

미소 비대칭 원통셸의 음향 맥놀이 해석

Analysis on the Acoustic Beat of a Slightly Asymmetric Cylindrical Shell

안 성 종*, 강 연 준*, 김 석 현**, 박 성 용*

(Sung Jong Ahn*, Yeon June Kang*, Seock Hyun Kim**, Sung Yong Park*)

*서울대학교 기계항공공학부, **강원대학교 기계메카트로닉스공학부

(접수일자: 2008년 2월 12일; 수정일자: 2008년 4월 7일; 채택일자: 2008년 4월 23일)

본 논문에서는 미소 비대칭 원통셸의 맥놀이 음 방사 특성을 해석적으로 검토한다. 미소 비대칭 원통셸은 한국종의 특징인 맥놀이 현상을 설명할 수 있는 유용한 모델이다. 축대칭 구조물에 부가된 미소 비대칭성은 매우 근접한 주파수 쌍을 만들며, 이 주파수 쌍의 간섭으로 맥놀이 현상이 생긴다. 본 연구에서는 맥놀이 음 방사의 해석적인 모델을 이용하여 방사 음장을 결정하고, 방사 음의 맥놀이 지도를 이용하여 방사 방향 및 거리에 따른 맥놀이 음의 변화특성을 검토하였다. 이론 모델에 의한 해석결과는 경계 요소법에 의한 결과와 비교하여 신뢰도를 검증하였다.

핵심용어: 미소 비대칭, 맥놀이현상, 모드 쌍, 음향 맥놀이 지도

투고분야: 구조음향 및 진동 분야 (11.1)

In this paper, radiation characteristics of the beating sound are analytically investigated on a slightly asymmetric cylindrical shell. The cylindrical shell is an efficient model to consider the beat characteristics of Korean bells. Slight asymmetry in Korean bells makes mode pair which has close frequency components and the interaction of each mode pair produces beating sound. Based on the analytical model, the radiated sound field is determined. Using the sound beat map, the beating sound vs. direction and distance is investigated. Finally, results of the theoretical method are compared with those of the boundary element method to verify the validity.

Keywords: Slightly asymmetric, Beat phenomenon, Mode pair, Sound beat map

ASK subject classification: Structural Acoustics and Vibration (11.1)

1. 서론

한국의 범종은 역사적 배경과 예술적 탁월성뿐만 아니라 아름다운 소리를 자랑하는 대표적 문화 유산이다 [1]. 특히, 성덕대왕신종은 국보급 문화재로서, 그 예술성과 소리의 우수성은 세계적으로도 널리 알려져 있다. 한국 범종의 소리에서는 타종 순간 발생하는 타격음의 음색과, 고주파수 성분들이 사라진 후에 들리는 1차 및 2차 진동음의 힘찬 맥놀이가 중요한 요소이다. 맥놀이는 소리가 반복적으로 쳐졌다 작아지는 현상으로, 음향 에너지에 변화를 주어 종이 마치 숨을 쉬는 것처럼 느껴지게도 하고, 포효하거나 곡을 하는 듯한 느낌을 주기도 한다. 맥놀이는 동, 서양종 모두에서 일반적으로 나타나는

데, 종과 같이 축대칭 구조에 미세한 비대칭 요소가 존재할 때 발생한다. 미세 비대칭성은 하나의 링 모드를 모드 쌍 (Mode pair)으로 분리시키고, 이 모드 쌍은 매우 비슷한 값의 고유진동수 쌍을 갖는다. 이 고유진동수 쌍이 동시에 발생되면, 서로 간섭함으로써 진동의 맥놀이가 만들어진다 [2]. 홍진선은 미소 비대칭 링의 모드 분화 현상을 이론적 해석을 통하여 확인하였고 [3,4], 이장무, 김석현 등은 한국종 구조물에 대한 유한요소해석과 [5], 레일레이-리프법을 이용한 해석을 [6] 통하여 종 표면의 비대칭 요소가 맥놀이 주파수에 미치는 효과를 밝힌 바 있다. 김양한 등은 한국을 대표하는 성덕대왕신종의 진동신호로부터 맥놀이를 일으키는 주요 진동모드의 형상을 정확하게 측정하고 [7], 그 방사 음장을 가시화 시켰다 [8]. 한편, 김석현 등은 맥놀이의 선명도가 원주상에서 주기적으로 변하며, 모드쌍 정보만 알면 맥놀이 지도를 사용하여 그 분포를 예측할 수 있음을 보였다 [9]. 이러한

책임저자: 강 연 준 (yeonjune@snu.ac.kr)
151-744 서울 관악구 신림9동 관악로 599
서울대학교 기계항공공학부
(전화: 02-880-1691; 팩스: 02-880-5950)

맥놀이를 타격음을 중시하는 서양종에서는 적당한 범위에서 제한시키는 연구가 주로 이루어졌고 [10-12], 한국의 범종에서는 선명하면서도 적절한 주기를 갖는 맥놀이를 만들어 내기 위한 연구가 진행되어왔다 [13-14]. 최근 박한길 등은 등가링 이론을 이용하여 비대칭성의 크기를 조절함으로써, 맥놀이 주기를 조정하는 해석적 방법을 제시하기도 하였다 [15]. 그러나 이제까지의 연구는 미소 비대칭 진동체 자체의 모드분리와 진동의 맥놀이에 집중되었다. 측정에 의하면 음향에서도 유사한 맥놀이가 발생하는 것으로 확인되었으나 [8,9], 진동체의 맥놀이 특성이 방사 음장에 어떻게 영향을 주는지에 대한 이론적 검토는 이루어지지 않았다. 본 연구에서는 이제까지 밝혀진 진동의 맥놀이와 방사음장에서의 맥놀이가 어떠한 관계를 갖는지를 이론적으로 규명하고자 한다. 이를 위하여 무한 원통셀에 범종에서 나타나는 진동의 맥놀이 조건을 부여한 후, 이로부터 주변 음장의 맥놀이 파형을 이론적으로 예측한다. 예측결과는 SYSNOISE를 이용한 경계요소해석 결과와 비교하여 그 신뢰도를 검증한다. 모드 쌍의 배치와 타격조건이 주어질 때, 음장내 위치에 따라 음향의 맥놀이 특성이 어떻게 변하는지를 이론적으로 규명함으로써, 범종 음향의 맥놀이 현상을 과학적으로 규명하고, 그 특성을 제어하기 위한 정보를 얻는 것이 본 연구의 목적이다.

2. 무한 원통셀의 음 방사 이론

범종의 음 방사 특성을 이론적으로 검토하기 위하여 그림 1의 원통좌표계를 사용하여 음장을 표시한다. 원통면과의 방사 음압은 식 (1)의 레일레이의 일차 적분식

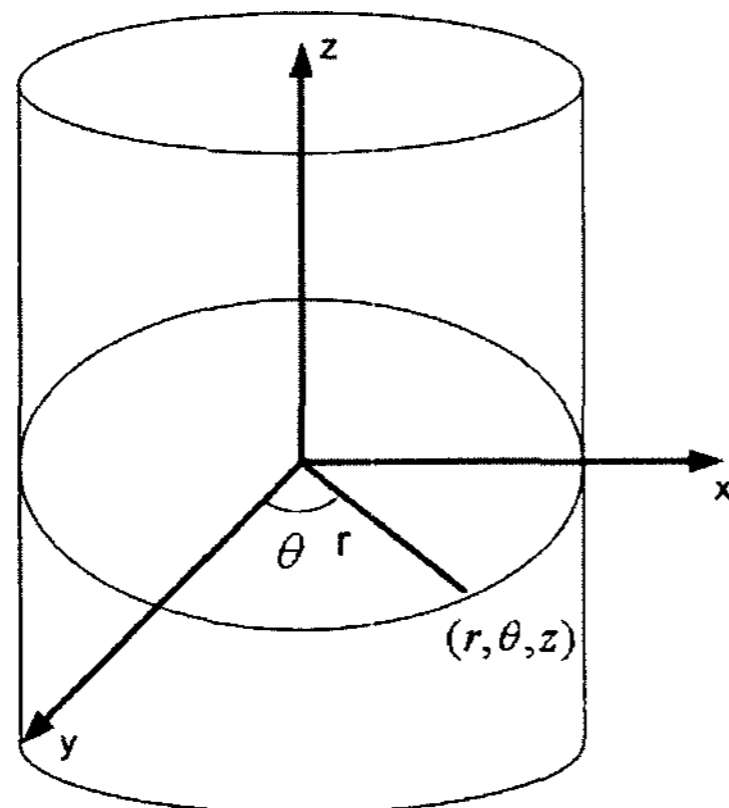


그림 1. 원통좌표계
Fig. 1. Cylindrical Coordinate.

