Reynolds 수와 Knudsen 수가 초소형 점성펌프에 미치는 영향

강 동 진,[*1] 이벨리나 이바노바 이바노바[2]

EFFECTS OF THE REYNOLDS AND KNUDSEN NUMBERS ON THE FLOW OF A MICRO-VISCOUS PUMP

D.J. Kang[*1] and Ivelina Ivanova Ivanova[2]

Effects of the Reynolds and Knudsen numbers on a micro-viscous pump are studied by using a Navier-Stokes code based on a finite volume method. The micro viscous pump consists of a circular rotor and a two-dimensional channel. The channel walls are treated by using a slip velocity model. The Reynolds number is studied in the range of 0.1~50. The Knudsen number varies from 0.01 to 0.1. Numerical solutions show that the pump works efficiently when two counter rotating vortices formed on both sides of the rotor have the same size and intensity. As the Reynolds number increases, the size and intensity of the vortex on the inlet side of the pump decrease. It disappears when the Reynolds number is larger than about Re=20. The characteristics of the performance of the pump is shown to deteriorate, in terms of mean velocity and pressure rise, as the Reynolds number increases. The Knudsen number shows a different effect on the characteristics of the pump. As it increases, the mean velocity and pressure rise decrease but the characteristics of the vortex flow remains unchanged, unlike the effect of Reynolds number.

Key Words : 초소형 점성펌프(Micro Viscous Pump), 로터(Rotor), 미끄럼속도(Slip Velocity), 와류유동(Vortex Flow), 평균유속(Mean Velocity), 벽면마찰계수(Skin Friction Coefficient), 압력상승(Pressure Rise)

1. 서 론

최근 들어 반도체와 디스플레이 제조기술이 급속히 발전함에 따라 초소형 기계(micro-machinery)에 대한 관심이 높아지고 있다. 이들 초소형 기계는 단순히 기존 기계의 크기 축소로 만들어지는 것이 아니어서 기존의 유체역학적 지식들이 별다른 정보가 되지 못하여 벽면에서의 유체 미끄럼이나 유체 분자 운동 등을 고려한 새로운 접근법으로 연구할 필요가 있다[1].

연구문헌이나 특허 등을 통해 제안된 초소형 기계는 다양하지만 본 연구에서는 유체의 점성을 이용한 초소형 점성펌프를 살펴보고자 한다. 초소형 펌프는 유체를 양수하는 원리에 의해 분류할 수가 있는데, 크게 나누면 비기계적 원리에 의한 것과 기계적 원리에 의한 것이 있다.

다양한 비기계적인 원리를 활용한 초소형 펌프가 연구문헌에 발표되고 있다. 예를 들면, Bart 등[2]은 이온저항(ion-drag)을 이용한 전자수력펌프(electrohydrodynamic pump)를, Moroney 등[3]은 초음파펌프(ultrasound pump)를 제안한 바 있다. 이에 비해 기계식 초소형 펌프는 펌프의 기계적 구동에 의해 유체를 양수한다. 기계식 초소형 펌프는 크게 3가지 유형으로 나눌 수가 있다[4]. 첫 번째 유형은 용적형 펌프(positive displacement pump)로 Van Lintel 등[5]이 개발한 펌프가 이 유형에 속한다. 이 펌프는 피에조전기펌프(piezoelectric pump)로 박막의 변형으로 유체를 양수한다. 두 번째 유형은 평행축회전식펌프(parallel axis rotary pump)로 불리우며, Taylor[6]가 개발한 스크류펌프가 이에 속한다. 이 펌프는 모타의 회전축이 유체 흐름방향과 일치하는 특성이 있다. 회전축이 유체흐름과 90^{o}를 이루는 교차축회전식펌프(transverse axis rotary pump)가 세 번째 유형이다. Sen 등[4]이 개발한 초소형점성펌프가 이 유형에 속하며 본 논문에서도 이 펌프에 대해 연구하고자 한다.

