

# 비퍼지화를 이용한 퍼지 수학적 형태학의 2차원 영상의 골격화

박인규\*, 이완범\*\*

## 요약

퍼지집합이론과 수학적 형태학간의 유사도를 기반으로 Grabish는 수게노(Sugeno)퍼지적분을 이용한 퍼지 수학적 형태학을 제안하였다. 본 논문에서는 퍼지적분에 해당하는 퍼지측도의 비퍼지화를 통한 퍼지 수학적 형태학을 제안하였다. 각각의 부분집합에 대한 각각의 퍼지측도의 포함정도를 측정하는 퍼지 집합에 대하여 비퍼지화 과정을 적용한다. 또한 모든 부분집합에 대하여  $\lambda$ -퍼지 측도를 정의하여 이에 대한 마스크내의 영상에 대한 비퍼지화를 수행하여 퍼지적분의 결과로 대치하였다. 결국 퍼지 측도를 기반으로 하여 용기와 침식에 대한 퍼지 형태학적 연산자를 정의한다. 이러한 연산자들을 이용하여 2차원의 물체에 대한 골격화에 적용하여 보았다. 임펄스 잡음을 가지는 나선형 영상과 퍼즐영상에 대하여 위의 방법을 적용한 결과 기존의 방법보다 대부분의 경우에 우수함을 확인할 수 있었다.

## The Skeletonization of 2-Dimensional Image for Fuzzy Mathematical Morphology using Defuzzification

In-Kue Park\*, Wan-Bum Lee\*\*

## Abstract

Based on similarities between fuzzy set theory and mathematical morphology, Grabish proposed a fuzzy morphology based on the Sugeno fuzzy integral. This paper proposes a fuzzy mathematical morphology based on the defuzzification of the fuzzy measure which corresponds to fuzzy integral. Its process makes a fuzzy set used as a measure of the inclusion of each fuzzy measure for subsets. To calculate such an integral a  $\lambda$ -fuzzy measure is defined which gives every subsets associated with the universe of discourse, a definite non-negative weight. Fast implementable definitions for erosion and dilation based on the fuzzy measure was given. An application for robust skeletonization of two-dimensional objects was presented. Simulation examples showed that the object reconstruction from their skeletal subsets that can be achieved by using the proposed was better than by using the binary mathematical morphology in most cases.

Keywords : Mathematical Morphology, Fuzzy Integral, Fuzzy Measure, Defuzzification

## 1. 서론

수학적 형태학은 영상의 여러 가지 연산을 구조적으로 다루는 기법으로 영상의 형태학적인 표현을 이용하여 영상의 기하학적인 특징을 기술할 뿐만 아니라 이진 영상의 압축에 응용되고 있다. 그리고 형태학적인 골격(skeleton)과 형

상분해(shape decomposition)은 형태학적으로 영상의 모양을 나타내는데 아주 유용한 방법이 되어왔다. 따라서 다양한 연구와 특성이 이러한 분야에서 제시되었다. 하지만, 임펄스 잡음에서는 강인성이 약하다는 것이 위의 두 가지의 방법의 가장 큰 단점이라고 할 수 있다. 이러한 단점은 모든 형태학적인 연산의 일반적인 특징으로 간주되고 있다. 따라서 임펄스 잡음에 대한 형태학적인 연산의 민감도를 줄이기 위한 다양한 연구가 이루어지고 있다.

몇몇 연구에서는 이러한 문제를 해결 할 수 있는 방향으로 소프트 형태학적 연산(soft morphological operations)이 제안 되었으며, 뿐만 아니라 퍼지 형태학적 연산(fuzzy morphological o

※ 제일저자(First Author) : 박인규  
접수일자:2007년11월15일, 심사완료:2007년11월28일  
\* 중부대학교  
[ikpark@joongbu.ac.kr](mailto:ikpark@joongbu.ac.kr)  
\*\* 원광대학교

perations)에 대한 연구가 진행 되어 왔다. 그러나 기존의 이진 형태학에서처럼 골격화는 외곽선에 민감하게 의존하기 때문에 위의 두 방법 모두 이진영상에서는 효율성이 떨어지는 문제점을 가지고 있다.

