대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 18 권 제 2 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 18, No. 2, 223-237. May 2008

수학교육에 관한 드모르간의 관점 조명

최 지 선* · 유 미 경** · 박 선 용*** · 권 석 일**** · 박 교 식*****

이 연구에서는 수학교육에 관한 드모르간의 견해를 체계적으로 파악하는 것에 초점을 맞추고 있다. 수학교육에 관한 그의 관점을 다음과 같이 요약할 수 있다. 첫째, 수학 교수-학습에 있어서 역사 발생의 과정을 고려해야 한다. 둘째, 학생의 수학적 개념작용이 점진적으로 형식화되어야 한다. 셋째, 귀납 단계에서 연역 단계로 넘어가는 과정에서 지속적으로 나타나는 오류를 학습에 이용하는 것이 중요하다. 넷째, 수학 교수-학습에서 학생의 개인적 지식이 중요하다. 드모르간이 제기한 이 네 가지 관점은 수학적 확실성에 이르게 하기 위해 먼저 심정적 확실성을 경험하게 하려는 접근 방식이다. 그가 제기한 심정적 확실성은 합리성과 인간성의 결합체로 플라토니즘과 일반대중교육의 간격을 메우는 인식론적 도구이다.

I. 서 론

오늘날의 수학교육 이론은 어느 날 갑자기 완성된 형태로 등장한 것이 아니다. 그것은 긴 역사를 가지고 있으며, 과거의 선도적인 수학교육자들의 수많은 시행착오에 빚지고 있다. 이 연구는 그러한 수학교육자 중의 한 사람인 드모르간(Augustus De Morgan, 1806-1871)에 초점을 맞추고 있다. 그는 관계 논리학을 최초로 도입한 탁월한 논리학자로, 그리고 대수학 및 해석학의 발전에 기여한 수학자로 잘 알려져 있다. 그는 뛰어난 수학교육자(Halsted, 1897; Rauff, 1992; Rice, 1999)로 수학교육에 관해 적지 않은 저술을 남겼고, 학교수학의 변화에도 큰 영향을 미쳤다(Cajori, 1917/1957; Howson, 1982). 이 사실은 그의 수학에서의 명성에 비하여 잘 알려져 있지 않다. 하지만 근래에 드모르간이 실현하려 했던 수학교육의 모습을 탐색하고, 그것으로부터 유용한 수학교육적 시사점을 찾아보려는 시도가 이루어지고 있다. 예를 들어 Howson(1982), Arcavi와 Bruckheimer(1989), Rauff(1992), Guinness(1992), Rice(1999), Phillips (2005), 손홍찬과 고호경(2007)에서 그러한 시도를 볼 수 있다. 이를 위해 그들은 대체로 드모르간의 수학교육자로서의 이력을 확인하거나, 수학교육에 관해 그가 구체적으로 피력했던 견해를 찾아 확인하고 있다.

예를 들어 Howson(1982)은 드모르간의 전반적인 수학적 이력과 함께 19세기 전반의 영국

* 경인교육대학교 강사, everii@hanmail.net
** 동대문중학교, sofiayu72@hanmail.net
*** 한국교육과정평가원, polya@paran.com
**** 경인교육대학교, steinein@ginue.ac.kr
***** 경인교육대학교, pkspark@dreamwiz.com

수학교육에서의 그의 위상에 관해 논의하고 있다. Guinness(1992)는 드모르간이 University College London(그 당시의 이름은 London University, 이하 UCL)의 교수직을 사임했던 1831년-1836년 사이에 특히 두드러졌던 그의 수학교육 분야에서의 활동에, 그리고 Rice (1999)는 드모르간이 직접 만들어서 수업 시간에 사용했던 상당한 양의 교수 자료와 교수 방법론에 관해 논의하고 있다. Arcavi와 Bruckheimer (1989)는 그들이 보기에 드모르간이 '교육, 학습을 위한 추론, 훈련 및 연습, 산술의 제1단계 (first steps in arithmetic[1]), 확장 및 일반화, 맥락화된 학습, 규칙 및 추론, 유클리드 논리학, 대수의 학습, 기하에서의 초기 오개념작용 (misconception)[2], 개념 및 이미지, 임상적 면담'에 관해 피력했다고 보이는 견해를 드모르간의 원전을 근거로 제시하고 있다. Rauff(1992)도 그가 보기에 드모르간이 '교육의 본성, 학생들의 수학관, 개인적 지식, 대수의 지도, 기하의 지도, 교과서의 문장제'에 관해 피력했다고 보이는 견해를 드모르간의 원전을 근거로 제시하고 있다. Phillips(2005)는 학문적 지식을 중심으로 한 여러 가지 유용한 지식의 보급을 목적으로 했던 SDUK(the Society for the Diffusion of Useful Knowledge)에서의 드모르간의 활동에 대해 논의하고 있다. 손홍찬과 고호경(2007)은 Macfarlane (1916), Arcavi와 Bruckheimer(1989), Rauff(1992) 등의 연구 결과를 바탕으로 드모르간의 수학교육철학과 교수법을 재조명하고 있다.