접수일: 2007년 12월 11일, 심사완료일: 2008년 4월 14일.
1 정회원, 영남대학교 기계공학부
2 영남대학교 대학원
* Corresponding author, E-mail: djkang@yuc.ac.kr

저자는 선행연구에서 원형 로터를 이용한 초소형 점성 펌프의 유동특성을 수치적으로 연구한 바 있다[7]. 선행 연구에 따르면 점성펌프는 원형의 로터의 회전력에 의해 로터의 좌우에 한 쌍의 와류유동이 유기되며, 이 와류유동의 세기나 위치 등에 의해 초소형 점성펌프의 성능이 결정된다. 또 와류유동의 세기나 위치는 펌프의 기하학적 형상이나 운전변수 등에 의해 광범위한 영향을 받게 된다. 저자는 선행연구[7]에서 대표적인 형상변수인 펌프의 입출구 길이가 펌프의 성능에 미치는 영향을 살펴보았다. 따라서 본 연구에서는 대표적인 운전변수라 할 수 있는 레이놀즈 수와 마이크로 Knudsen 수의 영향을 살펴보고자 한다.

본 연구에서 사용하는 수치해석방법은 선행 논문과 동일하며, 저자가 개발한 비정렬 Navier-Stokes 코드[8]에 벽면에서의 미끄럼속도 모델을 추가한 것이다. 이 코드는 SIMPLE기법을 사용하여 개발되었다. 보다 자세한 내용은 참고문헌[7]에 정리되어 있다.

2. 이 론

2.1 지배방정식

본 연구에서 사용한 지배방정식은 x-y 직교 좌표계에서의 2차원 비압축성 Navier-Stokes방정식으로 다음의 식 (1), (2) 그리고 (3)으로 표현할 수 있다.

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \quad (1)$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \quad (3)$$

여기서 u와 v는 각각 x와 y방향 속도성분이고, p는 압력을 그리고 ν는 유체의 동점성 계수(kinematic viscosity)이다.

2.2 벽면 미끄럼 효과

본 연구에서 다루고 있는 초소형 점성펌프에서도 유체 입자의 평균자유이동거리와 로터 직경($2a$)의 비인 Knudsen 수 Kn이 약 0.1이하이면 Navier-Stokes 방정식 모델은 여전히 유용한 방법으로 알려져 있다. 보다 자세한 내용은 참고문헌[4]에 잘 정리되어 있다. 다만, Knudsen수가 0.01보다 커지면 벽면에서 미끄럼이 일어남으로 이에 대한 적절한 추가적인 모델 사용이 요구된다.

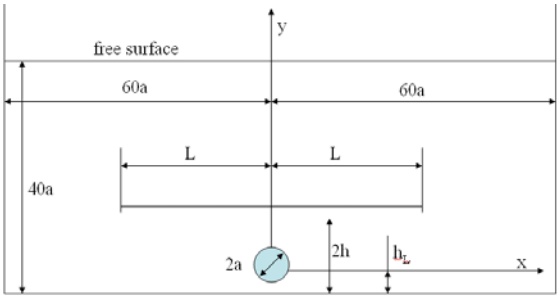


Fig. 1 Schematic of a micro-pump

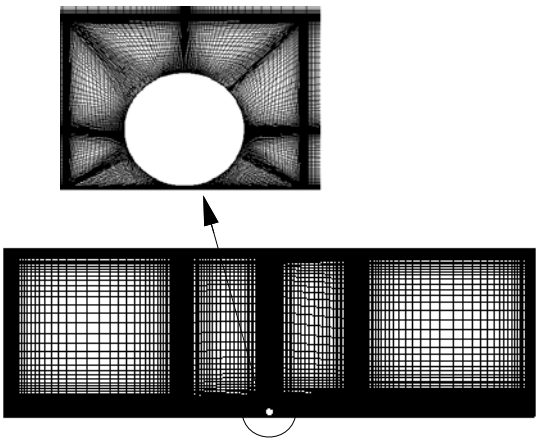


Fig. 2 Grid system

벽면 미끄럼 효과에 대한 연구는 Maxwell[9]에 의해 처음 이루어 졌으며, 단열벽면에서의 미끄럼 속도 모델을 Schaaf 등[10]이 제시하였다. 이 모델은 최근에 Beskok 등[11]이 초소형 가스유동해석에 사용한 바 있으며, Scharatchandra 등[12]은 초소형 점성펌프 유동장 해석에 적용한 바 있다. 따라서 본 연구에서도 동일한 벽면 미끄럼속도 모델을 사용하였다.