따라서 본 논문에서는 이러한 문제점을 극복할 수 있는 퍼지측도를 기반으로 하는 퍼지적분의 항목에 대한 비퍼지화를 이용한 퍼지 수학적 형태학(fuzzy mathematical defuzzification morphology)을 이용하는 새로운 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 수게노(sugeno)의  $\lambda$ -퍼지측도를 사용하였다. 이진과 그레이형태학은 제안된 방법의 특별한 경우로 고려될 수 있다. 따라서 제안된 방법을 이용하여 2차원의 물체의 골격화 문제에 적용하여 그 효율성을 모의실험을 통하여 검증하고자 한다.

## 2. 퍼지 수학적 형태학

### 2.1 수학적 형태학의 연산

수학적 형태학에서는 집합으로 표현된 영상 상호간에 연산을 취함으로써 형태변환(shape transformation)을 실현할 수 있다. 주요한 형태학 연산에는 침식(erosion)과 용기(dilation), 개방(opening)과 폐쇄(closing)등과 같은 집합 연산이 있다. 형태학의 기본 연산의 정의는 다음과 같다.

$$\text{용기: } A \oplus B = \bigcup_{b \in B} A_b = \{x | x = a + b \text{ where } a \in A \text{ and } b \in B\} \quad (1)$$

$$\text{침식: } A \ominus B = \bigcap_{b \in B} A_b = \{x | -B + x \subset A\} \quad (2)$$

$$\text{개방: } A \circ B = (A \ominus B) \oplus B \quad (3)$$

$$\text{폐쇄: } A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B \quad (4)$$

식 (1)~(4)에서, A는 처리대상이 되는 영상이고 B는 구조적 요소를 나타낸다. 본 논문에서는 원점에 대해 대칭(symmetric)인 구조적 요소만을 사용하였다. 기하학적으로 볼 때 용기는 영상의 확장(expanding) 효과를 가지고 있고, 침식은 영상의 축소(shrinking) 효과를 가지고 있다. 또한 개방 연산은 날카롭게 뾰족 나온 부분을 무마(smoothing) 시켜 주고, 고립된 점이나 작게

분리된 점들을 제거시켜 준다. 그리고 폐쇄 연산은 좁게 들어간 부분을 무마 시키며, 영상사이의 좁은 간격과 영상 내부의 작은 구멍(hole)들을 채워주는 효과를 가지고 있다.

### 2.2 퍼지 집합의 유사도

퍼지 집합 이론은 기존의 집합 이론의 확장으로 기존의 집합 이론에 의해 나타낼 수 없는 것들을 표현할 수 있다. 퍼지 집합은 식(5)와 같이 객체들의 모임과 그 객체들에 대한 소속 함수(membership function)들의 순서쌍들의 집합으로 정의된다. 소속 함수는 0에서 1사이의 값을 가진다.

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}, \mu_A : U \rightarrow [0, 1] \quad (5)$$

두 퍼지집합 A, B의 소속 함수의 값이 각각  $\mu_A$ 와  $\mu_B$ 라고 할 경우에 이들의 합집합과 교집합은 다음의 식 (6)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \mu_{A \cup B}(x) &= \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \end{aligned} \quad (6)$$

크리스프(crisp) 벡터 v에 의한 퍼지집합 A의 이동은 퍼지집합  $T(A;v)$ 로 나타나며 다음의 식 (7)과 같은 소속 함수를 가진다.

$$\mu_{T(A;v)}(x) = \mu_A(x - v) \quad (7)$$

식(8)은 퍼지영상 A의 원점에 대한 대칭변환을 정의한다.

$$-A = \{(x, \mu_{-A}(x)), x \in E \wedge N\} \quad (8)$$

$$\mu_{-A}(x) = \mu_A(-x)$$

퍼지논리에 의한 확장의 원리(extension principle)는 기존의 수학적인 함수관계의 개념을 확장 적용하여 퍼지집합의 유사도(similarity)를 계산할 수 있다.

