

서술형 평가를 통한 초등학교 6학년 학생들의 수학과 기본 지식 이해에 관한 실태조사

박 금 란 (서울사대부설초등학교)

방 정 숙 (한국교원대학교)

I. 시작하는 말

평가는 학교 교육에 지대한 영향을 끼친다. 평가는 교육의 궁극적 목적인 학습자의 더 나은 발달을 위한 도움을 제공하고 학생의 발달을 위해 지원 작용을 하는 교수 지원 프로그램 전반에 대한 반성을 하는 데 본질적인 역할이 있다(NCTM, 1995).

하지만, 지금까지의 평가는 이와 같은 본질적인 역할보다는 학생 등급 결정 및 선별을 위한 역할을 주로 담당해왔다. 또한 평가 방식 측면에서 출제와 채점의 간편성 및 객관성 확보를 위해 객관식 또는 단답형 문항이 선호되어 왔다. 이와 같은 평가의 영향으로 학생들은 결과 위주, 기능 위주의 학습에 익숙해져 있다고 해도 과언이 아니다. 이로 인해 사교육비 세계 1위인 교육현장에서 학생들의 수학적 기능은 숙련되고 있고, 실제로 최근의 여러 국제 수학 성취도 비교 연구에서 우리나라 학생들의 문제해결력이 높이 평가되는 데 상당히 기여했다고 볼 수 있다.

그러나 정작 평가의 가장 기본적인 목적은 충족되지 못하는 경향이 있다. 즉, 평가는 일차적으로 학생들로 하여금 학습 목표와 관련하여 자신들의 발달 정도를 점검하게 함으로써 중요한 피드백을 제공해야 하는데, 그 역할을 제대로 하지 못하고 있다. 실제로 교실 현장에서 학생들의 개념적 지식에 대한 깊이 있는 이해 정도와 관심도는 낮다. 따라서 이와 같은 형태의 평가를 통해 교사가 학생들의 수학적 지식에 대한 중요한 증거를 제공

받음으로써 수업에 활용하여 학생들의 수학 학습을 더욱 의미 있는 방향으로 이끌어 가는 데도 한계가 있기 마련이다. 실제로 교사들은 수학 교육과정 상의 기본 지식과 관련하여 깊이 있는 수학적 탐구를 추구하는 데 어려움이 많다.

이러한 기능과 결과 위주의 평가 방식에 반하여 최근 서울특별시 교육청은 학생들의 사고력과 문제해결력을 높이기 위한 노력의 일환으로 초등학교에서는 학교 단위로 시험을 실시하되, 서술형 문항을 이용한 평가를 2006년 30%에서 2007년 50%로 상향 조정하여 강화하도록 권고하고 있다. 이와 같이 서술형 평가가 강조되고 있는 이유는 여타의 지필평가에 비하여 풀이 과정이나 생각을 스스로 표현해야 하기 때문에 개념 지식의 이해, 창의력, 문제 해결력 등 고등 사고 능력의 측정에 효과적이기 때문이다(서울특별시교육청, 2007).

이와 같은 연구 배경을 바탕으로 본 연구는 우리나라 초등학교 교육과정 마무리 단계인 6학년 학생들에게 교육과정 영역별 수학과 기본 지식(개념적 지식을 중심으로)에 대한 서술형 평가 문항을 제시하여 기술하게 함으로써 그 이해 실태를 파악하여 현장 교사들에게 제공함으로써 수학과 서술형 평가 계획 및 결과 활용 과정과 교실 수업 현장에서 '무엇을 어떻게 가르쳐야 하는가?'에 대한 교수·학습 방향 설정에 시사점을 제공하는데 그 목적이 있다.

II. 이론적 배경

1. 서술형 평가

서술형 평가는 에세이 테스트(essay test)에 대응되는 평가로 주관식 평가의 일종이다. 이 평가는 여러 가지

* 2008년 2월 투고, 2008년 4월 심사 완료.

* JDM 분류 : D63

* MSC2000 분류 : 97C30

* 주제어 : 서술형 평가, 개념적 이해, 수학 기본 지식

선택지 중에 답을 찾거나(예, 선다형평가) 간단명료한 특정한 답을 기술(예, 단답형 평가)하는 대신에 학생이 주어진 문제에 대한 자신의 지식이나 의견 등을 자유롭게 '서술'하는데 초점을 둔 평가 방식이다(노영순, 류춘식, 2001).

서술형 평가는 학생들에게 주로 이유를 기술하게 하거나 설명해 보도록 하며 비교하거나 예를 들어보게 하고 적용하도록 함으로써 분석하고 종합하는 능력, 비판하고 조직하는 능력, 문제해결 능력, 창의성 등을 측정하는 데 유용하다(강옥기, 2006).

한편, 서술형 평가와 비슷한 평가 방식인 논술형 평가는 채점을 할 때 서술된 내용의 깊이와 넓이에만 관심이 있는 서술형 평가에 비해 글을 조직하고 구성하는 표현 능력이나 논리적인 일관성에도 관심이 있는 평가 방식으로 학생이 서술해야 할 분량이 상대적으로 많다. 평가 방식을 세밀하게 분류할 때는 이와 같은 논술형 평가와 서술형 평가를 서로 구분하기도 하나 교육 현장에서 문항을 제작하는 교사들이 유사한 두 평가 방식을 구분하기 힘든 경우가 많고 또 구분한다는 것이 특별한 의미가 없을 경우도 많이 있다(노영순, 류춘식, 2001).

이러한 이론적 배경을 바탕으로 본 연구에서의 서술형 평가는 수학적 개념이나 원리를 논리적으로 타당한 이유나 근거를 들어 설명하기, 수식의 의미를 그림이나 문장으로 설명하기, 수학적 계열성 및 관계성 설명하기, 문제 만들기 및 해결 방법에 대해 설명하기, 수학적 용어를 실생활 장면에서 활용하기, 자료 해석하기 등에 대해 자신이 생각하는 지식이나 의견을 그림이나 문장 등을 활용하여 직접 '서술'하도록 하는 평가방식으로 정의된다.

2. 수학적 지식

수학적 지식은 여러 가지 유형으로 나눌 수 있지만 많은 수학교육학자들이 대개 수학적 지식을 개념적 지식과 절차적 지식으로 구분한다(Kulm, 1994). 개념적 지식(conceptual knowledge)은 수학적 개념과 그 개념들 사이의 관련성을 이해하고 풍부한 네트워크를 형성하여 새로운 정보를 받아들이고 사용하는 것에 유연성을 주는 지식이라고 정의된다(Hiebert, 1986). 여기서 개념은 추

론, 문제형성, 비형식적 상황에서의 문제해결에 필요한 아이디어와 같은 것을 의미한다(NCTM, 1995).

반면에 절차적 지식(procedural knowledge)은 주로 수학적 기능(mathematical skills)으로 분류되는데, 여기서 기능은 구체적인 계열을 따라 순서 있게 절차를 실행하는 능력, 또는 고정된 수학적 절차를 계산 방법이나 조작 방법 등을 사용하여 실행하는 능력이라고 볼 수 있다(강옥기, 2006; NCTM, 1995).

이와 같은 이론적 배경을 바탕으로 본 연구에서는 현행 교육과정에서 다루는 수학과 6대 영역에 대한 수학적 용어, 성질, 정의, 공식 등 수학적 개념을 이해하고 그 개념들 사이의 관련성을 이해하는 능력을 개념적 지식으로 정의하였고, 수학의 형식적 언어 또는 기호 체계를 이해하는 능력과 알고리즘이나 법칙 등을 이용하여 수학 문제를 순서적으로 해결하는 능력을 절차적 지식으로 간주하였다.

개념적 지식과 절차적 지식 모두 의미와 이해를 바탕으로 개발되어야 하지만, 종종 학생들은 관련된 지식의 의미와 무관하게 절차적 지식만을 터득하기도 한다. 예를 들어, 분수의 나눗셈에서 '나누는 수를 뒤집어서 곱하라'는 방법은 주어진 연산을 정확히 수행할 수 있게 한다. 학생은 계산 과정에서 이 방법을 능숙하게 사용할 수는 있으면서 왜 그렇게 되는지는 이해하지 못할 수도 있다. 만약 답만 중요시된다면 학생은 알고리즘의 저변에 깔린 의미는 굳이 이해하려고 하지 않을 것이다.