다음의 식 (4)는 본 연구에 사용된 미끄럼 속도모델이다.

$$u_{slip}=u_{surf}+\frac{2-\sigma_v}{\sigma_v}Kn\frac{\partial u}{\partial n} \quad (4)$$

여기서 u는 벽면에 평행한 속도성분을 가리키고 $\partial u/\partial n$은 수직방향으로의 속도기울기를 나타낸다. σ_v은 접선방향 운동량 수정계수(tangential momentum accommodation coefficient)로 유체입자가 확산 반사(diffusion reflection)를 일으키는 거친 표면에서는 1이 되고 거울반사(specular reflection)를 일으키는 매끈한 표면에서는 0이 된다[13]. 또 u_{surf}는 벽면에서의 속도를 가리킨다. 본 연구에서는 σ_v=0.5로 가정하였다.

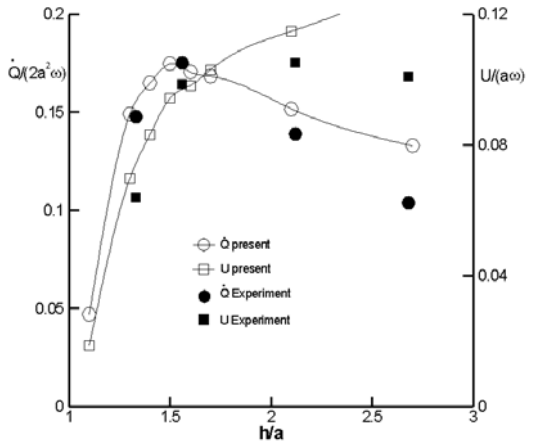
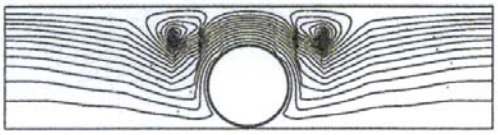
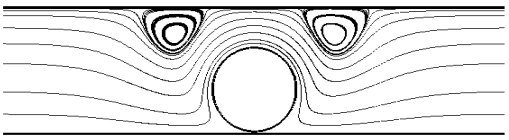


Fig. 3 Variation of mean velocity and volume flow rate with h/a

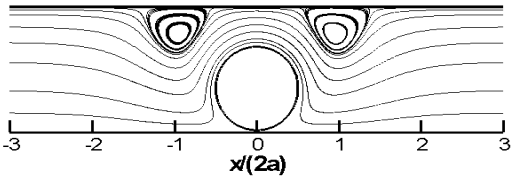


(a) numerical solution by Sharatchandra et al.

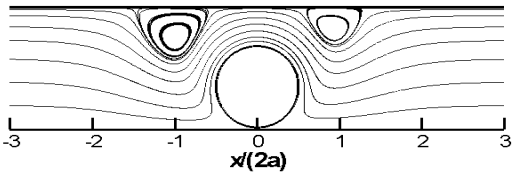


(b) present solution

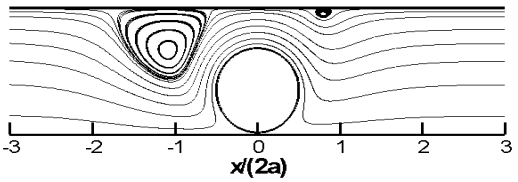
Fig. 4 Comparison of streamlines around the rotor



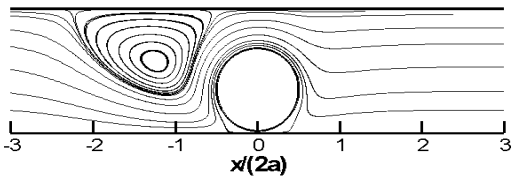
(a) Re=0.1



(b) Re=5



(c) Re=20



(d) Re=50

Fig. 5 Streamlines as a function of Reynolds number

2.3 수치해석 방법

본 논문에서 사용한 수치해석 방법은 SIMPLE이며 자세한 내용은 참고문헌[2]에 잘 정리되어 있으며 자세한 수치해석 과정은 생략한다. 다만 수치해석에서 수렴판정은 반복계산간 속도성분과 압력의 최대변화가 10^{-4}보다 작을 때를 기준으로 하였다.