(Rayleigh's first integral)로 결정된다 [16].

$$p(r, \theta, z) = i\rho_0 c k \sum_{q=-\infty}^{\infty} e^{iq\theta} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{W}_q(a, k_z) \frac{H_q(k_r, r)}{k_r H_q(k_r, a)} e^{-ik_z z} dk_z \quad (1)$$

여기서 ρ_0, c 는 매질의 밀도와 매질 내에서의 음속이고, k 는 파장수 (wave number)를 의미한다. $W_q(a, k_z)$ 는 반경 a 의 원주상에서 반경방향의 속도 적분식으로 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{W}_q(a, k_z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{w}(a, \theta, z) e^{-iq\theta} e^{-ik_z z} dz d\theta \quad (2)$$

여기서 $\dot{w}(a, \theta, z)$ 는 원통 표면에서 반경 방향의 임의의 속도 분포를, H_q 는 Hankel 함수를 의미한다.

해석의 복잡성을 피하기 위하여 원통셀 표면상의 속도가 z 축을 따라서는 일정하다고 가정한다. 실제의 범종에서 가장 중요한 1차와 2차 진동 모드는 z 축을 따라 위상 변화를 갖지 않으므로 이러한 단순화는 현실적이다. 원주상의 속도는 링의 속도 조건을 사용하여 표시할 수 있다. 소리를 방사하는 링 모드의 방사 음향 맥놀이를 검토하기 위하여, 미세한 비대칭성을 갖는 링을 대상으로, n 차 모드에 대하여 다음의 원주상 속도 조건을 사용한다 [17].

$$w_n(\theta, t) = \frac{2\hat{F}}{M} \begin{pmatrix} \cos n\theta^* \cos n\theta \cos 2\pi f_{nL}t + \\ \sin n\theta^* \sin n\theta \cos 2\pi f_{nH}t \end{pmatrix} \quad (3)$$

여기서 n 은 모드 차수이고, θ^* 는 원주상의 타격 위치를 표시한다. 가장 중요한 1, 2차 진동 모드는 $n = 2, 3$ 의 모드에 해당한다. 또한 f_{nL}, f_{nH} 는 모드 쌍의 주파수로 전자는 미세하게 낮은 주파수를 후자는 높은 주파수를 의미한다. 식 (3)을 식 (2)에 대입하여 n 차 모드 음압을 구하면 다음과 같다. 수식의 구체적인 전개 과정은 Appendix 1에 기술한다.

$$p_n(r, \theta) = i\rho c \left\{ e^{-in\theta} F_{-n} \frac{H_{-n}(kr)}{H'_{-n}(ka)} + e^{in\theta} F_n \frac{H_n(kr)}{H'_n(ka)} \right\}, \quad (4)$$

$F_{-n} = A + iB, F_n = A - iB$
 $n = \text{mode number}$
 $A = \cos n\theta^* \cos(2\pi f_{nL}t), B = \sin n\theta^* \cos(2\pi f_{nH}t)$

3. 맥놀이 해석 결과

3.1. 원주상 진동의 모드쌍과 타격 조건

식 (4)에서 필요하는 진동 맥놀이 조건을 위하여, 모드 쌍을 갖는 미소 비대칭 링을 구성하였다. 미소 비대칭 링 제원은 $n = 2$ 진동 모드가 성덕대왕신종의 1차 고유진동수를 갖도록 결정하였다 [13]. 그러나 $n = 3$ 모드는 성덕대왕신종의 2차 고유진동수와 상당한 차이를 보인다.

표 1. $n = 2, 3$ 모드 고유진동수
Table 1. Natural frequencies of $n = 2, 3$ modes.

Frequency (Hz)		
진동모드 (n)	f_{nL}	f_{nH}
2	64.13	64.43
3	124.81	125.66

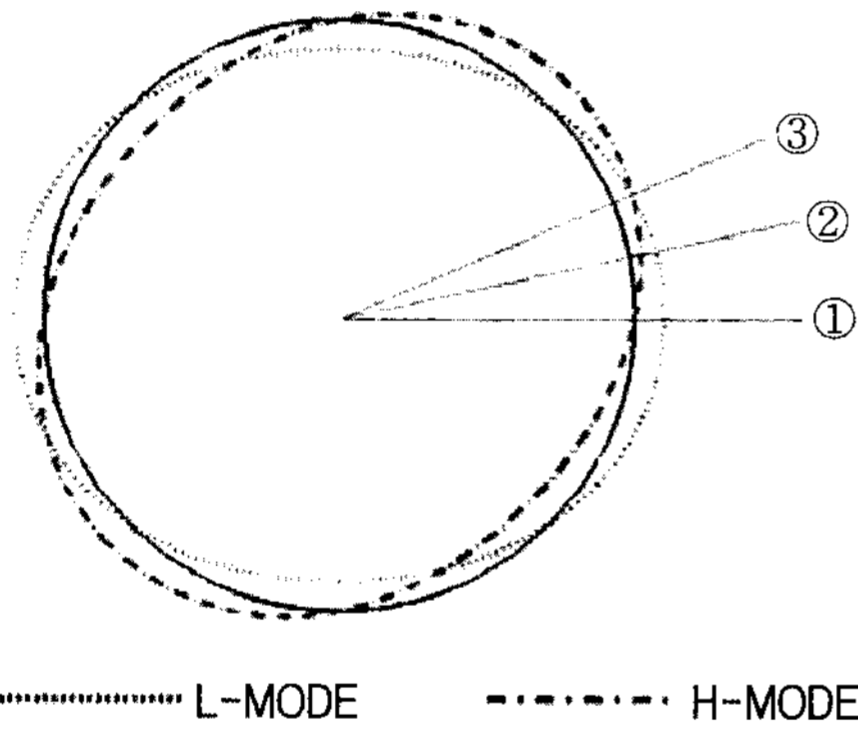


그림 2. $n = 2$ 모드 쌍
Fig. 2. mode pair ($n = 2$).

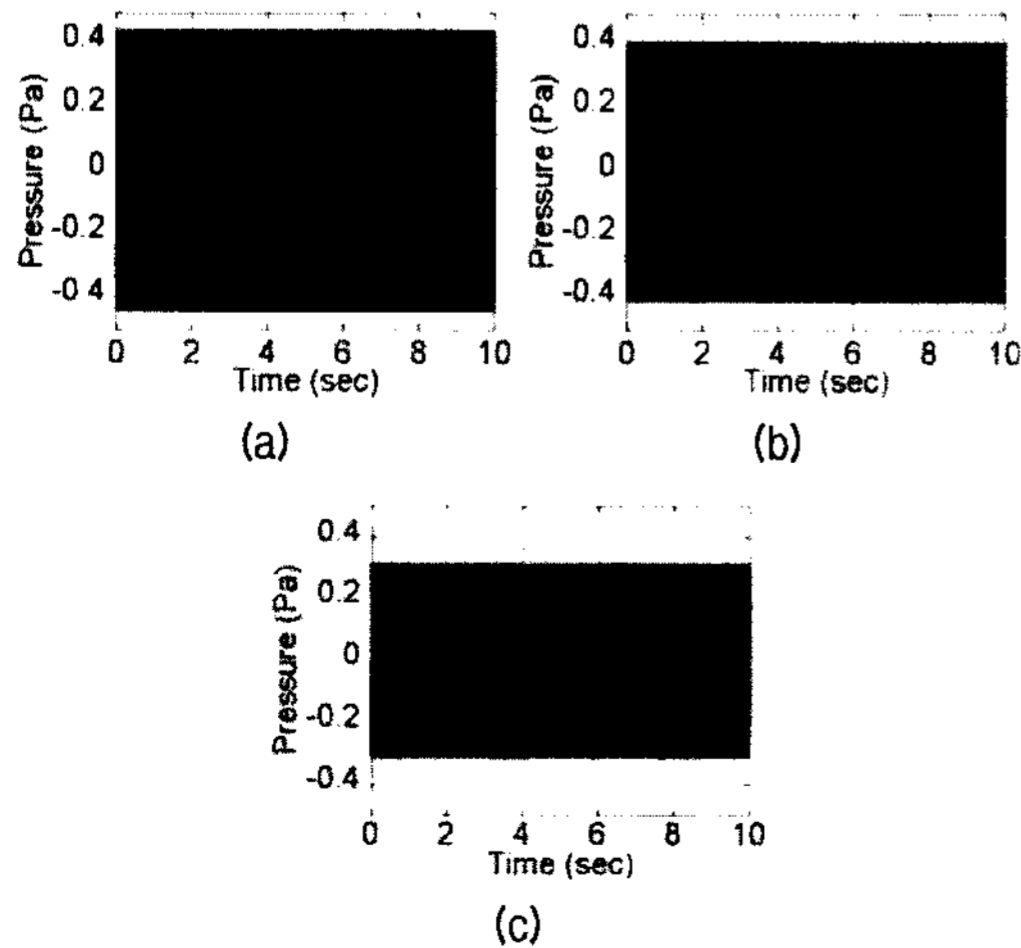


그림 3. 방향 ① 타격시 $n = 2$ 모드 맥놀이 응답, (a) 방향 ①, (b) 방향 ②, (c) 방향 ③
Fig. 3. Beat responses of $n = 2$ mode under the impact at node ①, (a) Response from ①, (b) Response from ②, (c) Response from ③.

Table 1은 $n = 2, 3$ 모드 쌍의 고유진동수 쌍을 표시한다.