이런 측면에서 개념적 지식은 절차적 지식의 숙달과 병행하여 강조되어야 하고 교사는 수학 교수·학습 과정에서 학생들이 절차적 지식과 개념적 지식을 자연스럽게 관련짓고 연결할 수 있도록 도와 줄 필요가 있다(교육인적자원부, 2006).

3. 수학적 기본 지식 이해 조사에 관한 선행 연구 고찰

학생들의 수학과 기본 지식의 이해 실태에 대한 교사들의 관심과 연구는 지속적으로 이루어지고 있으며 최근 객관식 문제 중심의 전통적인 평가 방법이 학생들의 기본 지식 이해 정도를 파악하기에 충분한 자료를 제공해주지 못하고 논리적인 사고력 및 문제 해결력 향상에 미

흡하다는 필요성에 따라 서술형 평가 문항에 대한 관심과 연구 또한 활발히 이루어지고 있다.

우선, 초등학생들의 수학과 기본 지식 이해 실태와 관련된 선행연구들을 살펴보면, 김순심(2008)은 초등학교 4, 5, 6학년 수학 영재아동의 수학적 기본 개념에 관한 실태조사에서 수와 연산 영역이 다른 영역에 비해 높은 평균을 보였으나 영재 아동이라는 특성을 감안해 볼 때 그다지 높지 못하였고, 전반적으로 초등 수학의 기본 '용어'에 대한 이해력과 수학적 기본 '성질'에 대한 이해력이 그다지 높지 못하다는 것을 밝혔다. 방정숙과 김재화(2006)는 초등학교 6학년 학생들의 소수 계산 오류와 선행지식 간의 연결 관계를 분석하면서 학생들의 개념적 이해 부족이 계산 오류와 알고리즘 사이의 혼동을 일으키는 원인이라고 지적하였다. 또한 이성미와 방정숙(2007)은 초등학생들의 공간감각 이해 능력 실태조사에서 6학년 학생들이 선대칭도형과 선대칭의 위치에 있는 도형, 점대칭도형과 점대칭의 위치에 있는 도형 등을 제대로 구분하지 못하고 의미도 바르게 설명하지 못한다고 지적하였다.

한편, 서술형 평가와 관련한 선행 연구에서는 우리나라 학생들이 국제 비교 연구에서 우위를 보인 문항이 상황을 동반하지 않는 순수 수학 문항이거나 정형적인 상황의 문항, 또는 선다형 문항임을 밝히는 연구(예, 김성동, 2001; 박정 외, 2004), 서술형 평가 문항을 활용하여 학생들의 수학 성취도와 수학적 성향 및 태도에 긍정적인 효과가 있음을 밝히는 연구(예, 강선순, 2004; 김남준, 2006; 최정희, 2005) 등이 있다.

하지만, 초등학교 일반 학생들을 대상으로 서술형 평가를 통해서 내용 영역 전반에 걸쳐 기본 개념적 지식에 대한 이해 정도를 분석한 연구는 미비하다. 따라서 본 연구에서는 개념적 지식을 중심으로 초등학교 교육과정의 마무리 단계인 6학년 학생들을 대상으로 모든 영역에 걸쳐 기본적인 지식에 대한 이해를 알아보고자 하였다.

III. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구는 서울시 소재의 초등학교 3개교에서 6학년

2개 반씩 총 6개 반 192명을 대상으로 검사를 실시하였으며, 이들 중 개념 지식에 대한 무응답이 많아 실태 분석이 어려운 하위권 학생들을 제외한 학업성취도 중·상위권 학생 132명을 최종 연구 대상으로 하여 결과를 분석하였다.

2. 연구 방법 및 검사 도구

본 연구에서는 초등학교 6학년 학생들의 수학과 기본 지식 이해에 관한 실태를 살펴보기 위해 검사 도구를 통한 조사 연구를 실시하였으며 연구 방법은 첫째, 제7차 수학과 교육과정에서 제시된 영역별 내용 구성비를 고려하여 수와 연산 영역 10문항, 도형 영역 5문항, 측정 영역 4문항, 확률과 통계 영역 2문항, 규칙성과 함수 영역 2문항, 문자와 식 영역 2문항, 전체 25문항으로 구성된 검사지를 개발하였으며 문항내용 구성은 먼저 학생들이 이미 알고 있는 알고리즘을 이용하여 주어진 문제를 풀이하여 답을 구한 후 그 문항의 의미를 그림 또는 문장으로 기술하게 하였다. 둘째, 본검사의 연구 대상과 비슷한 수준의 연구 대상을 골라 예비검사를 실시하고 검사지의 문제점을 수정·보완하여 본검사에 반영하였다. 셋째, 연구 대상으로 선정된 학급의 6학년 학생들을 대상으로 본검사를 실시하여 수학과 기본 지식 이해 실태를 분석하였다.

본 연구에 실시된 검사지는 학생들의 수학과 영역별 문제해결력과 기본 지식에 관한 실태를 측정하기 위한 것으로 수학과 영역별 개념화·형식화 된 지식의 이해 정도를 상세히 기술하도록 하였으며 검사 도구는 문헌 검토를 통해 연구자가 제작하고 내용전문가에 의해 타당도를 검증받았으며 검사도구의 신뢰도는 Cronbach alpha(α) 값이 0.7789로 검사도구의 신뢰성이 있는 것으로 밝혀졌다.

3. 자료 분석

본 연구의 자료 분석은 다음 두 가지 방법으로 진행되었다. 첫째, 서술형 평가를 통한 수학과 영역별 기본 지식의 전반적인 이해 정도를 알아보기 위해 각 문항별로 정답인 경우, 오답인 경우, 무응답인 경우에 대한 빈

도수를 조사하고 백분율로 나타내어 분석하였다. 다만 연구의 목적상 오답의 경우에도 계산은 맞았으나 설명이 틀린 경우와, 계산과 설명 모두 틀린 경우를 구별하여 분석하였다. 둘째, 서술형 평가에서 나타난 초등학교 6학년 학생들의 수학과 영역별 정답의 특징과 오답의 유형을 구체적으로 알아보기 위해 각 문항별로 정답을 기술한 유형과 오답률이 높은 답안을 유형별로 분석하여 기술하였다.

IV. 결과 분석

1. 수학과 기본 지식에 대한 전반적인 이해 정도 분석

가. 수와 연산 영역

수와 연산 영역의 문항 구성 및 기본 지식 이해 정도는 <표 1>과 같으며 덧셈과 뺄셈에 대한 수학적 기본 지식의 이해 정도가 곱셈과 나눗셈에 비해 높게 나타났다. 또한 단순 계산 문제 해결에 대한 정답률은 높게 나타났으나 개념과 원리의 서술에서 부정확한 학습의 결과를 보였으며 분수에 비해 소수 연산에 관한 절차적 지식 및 개념적 지식의 이해정도가 낮은 것으로 나타났다. 오답률을 살펴보면, 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈의 경우 개념적 지식의 이해정도가 매우 낮은 것으로 나타났으며 이것은 곱셈과 나눗셈의 경우 학생들이 알고 있

는 알고리즘을 '왜 그렇게 되는지' 설명할 수 있는 수학적 표현 능력이 특히 부족하다는 것을 나타낸다.

나. 도형 영역

도형 영역의 문항 구성 및 기본 지식 이해 정도는 <표 2>와 같다. 각뿔과 각기둥의 개념 이해 문항이 가장 높은 정답률을 나타냈으며 바닥뿔기가 가능한 도형과 특징 이해 문항에 대한 정답률이 가장 낮았다. 한편, 선대칭도형 그리기와 특징 이해 정답률이 점대칭도형에 비해 10%정도 높게 나타났다. 오답률을 살펴보면, 특징적인 것은 선대칭과 선대칭의 위치에 있는 도형과 점대칭과 점대칭의 위치에 있는 도형 그리기와 특징 비교하기는 60%내외의 비슷한 오답률을 나타냈으나 점대칭도형 문항은 무응답이 20.5%로 가장 많아 학생들이 점대칭과 점대칭의 위치에 있는 도형에 대해 개념 이해 정도가 특히 낮음을 나타내고 있다.