이러한 일련의 선행 연구는 수학교육이라는 측면에서 드모르간을 재발견할 수 있는 계기를 제공한다. 그러나 이 선행 연구는 대체로 수학사적인 논의이거나 수학교육에 관한 드모르간의 단편적 연구를 재조직하는 성격의 것으로서, 수학교육에 관한 드모르간의 견해를 체계적으로 고찰하고 있는 것은 아니다. 이런 이유로 이 연구에서는 수학교육에 관한 드모르간의 견해를 구조적으로 파악하는 것에 초점을 맞추고 있다. 수학교육과 관련해서 그가 남긴 광대한 교수 자료뿐만 아니라 수학교육에 관해 피력했던 일련의 견해는 그가 수학교육에 관해 확고한 신념을 가지고 있다는 것을 말해 준다. 이 연구에서 관심을 갖고자 하는 것이 바로 그러한 신념의 정체이다. 이를 위해 먼저 드모르간의 생애와 그의 수학적 및 수학교육적 이력에 관해 간략히 살펴본 후, 그의 수학교육 관점에 관해 논의한다. 그리고 그가 수학교육에 관해 피력했던 견해를 바탕으로 그의 수학교육 관점을 조명한다. 이를 통해 오늘날의 수학교육 이론의 뿌리 일부가 그에게 있음을 확인한다.

II. 드모르간의 생애와 업적

드모르간은 아버지가 당시 영국의 식민지이었던 인도에서 근무하던 군인이었기에 1806년에 인도에서 태어났지만, 인도인 용병들의 반란으로 생후 7개월 때 영국으로 이주하게 되었다. 태어난 지 얼마 지나지 않아 오른쪽 눈의 시력을 잃은 드모르간은 신체적 활동보다 독서를 즐겼다. 어린 시절에 드모르간은 수학적 능력을 특별히 표출하지는 않았으나, 가까운 지인이 그에게 유클리드 《원론》의 목적을 설명해 준 뒤로 수학적 재능을 드러내었다. 16살에 케임브리지 대학교의 Trinity College에 입학하여 수학자인 G. Peacock(1791-1858)과 과학철학자인 W. Whewell(1794-1866)의 지도를 받았다. 특히 Peacock으로부터는 대수학 분야, Whewell

1) 원문의 표현을 병기하였다.
2) 이하에서 오개념작용은 misconception에 대응되는 말로서 사용된다.

로부터는 논리학 분야의 영향을 받았다(Halsted, 1897; Macfarlane, 1916; Howson, 1982; Guinness, 1992; Rauff, 1992; Rice, 1996a).

드모르간은 영국 국교회의 영향 속에서 자랐지만, 종교로부터 분리된 학문을 추구하기 위해, 케임브리지 대학이나 옥스퍼드 대학의 교수로 지원하지 않았다. 대신 그는 22살 되던 해인 1828년에 개교한 UCL에 지원하여 만장일치로 수학과 창립 교수로 임명되었으나, 1831년에 어떤 해부학 교수의 부당한 해고에 항의하여 사임하였다. 1836년에 그의 후임자가 사고로 사망한 뒤 그 자리에 재임명된 후 1866년에 사임할 때까지 30년간 재직하였다(Halsted, 1897; Howson, 1982; Guinness, 1992; Rice, 1996a, 1999).

드모르간은 유능한 수학교육자이었다(Rice, 1999). 그의 수업은 쉽지 않았지만 많은 자극을 받을 수 있는 수업이었다. 그는 한 시간의 강의를 위해 구체적으로 계획을 세웠으며, 강의 후에는 관련된 문제들과 예제들을 학생들에게 제시하였다. 학생들은 문제를 해결하여 드모르간에게 제출해야 했으며, 그는 다음 강의 전에 학생들의 답안을 수정하여 본인들에게 되돌려 주었다. 그는 J. J. Sylvester (1814-1897), W. K. Clifford (1845-1879), I. Todhunter (1820-1884), T. A. Hirst (1830-1892), W. S. Jevons (1835-1882), W. Bagehot (1826-1877) 등과 같은 뛰어난 제자를 여러 명 배출하였다. 드모르간은 연구 및 교육 활동 이외의 대외적 활동을 좋아하지 않았지만, 예외적으로 1865년에 창설된 런던수학회(London Mathematical Society)의 초대회장이 되었다. 그는 1837년에 W. Frend(1757-1841)의 딸 Sophia Elizabeth와 결혼하였다. 1867년에 아들 George, 1870년에 딸 Christina가 사망한 뒤, 1871년에 신경쇠약으로 타계하였다(Halsted, 1897; Macfarlane, 1916; Guinness, 1992; Rice, 1996a, 1999).

드모르간은 현대 기호대수학의 창시자 중 한 사람이다(Rice, 1996b; Pycior, 1983).[3] 그는 연산 기호를 어떤 것으로 해석해도 상관없다는 관점을 제시하였으며, 대수학의 기본 기호와 대수 법칙의 목록을 만들려고 하였다. 그것은 결합 법칙을 포함하지 않았기 때문에 불완전한 것이었지만, 현대 기호대수학의 시작을 알리는 것이었다(Macfarlane, 1916). 드모르간은 현대 논리학의 창시자이기도 하다. 그는 전통적인 아리스토텔레스의 삼단논법은 부적절하다고 생각하고, 논리학에 '술어의 양화(quantifying the predicate)'를 도입하였다(Rice, 1996a).