3.2. $n = 2$ 모드 해석 결과

방사음의 맥놀이 변화를 보기 위하여 모드별로 3개의 타격 위치를 고려하였다. 그림 2는 $n = 2$ 모드 쌍과 3개의 타격 및 음압 측정 방향을 표시한다. 미세하게 낮은 주파수를 갖는 L 모드와 높은 주파수를 갖는 H 모드는 서로 45° 의 위상차를 보이며 배치된다. 방향 ①을 0° 로 할 때, 방향 ③은 22.5° 이고 방향 ②는 그 중앙에 위치한다. 진동 맥놀이의 이론에 따르면 [9], 방향 ①에서의 타격은

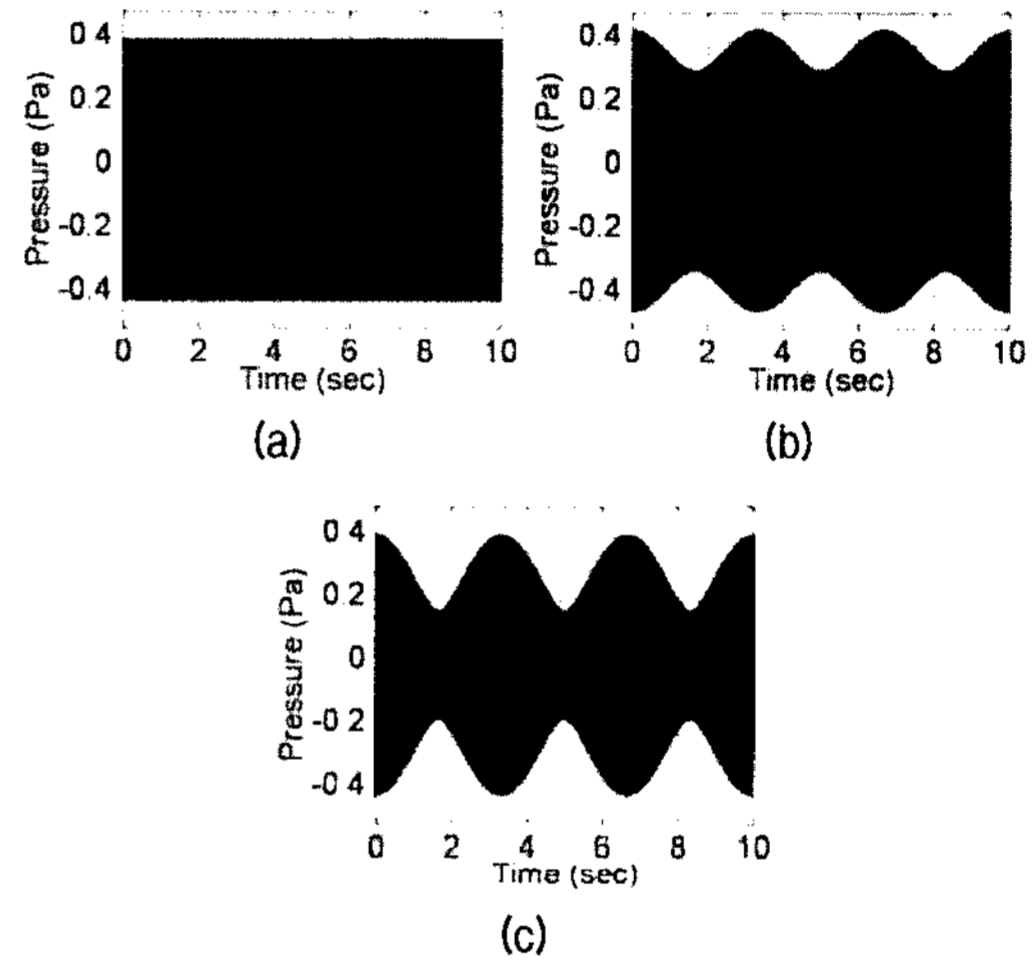


그림 4. 방향 ② 타격시 $n = 2$ 모드 맥놀이 응답, (a) 방향 ① 응답, (b) 방향 ② 응답, (c) 방향 ③ 응답
Fig. 4. Beat responses of $n = 2$ mode under the impact at node ②, (a) Response from ①, (b) Response from ②, (c) Response from ③.

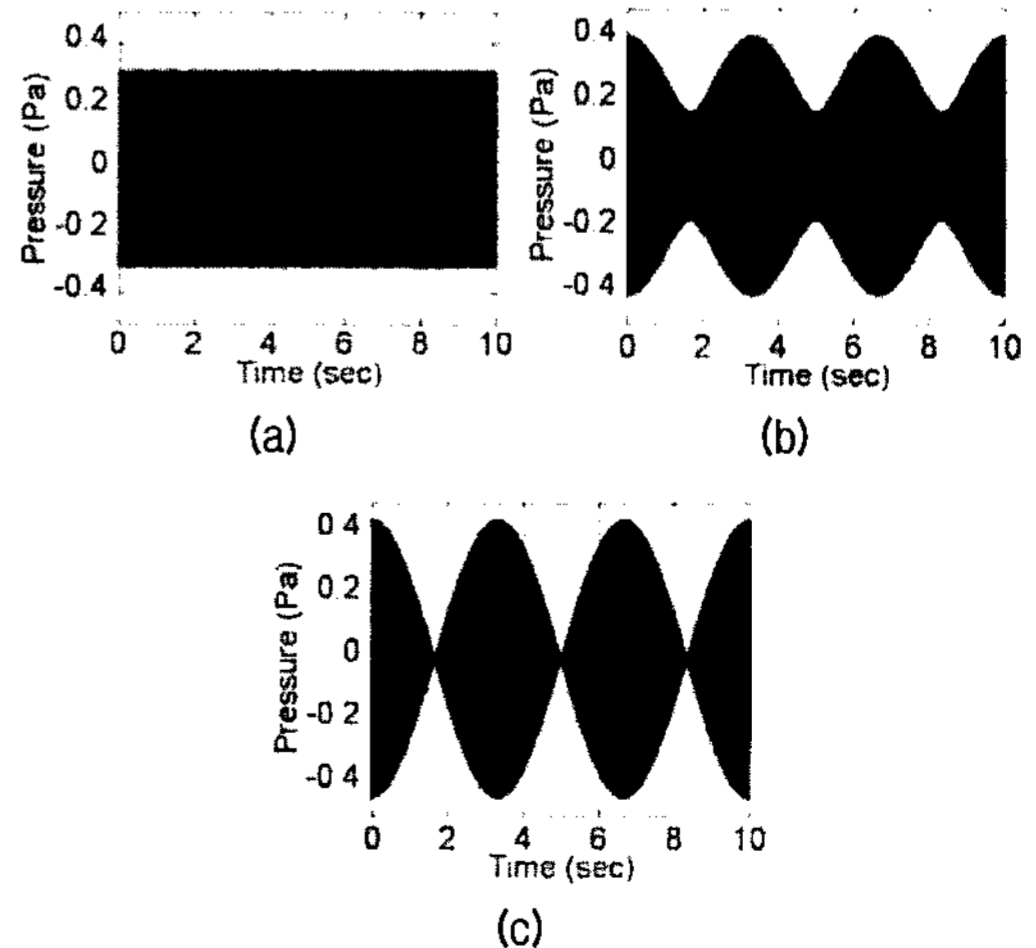


그림 5. 방향 ③ 타격시 $n = 2$ 모드 맥놀이 응답, (a) 방향 ①, (b) 방향 ②, (c) 방향 ③
Fig. 5. Beat responses of $n = 2$ mode under the impact at node ③, (a) Response from ①, (b) Response from ②, (c) Response from ③.

진동의 맥놀이를 전혀 발생하지 않는다. 방향 ②에서의 타격은 선명하지 않은 맥놀이를 만들고, 방향 ③에서의 타격은 모드 쌍을 대등하게 가진 시킴으로써, 선명한 맥놀이를 발생시킨다.

그림 3은 방향 ①에서 타격할 때, 원주상에서 세 방향으로 0.5 m 떨어진 지점에서의 음파를 보인다. 세 방향 모두에서 맥놀이는 발생하지 않는다. 그 이유는 L 모드만 가진 하기 때문이며, 파의 크기는 진동파의 크기 분포와 동일하게 ①, ②, ③순으로 감소한다. 그림 4는 방향 ②에서 타격할 때 앞에서와 동일한 위치에서의 맥놀이 응답이다.

방향 ①에서 맥놀이 응답 현상이 전혀 발생 하지 않는 원인은 H 모드가 응답하지 않기 때문이다. ③방향으로 가면서 맥놀이가 선명해지는 것은 모드 쌍이 비슷하게 응답하면서 간섭하는 데에 기인한다. 그림 5는 맥놀이를 가장 잘 발생시키는 방향 ③에서 타격한 결과를 보인다. 방향 ①은 H 모드의 절점 방향인 이유로 맥놀이를 전혀 보이지 않으며, 방향 ③은 L, H 모드 쌍이 동일하게 발생 되므로 가장 선명한 맥놀이가 발생한다.