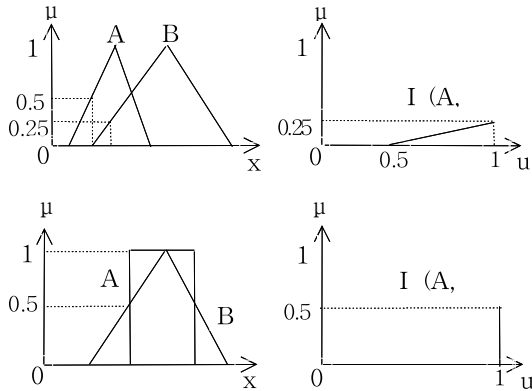
$X_1, X_2, \dots, X_n$ 를 n개의 퍼지집합이고 크리스프집합 함수를  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 라고 하자. 이 경우에 확장의 원리는 함수 f를 통해

$X_1, X_2, \dots, X_n$  의  $n$ 개의 퍼지집합을 퍼지집합  $Y = \{y, \mu_Y(y)\}$  로 다음의 식(9)에 의해 사상할 수 있다.

$$\mu_Y(y) = \begin{cases} 0, & \text{if } f^{-1}(y) = \emptyset \\ \sup_{\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in f^{-1}(y)} \min\{\mu_{X_1}(x_1), \mu_{X_2}(x_2), \dots, \mu_{X_n}(x_n)\} & \text{if } f^{-1}(y) \neq \emptyset \end{cases} \quad (9)$$

이와 같은 확장 원리를 이용하여 퍼지집합 A에 퍼지집합 B의 포함정도(degree of inclusion)를 다음의 식(10)에 의해 측정할 수 있다.

$$\mu_{I(A,B)}(u) = \min_{x: \mu_A(x)=u} \mu_B(x) \quad \forall u \in [0,1] \quad (10)$$



(그림 1) 집합간의 퍼지 포함관계

여러 집합간의 퍼지 포함관계가 (그림 1)에 나타나 있다. 포함연산의 정의역은 구성요소 A 라고 가정할 경우에  $x: \mu_A(x) = u$  에 의한 소속 함수에서 정의되는 A의 부분집합은 영상 B에 대한 부분집합  $\mu_B(x)$ 를 발생시킨다.

이 경우에 영상의 기준집합 B의 소속 함수  $\mu_B(x)$ 들에 대하여 min연산자를 적용하여 포함 정도를 나타낸다. 결국 집합 A의 소속 함수들에 대하여 연속적으로 발생된 부분집합  $\mu_B(x)$ 에 대하여 min연산자를 적용하여 구성된 집합이 퍼지집합을 구성하여 포함 정도를 나타내는  $I(A,B)$ 를 정의한다. (그림 1)의 b)에는 크리스프 집합의 퍼지집합에 대한 퍼지포함관계가  $u=1$ 에

대한 크리스프 집합의 형태로 B의 최소값으로 나타나 있다.

### 2.3 $\lambda$ -퍼지측도와 퍼지적분

$\lambda$ -퍼지측도(fuzzy measure)는 그 정의하기에 따라 여러 종류가 있으나 일반적으로  $\lambda$ -퍼지적분을 하기 위해서는  $n$ 개의 평가항목에 대하여 중요도를 추출하게 되며, 이 경우 평가항목간의 중복도(correlation)를 나타내는 파라미터  $\lambda$ 는 외생적으로 주어진다.  $\lambda$ -퍼지측도  $g_\lambda$ 는 퍼지측도에 매개변수  $\lambda$ 를 도입한 형태를 의미하며 다음 식(11)과 같은 성질을 가진다. 또한,  $\lambda$ -퍼지측도  $g_\lambda$ 는 단조성을 갖는다.

$$g_\lambda(0) = 0, g_\lambda(X) = 1 \quad (11)$$

$$g_\lambda(A) \leq g_\lambda(B), \text{ if } A \leq B$$

$$g_\lambda(A \cup B) = g_\lambda(A) + g_\lambda(B) + \lambda g_\lambda(A) g_\lambda(B)$$

단,  $A, B \in X, A \cap B = \emptyset, -1 < \lambda < \infty$

식(11)의  $\lambda$ 가 (+)값일 경우는 믿음측도로 작용하여 상승작용을 가지며 (-)의 값일 경우는 근사측도로 작용하여 상쇄의 작용을 가지고 있음을 의미하며  $\lambda$ 가 0일 경우는  $\lambda$ -퍼지측도  $g_\lambda$ 는 확률측도가 되어 가법성(additivity)을 만족시키게 된다. 그리고  $\lambda$ 의 값은 그 값에 따라 식 (12)와 같은 성질을 가지게 된다.