3. 수치해석 코드 검증

본 연구에서 사용한 수치해석 방법과 코드의 검증은 선행 수치해석 결과 및 실험치와의 비교를 통해 수행하였다. Fig. 1은 본 연구에서 연구한 점성펌프를 도시한 것으로, 점성펌프는 이차원 마이크로 채널 형태의 간단한 입구와 출구 그리고 원형 로터로 구성되어 있다. 탱크는 일종의 펌프부하이며 로터의 회전에 의해 채널 내 유동이 우측에서 좌측으로 형성된다. 수치해석과 코드 검증에는 Scharatchndra 등[12]이 수치해석에 사용한 것과 동일하며, 로터는 아래 벽면으로부터 $0.05a$ 만큼 편심시켰다. 격자는 Fig. 2와 같이 로터 주위에 복잡한 유동특성을 고려하여 격자를 밀집하였다. 계산에 사용된 격자점은 약 10만개이다. 또 레이놀즈 수 Re는 $2a^2\omega/\nu$로 정의하고 계산은 레이놀즈 수가 0.5일 경우에 수행하였다. 여기서 ω는 로터의 회전수이다. 또 Knudsen 수는 0.05이다.

Fig. 3은 점성펌프 채널의 평균높이 $2h$와 로터 직경 $2a$의 비 $s=h/a$에 따른 채널 내의 평균유속 U와 유량 $\dot{Q}$의 변화량을 도시한 그림이다. 그림에서 알 수 있듯이, 본 수치해는 Sen 등[4]의 실험치와 대체로 일치하는 거동을 보여준다. 다만 $s \geq 2$ 부근부터 실험치와 수치해는 다소 차이를 보이기 시작하는데, 그 이유는 분명하지 않지만 박리 유동 영역이 크게 증가함에 따라 3차원 유동장 형성 가능성이 가장 큰 원인의 하나로 사료된다. 수치해석 코드 검증에 대한 보다 자세한 자료는 참고문헌[7]에 정리되어 있다.

Fig. 4는 $s=1.5$일 경우 Scharatchandra 등[7]의 수치해와 본

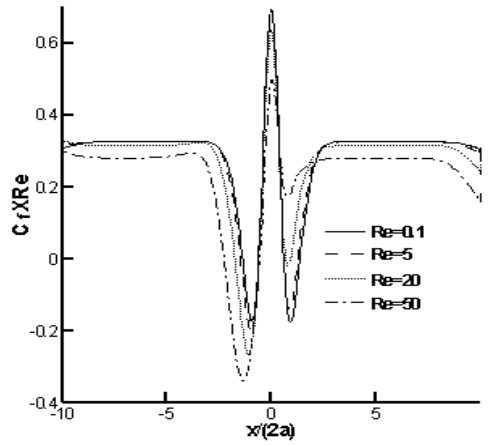


Fig. 6 Skin friction coefficient distributions as a function of Reynolds number

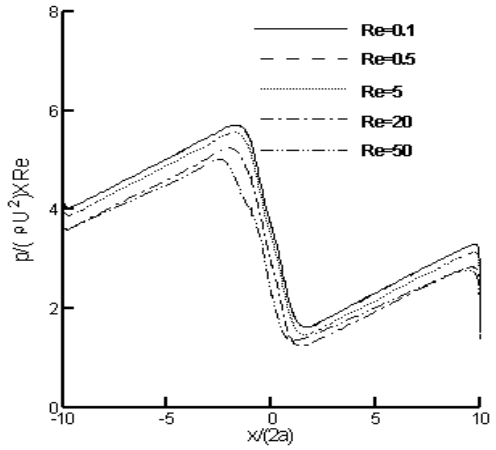


Fig. 7 Comparison of pressure distributions along the upper surface of the pump

수치해를 비교한 그림으로 두 수치해가 거의 일치하는 유성 특성을 보여주고 있다. 이상의 예비 계산을 통해 본 연구에서 사용한 수치해석 방법의 타당성을 확인할 수 있었다.