드모르간은 함수계산법을 방법론적 측면에서 매우 중요하게 다루었다. 예를 들어 그는 《Encyclopedia Metropolitan》(1843)에서 함수계산법을 "주어진 함수에서 같은 연산을 반복하여 항등식으로 갈 수 있는 일반적인 형식"으로 정의하였다(Koppelman, 1971: 209, 재인용). 한편, 기호대수학의 아이디어는 확장된 연산법 그 자체이다. 즉, 추상적인 수의 과학은 항등원 1에 행해지는 '연산의 추론 방법'으로 정의된다. 이와 관련해, 드모르간은 고등수학에서 학생들로 하여금 양의 기호로부터 연산의 기호를 분리시키는 보편적인 방법에 대해 주목해야 함을 강조하였다(Richards, 1987).

드모르간은 UCL에 재직할 당시 학부 1-2학년 학생들(주로 15-16세)을 대상으로 기하학, 대수학, 삼각법 및 미적분학을 개설하여 강의하였다. 그는 강의를 위해 주교재 이외에 327

3) 이에 관해 수학사학자들 사이에 상반된 견해가 존재한다. 일부는 그가 기호대수학에 공헌하였다고 하고 일부는 그렇지 않다고 주장하지만, 일반적인 견해는 그가 기호대수학의 창시자라는 것이다(Pycior, 1983: 211).

권에 달하는 보조교재를 개발하였다. 그는 UCL을 사임했던 1831년-1836년 사이에도 활발하게 활동하면서 몇몇 교재와 논문(De Morgan, 1833a, 1833b, 1833c, 1836)을 저술하였다. 특히 수학교육에 관한 그의 글 대부분은 이 기간에 집중적으로 쓰여 졌다(Guinness, 1992).

드모르간의 수학교육적 이력에서 SDUK를 빼놓을 수 없다. 그 당시에 사람들은 이 단체를 반종교적이고 도전적인 성격을 지닌 것으로 여겼다. 당시 사람들은 SDUK라는 명칭을 건전한 종교적 지식을 가르치는 것을 목적으로 하는 SPCK(the Society for Promoting Christian Knowledge)와 같은 단체에 대비되는 것으로 생각하였다(Howson, 1982; Phillips, 2005). 드모르간은 SDUK의 일원으로 활동함과 동시에 이 단체를 통해 수학교육에 관한 많은 저술을 남겼다. 그의 대표작이라 할 수 있는 《On the study and difficulties of mathematics》 (1831/1910), 《Elements of arithmetic》 (1835), 《Algebra, prelim. to the differential calculus》 (1835), 《A differential and integral calculus》 (1842) 등이 SDUK를 통해 출판되었다. 그는 SDUK에서 발행한 《Penny Cyclopædia》와 《The Quarterly Journal of Education》 (1831-1835)에도 각각 600편 이상의 글과 30편 이상의 글을 기고하였다(Richard, 1987). 대표적인 것으로는 〈On mathematical instruction〉 (1831), 〈On the method of teaching the elements of geometry, part I〉 (1833), 〈Method of teaching geometry, No. II〉 (1833a), 〈On teaching arithmetic〉 (1833b), 〈On the method of teaching fractional arithmetic〉 (1833c) 등이 있다(De Morgan, 1882/2005).

그가 저술한 교재 중에는 당시로서는 획기적인 것이 많았다. 예를 들어 1831년에 출판된 《Elements of arithmetic》은 당시의 백과사전식 산술교과서에서 벗어나 이론적으로 산술을 전개한 최초의 것이었다(Cajori, 1917/1957: 213; Beckers, 1999). 《On the study and difficulties of mathematics》 (1831/1910)는 초보학습자들을 위한 교재가 별로 없었던 당시에는 매우 유용한 교과서이었다. 이 책은 자율학습이 가능하도록 학습자들이 겪을 어려움과 그것을 극복하여 수학적 개념에 이르는 과정을 자세히 기술하였다. 이 책은 드모르간의 교육적 견해가 포함되어 있는 가장 중요한 문헌으로 SDUK의 가장 핵심적인 교육적 저서 중의 하나이다(Phillips, 2005: 109-110). 《Algebra, prelim. to the differential calculus》 (1835)에서는 함수 $f(x)$의 연속성을 극한 개념을 사용하여 현대적 관점에서 정의하였고, 《Trigonometry and double algebra》 (1849)에서는 복소수의 기하학적 해석을 제시하였다(Guinness, 1992).

또한 드모르간은 당시 일반교양교육(liberal education)을 위한 교과로서의 독보적 위치를 차지하고 있던 기하학의 위상만큼 대수의 위상을 높이는데도 기여하였다. 일반교양교육에서 수학의 가치는 그 내용뿐만 아니라 건전한 추론 능력을 함양하는데 있다. 그런데 대수는 음수 및 허수와 관련된 연산을 설명하지 않은 채 암기된 규칙에 따라 기계적으로 연산하기 때문에, 추론 능력을 함양하는 목적을 성취하는데 부적합한 것으로 간주되었다. 드모르간은 음수 및 허수와 관련된 교육적 어려움을 해결함으로써[4] 교과로서의 대수의 가치를 정당화하였다. 이런 관점에서 드모르간의 업적은 단순히 대수

---

4) 드모르간은 1830년대 초반에는 음수와 허수를 그것의 유용함을 통해 귀납적으로 설명함으로써 교육적 어려움을 해결하고자 하였다. 반면에 1830년대 후반에는 가설적 추론(hypothetical reasoning)의 가치를 제시하여 그러한 어려움을 해결하고자 하였다(Pycior, 1983).