$$g_\lambda(A \cup B) = g_\lambda(A) - g_\lambda(B), \quad \lambda = 0 \quad (12)$$

$$g_\lambda(A \cup B) > g_\lambda(A) - g_\lambda(B), \quad \lambda > 0$$

$$g_\lambda(A \cup B) < g_\lambda(A) - g_\lambda(B), \quad \lambda < 0$$

즉,  $\lambda > 0$  인 경우, 서로 소인 A, B가 합집합  $A \cup B$ 가 될 때 상승작용이 발생하며,  $\lambda < 0$ 의 경우에는 상쇄적인 작용이 발생한다. 또한,  $\lambda = 0$ 의 경우에는 평가요소 A, B가 완전히 독립적인 경우를 나타내며, 특히, 극단적인 경우로써  $\lambda = -1$ 인 경우, 평가 요소간에 중복이 극심하여 독립적으로 다룰 수 없는 상태도 있을 수 있는데, 이는 곧 평가요소 A와 B중 어느 하나가 다른 하나에 완전히 포함되어 포함된 평가요소는 평가 과정에서 제외해도 상관없는 경우를 의미한다.  $\lambda$

-퍼지척도  $g_\lambda$ 는 서로 소인 부분 집합열  $\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_n\}$ 에 대하여 식(13)과 같은 일반식을 유도 할 수 있다.

$$g_\lambda\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \frac{1}{\lambda} \left[ \prod_{i=1}^n (1 + \lambda g_\lambda(A_i)) - 1 \right] = 1 \quad (13)$$

단,  $A_i \cap B_j = \emptyset, i \neq j$

식(13)은 독립적인 집합에 할당된 두 개의 중요도에 대한  $\lambda$  퍼지 합으로 위 식에서 사용한  $\Pi$ 는  $i=1$ 에서  $n$ 까지  $(1 + \lambda g_\lambda(A_i))$ 의 승산을 의미 한다. 또한 위 식은 대칭적이고 배분적(distributive)이다. 따라서  $A \subseteq X$ 인 모든 부분 집합에 대하여 중요도를 산출할 수 있다.

퍼지적분에 있어서는 주관적이든 객관적이든 독립성과 가법성을 가정할 필요가 없다. 따라서 퍼지적분을 사용하면 여러 가지 평가요소를 갖는 퍼지평가 대상의 주관적인 평가를 퍼지척도를 사용하여 수행할 수 있다.

퍼지적분의 기본적인 성질은 퍼지척도의 성질을 반영한 단조성에 있다. 영상  $h$ 를  $X$ 에서  $[0,1]$ 로의 함수,  $g_\lambda$ 를  $X$ 의  $\lambda$ -퍼지척도라 할 때, 함수  $h$ 를  $h(x_1) \geq h(x_2) \geq h(x_3) \dots \geq h(x_n)$ 와 같이 크기순으로 나열하면 퍼지적분은 아래 식(14)와 같이 표현될 수 있다.

$$\int_A h(x) \circ g_\lambda(\cdot) = \max_{i=1, \dots, n} \min [h(x_i), g_\lambda(A_i)] \quad (14)$$

식(14)는 영상의 해당 퍼지집합과 퍼지 구성요소(structure element)의  $\lambda$ -퍼지척도로 구성된 퍼지집합에 대한 두 교집합의 높이(height)로 볼 수 있다.

### 2.4 제안된 퍼지 수학적 형태학

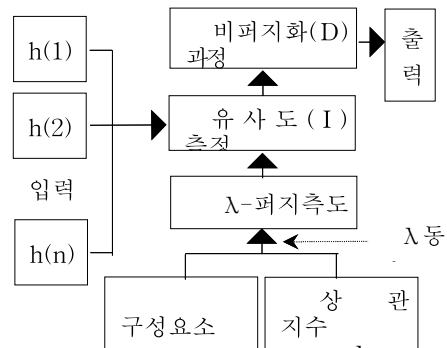
본 논문에서는 퍼지 구성요소(structure element)에 대해 앞서 정의된  $\lambda$ -퍼지척도를 이용하여 가중치로 구성된 퍼지집합을 구축하고 구성요소에 해당하는 영상으로 구성된 퍼지집합을 구축한다. 다음으로 이 두 개의 퍼지집합에 대하여 확장의 원리를 이용하여 두 집합간의 유사도를 계산한다.