4. 결과 및 토의

본 연구에서는 레이놀즈 수와 Knudsen수가 Fig. 1에 도시한 점성펌프의 성능에 미치는 영향을 수치적으로 연구하였다. 그림에서 펌프의 입출구 채널의 무차원 길이 $L/(2a)$는 10이며, 무차원 채널 폭 h/a는 1.5이다. 또 로터는 아래 면에서 $0.05a$만큼 떨어져 위치한다. 먼저$Kn=0.05$로 두고서 레이놀즈 수를 0.1~50까지 변화시키며 그 영향을 살펴보았다.

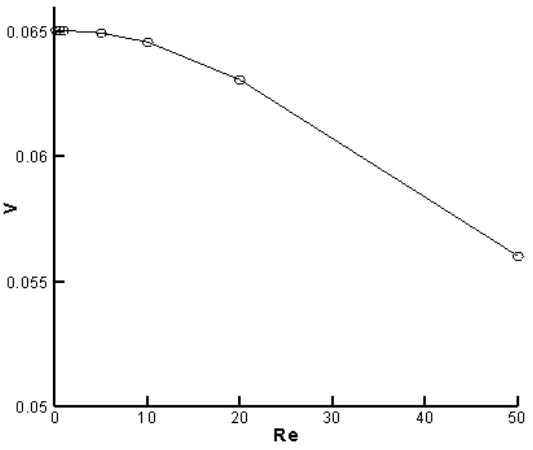


Fig. 8 Average velocity as a function of Reynolds number

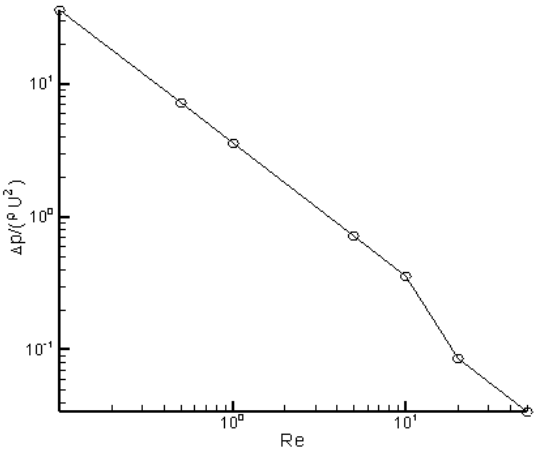


Fig. 9 Pressure rise as a function of Reynolds number

Fig. 5는 레이놀즈 수의 변화에 따른 로터 주위의 유동장을 도시한 그림이다. 그림에서 로터는 반시계방향으로 회전하며, 유동은 우측에서 좌측 방향이다. 그림에서 알 수 있듯이 Reynolds 수가 작아지면 로터 좌우에 와류 유동이 형성되며, 그 크기는 Reynolds 수가 0.1인 경우 거의 같아진다. Reynolds 수가 약 5에 이르면 펌프 입구쪽 와류 유동의 크기가 작아지기 시작하여, Reynolds 수가 20보다 커지면 완전히 사라진다. 입구쪽 와류 유동이 작아지면 출구 쪽 와류 유동은 그 크기가 오히려 커져서 Reynolds 수가 50인 경우는 $Re=0.1$인 경우에 비해 약 $\Delta(x/2a)\approx 1.7$로 1.2배 증가한다.