자체로서의 가치를 인정하는 것을 넘어서, 일반교양교육의 교과로서의 가치를 인정하는 것이었다(Pycior, 1983: 212-214).

III. 드모르간의 수학교육관

드모르간은 다른 여타의 학문과 달리 수학이 확실성(certainty)을 추구하는 것을 그 특징으로 한다고 간주하였다(De Morgan, 1831/1910: 7). 그는 수학에서 모든 용어는 하나의 분명한 의미를 가지며, 그것에 관해 설명할 수 있고, 수학에서의 증명 과정은 자명한 공리를 인정하지만 엄격하고 논리적이며 권위와 의견으로부터도 자유로우며, 수학적 명제의 참과 거짓 여부를 확실하게 보일 수 있다고 보았다(De Morgan, 1831/1910: 8-10). 이것은 절대주의적 수학관의 일면을 보여주는 듯하지만, 그는 그러한 관점에 매이지 않고 "자신이 사실이라고 생각하는 (논리적) 방식을 고수하며 수학사를 왜곡하게 되는(De Morgan, 1865: 6)" 현상을 비판하면서 수학의 발달 과정에 주목하는 수학관을 견지하였다(Rice, 1996). 다시 말해, "수학사에 대한 관점의 차이는 수학의 본질 자체에 대한 의견의 불일치에 영향을 미친다. 드모르간은 수학이 본질적으로 논리적이라 믿지 않았기 때문에 수학적 역사의 논리적 재구성에 반대하였다(Richards, 1987: 8)."고 할 수 있다. 그런데 이것은 그가 구성중인 수학적 개념과 그것을 표현하는 완성된 수학을 구분했음을 뜻할 뿐만 아니라, 그의 수학관이 점진적으로 바뀌었음을 시사한다(Phillips, 2005: 115).

이러한 사실들은 드모르간의 대수에 대한 관점에서 볼 수 있는 일련의 변화 과정을 통해 확인된다. Pycior(1983: 212-214)에 의하면, 영국의 J. Locke(1632-1704)의 경험주의적 사조에 영향을 받았던 드모르간은 1830년대 초반까지 자명한 공리를 경험으로부터 도출해 낼 수 있다고 간주하는 경험주의적 수학관을 가지고 있었다. 그가 대수에서 음수와 허수의 사용을 귀납적으로 정당화하려고 했다는 것(De Morgan, 1831/1910: 119-121)은 이것을 잘 보여 준다. 그 이후, 그는 Peacock이 형식불역의 원리(the principle of the permanence of equivalent forms)에 따라 기호대수를 도입하는 것에 대해 약 5년 동안의 숙고 기간을 거치면서, 기호대수를 인정할 뿐만 아니라, 비록 제한적이기는 했지만, 대수적 자유를 표방하는 수학적 입장에 서게 된다. 그런데 대수를 일종의 게임처럼 간주하며 기호대수를 수용하는 것은 공리를 단지 가정으로 간주하며 오류가능성을 인정하는 것이기 때문에, 그것은 절대주의 수학관으로부터의 해방을 의미하는 것이기도 하다(Pycior, 1983: 217). 하지만 그의 수학관이 현대적 의미에서의 수학적 자유를 표방한다고 할 수는 없다. 그는 수학이 기술로서가 아니라 과학으로 성장하기 위해서는 그것의 구문론적 측면뿐만 아니라 의미론적 측면이 서로 유기적으로 결합되어야 한다고 생각하였다. 다시 말해, 비록 그가 임의적인 정의로부터 출발하는 의미가 부재된 기호와 그것의 조작을 인정했지만, 기호대수를 복소수에 대한 기하적 표현을 통해 해석한 후 비로소 기호대수가 논리적이 되었다고 판단했듯이, 그러한 기호조작 활동이 완전해지기 위해서는 의미가 부여되어야 한다고 보았다(Richards, 1987). 즉, 그는 수학의 본질을 추상적 형식성과 실제적 의미성의 상보적 조화로 보았다.

드모르간에 의하면, 수학은 마음의 훈육 그리고 다른 자연과학을 성취하는데 중요한 열쇠가 된다. 그런데 마음의 훈육을 통해 다른 학문을 할 수 있는 능력을 계발한다는 의미에서 이 둘은 서로 밀접하게 관련되어 있다. 그에

따르면, 수학이 유용하다는 것의 주요한 근거는 그것이 추론하는 힘을 배우는데 적합하다는 것이다. 추론할 수 있기 전에 추론하는 방법을 배울 필요가 있다. 수학을 배움으로써 형성하게 되는 마음의 습관은 형성되자마자 다른 분야로 확대되고, 그리고 그것은 삶의 모든 부분에 유익하다(De Morgan, 1831/1910).