마지막으로 유사도에 대하여 비퍼지화 과정을 통하여 형태학의 네 가지의 연산자, 용기와 침식, 개방과 폐쇄를 정의한다. 결국 비퍼지화 값은 다음의 식(15)에서와 같이 퍼지 구성요소의 모든 화소에 대하여  $\lambda$ -퍼지척도를 적용하면 영상에 대한 용기(dilation)와 같은 작용을 한다.

$$F_D(h_i, g_\lambda(\cdot)) = D\{I(T(g_\lambda(A_i); x), h_i)\}, \\ A_i = \{x_j | h_j \geq h_i\} \quad (15)$$

여기서  $D$ 는 퍼지집합간의 포함정도에 의해 계산된 퍼지집합에 대한 비퍼지화(defuzzification) 과정을 나타내며 무게 중심법(center of area)을 이용한다. 한편 이와 쌍대(dual)의 관계를 가지는 침식(erosion)은 다음의 식 (16)과 같이 용기에 대한  $\lambda$ -퍼지척도의 쌍대적인  $\lambda$ -퍼지척도를 이용하여 영상에 대한 축소작용을 한다.

$$F_E(h_i, g_\lambda^*(\cdot)) = D\{I(T(1 - g_\lambda^*(A_i^*); x), h_i)\}, \\ A_i^* = \{x_j | h_j \leq h_i\} \quad (16)$$



(그림 2) 제안된 방법의 동정구성도

(그림 2)는 제안된 방법의 전체적인 동정절차를 나타낸다.

제안된 퍼지형태학 연산자를 이용한 퍼지적분의 계산은 퍼지 구성요소에 대응하는 영상의 화소가 정렬이 된 상태에서 진행된다. 이에 따른 알고리즘은 다음과 같다.

단계 1. 영상의 화소를  $h_1 \leq h_2 \leq \dots, \leq h_n$

과 같이 정렬한다.

단계 2.  $g(A_i) = g_1$  과  $F_1 = I(T(g_\lambda(A_i); x), h_i)$  의 퍼지 포함정도를 계산한다.

단계 3.  $i \leq n$  일 때 까지 다음을 반복 계산한다.

$$g_\lambda(A_i) = g_\lambda(A_{i-1}) + g_\lambda(A_i) + \lambda g_\lambda(A_{i-1})g_\lambda(A_i)$$

$$F_i = D[F_{i-1}, I(T(g_\lambda(A_i); x), h_i)]$$

### 3. 모의실험 및 고찰

형태학적인 골격화는 영상의 모양을 나타내는데 유용한 방법이다. 각각의 방법은 영상의 물체를 여러 개의 성분으로 나타낸다. 이러한 성분들을 대수적으로 조합함으로써 물체를 복원한다. 형태학적인 골격화를 이용하여 전체적인 영상은 식 (18)과 같이 주어진다.

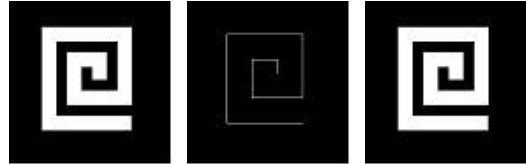
$$X = \bigcup_{k=0}^N S(k) \oplus kB \quad (18)$$

단,  $S(k)$ 는 골격의 부분집합으로서 다음 식 (19)와 같다.

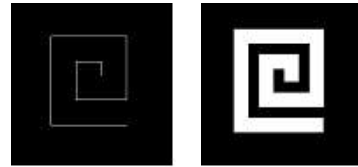
$$S(k) = (X \ominus kB) - (X \ominus (k+1)B) \quad (19)$$