다. 측정 영역

측정 영역의 문항 구성 및 기본 지식 이해 정도는 <표 3>과 같다. 참·거짓을 선택하고 근거를 제시해야 하는 들레와 넓이 문항, 부피와 겉넓이의 개념을 이해해야 하는 문항보다 계산과 함께 생활 속에서의 쓰임을 예로 들어 설명하여야 하는 부피와 들이의 개념 이해 문항이 상대적으로 정답률이 낮게 나타났다. 이는 학생들이 배운 지식을 실생활에 적용하는 부분에서 어려움을 겪고

<표 1> 수와 연산 영역의 반응 빈도수와 비율

소주제	정답(%)	오답		무응답 (%)	계(명)
		계산O, 설명X	계산X, 설명X		
공약수와 공배수의 개념 이해	72(54.5)	47(35.6)	13(9.9)	.	132
분수의 덧셈과 의미 이해	77(58.3)	49(37.1)	6(4.6)	.	132
분수의 뺄셈과 의미 이해	76(57.6)	56(42.4)	.	.	132
분수의 곱셈과 의미 이해	38(28.8)	90(68.2)	4(3.0)	.	132
분수의 나눗셈과 의미 이해	23(17.4)	104(78.8)	5(3.8)	.	132
분수와 소수의 유용성 이해	72(54.6)	42(31.8)	.	18(13.6)	132
소수의 덧셈과 의미 이해	47(35.6)	78(59.1)	7(5.3)	.	132
소수의 뺄셈식의 오류 찾기	109(82.6)	.	20(15.1)	3(2.3)	132
소수의 곱셈과 의미 이해	5(3.8)	96(72.7)	31(23.5)	.	132
소수의 나눗셈과 의미 이해	13(9.8)	112(84.9)	.	7(5.3)	132
10문항	532(40.3)	674(51.1)	86(6.5)	28(2.1)	1320
		760(57.6)			

<표 2> 도형 영역의 반응 빈도수와 비율

소주제	정답(%)	오답(%)	무응답(%)	계(명)
평면도형의 포함관계 이해	30(22.7)	102(77.3)	.	132
선대칭도형과 선대칭의 위치에 있는 도형 이해	38(28.8)	81(61.4)	13(9.8)	132
점대칭도형과 점대칭의 위치에 있는 도형 이해	26(19.7)	79(59.8)	27(20.5)	132
각뿔과 각기둥의 같은 점과 다른 점 이해	95(72.0)	36(27.3)	1(0.7)	132
바닥뿔기가 가능한 도형과 특징 이해	10(7.6)	113(85.6)	9(6.8)	132
5문항	199(30.1)	411(62.3)	50(7.6)	660

<표 3> 측정 영역의 반응 빈도수와 비율

소주제	정답(%)	오답(%)	무응답(%)	계(명)
둘레와 넓이의 개념 이해	68(51.5)	61(46.2)	3(2.3)	132
직사각형의 넓이 구하는 공식 이해	29(22.0)	91(68.9)	12(9.1)	132
부피와 겹넓이의 개념 이해	53(40.2)	75(56.8)	4(3.0)	132
부피와 들이의 개념 이해	44(33.3)	83(62.9)	5(3.8)	132
4문항	194(36.7)	310(58.7)	24(4.6)	528

<표 4> 확률과 통계 영역의 반응 빈도수와 비율

소주제	정답(%)	오답(%)	무응답(%)	계(명)
그래프 해석	68(51.5)	42(31.8)	22(16.7)	132
확률 이해	55(41.7)	70(53.0)	7(5.3)	132
2문항	123(46.6)	112(42.4)	29(11.0)	264

있음을 반영한다. 한편, 직사각형의 넓이 구하는 공식 이해문항이 다른 문항에 비해 오답률이 높을 뿐만 아니라 무응답이 상대적으로 많아 학생들이 평면도형의 넓이 구하기에서 가장 기본적으로 학습한 직사각형의 넓이 구하는 공식의 원리에 대한 이해가 매우 낮음을 알 수 있다.

라. 확률과 통계 영역


확률과 통계 영역의 문항 구성 및 기본 지식 이해 정도를 살펴보면 <표 4>와 같다. 우선 그래프 해석 문항에서는 51.5%의 학생들이 주어진 그래프에 근거하여 타당한 해석을 하는 것으로 드러났다. 확률 이해 문항에서는 확률에 대한 형식적 학습이 이루어지기 전에 본 검사가 실시되었으나 <그림 1>과 같이 41.7%의 학생들이 6-가 단계에서 배운 비와 비율을 이용하여 확률을 구하고 있으며 확률이 비율임을 인지하고 있는 것으로 해석되었다. 오답률을 살펴보면, 그래프 해석하기 문항이 오답률은 낮으나 무응답이 확률이해 문항보다 10%이상 높

게 나타나, 그래프 영역은 2학년때부터 지속적으로 학습해 온 점을 감안할 때 그래프 영역에 대한 학생들의 이해도와 자신감이 미흡함을 알 수 있다.


마. 규칙성과 함수 영역

규칙성과 함수 영역의 문항 구성 및 기본 지식 이해 정도는 <표 5>와 같다. 비율의 덧셈 이해 문항은 교과서에 제시되어 있지 않은 과제임에도 불구하고 학생들은 비율의 덧셈과 분수의 덧셈의 차이점을 인지하고 비의 덧셈을 통한 비율을 정확히 구하여 34.1%의 정답률을 보이고 있으나 비와 비의 값, 비율의 개념 비교 문항에서는 각각의 값을 구분할 수는 있으나 그 의미를 교과서에 제시되어 있는 정확한 개념 즉, '비는 두 수를 비교하기 위해 기호 : 를 사용하여 표현하는 것, 비의 값은 기준량을 1로 볼 때의 비율, 비율은 두 수를 비교할 때 기준량에 대한 비교하는 양의 크기'라는 개념으로 명확히 설명하지 못해 정답자가 없는 것으로 나타났다. 두 문항

「문제」 다음 그림을 보고 두 상자의 검은 구슬을 꺼낼 기회를 비교해 보고 맞는 문장에 ○표 하시오. 그리고 그 이유도 써 보시오.



A 상자

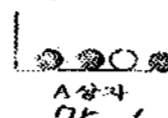


B 상자

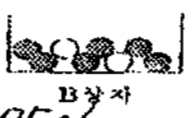
① A상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (X)
 ② B상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (X)
 ③ A상자와 B상자에서 각각 검은 구슬을 꺼낼 기회는 같다. (O)

[그렇게 생각한 이유]
 그것은 A상자에 검은 구슬 4개 흰구슬 4개 있고, B상자에는 검은 구슬 6개 흰구슬 2개가 있다. 그러므로 이진비율로 나누어보면 1/2과 3/4를 비교하면 1/2이 더 작으므로 B상자에서 꺼낼 확률이 더 높다고 생각한다.

「비와 비율로 생각한 경우」



A 상자

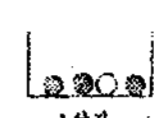


B 상자


① A상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (X)
 ② B상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (X)
 ③ A상자와 B상자에서 각각 검은 구슬을 꺼낼 기회는 같다. (O)

[그렇게 생각한 이유]
 A상자에는 총 구슬이 4개 들어있고 그중 3개가 검은 구슬이므로 검은 구슬을 꺼낼 확률은 75%이다. 그리고 B상자에는 총 구슬이 8개가 들어있고 그중 6개가 검은 구슬이므로 검은 구슬을 꺼낼 확률이 75%이다. 그러해서 B상자에서 검은 구슬을 꺼낼 확률은 75%로 같다.

「비율로 생각한 경우」



A 상자



B 상자

① A상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (X)
 ② B상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (X)
 ③ A상자와 B상자에서 각각 검은 구슬을 꺼낼 기회는 같다. (O)

[그렇게 생각한 이유]
 A상자에서 검은 구슬을 꺼내는 확률은 4/8이다. B상자의 확률은 6/8인데 약분하면 3/4가 된다. 그러면 두 상자의 확률은 같은데 ①, ②번 모두 아니고 ③번이 옳다.

「확률로 생각한 경우」

<그림 1> 확률 이해에 대한 정답

<표 5> 규칙성과 함수 영역의 반응 빈도수와 비율

소주제	정답(%)	오답(%)	무응답(%)	계(명)
비율의 덧셈 이해	45(34.1)	60(45.5)	27(20.4)	132
비, 비의 값, 비율 구분과 차이점 이해		117(88.6)	15(11.4)	132
2문항	45(17.0)	177(67.1)	42(15.9)	264

모두 무응답이 10~20%대로 다소 높은 편이며 오답률과 무응답 반응 결과를 살펴볼 때 비와 비율에 대한 학생들의 자신감과 기본 지식의 이해 정도가 매우 낮음을 알 수 있다.