Fig. 6은 펌프의 벽면을 따른 무차원 마찰계수와 Reynolds 수의 곱을 도시한 그림이다. 따라서 로터 전후에 완전히 발달된 채널 유동이 형성될 경우 이 값은 일정해 질 것이다. 그림

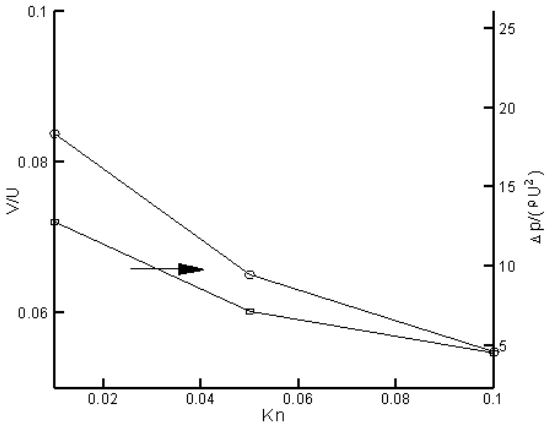


Fig. 10 Average velocity and pressure rise as a function of Knudsen number

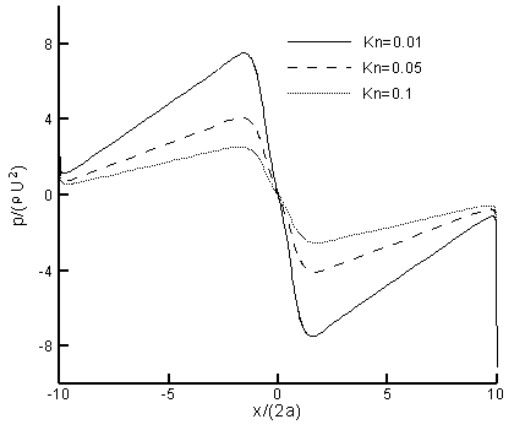
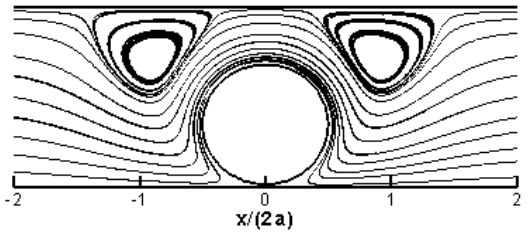
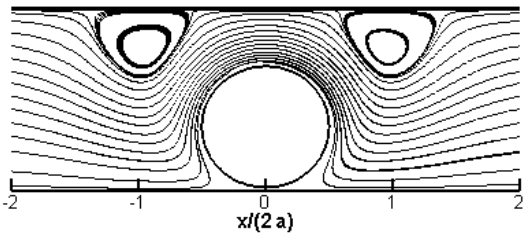


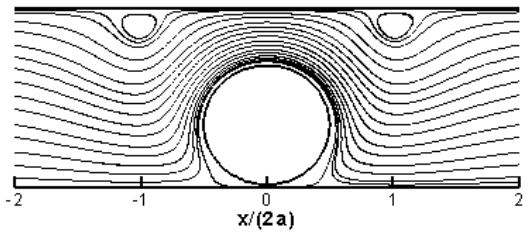
Fig. 11 Pressure distributions as a function of Knudsen number