이러한 결과는 원주상 진동의 맥놀이와 음향의 맥놀이 분포는 매우 유사함을 알 수 있다. 음향의 맥놀이도 진동의 맥놀이와 마찬가지로 타격 위치와 측정 위치가 큰 영향을 미친다. 그림 3, 4, 5에서 타격 위치와 무관하게 H 모드가 절점인 방향 ①에서는 맥놀이가 발생하지 않는다. 이는 범종의 타격 위치뿐 아니라, 소리를 듣는 위치도 맥놀이 현상에 영향을 주는 중요한 인자임을 의미한다.

다음으로, 원주상으로부터의 거리에 따라 맥놀이 파형을 검토하였다. 가장 선명한 맥놀이를 발생시키는 방향 ③을 타격할 때, 방향 ③으로 거리에 따른 맥놀이 파형을 그림 6에 보인다. 파형의 크기는 거리에 따라 감소하지만, 선명한 맥놀이의 파형은 그대로 유지 됨을 알 수 있다. 그림에서 맥놀이 주기는 약 3.3초로, 두 모드 쌍의 차이인 0.3 Hz의 역수에 일치한다. 이와 같이 방향이 주어질 때, 거리에 따라 맥놀이 파형이 원주상 발생지점과 동일하게 유지되는 것은 다른 방향에서도 동일한 것으로 확인되었다.

3.3. n = 3 모드 해석 결과

n = 3 모드에서도 동일하게 음장의 맥놀이 특성을 검토 하였다. n = 3 모드 쌍의 배치는 그림 7과 같으며, L, H 모드 쌍은 30°의 위상차를 보인다. 세 개의 방향은 0°, 7.5° 및 15°의 위상을 각각 표시한다. n = 2 모드와 동일하게 방향 ①을 타격할 때는 L 모드만 가진되며, 방향 ③을 타격할 때에는 L, H 모드쌍이 동일하게 가진 된다.

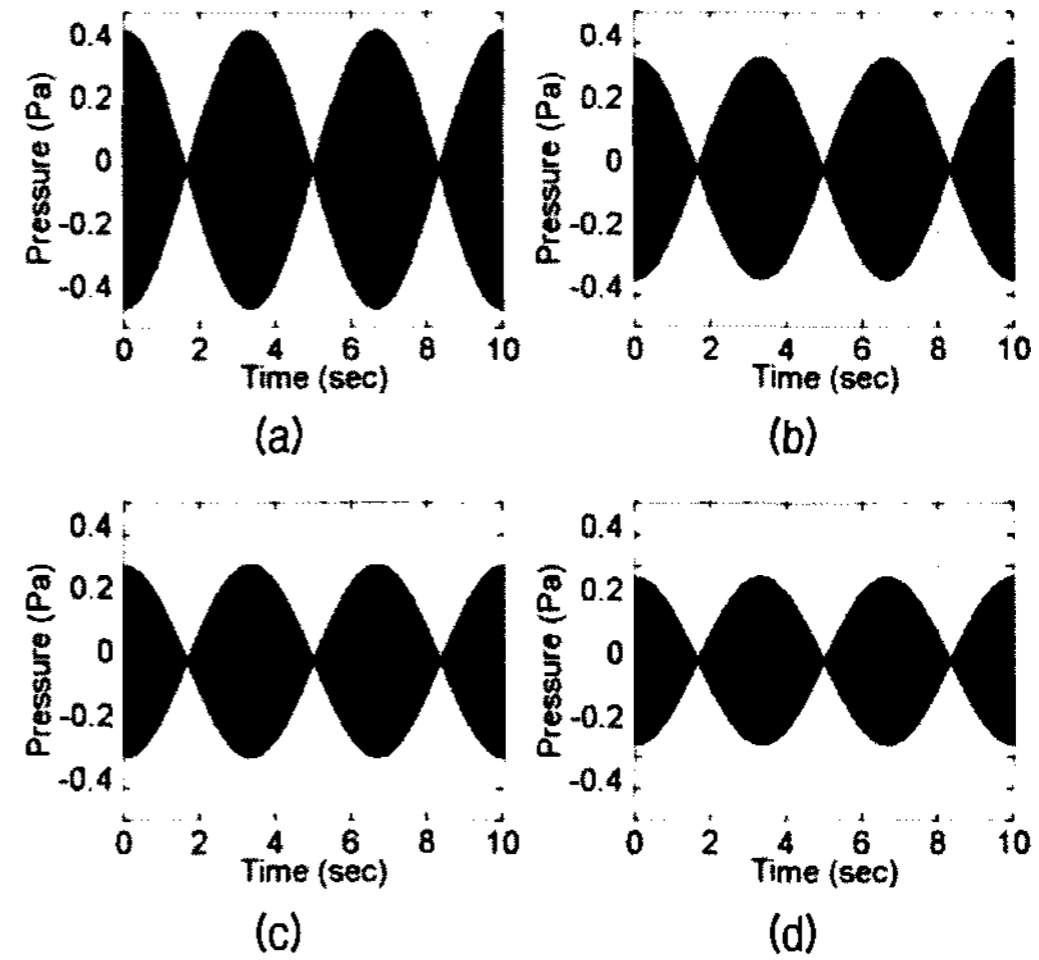


그림 6. 방향 ③ 타격시 방향 ③에서 n = 2 모드의 맥놀이 응답. (a) r = 0.5 m, (b) r = 1 m, (c) r = 1.5 m, (d) r = 2 m
 Fig. 6. Beat responses of n = 2 mode from direction ③ under the impact at node ③ (a) r = 0.5 m, (b) r = 1 m, (c) r = 1.5 m, (d) r = 2 m.

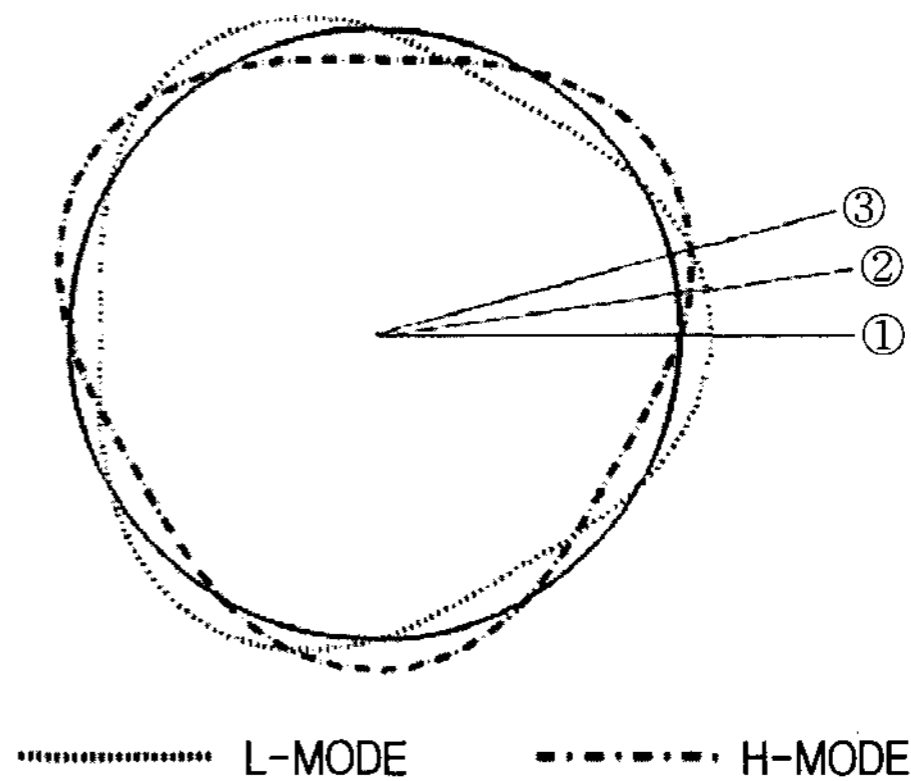


그림 7. n = 3 모드쌍
 Fig. 7. Mode pair (n = 3).

그림 8은 방향 ①을 타격할 때 원주상 0.5 m 지점에서 응답지점에 따른 음파를 비교한다. 세 방향 모두에서 맥놀이는 전혀 발생하지 않는다. 그 원인은 L 모드만이 가진 되어 주파수 쌍의 간섭이 일어나지 않기 때문이며, 그 결과 원주상 모든 방향에서 맥놀이를 발생시키지않게 된다. 그림 9는 방향 ②를 타격할 때 세 방향에서의 맥놀이 파형이다. n = 2 모드에서와 유사하게 방향 ③으로 가면서 주파수 쌍의 간섭으로 맥놀이는 더 선명해진다.

그림 10은 L, H 모드 쌍을 대등하게 가진하는 ③ 방향 타격시의 파형이다. L 모드와 H 모드가 대등하게 가진 되므로, 고유진동수 쌍을 동일하게 방사시키는 방향 ③으로 맥놀이가 최대로 선명하게 발생한다. 그러나 모드 쌍을 대등하게 가진 함에도 불구하고, H 모드가 절점인 ①번 지점에서는 L 모드만 반응하므로 맥놀이가 나타나

지 않는다. 그림 10(c) 에서 알 수 있듯이 10 초 동안에 약 9 번의 맥놀이가 발생하는 데, 이는 모드 쌍의 차이인 0.9 Hz의 역수인 약 1.1 초가 주기임을 확인할 수 있다. 거리에 따른 파형의 변화를 검토한 결과, $n = 2$ 모드에서와 동일하게 맥놀이 파형을 유지하면서 거리에 따라 크기만 감소하는 것으로 확인되었다.