바. 문자와 식 영역

문자와 식 영역의 문항 구성 및 기본 지식의 이해 정도는 <표 6>과 같으며 전반적으로 식이 뜻하는 의미를 바르게 이해하지 못해 문제 해결의 중요한 단서와 적절한 문제 해결 방법을 찾지 못하고 그 결과 식에 알맞은 문제 만들기과 문제 해결에 어려움을 겪고 있는 것으로 나타났다.

2. 서술형 평가에서 나타난 정답의 특징과 오답 유형

가. 정답의 특징

서술형 평가의 특징상 주어진 문제에 대해서 정답이 하나로 결정되는 것은 아니다. 따라서 학생들의 정답 여부만을 판별하는 것이 아니라 구체적으로 어떻게 반응했는가를 상세히 살펴봄으로써 해당 주제에 대한 교수·학습에 시사점을 제기할 수 있을 것으로 판단된다. 이에 본 논문에서는 수와 연산 영역을 중심으로 학생들이 기술한 정답의 특징을 대표적인 경우만 예로 들어 설명한다.

<표 6> 문자와 식 영역의 반응 빈도수와 비율

소주제	정답(%)	오답(%)	무응답(%)	계(명)
식에 알맞은 문제 만들기	42(31.8)	80(60.6)	10(7.6)	132
문제 해결하기	63(47.7)	58(44.0)	11(8.3)	132
2문항	105(39.7)	138(52.3)	21(8.0)	264

분수와 소수의 사칙연산과 의미 이해 문항을 예로 살펴보면 주어진 연산 문제를 해결하고 그 의미를 그림이나 문장으로 설명하게 한 문항에서 <표 7>, <표 8>과 같이 다양한 유형을 이용하여 분수와 소수 연산의 기본 개념을 설명하고 있다. 먼저, 분수의 경우 연산의 개념 설명에 학생들이 가장 선호한 모델은 「분수 막대 모델」이다. 예를 들어, 주어진 각각의 분수를 분수 막대로 나타내고 통분한 결과를 다시 분수 막대로 나타내어 연산의 의미를 설명하는 것이다(<그림 2> 참조). 한편, 소수 연산에서 대표적인 경우는 덧셈의 경우 「정사각형 모델」을 이용한 경우로 정사각형을 1로 보고 이것을 10등분한 후 다시 10등분 즉, 1을 100등분하여 연산의 의미를 설명하는 것으로 드러났다. 이는 교과서에서 분수의 연산을 다룰 때 분수막대 모델을 주로 사용하고 소수의 연산을 다룰 때는 정사각형 모델을 사용한 것과 관련 된다고 본다. 하지만, 학생들은 이와 같은 전형적인 모델

외에도 수직선, 넓이, 이산량, 포함관계 등을 이용하여 분수 또는 소수의 연산을 설명할 수 있는 것으로 나타났다(<그림 2> 참조).

나. 오답의 유형

1) 수와 연산 영역

수와 연산 영역에서 수학과 기본 지식에 대한 이해가 부족하여 발생한 대표적인 오답의 유형을 살펴보면 분수와 소수의 사칙연산의 경우 먼저 분수 연산의 오답의 유형은<그림 3>과 같이 계산을 바르게 하나 분수나 통분의 개념을 그림으로 바르게 나타내지 못하여 $4 \times \frac{2}{3}$ 를 $\frac{0000}{0} \times \frac{00}{000}$ 와 같은 그림으로 나타내거나 그림식, 즉 $4 \times \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$ 를 그림으로 그대로 나타내고 있는 경우이다.

<표 7> 분수 사칙연산 기본 개념 설명 모델

주제	정답자 (%)	기본 개념 설명의 근거로 제시한 모델								
		분수 막대	원	사각형	수직선	넓이	이산량	포함 관계	정사각형	문장
분수의 덧셈	77 (58.3)	45 (34.1)	8 (6.0)	15 (11.4)	7 (5.3)	.	2 (1.5)	.	.	.
분수의 뺄셈	76 (57.6)	54 (40.9)	14 (10.6)	6 (4.5)	1 (0.8)	.	1 (0.8)	.	.	.
분수의 곱셈	38 (28.8)	15 (11.4)	12 (9.1)	8 (6.0)	1 (0.8)	2 (1.5)
분수의 나눗셈	23 (17.4)	7 (5.3)	3 (2.2)	1 (0.8)	1 (0.8)	.	.	1 (0.8)	.	10 (7.5)
소 계	214 (40.5)	121 (22.9)	37 (7.0)	30 (5.6)	10 (1.9)	2 (0.4)	3 (0.6)	1 (0.2)	.	10 (1.9)

<표 8> 소수 연산 영역 기본 개념 설명 모델

주제	정답자 (%)	기본 개념 설명의 근거로 제시한 모델								
		띠모델	원	사각형	수직선	넓이	이산량	첨가 상황	정사각형	문장
소수의 덧셈	47 (35.6)	15 (11.4)	1 (0.8)	.	3 (2.2)	.	.	1 (0.8)	27 (20.4)	.
소수의 곱셈	5 (3.8)	2 (1.5)	2 (1.5)	1 (0.8)
소 계	52 (19.7)	17 (6.4)	1 (0.4)	.	3 (1.1)	.	.	1 (0.4)	29 (11.0)	1 (0.4)

<p>다음 분수의 덧셈을 하고 그 의미를 그림으로 설명해 보시오.</p>	<p>다음 소수의 덧셈을 하고 그 의미를 그림으로 설명해 보시오.</p>	<p>다음 분수의 덧셈을 하고 그 의미를 그림으로 설명해 보시오.</p>	<p>다음 분수의 나눗셈을 계산하고 몫의 의미를 각각 설명해 보시오.</p>
<p>$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$을 그림으로 설명하기</p> <p>$\frac{1}{4} =$ [diagram]</p> <p>$\frac{1}{3} =$ [diagram]</p> <p>$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$</p>	<p>[계산] $0.4 + 0.08 = 0.40 + 0.08 = 0.48$</p> <p>[0.4 + 0.08을 그림으로 설명하기]</p>	<p>$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$을 그림으로 설명하기</p> <p>$\frac{1}{4} =$ [diagram]</p> <p>$\frac{1}{3} =$ [diagram]</p> <p>$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} =$ [diagram]</p>	<p>[계산] $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$</p> <p>$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} =$ [diagram]</p> <p>$\frac{1}{3} \div \frac{1}{4} =$ [diagram]</p>
<p>「분수막대 모델 이용」</p>	<p>「정사각형모델 이용」</p>	<p>「이산량 모델 이용」</p>	<p>「포함관계 이용」</p>

<그림 2> 분수와 소수의 사칙연산에 대한 정답

<p>다음 분수의 덧셈을 하고 그 의미를 그림으로 설명해 보시오.</p>	<p>다음 분수의 뺄셈을 하고 그 의미를 그림으로 설명해 보시오.</p>	<p>다음 분수의 곱셈을 하고 그 의미를 그림으로 설명해 보시오.</p>	<p>다음 분수의 나눗셈을 계산하고 몫의 의미를 각각 설명해 보시오.</p>
<p>[계산] $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$</p> <p>$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$</p> <p>[$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$을 그림으로 설명하기]</p>	<p>[계산] $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$</p> <p>$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$을 그림으로 설명하기</p>	<p>$4 \times \frac{2}{3}$</p> <p>[계산] $4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$</p> <p>[$4 \times \frac{2}{3}$을 그림으로 설명하기]</p>	<p>[계산] $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$</p> <p>$\frac{1}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$</p> <p>[몫의 의미(포함)나 분점으로 설명하기]</p> <p>$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} =$ [diagram]</p> <p>$\frac{1}{3} \div \frac{1}{4} =$ [diagram]</p>
<p>「분수의 덧셈」</p>	<p>「분수의 뺄셈」</p>	<p>「분수의 곱셈」</p>	<p>「분수의 나눗셈」</p>

<그림 3> 분수의 사칙연산에 대한 오답 유형

분수 곱셈에서는 연산 알고리즘 상호간에 혼동을 일으켜 나눗셈 알고리즘으로 계산하는 경우가 있었으며 분수 나눗셈의 경우 계산은 바르게 하나 계산과정이나 방법을 그림이나 문장으로 설명하지 못하고 식으로 기술하거나, 그림이나 문장으로 설명하나 바르게 나타내지 못하는 경우가 있었다.

