기진단기능을 통하여 검증한 결과, 이론과 실험결과가 잘 일치함을 알 수 있었다.
- (2) 제안한 비정상 유량 계측법의 자기진단 기능을 활용하여, 비정상 유량계측 결과의 응답성과 계측 정밀도를 간접적으로 검증할 수 있었다.
- (3) 유량계측법과 자기진단 기능을 조합하여, 환경변화, 작동조건 및 파라미터 변동에 대해 강인한 유량계측 시스템을 구축할 수 있다.

#### 참고 문헌

- (1) Miller, R. W., 1996, *Flow Measurement Engineering Handbook*, McGraw-Hill, New York.
- (2) Yokota, S., Ide, H. and Nakano, K., 1987, "Improvements of Functions in a Cylindrical-Choke-Type Instantaneous Flowmeter," *Trans. of the Japan Society of Mechanical Engineers(Series B)*, Vol. 53, No. 489, pp. 1548~1552.
- (3) Kim, D. T. and Yea, Y. T., 2000, "An Investigation into the Dynamic Characteristics of Turbine and Gear Motor Type Flowmeter," *J. of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 9, No. 3, pp. 83~89.
- (4) D'souza, A. F. and Oldenburger, R., 1964, "Dynamic Response of Fluid Line," *Trans. ASME, J. of Basic Engineering*, Vol. 86, No. 3, pp. 589~598.
- (5) Brown, F. T., 1962, "The Transient Response of Fluid Line," *Trans. ASME, J. of Basic Engineering*, Vol. 84, No. 4, pp. 547~553.
- (6) Kim, D. T., Lee, S. G. and Yokota, S., 1999, "A Study on the Measurement of Delivery Flow Ripple Generated by Hydraulic Axial Piston Pumps," *J. of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 8, No. 2, pp. 35~43.
- (7) Yokota, S., Kim, D. T. and Nakano, K., 1991, "An Approach to Unsteady Flow Rate Measurement Utilizing Dynamic Characteristics between Pressure and Flow Rate along a Pipeline," *Trans. of the Japan Society of Mechanical Engineers(Series C)*, Vol. 57, No. 541, pp. 2872~2876.