드모르간은 새로운 항로를 발견하기 전에 이미 알고 있는 항구들 사이를 오가는 방법을 터득하는 것이 중요하다는 비유를 들며, 수학에 대한 교수-학습은 그러한 전이를 추구하는 방향으로 이루어져야 한다고 보았다(De Morgan, 1831/1910: 8). 그는 새로운 수학 지식에 대한 습득은 이미 알려져 있는 수학 지식들의 전이를 통해 이루어져야 한다고 생각했고, 학생들이 학습해야 할 것은 수학의 내용적 지식 그 자체보다는 그러한 지식이 참인 이유와 그것의 확실성에 대해 파악하게 되는 추론 능력이라고 보았다. 즉, 그가 생각하는 수학교육의 목적은 학생들이 추론하는 방법을 배우는 것이라 할 수 있다. 틀에 박힌 "방식은 결과를 산출하는 데 있어서는 의심의 여지가 없을 정도로 효과적이지만, 마음과 사고를 훈육하는 데 있어서는 그렇지 못한 것이다(De Morgan, 1865: 9)." 이런 점에 주목해 드모르간은 수학에 대한 교수-학습은 수학적 확실성을 체험할 수 있도록 즉, 필연성에 대한 경험을 통해 냉철하게 추론하는 방법을 익히게 하는 방향으로 이루어져야 한다고 보았다. 이것이 그가 생각한 수학교육의 진정한 목적이다.

드모르간은 수학교육을 통해 일반교양교육의 이상을 실현하려 하였다고 볼 수 있다. 이와 관련해서 주목해야 할 것이 바로 심정적 확실성(moral certainty)이다. 예를 들어 음수의 산술적 의미를 재해석하는 귀납적 시도, 형식불역의 원리에 따라 음수와 복소수를 형식적으로 도입하는 것, 복소평면 등을 도입해 그러한 수에 의미를 부여하는 활동 모두는 학생들로 하여금 이 심정적 확실성을 경험하게 하는 일종의 수학 교수-학습 계열을 이룬다. 드모르간이 제기한 심정적 확실성과 절대적 확실성은 수학교육이 추구하는 목적과 과정 두 양상을 나타낸다. 학생들이 절대적 확실성을 체득하기 위해서는 반드시 심정적 확실성을 경험해야 한다. 올바른 수학적 개념을 구성하기 위해서는 심상을 형성하는 과정뿐만 아니라, 수학적 확실성을 추구하게 하는 지적 심증 즉, 지적 탐색을 유도하는 자극이 필요하다. 예를 들어, 기존의 연산법칙을 유지하며 방정식의 근으로 음수를 도입하는 활동은 "음수가 포함된 대수체계가 맞을 것이다."라는 심증을 갖게 하고, 기호 조작에 불과한 측면에 대한 자각과 결부되어 대수기호에 체계적으로 의미를 부여하는 지적 탐색 활동을 유도하는 것이다. 드모르간이 Peacock의 접근법을 접한 후, "기호와 같은 것들이 교묘히 현혹하면서 마치 의미를 찾아 세상을 맴돌고 있는 것 같다(Pycior, 1983: 216, 재인용)."는 자극을 받아 그 접근법을 수용하고 그 대수적 의미가 무엇인지 찾았듯이, 그는 경험적 단계에 머물러 있는 학생들이 지속적 반성 활동을 통해 즉, 그 초점이 내용-형식-내용[5]으로 교대되는 논리-수학적 경험을 하며 수학적으로 사고하는 방법을 익혀 나가기를 바랐다. 그는 탐구의 과학인 수학을 가르쳐 끊임없는 유목적적 탐구 활동을 유도함으로써 일반교양교육의 이상을 온전하게 실현하고자 하였다.

드모르간이 이러한 수학교육을 추구하기 위해 학생들에게 가르치려고 했던 중요한 디딤돌

5) 음수를 귀납적으로 정당화하는 단계는 내용에, 형식불역의 원리를 도입해 음수를 합리적으로 또는 연역적으로 사용하는 단계는 형식에, 기호대수에 의미를 부여하는 단계는 내용에 그 초점이 있다.

중 하나가 가설적 추론이다. 그는 귀납 또는 구성의 굴레에 갇혀 있는 학생들에게 어떤 수학적 진술을 잠정적으로 수용하고, 그것으로부터 모종의 결과들을 이끌어 내는 활동을 경험시킴으로써, 추상적 수준에서 사고하는 역량을 키우고자 했던 것이다. 이것은 수학적 결론의 확실성 그 자체보다는 가설적인 탐색 활동을 수행하며 수학적 추론의 정확성을 습득시키고자 하는 교육적 의도[6]를 나타내는 것이라고 할 수 있다. 이러한 모습은 수학교육을 통해 일반교양교육을 실천하는 전형을 드러낸다. 드모르간에 의하면, 가설적 결론을 유지하면서 그 결과를 연역해 내는 과정은 일상의 생활과 다른 모든 학문 활동을 위해 궁리할 수 있는 가장 유용한 것 중의 하나이지만 가장 무시되고 있는 것이기도 하다(Pycior, 1983: 217, 재인용).

지금까지의 논의를 통해 드모르간의 수학교육관의 핵심을 수학적 사고의 함양을 통해 학생들의 지력을 증진시켜야 한다는 것으로 집약할 수 있다. 즉, 그는 반성적 사고를 강조하는 수학교육을 통해 비판적 의식성을 기르도록 하는 것을 지향하였다(De Morgan, 1831/1910: 7). 사실, "학생들의 비판적 의식성을 동반한 수학적 사고교육이 수학교육의 본질이 아닐 수 없다(우정호, 2004: 2)." 드모르간은 학생 자신이 활동한 내용을 설명하고 논리적으로 정당화하고 비판적으로 검토하는 태도, 지적으로 열린 자세의 습득을 수학교육이 추구해야 할 방향으로 보았다. 그는 이것을 전 생애를 통해 실천함으로써 "수많은 학생들에게 (수학)교과에 대한 사랑과 열정을 심어주었던 위대한 교사(Rice, 1999: 534)"의 전형을 보여주었다.