여기서  $\ominus$  와  $\oplus$  는 형태학적 침식과 융기이다.  $XB$  는  $B$ 에 의한  $X$ 의 형태학적인 개방이고,  $(X \ominus kB) - (X \ominus (k+1)B)$  는 집합간의 차이이다. 또한  $kB$ 는  $B$ 의  $k$ 번째 동질형(homothetic)이고  $N$ 은  $X \ominus NB \neq 0$ 에 의하여 결정된다. 여기서  $B$ 는 원점에 대하여 대칭이라고 가정하면 침식은 민코우스키(minkowski)에 의한 집합간의 차이이고, 융기는 민코우스키에 의한 집합간의 합에 해당한다. 제안된 방법(FMDM)에 의한 골격화는 기존방법(BMM)의 침식, 융기와 개방연산을 퍼지측도의 비퍼지화에 의한 침식과 융기와 개방연산으로 대체하여 적용되었다.  $X$ 는 이진영상이기 때문에 비교적 단순한 형태학적인 침식연산이 유도될 수 있고 융기와 개방 그리고 폐쇄연산이 정의될 수 있다. 퍼지 형태소는  $5 * 5$ 의 화소로 구성

되며 원점에서의  $\mu$  값이 1이고 나머지는 피라미드형태의 퍼지값을 가지고 있다. 본 논문의 모의 실험에 사용된 영상은 직교의 나선형의 영상과 퍼즐의 두 가지 영상으로 각각 (그림 3)의 (a)와 (그림 6)의 (a)에 나타나 있다.

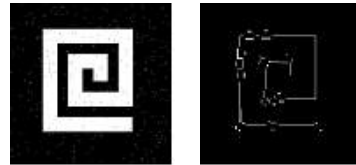


(a) 원 나선형 영상 (b) BMM의 골격화 (c) BMM의 복원

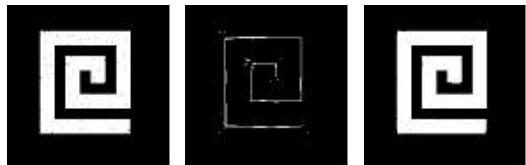


(d) FMDM의 골격화 (e) FMDM의 복원

(그림 3) 원 나선형 영상의 BMM과 FMDM의 골격화와 복원영상



(a) 1% 임펄스 잡음의 나선형 영상 (b) BMM의 골격화

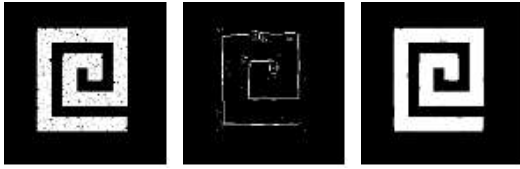


(c) BMM의 복원 (d) FMDM의 골격화 (e) FMDM의 복원

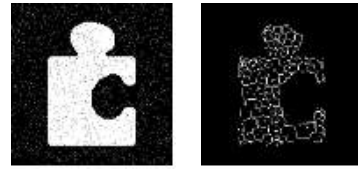
(그림 4) 1% 임펄스 잡음의 나선형 영상에 대한 BMM과 FMDM의 골격화와 복원영상



(a) 5% 임펄스 잡음의 나선형 영상 (b) BMM의 골격화



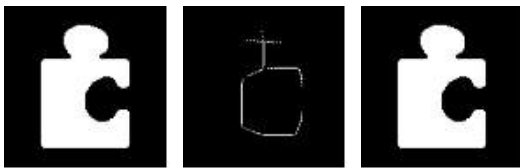
(c) BMM의 복원 (d) FMDM의 골격화 (e) FMDM의 복원  
(그림 5) 5% 임펄스 잡음의 나선형 영상에 대한 BMM과 FMDM의 골격화와 복원영상



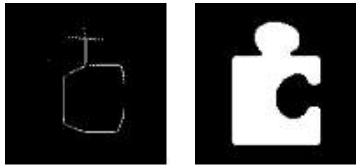
(a) 5% 임펄스 잡음의 나선형 영상 (b) BMM의 골격화



(c) BMM의 의한 복원 (d) FMDM의 골격화 (e) FMDM에 의한 복원  
(그림 8) 5% 임펄스 잡음의 나선형 영상에 대한 BMM과 FMDM의 골격화와 복원영상



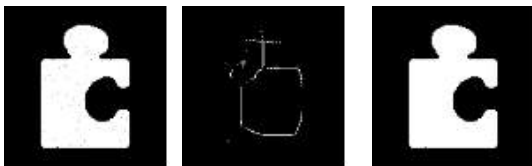
(a) 원 퍼즐 영상 (b) BMM 골격화 (c) BMM 의한 복원



(d) FMDM의 골격화 (e) FMDM 의한 복원  
(그림 6) 원 퍼즐 영상에 대한 BMM과 FMDM의 골격화와 복원영상



(a) 1% 임펄스 잡음의 퍼즐 영상 (b) BMM의 골격화



(c) BMM 의한 복원 (d) FMDM의 골격화 (e) FMDM에 의한 복원  
(그림 7) 1% 임펄스 잡음의 퍼즐 영상에 대한 BMM과 FMDM의 골격화와 복원영상