소수 연산의 경우 대표적인 오답의 유형은 <그림 4>와 같이 소수의 덧셈 개념을 그림 모델로 제시함에 있어 소수의 모델을 머리 속에 구체적으로 형상화시키지 못하여 10등분과 100등분의 차이를 인지하지 못한 채 0.1의 크기를 0.01의 크기와 같게 나타내고 있거나 소수의 사칙연산 알고리즘 간에 혼동을 일으키고 있는 경우가 있

었다. 소수의 곱셈식에서 대표적인 유형은 15.9%(21명)의 학생들이 $\times 0.3$ 의 개념을 $\times 3$ 의 의미로 이해하고 있는 것으로 나타났으며 소수의 나눗셈 알고리즘에 관한 개념 이해 문항에서는 84.9%(112명)의 학생들이 '소수점을 왜 옮겨 계산할 수 있는가?'에 대한 적절한 근거와 이유를 모르는 상태에서 '소수점을 옮겨야 한다'는 암기식의 절차적 지식만을 습득하고 있는 것으로 나타났다.

2) 도형 영역

도형 영역에서는 <그림 5>와 같이 전반적으로 평면 도형의 수학적 계열성 및 관계성에 대한 개념 이해가 부족하고 '대칭축'과 '대칭의 중심', '180° 회전' 등 용어에

<p>다음 소수의 덧셈을 하고 그 의미를 그림으로 설명해 보시오.</p> <p>$0.4 + 0.08$</p> <p>[계산] $\begin{array}{r} 0.4 \\ +0.08 \\ \hline 0.48 \end{array}$ 답: 0.48</p> <p>[$0.4 + 0.08$ 을 그림으로 설명하기]</p> <p>$= 0.48$</p> <p>「소수의 덧셈」</p>	<p>영철이는 소수의 뺄셈식을 다음과 같이 계산하였습니다. 직접 계산하지 않고, 영철이의 계산이 못되었다는 것을 어떻게 알 수 있는지 설명해 보시오.</p> <p>$24.7 - 1.26 = 1.21$</p> <p>소수의 덧셈과 뺄셈의 답에 있는 소수점 자릿수는 계산하는 수들의 소수점 자릿수를 더한 것과 같다. 그런데 이 계산은 소수점 자릿수가 3개어야 하는데 2개이다.</p> <p>「소수의 뺄셈」</p>	<p>다음 소수의 곱셈을 계산하고 곱셈의 의미를 그림이나 문장으로 설명해 보시오.</p> <p>0.4×0.3</p> <p>[계산] $0.4 \times 0.3 = 0.12$</p> <p>[0.4×0.3 의 의미-그림으로 설명하기]</p> <p>$= 0.12$</p> <p>「소수의 곱셈」</p>	<p>다음 등식이 성립하는 이유를 타당한 근거를 들어 설명하고 계산하십시오.</p> <p>$11.52 \div 0.48 = 1152 \div 48$</p> <p>[등식이 성립하는 이유] 소수점을 왼쪽이나 오른쪽에 같은 개수만큼 옮기면 $1152 \div 48$ 은 계산할 수 있고 소수점의 위치가 같기 때문에 $1152 \div 48$ 과 계산결과가 같다.</p> <p>[계산] $11.52 \div 0.48$ $= 1152 \div 48$ $= 24$ $= 0.24$</p> <p>「소수의 나눗셈」</p>
---	--	---	--

<그림 4> 소수의 사칙연산에 대한 오답 유형

<p>다음 <보기> 와 같이 □ 안에 직사각형, 마름모, 정사각형, 사각형, 사다리꼴, 평행사변형을 적절히 넣어 사각형 사이의 관계를 바르게 나타내시오.</p> <p><보기> 1. 사각형, 이등변삼각형, 정삼각형의 관계 사각형에는 이등변삼각형과 정삼각형이 포함된다. 이등변삼각형은 정삼각형을 포함한다. 모든 정삼각형은 항상 이등변삼각형이다.</p> <p>「사각형의 포함관계」</p>	<p>선대칭도형과 선대칭의 위치에 있는 도형을 각각 그리고, 차이점을 설명해 보시오.</p> <p>가. 그림</p> <p>1) 선대칭 도형</p> <p>2) 선대칭의 위치에 있는 도형</p> <p>가. 선대칭도형과 선대칭의 위치에 있는 도형의 차이점 선대칭도형은 세로로 잘라서 양쪽 면의 모양, 크기, 장! 둘이 같은 모양이고 선대칭의 위치가 있는 모양은 왼쪽 도형과 오른쪽 도형이 모양이 같고 위치가 다르다.</p> <p>「도형의 대칭」</p>	<p>각뿔과 각기둥의 같은 점과 다른 점을 써 보시오.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>구분</th> <th>각뿔</th> <th>각기둥</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>같은 점</td> <td>꼭짓점이 있다. 입체도형이다.</td> <td></td> </tr> <tr> <td>다른 점</td> <td>옆면이 1면이다. 옆면이 4사면이다. 밑면이 원이다. 밑면이 정다각형이다. 꼭지점은 1개이다. 꼭지점은 4개이다. 모양이 다르다.</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>「각뿔과 각기둥의 특징」</p>	구분	각뿔	각기둥	같은 점	꼭짓점이 있다. 입체도형이다.		다른 점	옆면이 1면이다. 옆면이 4사면이다. 밑면이 원이다. 밑면이 정다각형이다. 꼭지점은 1개이다. 꼭지점은 4개이다. 모양이 다르다.		<p>다음 도형 중 바닥 덮기가 가능한 도형을 찾고 그 특징을 써 보시오.</p> <p>정삼각형, 정사각형, 정오각형, 정육각형, 원</p> <p>[바닥덮기가 가능한 도형] (정삼각형, 정사각형) 정오각형, 정육각형</p> <p>[바닥덮기가 가능한 도형의 특징] (세로막히면 네모가 된다.) 정다각형이다.</p> <p>「바닥덮기」</p>
구분	각뿔	각기둥										
같은 점	꼭짓점이 있다. 입체도형이다.											
다른 점	옆면이 1면이다. 옆면이 4사면이다. 밑면이 원이다. 밑면이 정다각형이다. 꼭지점은 1개이다. 꼭지점은 4개이다. 모양이 다르다.											

<그림 5> 도형 영역에 대한 오답 유형

대한 개념 이해가 부족하며 점대칭도형 그리기와 차이점 이해 정도가 선대칭도형에 비해 낮은 편이었다. 또한 도형에 관한 정확한 정의에 대한 이해가 부족하였다. 특히, 오답으로 처리하지는 않았으나 교과서의 예시 자료가 모두 정각뿔과 직각기둥임을 고려할 때 각뿔과 각기둥의

옆면 모양이 삼각형과 사각형이라고 답한 학생들의 생각과 이유를 토의시키고 정확한 개념을 정리해 줄 필요가 있다고 본다.

도형영역에서 수학과 기본 지식에 대한 이해가 부족하여 발생한 대표적인 오답의 유형을 살펴보면 다음과

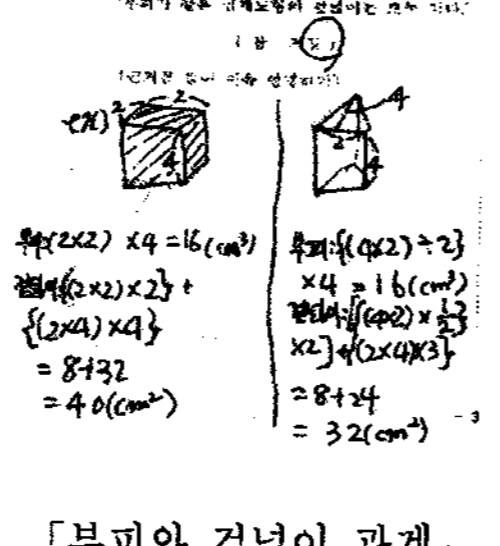
같다. 도형의 변환에서 바닥덮기가 가능한 도형과 그렇지 않은 도형을 구분하고 가능한 도형의 특징을 기술하게 한 문항에서 85.6%(113명)의 학생들이 오답을 기술하였는데, 대표적인 유형이 바닥덮기의 기본이 틀이 없어야 한다는 것을 몰라서 정다각형이면 된다고 생각하여 정오각형도 바닥덮기가 가능한 도형으로 선택을 하거나 '빈틈없이 채울 수 있어야 한다'고 응답하여 바닥덮기의 기본 개념을 알고 있으나 가능한 도형으로 정사각형 또는 정삼각형 등 도형의 일부만 선택하는 경우가 있어 학생들의 변환에 대한 감각 및 평면도형의 각의 크기에 대한 개념 확장 능력이 매우 부족한 것으로 나타났다.