IV. 드모르간의 수학교육론

1. 역사-발생적 과정의 준수

드모르간은 수학사 연구에 많은 관심을 가지고 있었다. 그는 수학사를 정확하게 기술하는 데 관심이 있었을 뿐만 아니라, 수학자의 인간적 측면을 드러내는 데도 많은 관심을 기울였고, 더불어 수학의 본질을 수학사를 통해 탐구하려고 하였다(Richards, 1987: 17). 수학사의 중요성을 강조하는 드모르간의 논의에서 오늘날 역사-발생적 원리라고 부르는 것의 원형적 아이디어를 볼 수 있다.[7] 드모르간은 수학자들이 수학의 특정 영역의 발생 당시의 모습을 명확하게 파악하지 못한 채, 자신이 생각하기에 그럴듯한 전개 방식으로 그것이 발달해 왔을 것이라고 그 발달의 역사를 왜곡하는 것을 경계하였다. 드모르간은 케임브리지에서의 학생 시절의 경험을 예로 들면서, 사람들이 생각하는 수학의 발달 과정과 실제의 수학사 사이에는 간극이 있음을 강조하였다. 드모르간은 그 시절에 어느 친구와 산책하면서 수학의 여러 가지 측면에 대하여 이야기를 나누곤 하였는데, 그 친구가 J. Napier(1550-1617)가 사람들이 말

6) 일반적으로, 드모르간은 형이상학 그 자체를 선호하지 않은 것으로 알려져 있다. 하지만 이것이 어떤 존재를 순수하게 가정하고 연역적으로 추론해 가는 형이상학적 사고방식에 대한 거부를 나타내는 것은 아니다. 예를 들어 그는 "관찰에 의해 학생들은, $+c$와 $-c$와 같은 양에 대한 형이상학적 논의는 그 주제와 관련된 어려움을 이해할 수 있는 준비가 된 이후의 단계로 미루면서, 이러한 규칙들이 참이라는 것에 대해 확신할 수 있어야 한다(De Morgan, 1831/1910: 121-122)."며, 형이상학적으로 사고하는 교육에 대해 언급하였다.

7) 드모르간 당시에는 수학교육학 분야에서 역사-발생적 원리가 본격적으로 논의되지 않았다. 역사-발생적 원리는 20세기 들어 B. Branford(1868-1944), H. Poincaré(1854-1912), F. Klein(1849-1925), O. Toeplitz(1881-1940), G. Polya(1887-1985), I. Lakatos(1922-1974), H. Freudenthal(1905-1990), G. Brousseau(1933-) 등에 의해 거듭 제기되면서 발전되어 온 이론이다(우정호, 2004: 24).

하는 만큼 대단한 사람인지 의심스럽다고 말한 적이 있었다. 그 친구는 Napier의 체계는 지수기호 a^x에서 자연스럽게 연역해 낼 수 있는 것 이상이 아니라고 주장하였다. 그러나 드모르간은 대부분의 경우 이러한 종류의 역과정은 대단히 어렵게 만들어지는 것이 보통이며, Napier는 지수함수에 대하여 전혀 아는 바가 없었다는 점을 지적하면서, 이와 같이 수학자들이 수학사를 왜곡할 수 있다고 경고하였다(De Morgan, 1865: 6).

드모르간의 이러한 생각은 수학을 이해하기 위해서는 수학이 발생하던 당시의 모습을 아는 것이 대단히 중요하다고 본다는 면에서, 그리고 수학자가 생각하는 연역적인 전개 방식과 수학의 자연스러운 발생 과정이 어긋날 수 있다는 점을 지적하였다는 면에서 역사-발생적인 수학교육 원리와 맞닿아 있다. 실제로 수학교육에서 역사-발생적인 원리를 강조하고 발전시킨 F. Klein(1849-1925)과 H. Freudenthal(1905-1990)의 주장을 보면 드모르간의 주장과 상당히 유사하다는 것을 알 수 있다. Klein은 교사가 수학적 개념이 처음에는 거의 예언적인 형태로 나타나 오랜 발전을 거친 후에 비로소 굳건한 결정 형태의 체계적인 표현을 취한다는 것을 깨닫는 것이 수학교사에게 대단히 중요하다고 역설한 바 있고(Klein, 1924/2004: 268), Freudenthal은 학교수학의 연역적인 전개 방식을 반교수학적 전도라고 비판한 바 있다 (Freudenthal, 1983: ix).

드모르간은 수학사에 대한 연구가 현재 우리가 범하고 있는 오류를 알 수 있게 해준다는 점에서 수학사에 관심을 기울여야 한다고 말하면서, "어떤 학문이건 과거의 마음(mind)과 연결된 상태에서 연구하지 않고서는 일반교양학문(liberal art 또는 liberal science)이라고 부를 수 없다(De Morgan, 1865: 6)."고 주장하였다. 드모르간은 수학에 대한 역사적 연구가 그 본질의 이해에 필수불가결하다고 본 바, 이것은 드모르간이 역사-발생적 원리의 원형적인 아이디어를 가지고 있었음을 드러낸다.