(a) Kn=0.01



(b) Kn=0.05



(c) Kn=0.1

Fig. 12 Streamlines as a function of Knudsen number

에서 (-)는 와류 유동 영역을 의미한다. 그림을 살펴보면 Re=0.1인 경우 로터 좌우의 와류유동 세기와 크기가 거의 같음을 확인할 수 있다. 그러나 펌프 입구 쪽에 위치한 로터 우측의 와류 유동은 Reynolds 수가 증가함에 따라 세기와 크기가 감소하여 Re=20보다 다소 커지면 거의 사라짐을 짐작할 수 있다. 이에 반하여 출구 쪽 즉 로터 우측에 위치한 와류 유동은 Reynolds 수가 증가함에 따라 크기와 세기가 증가함을 알 수 있다. 무차원 마찰계수와 Reynolds 수의 곱은 와류 유동 영역에서 멀어질수록 일정하여 완전히 발달한 채널유동이 형성됨을 알 수 있다. 다만, Re=50인 경우에는 로터 우측에 형성된 와류 유동의 크기와 세기가 상당하여 로터 하류 쪽 유동은 완전히 발달하지 못하였다. Fig. 7은 펌프 벽면을 따른 압력분포를 도시한 그림이다. 그림을 살펴보면 로터의 회전력에 의해 로터($x/(2a)=0$) 전후로 큰 압력 상승이 관찰되며, 압력상승은 Reynolds 수에 거의 반비례함을 알 수 있다. 따라서 $Re=5$이상이 되면 $Re=0.1$인 경우의 압력상승에 약 5% 이하로 감소하여 점성펌프로서의 역할을 수행하기 어려움을 알 수 있다. 로터 부근을 제외한 영역에서는 압력이 유동방향으로 선형적으로 감소하여 앞서 설명한 바와 같이 완전히 발달한 유동이 형성되었음을 확인할 수 있다. Fig. 8은 Reynolds 수에 따른 점성펌프의 평균유속 변화를 도시한 그림이다. 그림에서 평균유속은 Re=5부근에서부터 감소하기 시작하며, 저 Reynolds 수 영역(Re<5)에서는 유속이 거의 일정함을 알 수 있다. Re=5는 Fig. 2에서 확인한 바와 같이 좌우의 와류 유동 영역의 대칭성이 깨어지기 시작하는 Reynolds 수이다. 이러한 특성 앞서 살펴본 펌프 벽면을 따른 압력분포와도 일치하는 결과이다. 따라서 본 점성펌프는 로터 좌우에 형성되는 와류 유동의 대칭성 여부에 의해 그 성능이 크게 달라질 수 있음을 짐작할 수 있다. 참고로 본 연구자는 펌프 로터의 좌우에 와류 유동이 강제적으로 발생하도록 상면을 설계한 점성펌프를 후속 연구로 계획하고 있다.

Fig. 9는 펌프 입출구에서의 정압 상승과 Reynolds 수의 관

계를 도시한 그림이다. 펌프의 입출구는 로터 중심에서 좌우로 $6a$만큼 떨어진 위치로 정의하였다. 그림을 살펴보면 정압상승은 Reynolds 수의 증가에 따라 감소하며 Re=10~20사이에서 급격한 변화를 보이는데 이 현상은 Fig. 5에서 살펴본 바와 같이 로터 전후의 와류 유동 특성 변화가 펌프의 성능특성에 큰 영향을 미치기 때문으로 판단된다.

Fig. 10은 Knudsen 수가 평균 유속과 정압상승에 미치는 영향을 도시한 그림이며, 수치해는 Re=0.5인 경우에 얻은 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 Knudsen 수가 증가할수록 평균 유속과 정압상승은 감소하여 점성 펌프 성능이 저하됨을 알 수 있다. 펌프 벽면에서 속도 미끄럼이 발생하기 시작하는 Kn=0.01인 경우 평균 유속과 정압상승이 각각 0.084와 12.78이지만, Kn=0.1로 증가하면 각각 0.0549와 4.55로 약 35%와 64%씩 감소하였다. 참고로 Kn=0.1은 연속체 모델과 벽면 미끄럼 속도 모델을 사용 가능한 한계치에 해당한다. 따라서 Knudsen 수는Reynolds 수와 함께 점성 펌프의 성능을 좌우하는 두 가지 주요 인자임을 확인할 수 있다.

Fig. 11은 Knudsen 수가 벽면 압력 분포에 미치는 영향을 도시한 그림이다. 앞서 지적한 바와 같이 Knudsen 수가 증가함에 따라 점성펌프의 성능이 크게 저하되어 로타의 회전에 의한 정압상승이 떨어지는 것을 확인할 수 있다. 이러한 점성펌프 성능 저하는 Fig. 12에 도시한 로터 주위의 유선 분포에서도 확인할 수 있다. 그림을 살펴보면 Knudsen 수가 증가함에 따라 로터 좌우의 와류 유동 크기와 세기가 크게 감소하여 펌프 성능 저하를 짐작할 수 있다. 다만 Reynolds 수의 영향과는 달리 로터 좌우의 와류 유동은 대칭성을 유지하는 등 유동형태는 크게 달라지지 않았다.