각각의 영상은 임펄스 잡음이 인가되어 있다. 잡음의 농도는 0.1%에서 5%이다. 물체에 대한 잡음의 위치가 골격의 부분집합과 골격에 강하게 작용하기 때문에 실험은 동일한 잡음에 대하여 수행하였다. 나선형의 영상과 퍼즐 영상의 골격화 영상에 대한 결과는 <표 1>과 <표 2>에 각각 나타나 있다.

<표 1> BMM과 제안된 FMDM을 이용한 나선형이미지의 원영상과 잡음영상의 골격화 결과

방법	임펄스 잡음 (%)	골격 부분 집합	물체의영역 (%)			오차율 (%)		
			잡음	골격	복원	긍정적	부정적	합계
기존 방법	0	6	100	8.83	100	0	0	0
	0.1	6	100.12	8.94	99.95	0.044	0	0.044
	0.2	6	100.21	9.19	99.85	0.145	0	0.145
	0.5	6	100.54	9.67	99.53	0.474	0	0.474
	1	6	101.13	10.15	99.25	0.754	0	0.754
	2	6	102.21	12.4	98.43	1.57	0	1.57
	5	6	105.5	16.64	95.66	4.354	0.01	4.364
제안된 방법	0	11	100	4.22	100	0	0	0
	0.1	11	100.11	4.74	99.92	0.074	0	0.074
	0.2	11	100.2	5.38	99.85	0.149	0	0.149
	0.5	11	100.52	6.5	99.67	0.328	0	0.328
	1	11	101.07	9.15	99.4	0.595	0	0.595
	2	11	102.12	12.07	98.68	1.313	0	1.313
	5	7	104.95	18.03	96.14	3.852	0	3.852

이 표에는 골격의 부분집합의 수와 잡음물체

의 영역이 원 물체에 대한 백분율로 나타나 있고, 골격의 부분집합에 대한 모든 영역에 대한 백분율과 골격화 영상의 부분집합으로 부터 복원된 물체의 영역이 원 물체에 대한 백분율로 나타나 있다. 에러율은 긍정적인 에러와 부정적인 에러로 구성되어 있다.

<표 2> BMM과 FMDM을 이용한 퍼즐이미지의 원영상과 잡음영상의 골격화 결과

방법	임펄스 잡음 (%)	골격 부분 집합	물체의영역 (%)			오차율 (%)		
			잡음	골격	복원	긍정적	부정적	합계
기존 방법	0	18	100	4.69	100	0	0	0
	0.1	17.9	100.07	5.27	99.93	0.073	0	0.073
	0.2	17.9	100.14	5.84	99.84	0.16	0.002	0.162
	0.5	14.9	100.35	7.37	99.62	0.388	0.004	0.039
	1	13.4	100.68	9.22	99.28	0.729	0.01	0.074
	2	11.8	101.36	12.27	98.55	1.469	0.014	1.484
	5	7.2	103.39	17.04	96.3	3.728	0.025	3.753
제안된 방법	0	33	100	3.24	99.99	0.005	0	0.005
	0.1	28	100.1	4.28	99.95	0.047	0	0.047
	0.2	24	100.15	5.3	99.84	0.151	0	0.151
	0.5	23	100.41	6.08	99.69	0.303	0.005	0.308
	1	17	100.82	9.15	99.38	0.606	0.005	0.611
	2	12	101.58	12.29	98.7	1.29	0.005	1.295
	5	7	103.65	17.25	96.52	3.462	0.016	3.477

긍정적인 에러는 원 영상에는 속하고 복원 영상에는 속하지 않는 화소의 수를 나타내고, 부정적인 에러의 경우 복원 영상에는 속하고 원 영상에는 속하지 않는 화소의 수를 나타낸다.