3) 측정 영역

측정 영역에서는 <그림 6>과 같이 '둘레의 길이가 같은 도형의 넓이는 모두 같다'는 의견에 대해 46.2%(61명)의 학생들이 적절한 이유를 제시하지 못한 채 오답을 기술하였으며 '부피가 같은 입체도형의 겹넓이는 모두 같다'는 의견에 대해 47.7%(63명)의 학생들이 단순히 공식이 다르기 때문이라고 답하거나 논리적으로 타당한 근거를 제시하지 못하고 있다. 이들 중 2명은 <그림 6>에서 자료와 같이 직육면체와 삼각기둥을 예로 들어 수치상의 근거는 명확하게 제시하였으나 반례로 제시한 삼각기둥에서 밑면을 이루는 정삼각형이 한 변의 길이를 2

cm, 밑면의 높이를 4cm로 하는 등 실제로 성립할 수 없는 도형이므로 오답으로 처리되었다. 이것은 학생들이 도형의 예는 많이 보았으나 실제로 그려보는 활동이 부족하여 삼각형의 세 변의 길이와 높이의 관계를 이해하지 못하고 있음을 나타낸다. 또한 62.9%(83명)의 학생들이 부피와 들이에 대한 알고리즘과 개념적 지식의 이해가 부족하거나 생활 속에 적용되는 예를 바르게 찾지 못하였으며 특히, 들이보다 부피에 대한 개념 이해가 부족한 것으로 나타났다.

측정 영역에서 수학과 기본 지식에 대한 이해가 부족하여 발생한 대표적인 오답의 유형을 살펴보면 다음과 같다. 직사각형의 넓이를 구하는 공식의 원리를 이해하고 있는지를 알아보기 위해 공식이 성립하는 이유를 예를 들어 설명하게 한 문항에서 68.9%(91명)의 학생들이 오답을 기술하였으며 대표적인 유형은 부피를 구하는 공식으로 넓이 설명하기 등 넓이와 관련 없는 이유를 제시하거나 논리적으로 적절한 근거를 제시하지 못하고 단순히 공식이기 때문이라고 답하거나 선이 모여 면이 된다는 개념에 기초하여 형성된 면의 넓이 개념으로 직사각형의 넓이를 가로 또는 세로가 반복된다고 생각하여 가로를 세로만큼, 또는 세로를 가로 만큼 더한다는 개념으로 기술하고 있어 넓이 공식에 대한 개념적 지식의 이해가 미흡한 것으로 나타났다.

<p>다음 의견에 대한 참, 거짓을 판단하고 그 이유를 근거를 들어 설명해 보시오.</p>	<p>다음 의견에 대한 참, 거짓을 판단하고 그 이유를 근거를 들어 설명해 보시오.</p>	<p>다음 도형의 부피와 들이를 각각 구하시오. 그리고 우리 생활 속에서 부피와 들이가 쓰이는 경우를 예를 들어 설명해 보시오.</p>	<p>직사각형의 넓이를 '가로의 길이×세로의 길이'로 구할 수 있는 이유를 설명해 보시오.</p>
<p>'둘레의 길이가 같은 도형의 넓이는 모두 같다.'</p> <p>(참, 거짓)</p> <p>(근거를 들어 이유 설명하기)</p> <p>같은 둘레의 길이라고 해도 도형이나 넓이를 구하는 방식이 다 다르기 때문이다</p> <p>「둘레와 넓이의 관계」</p>	<p>「부피와 겹넓이 관계」</p> 	<p>부피 192cm³</p> <p>둘레 192cm L</p> <p>생활 속 예: 물통, 상자, 책 등 부피와 들이를 구할 때 사용</p> <p>「부피와 들이」</p>	<p>공식 이해...</p> <p>「직사각형의 넓이 공식」</p>

<그림 6> 측정 영역에 대한 오답 유형

4) 확률과 통계

확률과 통계 영역에서는 <그림 7>과 같이 그래프 해석하기와 관련하여 31.8%(42명)의 학생들은 자료에 근거한 대책을 제시하나 그 내용이 구체적이지 못하며 16.7%(22명)의 학생들이 무응답을 하여 그래프를 읽고 정보를 해석하고 상황을 이해하여 실생활에 적용할 수 있는 그래프와 관련된 수학적 기본 지식의 이해가 부족한 것으로 나타났다.

확률과 통계 영역에서 수학과 기본 지식에 대한 이해가 부족한 대표적인 경우는 주어진 경우에 대한 확률을 비교하고 그렇게 생각한 이유를 기술하게 한 문항에서 53%(70명)의 학생들이 확률 개념에 대한 이해가 부족한 것으로 나타났다. 오답의 대표적인 유형은 단순히 검은 구슬의 수를 비교하여 확률을 비교하거나 문제를 잘못 이해하여 두 상자를 비교하지 않고 각각의 상자에서 검은 구슬과 흰 구슬이 나올 확률을 비교하여 답을 기술하고 있는 경우이다. 예외적인 경우로 구슬이 나열된 모양을 보고 확률을 추측한 경우가 있었다.

5) 규칙성과 함수


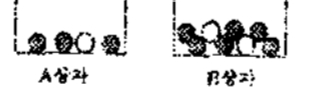


규칙성과 함수 영역에서는 <그림 8>과 같이 비율의 합 구하기 문항에서 45.5%(오답자 60명) 중 26.5%(35명)

의 학생들이 비율의 합을 분수의 덧셈으로 계산하여 합을 구하고 있으며 그 외 비율의 합을 자연수의 덧셈과 같은 방법으로 생각하고 있는 경우가 있었으며 타 문항에 비해 무응답이 20.4%로 높은 편이었다.

수학과 기본 지식에 대한 이해가 부족하여 발생한 오답의 유형 중 비, 비의 값, 비율의 개념적 지식에 관한 이해 정도를 살펴보면 [보기]를 보고 비, 비의 값, 비율을 구분한 후 그 차이점을 기술하게 한 문항에서 88.6%(117명)의 학생들이 비, 비의 값, 비율 개념에 대한 이해가 부족한 것으로 나타났으며 무응답이 11.4%(15명)이었다. 오답의 유형을 분석한 결과는 72%(95명)의 학생들이 비, 비의 값, 비율을 바르게 구분하나 차이점을 비의 값은 분수 또는 소수, 비율은 백분율의 개념만으로 생각하고 있으며 그 외 학생들은 비, 비의 값, 비율을 구분하지 못하고 차이점도 바르게 설명하지 못하고 있어 연구 대상자 모두 개념의 상호 관련성과 차이점을 정확히 이해하지 못하고 있는 것으로 나타났다.