4. 경계요소해석

이론해석 결과를 검증하기 위하여 경계요소해석 (Bound-

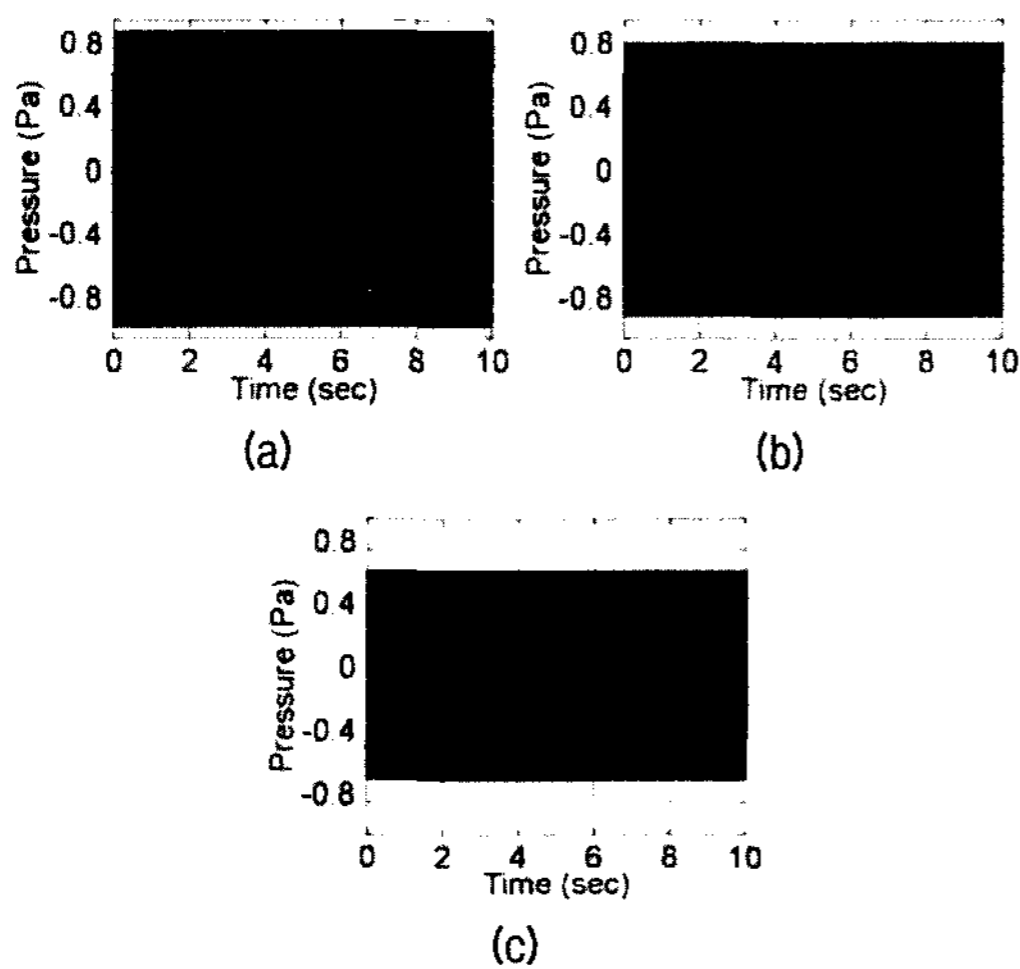


그림 8. 방향 ① 타격시 $n = 3$ 모드의 맥놀이 응답, (a) 방향 ①, (b) 방향 ②, (c) 방향 ③
 Fig. 8. Beat responses of $n = 3$ mode under the impact at node ①, (a) Response from ①, (b) Response from ②, (c) Response from ③.

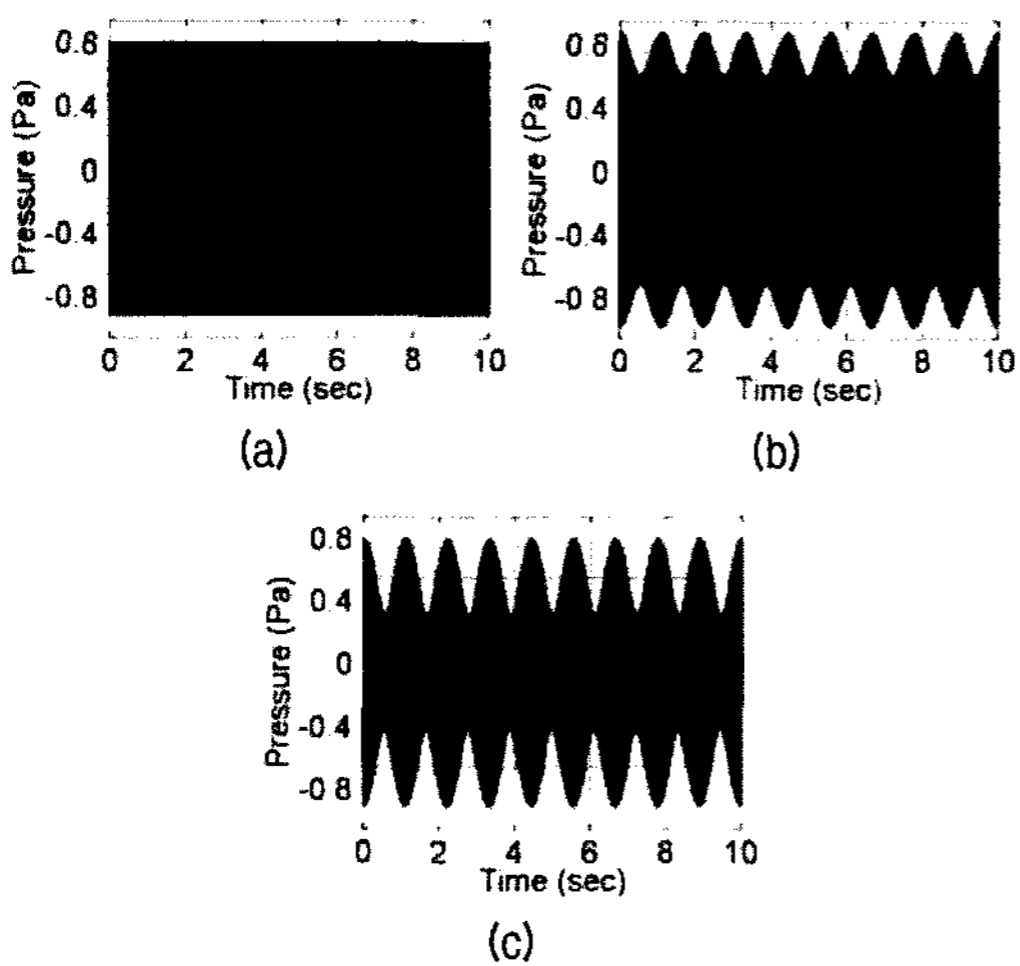


그림 9. 방향 ② 타격시 $n = 3$ 모드 맥놀이 응답, (a) 방향 ① (b) 방향 ② (c) 방향 ③
 Fig. 9. Beat responses of $n = 3$ mode under the impact at node ②, (a) Response from ①, (b) Response from ②, (c) Response from ③.

dary Element Method: BEM)을 수행하였다. BEM 프로그램으로는 LMS의 SYSNOISE 5.5를 사용하였다 [18].

Table 1과 같은 성덕대왕신종의 $n = 2$ 모드 쌍 조건을 갖도록 Table 2와 같이 링의 재원을 결정하였다. 셸 요소 (Shell element)를 사용하여, 원주상을 720개의 요소로 등분하였고 한 요소에만 약 5배의 밀도를 주어 Table 1의 모드 쌍 조건을 갖는 미소 비대칭 링을 만들었다. 진동해석시 링 모드만의 평면내 진동이 발생하도록 구속 시켰다.

경계요소해석에 의한 음장과, 무한 원통 셀 이론에 의한 음장의 해석치를 비교하기 위하여, 이론 식 (3)의 \hat{r} 값을 조절하여 두 모델의 원주상 모드 속도 초기 조건이 동일하게 되도록 하였다. SYSNOISE에서 시간 파형을 보기 어려우므로, 주파수응답을 이용하여 L, H 모드 쌍의 간섭 효과를 확인하였다.

$n = 2$ 차 모드의 맥놀이를 가장 잘 발생시키는 방향 ③에서 타격 후 방향 ③으로부터 2 m 떨어진 지점에서 예측한 음압을 그림 11 (a)에 보인다. 방향 ③은 모드 쌍이 같은 크기로그진 되고, 고유진동수 쌍도 대등하게 방사되므로 그림과 같이 근접한 고유진동수 쌍은 대등한 레벨을 보인다. 이 결과는 그림 5 (c)의 가장 선명한 맥놀이 파형 조건과 일치한다.