여러 번의 실험 결과 BMM에 의한 방법보다 FMDM을 이용한 방법이 적은 에러를 나타내었다. 또한 복원 영상의 영역도 FMDM의 경우가 보다 양호함을 확인 하였다. 일반적으로 골격의 부분집합에서 복원은 제안된 방법이 보다 우수하였다. 그리고 제안된 방법의 가장 중요한 특징은 물체의 모양과 골격부분집합의 위치가 잘 보존되어 있다. 이에 대한 분석으로 <표 1>과 <표 2>에 나타난 골격부분집합의 수를 보면 알 수 있다. 나선형의 영상의 경우와 같이 퍼즐영상에 대하여 동일한 방법으로 실험하였고 결과가 (그림 3)과 (그림 6)에 나타나 있다. 그리고 (그림 4)와 (그림 5)에 골격화의 과정이 나선형의 잡음영상에 대하여 적용되었고 이에 해당하는 BMM과 FMDM의 골격과 복원된 영상이 나타

나 있다. 퍼즐영상의 경우에 해당하는 결과는 (그림 7)과 (그림 8)에 나타나 있다

### 4. 결론

본 논문에서 제안된 방법은 수학적인 형태학을 위하여 [9]에서 제안한 수계노의 퍼지적분을 이용한 퍼지측도에 대하여 비퍼지화를 통한 형태학적인 용기와 침식연산을 정의 하였다. 또한 기존의 이진과 그레이 영상의 수학적인 형태학과 각각의 형태소를 통하여 비교되었다. 2차원의 나선형의 영상과 퍼즐영상에 대하여 영상의 골격화와 복원을 통하여 제안된 방법을 검증하였다. 각각의 영상이 가지는 골격부분집합으로 부터의 잡음영상의 복원을 수행한 결과 <표 1>과 <표 2>를 통하여 부분골격과 오차율에서 대부분의 경우에 기존의 방법 보다 제안된 방법이 우수함을 보였다.

제안된 방법을 이용하여 골격화를 수행하는 과정에서 부분적인 골격들이 가지는 모양과 위치와 중심축이 잘 유지되는 것을 확인 할 수 있었으며, 특히 임펄스 잡음이 인가된 영상의 형상 표현에 제안된 방법이 효율적으로 사용될 수 있고, 형태학을 이용한 얼굴인식에 제안된 형태학적 연산이 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

### 참 고 문 헌

- [1] J. Serra, Image Analysis and Mathematical Morphology, New York: Academic, 1982.
- [2] L. Koskinen and J. Astila, Statistical properties of soft morphological filters, in Proc. SPIE Symp. Nonlinear Image Processing, 1992.
- [3] H. J. A. M. Heijmans, Morphological Image Operators, New York : Academic, 1994.
- [4] R. M. Haralick, Image analysis using mathematical morphology, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., July, vol. 9, pp.532-550, 1987.
- [5] V. Chatzis, I. Pitas, A Generalized Fuzzy Mathematical Morphology and its Application in Robust 2-D and 3-D Object Representation, IEEE Trans. on Image Processing, vol. 9, no. 10, pp. 1798-1810, Oct. 2000.
- [6] Sugeno, M, Theory of fuzzy integral and its applications, Tokyo Institute of Technology, Ph.D. degree,

1974.

- [7] P. Maragos, R. W. Schfer, Morphological skeleton representation and coding of binary images, IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 34, pp.228-244, Oct. 1986 .
- [8] P. Maragos, R. W. Schfer, and M. Akmal, Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing. Norwell, MA: Kluwer, 1996.
- [9] Grabish M, Mathematical Morphology and Fuzzy Logic, Proc. IIZUKA'94, Iizuka, Japan, 1994.

### 박 인 규



1987년 : 연세대학교 대학원 (공학 석사)

1996년 : 원광대학교 대학원 (공학 박사-마이크로프로세서 응용)

1991년~1992년 : (주) 현대건설 주사부

1997년~현재 : 중부대학교 컴퓨터학과 교수

관심분야 : 인공지능(Artificial Intelligence), 영상처리(Image Processing), 전산기응용 등

### 이 완 범



1997년 : 원광대학교 전자공학과 (공학석사)

2004년 : 원광대학교 전자공학과 (공학박사)

2008년~현재 : 원광대학교 전기전자 및 정보공학부 강의교수

관심분야 : 영상처리, 디지털신호처리, VLSI, 회로 설계