6) 문자와 식

문자와 식 영역에서 학생들의 전반적인 오답은 문제 이해력 부족과 관련 개념의 부정확한 이해, 식을 세우고 해결하기 미숙 등에 기인한 것으로 보인다. 수학과 기본

<p>다음은 '어린이 상해사고별 통계자료'입니다. 여러분이 건설교통부장관이라면 <u>아래 그래프에 근거하여 어떤 정책을 마련할지 그 이유와 함께</u> 써 보시오.</p>	<p>다음 그림을 보고 두 상자의 검은 구슬을 꺼낼 기회를 비교해 보고 맞는 문장에 ○표 하시오. 그리고 그 이유도 써 보시오.</p>		
 <p>http://cafe.naver.com/qinsit/988</p> <p>[내가 건설교통부장관이려면]</p> <p>확률이 높은 사망률 일수록이면서 범을 확실히 제정해 엄격하게 한다</p> <p>「그래프 해석」</p>	 <p>○ A상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (X)</p> <p>○ B상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (O)</p> <p>○ A상자와 B상자에서 각각 검은 구슬을 꺼낼 기회는 같다. (O)</p> <p>[그렇게 생각한 이유]</p> <p>○ A상자에는 검은색이 3개 밖에 없기 때문. ○ B상자에는 검은색이 A상자와 2배 더 많이 들어 있기 때문. ○ A상자에는 검은색 3개, B상자에는 검은색 6개, B상자가 2배 더 많이 들어 있기 때문.</p> <p>「확률 이해 - 구슬의 수」</p>	 <p>○ A상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (O)</p> <p>○ B상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (O)</p> <p>○ A상자와 B상자에서 각각 검은 구슬을 꺼낼 기회는 같다. (O)</p> <p>[그렇게 생각한 이유]</p> <p>○ 검은색이 더 많아 검은색을 꺼낼 확률은 2배 더 높기 때문이다. ○ 2가 같아 검은색은 둘 다 같은 수이다. ○ 2:3이 6:6이므로 같은 수이다. ○ 3:1=6:2 이므로.</p> <p>「문제 이해 오류」</p>	 <p>○ A상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (O)</p> <p>○ B상자에서 검은 구슬을 꺼낼 기회가 더 많다. (X)</p> <p>○ A상자와 B상자에서 각각 검은 구슬을 꺼낼 기회는 같다. (X)</p> <p>[그렇게 생각한 이유]</p> <p>A상자에는 한 줄로 있지만 B상자에는 두 줄로 되었기 때문이다.</p> <p>「모양」</p>

<그림 7> 확률과 통계 영역에 대한 오답 유형

지식에 대한 이해가 부족하여 발생한 오답의 유형을 살펴보면 <그림 9>와 같이 첫째, 주어진 식의 개념에 알맞은 문제를 만들고 문제의 의미를 그림으로 나타내게 한 문항에서 60.6%(80명)의 학생들이 식에 알맞은 문제 만들기에 대한 이해가 부족한 것으로 나타났으며 학생

의 오답 유형은 전반적으로 나눗셈을 덧셈 또는 곱셈식으로 이해하고 문제를 만든 후 계산은 나눗셈으로 하는 등 식에 대한 의미 이해가 바르지 못하여 식 만들기와 의미 나타내기에 오답을 기술한 것으로 나타났다.

둘째, 문제 해결에 필요한 개념 이해 정도를 알아보

<p>영훈이는 농구 경기 전반전에서 6번의 자유투 중 2번을 성공하였다. 후반전에서는 8번의 자유투 중 5번을 성공하였다. 전체 경기 동안 영훈이의 자유투 성공률은 얼마인지 구하시오.</p>	<p>다음을 비, 비의 값, 비율로 구분하고 그 차이점을 써 보시오.</p>												
<p>[문제 해결 과정]</p> $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{1}{3} + \frac{5}{8} = \frac{23}{24}$ <p>답 $\frac{23}{24}\%$</p> <p>[문제 해결 과정]</p> <p>전반전 : $6 \div 2 = 3 = 30\%$ 후반전 : $8 \div 5 = 1.6 = 16\%$</p> <p>답 46%</p>	<p>비교하는 양 : 17, 기준량 : 20</p> <p>① $\frac{17}{20}$ (비) ② 17 : 20 (비) ③ $\frac{17}{20} \times 100\% = 85\%$ (비율)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <th>구분</th> <th>비</th> <th>비의 값</th> <th>비율</th> </tr> <tr> <td>비</td> <td>대분 사용함 소분 사용함 전체 사용함 비율 사용함</td> <td>분수로 사용함 단위로 사용함 %로 사용함 %로 사용함</td> <td>%라는 단위를 사용하지 않음 %로 사용함</td> </tr> <tr> <td>차이점</td> <td>분수로 나타내었다</td> <td>비율로 나타내었다</td> <td>비율로 나타내었다</td> </tr> </table>	구분	비	비의 값	비율	비	대분 사용함 소분 사용함 전체 사용함 비율 사용함	분수로 사용함 단위로 사용함 %로 사용함 %로 사용함	%라는 단위를 사용하지 않음 %로 사용함	차이점	분수로 나타내었다	비율로 나타내었다	비율로 나타내었다
구분	비	비의 값	비율										
비	대분 사용함 소분 사용함 전체 사용함 비율 사용함	분수로 사용함 단위로 사용함 %로 사용함 %로 사용함	%라는 단위를 사용하지 않음 %로 사용함										
차이점	분수로 나타내었다	비율로 나타내었다	비율로 나타내었다										
<p>「비율의 합 - 분수의 합」 「비율 오답 - 자연수의 합」</p>	<p>「비율은 백분율」 「비, 비의 값, 비율 - 구분하지 못함」</p>												

<그림 8> 규칙성과 함수 영역에 대한 오답 유형

<p>다음 식에 알맞은 문제를 만들고 그림으로 나타내어 보시오.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ </div>	<p>영선이는 가지고 있던 돈의 $\frac{1}{3}$을 저금하고, 남은 돈의 $\frac{1}{4}$로 연필을 샀다. 또, 연필을 사고 남은 돈의 $\frac{4}{6}$로는 색종이를 샀더니 250원이 남았다. 영선이 처음에 가지고 있던 돈은 얼마인지 구하시오. [해결방법] 다음 해결 방법 중 하나를 선택하여 ○표 하고 문제를 해결해 보시오.</p>	<p>문제 해결 과정</p> <p>가져오면 돈 = 0 $\square \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = 250$ $\square = \frac{125}{\frac{2}{9} \times \frac{1}{4}} = 6$ $\square = \frac{125}{6}$ $\square = 20 \frac{5}{6}$ 원</p>
<p>[문제 만들기 - 문제 이해 부족]</p>	<p>[분수 이해 부족]</p>	<p>[주요 단서 이해 부족]</p>

<그림 9> 문자와 식 영역에 대한 오답 유형

기 위해 주어진 문제 해결을 위해 가장 적절한 해결 방법을 찾고 그와 관련된 개념적 지식을 활용하여 문제를 해결하게 한 문항에서 44%(58명)의 학생들이 문제 해결하기에 대한 개념 이해가 미흡한 것으로 나타났다. 오답의 대표적인 경우는 주어진 문제의 해결에 가장 적절한 방법인 거꾸로 생각하여 해결하기를 선택하였으나 문제 해결의 주요 단서인 남은 돈에 대한 이해 부족 또는 분수에 대한 개념 이해 부족으로 높은 오답률을 보인 경우이다. 학생들이 두 번째로 많이 선호한 식을 만들어 해결하기에서도 남은 돈과 문제 이해 부족으로 오답을 기술하였으며 그림을 그려 해결하기는 문제 이해력이 부족하여 문제를 그림으로 나타낸 후 그림을 다시 식으로 나타낼 때 잘못된 식을 만들어 오답을 기술한 것으로 나타났다.

V. 맺는 말

본 연구는 초등학교 6학년 학생들의 수학과 기본 지식에 대한 이해 실태를 서술형 평가를 통하여 조사해 보았는데, 분석 결과를 바탕으로 수학과 기본 지식 교수·학습 방향에 대한 시사점을 논의해 보면 다음과 같다.

첫째, 수와 연산 영역의 분수와 소수의 사칙연산에 있어 구체물이나 그림 모델을 교수·학습 활동의 자료로 활용하여 학생들의 연산에 대한 기본 개념 이해 정도를 향상시켜야 한다. 본 연구의 결과 검사대상 학생들 중 분수와 소수의 사칙연산에서 계산을 바르게 할 수 있는 학생은 소수의 곱셈(76.5%)을 제외하고 95%내외로 매우 높았으나 사칙연산의 의미를 그림이나 문장으로 기술하는데 있어서는 정답률이 50%이하로 떨어졌다. 특히, 소수의 곱셈과 나눗셈의 정답률은 현저히 낮았다. 따라서 초등 수학 교과서 영역별 구성비에서 절대 우위를 차지하는 수와 연산에 관한 교수·학습 활동에서 학생들이 절차적 지식의 숙달에 앞서 그와 관련된 개념적 지식의 이해에 관심을 갖고 학습할 수 있도록 지도할 필요가 있다.

둘째, 도형과 관련된 개념간의 상호 관련성을 이해하고 적용할 수 있도록 지도하여야 하며 특히, 대칭점과 대칭의 중심 등 용어에 대한 이해가 확실하지 않으므로 다양하고 효율적인 지도 방법에 대한 연구가 필요하다.