그림 11 (b)는 방향 ①에서 타격할 때 방향③에서의 응답이고, 그림 11 (c)는 방향 ③에서 타격할 때 방향 ①에서의 응답이다. 두 경우 모두 L 모드만의 주파수 성분만 존재하므로 모드 쌍의 간섭이 전혀 발생하지 않고 L 모드

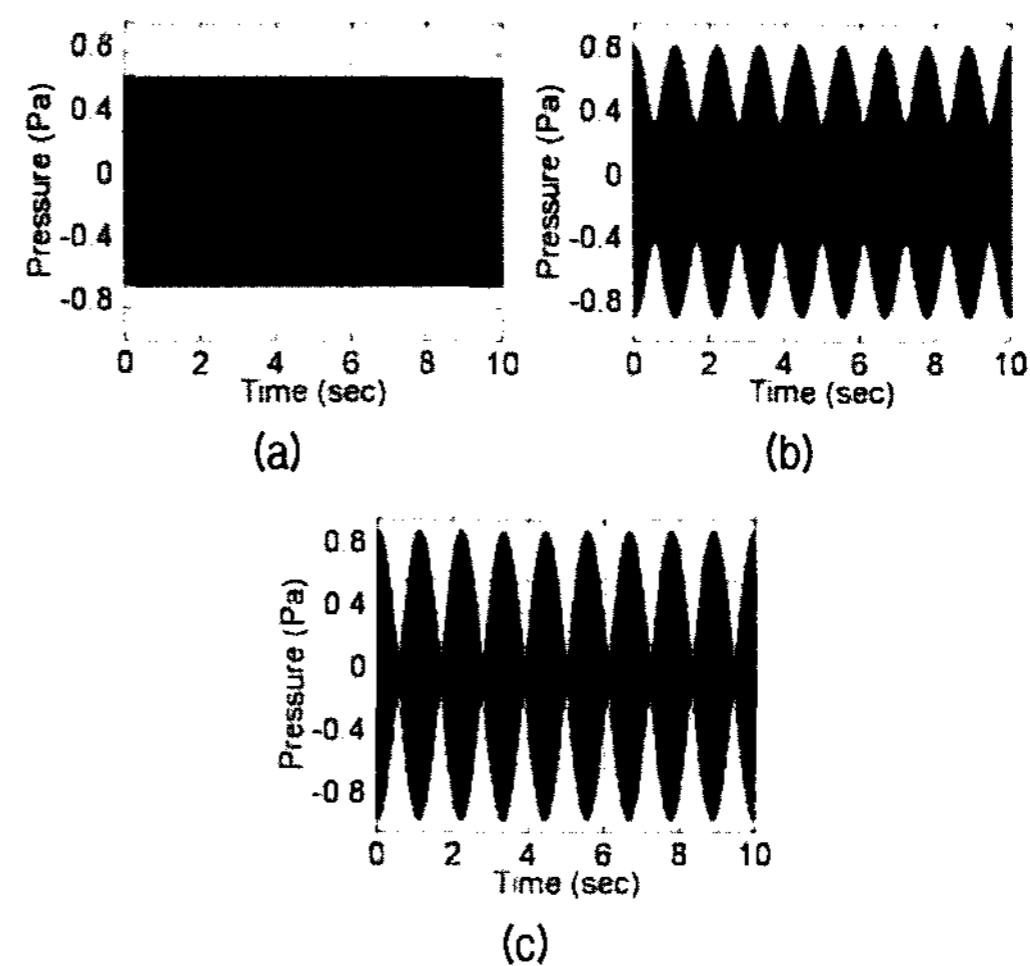
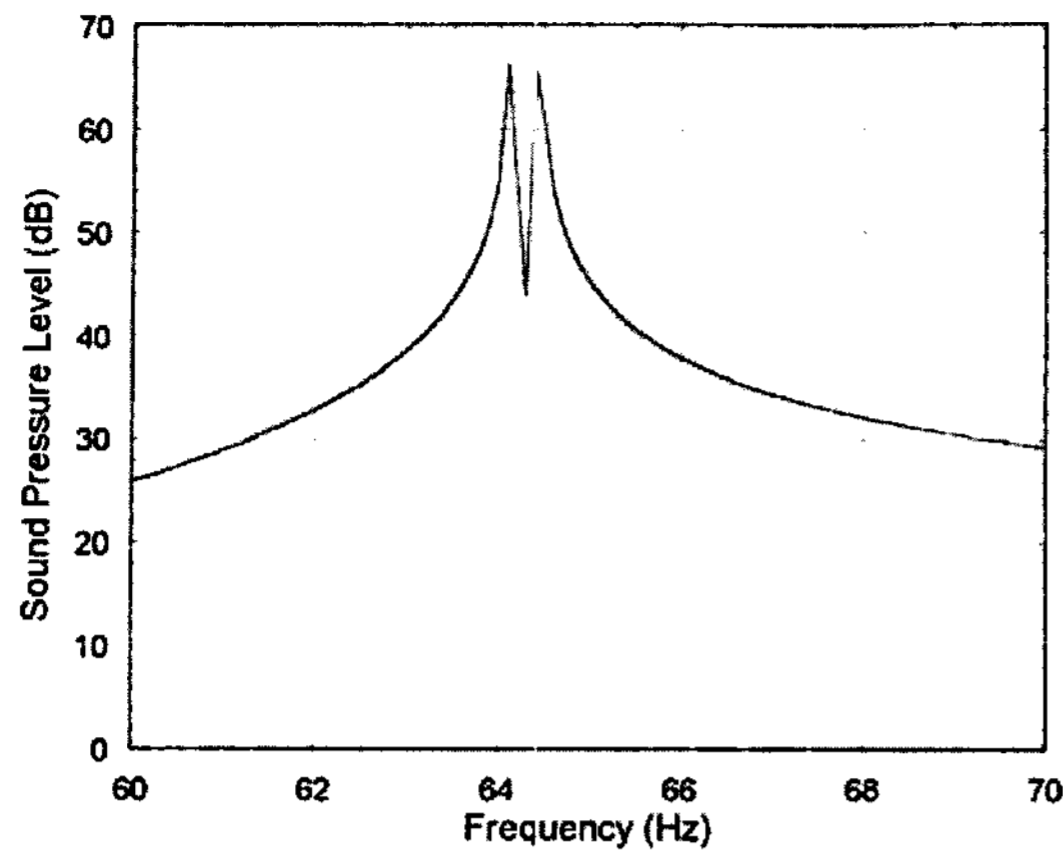
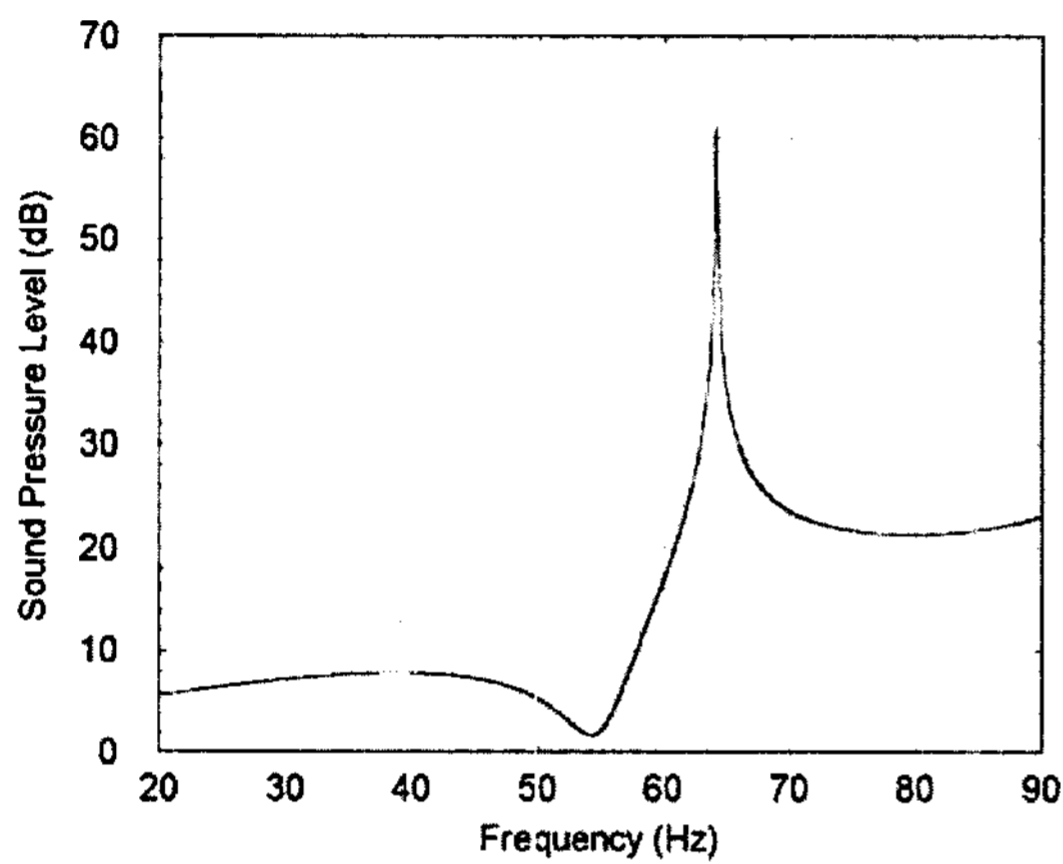