2. 점진적 형식화의 지향

드모르간은 수학적 개념을 이론에 의해서가 아니라, 많은 결과를 관찰함으로써 학생 스스로 그 결과에 내재되어 있는 규칙을 이끌어 내는 방식으로 학습해야 한다고 생각하였다(De Morgan, 1831/1910: 104). 이러한 점은 그가 점진적 형식화를 지향했다는 것의 일면을 나타내는데, 그것은 음수 개념의 학습에서 두드러지게 나타난다. 음수를 처음 접하는 어린 학생들은 3-8을 이해하지 못할 수 있다. 드모르간은 그것이 왜 -5가 되는지 자세히 설명하고, 이것을 일반화하여 음수 개념에 이르게 하고 있다. 그에 의하면, 먼저 3-8이 다른 수와 연결된 것으로 상상한다. 예를 들어 56+3-8이라고 하면, 56+3-(3+5), 56+3-3-5 또는 56-5라고 쓸 수 있다. 이것은 56과 연결된 +3-8이 56과 연결된 -5와 같음을 보여준다. 이것으로부터 우리는 +3-8 혹은 3-8이 -5와 같다고 말할 수 있다. 이것은 등식 8-3=5라고 쓴 것을 다른 방식으로 쓴 것이고, 따라서 8이 5보다 3만큼 크다는 것을 말한다. 이와 같은 방법으로, $a-b=-c$는 b가 a보다 c만큼 크다는 것을 나타낸다(De Morgan, 1831/1910: 105). 요컨대, 드모르간은 기호대수의 조기도입을 지양하고 산술대수의 입장에서 자연수의 덧셈과 뺄셈 사이에 성립하는 연산의 규칙을 이용하여 음수를 도입하려고 하였던 것이다.

한편, 드모르간이 음수에 대한 점진적 형식화 방안으로서 중요하게 다루었던 원리는 '형식불역의 원리'이다. 형식불역의 원리는, Peacock의

정의에 의하면, "산술대수 혹은 다른 하위 과학의 영역에서 같은 형식을 발견한다면 즉, 그 기호들의 성질은 특수하지만 그 형식이 일반적이라면, 그것의 형식뿐만 아니라 그 성질도 일반적이 되도록 같은 형식을 유지해야 한다(Pycior, 1983: 218, 재인용)."는 유추 원리이다. Peacock이 제시한 이 원리는 산술 법칙이 대수 법칙을 암시한다는 점을 가정하는 것이었으나, 드모르간은 수학 전체에서 일반화할 수 있는 형식이 존재하지 않는다는 논거를 통해 이를 부정하였다. 그럼에도 불구하고, 그는 이 원리의 교육적 장점 즉, 의미 없는 기호를 조작하는 과정에서 의미를 부여하는 모델을 제공해 준다는 점을 인정하였다. 그는 학생들이 형식 불역의 원리를 사용할 때 산술과 구분되는 대수의 본질을 인식하지 못하는 문제가 발생할 수 있지만, 그 원리를 사용함으로써 적어도 단순히 임의적인 무의미한 기호를 적용하는 폐단을 막을 수 있다고 보았다. 드모르간은 일반화된 산술이 기호대수의 기본이 될 수는 있지만, 산술의 규칙과 형식이 반드시 대수의 규칙과 형식이 되어야 하는 것은 아니라는 점에 유념하였다(Pycior, 1983: 219-220).

비례에 대한 드모르간의 설명에서도 그가 점진적 형식화를 지향했던 것을 찾아볼 수 있다(De Morgan, 1831/1910: 240-264). 기존의 유클리드 《원론》에서는 통약가능한 양과 통약가능하지 않은 양에서 모두 성립하는 에우독소스(Eudoxus)의 비례론을 사용하였다. 이에 비해 드모르간은 통약가능한 양에서 성립하는 비례론을 점진적으로 확장하여 통약가능하지 않은 양에서도 성립하는 성질로서 설명하였다(De Morgan, 1831/1910: 256). 1875년 영국 기하교수법 개선협회[8]에서 교육과정에 관한 교수요목(syllabus)을 발표할 때, 이 새로운 비례론은 기존의 유클리드 《원론》의 비례론을 대체하였다(Cajori, 1917/1957: 286). 물론 이 비례론에는 극한의 아이디어가 포함되었지만, 근본적인 원리는 통약가능한 양 사이에서 성립하는 규칙을 확장하는 것이다. 다시 말해, 자연수 m, n과 같은 종류의 양 A, B와 또 다른 같은 종류의 양 P, Q에 대해서, mA-nB=0이고, mP-nQ=0이면, A:B::P:Q[9]라고 할 수 있다. 이러한 설명은 A, B 및 P, Q가 통약가능하다는 것을 가정하는 것으로, 일반적으로는 옳지 않다. 그러나 mA-nB를 원하는 만큼 작게 만들 수 있기 때문에, 역시 원하는 만큼 그 비례식이 참이 되게 할 수 있음을 보일 수 있다고 하면, 이것은 모든 양에 대해 성립한다고 할 수 있다(De Morgan, 1831/1910: 256).