특히 본 연구의 결과 점대칭도형의 정답률이 선대칭도형보다 10%정도 낮았으며 20%내외의 학생들이 선대칭과 점대칭의 개념 구분과 용어에 대한 이해가 부족한 것으로 나타났다. 따라서 도형의 대칭 단원에서 각 도형의 성질을 파악하고 그리기에 치중하기에 앞서 4개 도형 각각의 개념을 제대로 이해하고 차이점을 분명하게 인식하는 게 필요하다(이성미 외, 2007).

셋째, 측정에 있어 수학적 지식의 실생활 적용과 공식이 만들어지는 원리나 개념의 지도에 교사들의 관심과 노력이 필요하다. 본 연구에서 넓이 구하기의 가장 기본이 되고 학생들이 가장 친근하게 사용하는 직사각형의 넓이 구하는 공식이 어떻게 도출되는 지에 대한 개념적 지식의 이해 정도가 매우 낮은 것으로 드러났다. 이는 학생들이 넓이를 가로 또는 세로선의 중첩과 자를 이용하여 가로·세로 길이를 재어 측정하는 길이의 속성으로만 이해하고 있는 경우가 많다는 선행 연구 결과와 일맥상통한다(예, 안선영, 방정숙, 2006). 측정 영역에서 기본 속성과 차원이 다른 속성의 특성을 명확히 구분하여 기본적인 차이점을 학생들이 제대로 이해하도록 지도할 필요가 있다.

넷째, 현행 교과서에서 다루고 있는 비와 비율의 내용이 개념간 비교 측면에서 충분한지에 대한 연구가 필요하다. 본 연구에서 비, 비의 값, 비율의 개념을 구분하는 것과 관련하여 각각의 개념을 명확히 기술할 수 있는 학생이 한 명도 없었다는 점에 주목할 필요가 있다. 이는 비와 비율이 학습하기 어려운 대상이고 인지적으로 복잡하며, 비율과 비의 값이 특히 초등 수학 수준에서는 명확하게 구별되지 않기 때문일 수 있다(장혜원, 2002; 정은실, 2003; Smith, 2002). 특별히 개정 교육과정(교육인적자원부, 2007)에서 비와 비율은 타교과의 선수 수학적 개념이라는 이유로 5학년에서 다루게 된다는 점을 고려해 볼 때, 학생들에게 어떻게 가르쳐야 할지에 대한 충분한 논의가 필요하다.

다섯째, 그래프 학습에서 '자료를 해석하고 상황을 이해하여 실생활에 적용하기'에 대한 학습이 충분히 이루어져야 한다. 본 연구에서 그래프 해석하기는 정답률이 51.5%로 다소 낮은 수준이었으며 무응답이 16.7%로 학생들이 그래프를 해석하여 상황을 이해하기에 자신감 또한 낮은 것으로 나타났다. 따라서 그래프의 교수·학습

활동 시 그래프를 읽고 그리기보다는 다양한 그래프를 학습 자료로 활용하여 해석하고 상황에 대한 이야기를 만들어 보는 활동 등을 유도함으로써 그래프에 대한 다양한 관점과 이해 능력을 향상시키는 게 필요하다.

여섯째, 문자와 식 영역에서 교사들은 학생들이 이미 알고 있는 절차적 지식과 개념적 지식을 응용하여 적절한 해결 방법을 선택하여 문제를 해결하고 보다 창의적으로 주어진 식에 알맞은 문제를 만들어 보게 함으로써 학생들의 수학적 사고력을 향상시킬 수 있도록 노력하여야 한다. 예를 들어, 교사는 개방형 문제나 비정형 문제를 학생들이 다뤄 볼 수 있는 경험을 제공하기 위해 다양한 학습 문제 제시 및 평가 문항을 개발할 필요성이 있다.

마지막으로, 서술형 평가를 통해 초등학생들이 수학의 기본적인 개념이나 원리에 보다 관심을 갖게 하는 것이 필요하다(김남준, 2006). 본 연구 결과 학생들은 전형적인 알고리즘에 의한 계산은 매우 익숙하게 수행하였으나 그 저변에 깔려 있는 개념이나 원리를 설명하는 데는 매우 부족한 것으로 드러났다. 하지만, 개념이나 원리를 제대로 이해해야 높은 평가를 받을 수 있다면 학생들은 전형적인 알고리즘의 숙달에만 치우쳐 핵심적인 기초 지식을 소홀히 하지는 않을 것이다. 지금까지의 평가가 다분히 학습 결과를 알아보는 데 치중되어 왔던 것에 비해, 앞으로의 평가는 교수·학습 과정에 지속적인 피드백을 제공함으로써 보다 바람직한 학교 수학 교육이 이루어질 수 있어야 하겠다. 이런 평가의 본질을 회복하기 위해서는 서술형 평가의 보다 적극적인 도입이 필요하다고 본다.

참 고 문 헌

- 김남준 (2006). 서술형 평가가 초등학생의 수학적 성향에 미치는 영향 연구. 서울교육대학교 교육대학원 석사 학위논문.
- 김성동 (2001). PISA 2000 수학 평가 결과 분석 연구. 한국교육과정평가원
- 김순심 (2008). 초등수학 영재아동의 수학적 기본개념에 대한 실태조사 연구. 수학교육 워크숍, 7(1), pp.137-170.
- 노영순·류춘식 (2001). 수행평가방법 중 서술형 평가를 적용한 학습이 학력신장에 미치는 영향. 한국학교수학회논문집, 4(1), pp.125-136
- 박정·정은영·김경희·한경혜 (2004). 수학·과학 성취도 추이변화 국제비교 연구 - TIMSS 2003 결과 보고서. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2004-3-2.
- 방정숙·김재화 (2006). 초등학교 6학년 학생들의 소수 계산 오류와 선행지식 간의 연결 관계 분석 및 지도 방안 탐색. 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, 45(3), pp.275-293.
- 서울특별시교육청 (2007). 초등 평가 문항 개발의 실제. 서울: 도서출판 사람과 지혜.
- 안선영·방정숙 (2006). 평면도형의 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용 지식과 수업 실제 분석. 수학교육학연구, 16(1), pp.25-41. 서울: 대한수학교육학회.
- 이성미·방정숙 (2007). 초등학생들의 공간감각 이해능력 실태조사. 한국수학교육학회 시리즈 A <수학교육>, 46(3), pp.273-292.
- 장혜원 (2002). 초등학교 수학에서 비의 값과 비율 개념의 구별에 대한 논의. 학교수학, 4(4), pp.633-642.
- 정은실 (2003). 비 개념에 대한 교육적 분석. 수학교육학연구, 13(3), pp.247-265. 서울: 대한수학교육학회.
- Hiebert, J. (Ed.). (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Kulm, G. (1994). *Mathematics assessment: What works in the classroom*. Jossey-Bass.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- Smith III, J. P. (2002). The development of students'
- 강선순 (2004). 서술형 평가를 통한 교사피드백이 수학습 습에 미치는 영향. 서울교육대학교 교육대학원 석사 학위논문
- 강옥기 (2006). 수학과 학습지도와 평가론. 서울: 경문사.
- 교육인적자원부 (2006). 초등학교 교사용 지도서 수학 6-나. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2007). 수학과 교육과정. 고시 제 2007-79호.

knowledge of fractions and ratios. In L. Bonnie (Ed.), *Making sense of fractions and ratios, and proportions* (pp. 3-17). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

A Survey on the Comprehension of Basic Knowledge of Mathematics of 6th Graders in Elementary School By Essay Test

Park, Gum Ran

Elementary School Attached to Seoul National University, Seoul, Korea

E-mail: ran6407@naver.com

Pang, JeongSuk

Korea National University of Education, Chungbuk 363-791, Korea

E-mail: jeongsuk@knue.ac.kr

The purpose of this study was to investigate the understanding of basic knowledge of mathematics for 6th grade students in elementary school by an essay test and provide instructional suggestions for teachers. A total of 132 students from 6 classes in 3 elementary schools were tested and analyzed in terms of the characteristics of correct answers and types of incorrect answers. The results showed that students had poor understanding of basic conceptual concepts and principles throughout six content areas of school mathematics curriculum, despite their good performance on mathematical skills. This study included implications to teaching and learning for each of the content areas.

* ZDM classification : D63

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30

* Key Words : Essay test, Conceptual knowledge, Basic knowledge of mathematics