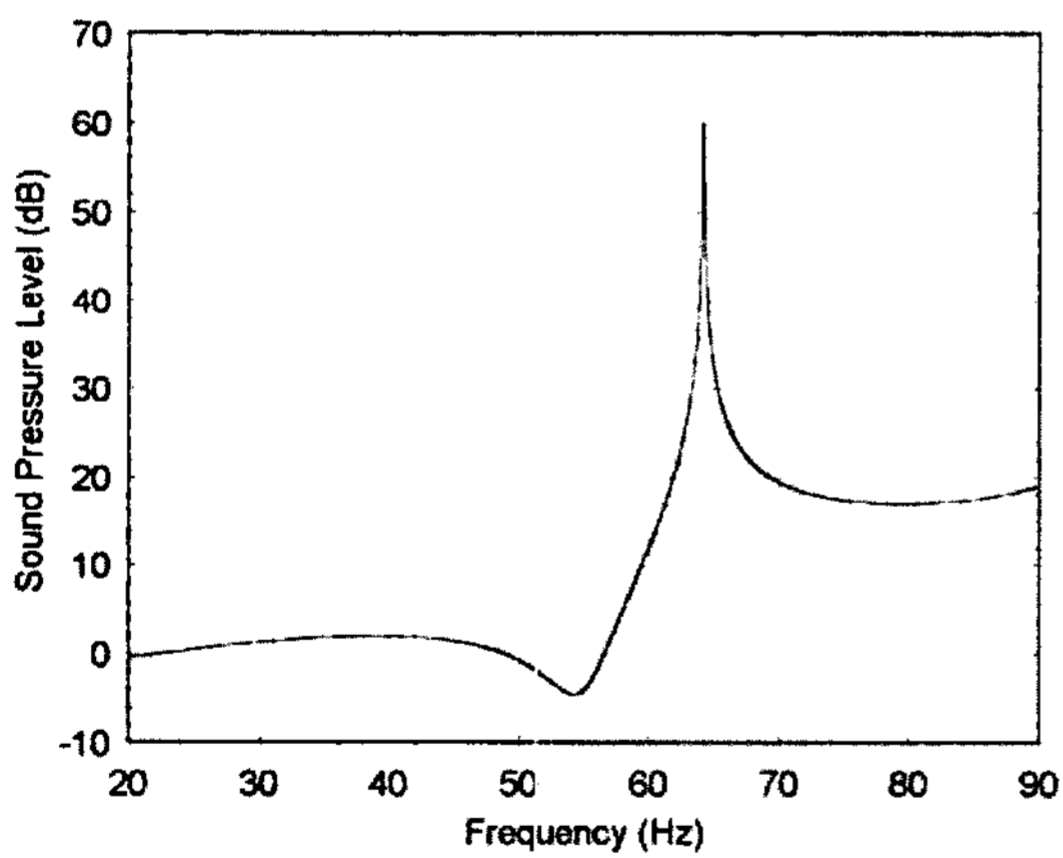
그림 10. 방향 ③ 타격시 $n = 3$ 모드의 맥놀이 응답, (a) 방향 ①, (b) 방향 ②, (c) 방향 ③
 Fig. 10. Beat responses of $n = 3$ mode under the impact at node ③, (a) Response from ①, (b) Response from ②, (c) Response from ③.



(a)



(b)



(c)

그림 11. 타격 및 위치 별 응답 (a) 방향 ③ 타격시 방향 ③ 응답, (b) 방향 ① 타격시 방향 ③ 응답, (c) 방향 ③ 타격시 방향 ① 응답.

Fig. 11. Sound pressure level of impact and response points, (a) Response from direction ③ under the impact at node ③, (b) Response from direction ③ under the impact at node ①, (c) Response from direction ① under the impact at node ③.

고유진동수만의 피크를 보인다. 이는 전술한 그림 3 (c)와 그림 5 (a)의 파형 간섭 조건과 일치한다. 이상의 결과로부터 이론 해석에 의한 맥놀이 파형의 간섭 조건과 SYSNOISE를 이용한 경계요소법의 주파수응답 결과는

Table 2. 경계요소해석을 위한 링의 제원
Table 2. Specification of the ring for BEM.

반지름 (m)	1.1	
밀도 (kg/m ³)	균일 밀도	7800
	불균일 밀도	40000
탄성계수 (Pa)	3.3×10 ⁹	
링의 두께 (m)	0.1	

동일함을 알 수 있다. 이와 같은 맥놀이 조건은 $n = 3$ 모드에서도 이론과 경계요소 해석 결과가 매우 잘 일치하는 것으로 확인되었다.

5. 맥놀이 지도

이상의 해석으로부터 링 모드로부터 방사되는 맥놀이 파형은 원주상의 파형과 동일한 형태를 유지하면서 거리에 따라 감쇠하는 것으로 확인되었다. 또한 맥놀이의 선명도는 모드 쌍의 배치와 타격 위치와의 관계, 그리고 응답점의 위치에 의하여 결정되는 것도 확인되었다. 맥놀이가 원주상을 따라 어떻게 변하는지는 맥놀이 지도 (Sound beat map)를 이용하면 쉽게 파악된다. 전술한 바와 같이, 링모드 진동의 맥놀이와 방사 음장의 맥놀이 파형이 동일하므로, 진동의 맥놀이 지도와 음장의 맥놀이 지도는 동일하다. 그림 12 (a)는 $n = 2$ 모드의 맥놀이 분포를 파악하기 위하여, 방향 2를 타격할 때, 원주상 24개 방향에서 음파를 그린 맥놀이 지도이다. 흥미로운 점은, 2번 방향으로의 타격은 L 모드를 더 크게 가진하나, H 모드 주파수를 더 크게 방사하는 위치 (3, 5, 9, 11, 15, 17, 21, 23)에서 선명한 맥놀이가 주기적으로 분포하는 것을 볼 수 있다. 그 원인은, 이론 식 (3)에 근거하여 2번 방향으로의 타격이 L 모드를 조금 더 발생시키나, 3번 방향으로서는 H 모드의 진동수가 역으로 더 많이 방사되므로, 결과적으로 모드 쌍은 대등하게 간섭하게 된다. 그림 12 (b)는 방향 2 타격시, $n = 3$ 모드의 맥놀이 지도이다. $n = 3$ 모드의 경우 L, H 모드의 절점이 30° 간격으로 존재한다. 따라서 30°의 주기로 L, H 모드가 대등하게 응답하는 지점에서 선명하게 맥놀이가 발생한다.

6. 결론

무한 원통셀의 음향방사 이론에 근거하여, 맥놀이 진

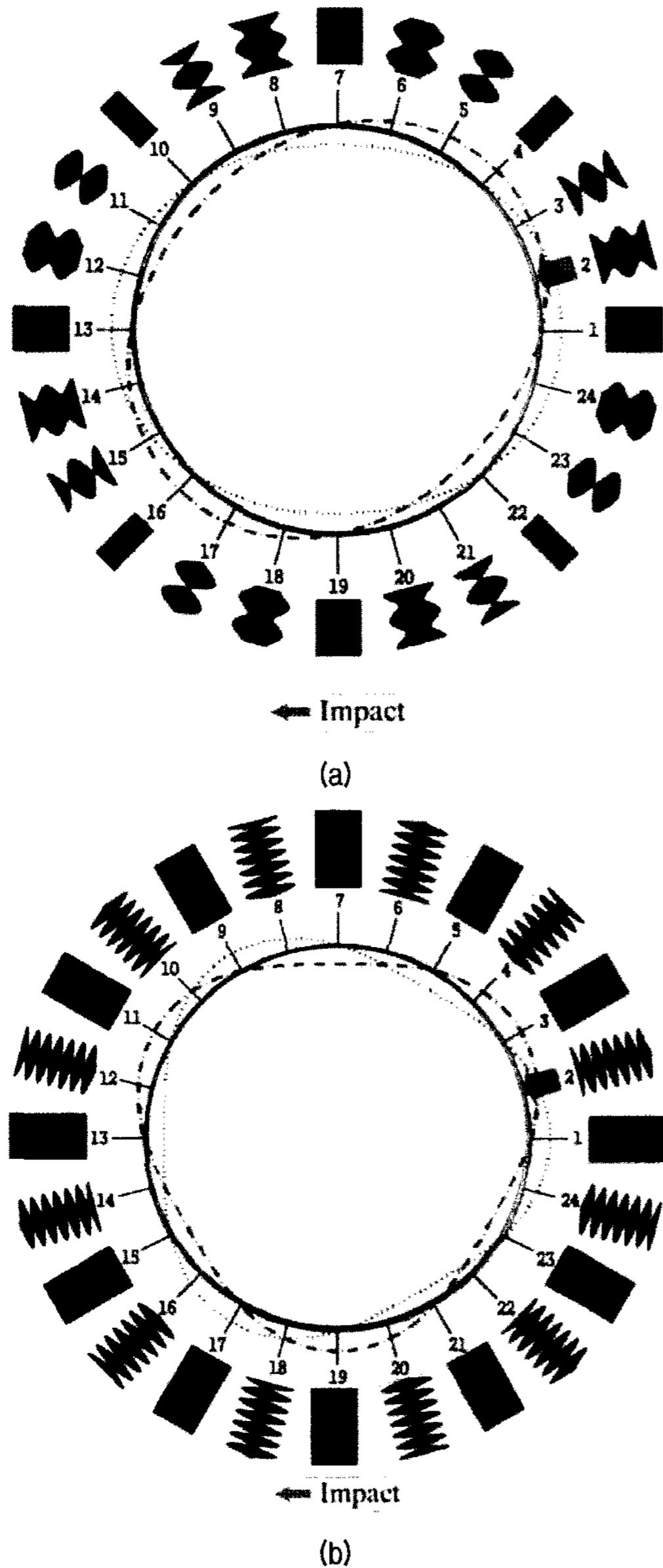


그림 12. 방향 2 타격시 음향 맥놀이 지도, (a) $n = 2$ 모드, (b) $n = 3$ 모드
 Fig. 12. Sound beat maps under the impact at node 2, (a) $n = 2$ mode, (b) $n = 3$ mode.