4. 결 론

본 연구에서는 Reynolds 수와 Knudsen 수가 점성펌프의 성능에 미치는 영향을 수치해석적으로 살펴보았다. Reynolds 수가 증가함에 따라 점성 펌프의 성능은 저하되었으며, 이는 로터 좌우에 형성되는 와류 유동의 대칭성이 깨어지기 때문이다. 특히 Reynolds 수가 약 20이상으로 증가하면 펌프 입구쪽 와류 유동은 완전히 사라지게 되어 펌프로서의 성능이 급격히 저하되었다. Knudsen 수가 증가함에 따라 평균 유속과 압력상승이 각각 급격한 감소를 보였다. 이에 따라 로터 좌우에 형성되는 와류 유동의 크기와 세기도 작아지지만, Reynolds 수와는 달리 로터 좌우의 와류 유동 대칭성을 유지한 채로 크기와 세기만 감소하는 등 다소 차이가 나는 경향을 보였다.

참고문헌

[1] 1999, Gad-el-Hak, M., "The Fluid Mechanics of Microdevices - The Freeman scholar Lecture," *Journal of Fluid Engineering*, ASME, Vol.121, pp.5-33.

[2] 1990, Bart, S.F., Tavrow, L.S., Mehregany, M. and Lang, J.H., "Microfabricated Electrohydrodynamic Pumps," *Sensors and Actuators* A, Vol.21, pp.193-197.

[3] 1991, Moroney, R.M., White, R.M. and Howe, R.T., "Ultrasonically Induced Microtransport," *Proceedings IEEE MEMS 91 (Nara, Japan)*, IEEE New York, pp.278-282.

[4] 1996, Sen, M., Wajerski, D. and Gad-el-hak, M., "A Novel Pump for MEMS Applications," *Journal of Fluid Engineering*, ASME, Vol.118, pp.624-627.

[5] 1988, Van Lintel, H.T.G., Van de Pol, F.C.M. and Bouwstra, S., "A Piezoelectric Micropump Based on Micromachining of Silicon," *Sensors and Actuators*, Vol.15, pp.153-167.

[6] 1972, Taylor, Sir G., "Low Reynolds Number Flows," *Illustrated Experiments in Fluid Mechanics*, National Committee for Fluid Mechanics Films, M.I.T. Press, Cambridge, MA., pp.47-53.

[7] 2006, 강동진, "초소형 점성펌프의 Navier-Stokes 해석," *한국전산유체공학회*, 제11권 제4호, pp.75-80.

[8] 1998, Kang, D.J., Bae, S.S. and Joo, S.W., "비압축성 점성 유동장 해석을 위한 비정렬유한체적법에 관한 연구," *대한기계학회논문집*, Vol.22, No.10, pp.1410-1421.

[9] 1879, Maxwell, J.C., "On Stresses in Rarefied Gases Arising from Inequalities of Temperature," *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Part I, Vol.170, pp.231-256.

[10] 1961, Schaaf, S.A. and Chambre, P.L., "Flow of Rarefied Gases," *Princeton University Press*, Princeton, NJ.

[11] 1994, Beskok, A. and Karniadakis, G.E., "Simulation of Heat and Momentum Transfer in Complex Micro-Geometries," *AIAA J. of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.8, No.4, pp.355-370.

[12] 1997, Scharatchandra, M.C., Sen, M. and Gad-el-hak, "Navier-Stokes Simulations of a Novel Viscous Pump," *Journal of Fluid Engineering*, ASME, Vol.119, pp.372-383.

[13] 1976, Lord, R.G., "Tangential Momentum Coefficient of Rare Gases on Polycrystalline Surfaces," *Proceedings of the 10th Int. Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, L. Potter, ed., AIAA, New York, pp.531-538.