등을 보이는 원통셀을 대상으로 음향의 맥놀이 특성을 이론적으로 규명하고 SYSNOISE를 이용한 경계요소해석으로 그 신뢰도를 검증하였다. 방향에 따른 음향의 맥놀이 파형은 원주상 진동의 맥놀이 파형과 동일하게 발생하였으며, 원주상으로부터의 거리에 따라 그 크기는 감소하였다. 맥놀이의 원인이 되는 모드 쌍의 간섭효과는 이론 해석 결과와 경계요소 해석 결과가 서로 잘 일치하였다. 선명한 맥놀이가 발생하기 위해서는 타격 지점이 모드쌍을 대등하게 발생시키는 위치에 와야 한다. 이 경우 모드쌍의 주파수쌍이 대등하게 방사되는 방향으로 선명한 맥놀이가 발생하였고, 하나의 모드 주파수

만을 발생시키는 방향에서는 음향 맥놀이가 발생하지 않았다. 이러한 특성은 원주상에서 주기적으로 분포하며, 맥놀이 지도를 이용함으로써 쉽게 파악할 수 있었다. 음향 맥놀이 지도는 진동의 맥놀이 지도와 동일한 형태로 나타났다.

참고 문헌

1. 염영하, *한국의 종*, (한국정신문화연구원, 1984.)
2. Rayleigh, John William Strutt, *Theory of Sound*, (Dover Publications, New York, 1945). 1, 389.
3. 홍진선, 김석현, 이장무, "집중질량을 갖는 원환의 자유진동 해석", *대한기계학회지*, 11(1), 170-176, 1987.
4. J.S. Hong and J. M. Lee, "Vibration of Circular Rings with Local Deviation.", *Journal of Applied Mechanics*, 61(2), 317-322, 1994.
5. 이장무, 전성하, 김석현, 염영하, "한국종의 진동특성에 관한 연구(I)", *대한기계학회지*, 13(3), 397-403, 1989.
6. S.H. Kim, W. Soedel and J.M. Lee, "Analysis of the Beating Response of Bell Type Structures", *Journal of Sound and Vibration*, 173(4), 517-536, 1994.
7. Y.H. Kim, Y.K. Park and Y.K. Kim, "3-Dimensional vibration measurement and analysis of King Song-Dok bell", *Journal of the Acoustical Society of Korea*, 16(6), 41-47, 1997.
8. Y.H. Kim and S.M. Kim, "An analysis of the sound radiation characteristics of the King Song-Dok bell using cylindrical acoustic holography", *Journal of the Acoustical Society of Korea*, 16(4), 94-100, 1997.
9. S.H. Kim, C.W. Lee and J.M. Lee, "Beat characteristics and beat maps of the King Seong-deok Divine Bell", *Journal of Sound and Vibration*, 281, 21-44, 2005.
10. T. D. Rossing, "Vibration of Bells", *Applied Acoustics*, 20, 41-70, 1987.
11. C.H.J. Fox, "A simple theory for the analysis and correction of frequency splitting in slightly imperfect rings", *Journal of Sound and Vibration*, 142(2), 227-243, 1990.
12. A.K. Rourke, S. McWilliam, C.H.J. Fox, "Multi-mode trimming of imperfect rings", *Journal of Sound and Vibration*, 248(4), 695-724, 2001.
13. J.M. Lee, S.H. Kim, S.J. Lee, J.D. Jeong and H.G. Choi, "A study on the vibration characteristics of a large size Korean bell", *Journal of Sound and Vibration*, 257, 779-790, 2002.
14. H.G. Park, S.H. Kim and Y.J. Kang, "Analytical method of beat tuning in a slightly asymmetric ring", *Journal of Mechanical Science and Technology*, 21(8), 1226-1234, 2007.
15. H.G. Park, J.M. Lee, Y.J. Kang and S.H. Kim, "A study on the mode pair of a slightly asymmetric circular ring with multiple deviations", *Journal of Sound and Vibration*, 310(1), 366-380, 2008.
16. Earl G. Williams, *Fourier Acoustics* (ACADEMIC PRESS, London, 1999), Chap.4, 121-137.
17. 김석현, 박석균, 박기영, 서백수, "미소 비대칭 링의 맥놀이 지도", *한국소음진동공학회논문집*, 12(9), 685-693, 2002.
18. LMS international N.V, *SYSNOISE Rev 5.5* (LMS International, Leuven, 2000), Chap.4, 45-56.

Appendix 1. 음장 방사식을 구하는 과정

본문에서 속도조건 (3) 을 식 (2)에 대입하면 다음과 같은 식 (A.1)이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \dot{w}_0 f(\theta) e^{-iq\theta} d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} (\sin n\theta^* \sin n\theta \cos 2\pi f_{nh} t) e^{-iq\theta} d\theta \\ &+ \int_0^{2\pi} (\cos n\theta^* \cos n\theta \cos 2\pi f_{nh} t) e^{-iq\theta} d\theta \end{aligned} \quad (A.1)$$

오일러 정리 $e^{-iq\theta} = \cos q\theta - i \sin q\theta$ 를 사용하여 (A.1)식을 정리하면,

$$\begin{aligned} & \sin n\theta^* \cos 2\pi f_{nh} t \int_0^{2\pi} (\sin n\theta \cos q\theta - i \sin n\theta \sin q\theta) d\theta \\ &+ \cos n\theta^* \cos 2\pi f_{nh} t \int_0^{2\pi} (\cos n\theta \cos q\theta - i \cos n\theta \sin q\theta) d\theta \end{aligned} \quad (A.2)$$

θ 에 관한 함수가 아닌 함수들은 상수로 가정하고, 삼각함수 곱의정리를 이용하면 (A.2) 식의 앞 부분의 적분식은 식 (A.3)로 얻어진다.

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} (\sin n\theta \cos q\theta - i \sin n\theta \sin q\theta) d\theta \\ &= \left[\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \sin(n+q)\theta + \sin(n-q)\theta d\theta \\ & + \frac{i}{2} \int_0^{2\pi} \cos(n+q)\theta - \cos(n-q)\theta d\theta \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (A.3)$$

삼각 함수의 특징과 상수를 고려한 식 (A.3)을 적분하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} (\sin n\theta \cos q\theta - i \sin n\theta \sin q\theta) d\theta \\ &= -\pi i \sin n\theta^* \cos 2\pi f_{nh} t \quad (q = -n) \\ &\pi i \sin n\theta^* \cos 2\pi f_{nh} t \quad (q = n) \end{aligned} \quad (A.4)$$

동일한 방법으로 (A.2)식의 나머지 부분을 계산하면 (A.5)식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} (\cos n\theta \cos q\theta - i \cos n\theta \sin q\theta) d\theta \\ &= \pi \cos n\theta^* \cos 2\pi f_{nh} t \quad (q = \pm n) \end{aligned} \quad (A.5)$$

(A.4), (A.5) 식을 (A.2)식에 대입하면 최종식 (4)를 구할 수 있다.

저자 약력

•안 성 중 (Sung Jong Ahn)



2006년: 서울대학교 기계항공공학부 학사
2006년~현재: 서울대학교 기계항공공학부 석사과정
※주관심분야: 구조음향 및 진동 분야

•강 연 준 (Yeon June Kang)



1988년: 서울대학교 기계설계학과 학사
1990년: 서울대학교 기계설계학과 석사
1994년: 미국 Purdue University 기계공학과 박사
1998년: 미국 Purdue University, Herrick 연구소 연구원
1997년~현재: 서울대학교 기계항공공학부 부교수

•김 석 현 (Seock Hyun Kim)



1980년: 서울대학교 기계설계학과 학사
1982년: 서울대학교 기계설계학과 석사
1987년: 서울대학교 기계설계학과 박사
1988년~현재: 강원대학교 기계메카트로닉스공학부 교수

•박 성 용 (Sung Yong Park)



2003년: 명지대학교 기계공학과 학사
2005년: 서울대학교 기계항공공학부 석사
2005년~현재: 서울대학교 기계항공공학부 박사과정