3. 오류를 통한 학습

드모르간은 경험적 단계에 있는 학생들의 지식을 수학적 개념이나 이론으로 확장시키기 위해서는 학생들이 자신들의 상식에 반하는 상황 즉, '오류'와 마주쳐 보아야 한다고 생각하였다. 특히, 음수의 교수-학습에서 그러한 교수학적 접근 방식이 건전하다고 보았는데, 이와 관련해, 그는 3-8과 같은 뺄셈의 의미가 양의 관점

8) 기하교수법 개선협회(Association for the Improvement of Geometrical Teaching)는 유클리드 《원론》에 대한 비판이 힘을 얻어감에 따라 체계적인 변화를 위해 Hirst를 초대회장으로 하여 1870년에 창립되었다. Hirst는 드모르간의 제자 중의 한 사람으로, 협회 창립사에서 "이 대학의 저명한 교수이고 현대의 가장 엄격한 사상가 몇 사람을 훈련하고 가르치는데 기여한 학자(즉, 드모르간)가 말했듯이, 유클리드 《원론》은 실제로 '결점으로 가득 차 있는' 것이다."라고 말한 것처럼, 드모르간의 영향을 강하게 받았다(Cajori, 1917/1957: 284).

9) $A:B=P:Q$를 의미한다.

에서 학생들에게 어려움을 야기할 수밖에 없다는 점을 지적하였다(De Morgan, 1831/1910: 104). 이것은 수학의 역사-발생 과정에서 지속적으로 나타났던 어려움이라는 점에서, 또한 인지적으로 정착된 지식이라는 점에서 일종의 '인식론적 장애'라고 볼 수 있다. Brousseau (1997)에 따르면, 장애는 이전의 사고 단계에서 성공적이고 유용하게 적용되었던 지식이지만 새로운 문제 상황이나 더 넓어진 맥락에서 부적합해진 것인데, 그 중 인식론적 장애는 가르치는 방식에 기인한 것이라기보다는 지식 그 자체의 발달과 밀접한 관련이 있다. 드모르간은 "초기 수학적 연구 과정에서 보이는 인간의 마음을 들여다보면 우리 자신의 오류들이 무엇인지를 파악하게 되는데, 바로 이 점에서 수학사에 주목하는 것이 좋다(De Morgan, 1865: 8)." 고 제안하였다.

드모르간은 수학적 개념과 방법을 가르침에 있어 지식의 본질과 관련된 오류를 회피하지 말고 적극적으로 이용해야 한다고 보았다. 앞서 밝혔듯, 그는 이러한 관점에 입각해 양으로 해석할 수 없는 음수와 허수의 교수-학습 계열의 전체적 모습을 제시하고자 하였다. 구체적으로 말해, 학생들이 음수와 허수의 대수적 의미를 통찰하는 단계로 나아가기 위해 인식론적 장애를 겪으며 관찰 단계에서 귀납 단계로 나아가고 형이상학적인 논의를 할 수 있을 때에 이르러서 연역 단계로 나아가야 한다고 주장하였다(Pycior, 1983). 드모르간에 따르면, 귀납 단계는 수학의 초보자들이 음수에 대해 음의 양이 된다는 것을 즉각적으로 이해하지 못하는 장애를 겪으면서 해석을 달리 하는 단계이다. 이와 관련해 그는 '한 달 동안의 수입'이라는 예를 제시하였다. 어떤 사람이 한 달 동안에 일한 노동의 대가(ax)와 사용한 돈(bm)이라고 할 때, 한 달 수입보다 한 달 쓴 돈이 많으면 그 값은 $-c$ (단, $c > 0$)가 된다. 양의 값을 예상하는 학생들에게 이러한 결과는 이해되지 않는다. 문제 상황이 의미를 가지려면 새롭게 해석할 수밖에 없다. $-c$를 $+c$로 바꾸고 해석을 달리함으로써 그러한 실수를 수정할 수 있게 되는데, 이 과정이 관찰 단계에서 귀납 단계로의 변화 과정이다(De Morgan, 1831/1910: 119-121).

하지만 드모르간은 음수와 복소수에 대한 교육이 이러한 관찰 단계나 귀납 단계에 머물러서는 안 되고[10] 더 나아가 연역 단계에 이르러야 한다고 보았다.[11] 사실, 드모르간 자신이 기호대수를 받아들이는데도 수년의 시간이 소요되었다. 그는, 자신의 지적 경험을 바탕으로, 수학교육에서 기호대수를 다루는 연역의 단계를 도입하기 위해서는 어떤 명제가 즉각적으로 이해되지 않는다 할지라도 학생들이 그것을 잠정적으로 받아들이게 하는 교수학적 조치가 필요하다고 생각하였다(Pycior, 1983). 드모르간은 학생들이 더 높은 수준에서 사고하게 하도록 하기 위해 "어떤 명제를 이해하지 못했다는 이유로 그 명제를 완전히 무시해서는 안 된다 (Pycior, 1983: 217, 재인용)."고 하면서, 학생들로 하여금 때로는 당황스런 개념이나 명제에 직면하게 하는 것이 필요하다고 보았다. 즉, 그러한 명제를 무조건 받아들이는 것과 완전히 무시하는 것 모두를 경계하면서 학생들이 수학적 명제를 잠정적으로 받아들이게 하였다. 예를 들어 "A이면 B이다.", "B이면 C이다.", "C이

10) Pycior(1983)에 의하면, 드모르간은 음수를 '관찰'로 정당화하는 것에 만족하지 않았다. 또한 귀납 단계를 수학의 발견 과정의 일부 과정으로 인정하였다.

11) 1831년 당시, 드모르간은 어떻게 연역 단계로 나아가야 하는가에 대해 설명을 덧붙이지 않았다. 왜냐하면 음수와 허수를 오늘날과 같은 기호대수의 관점에서 수용하지 않았기 때문일 것이다(Pycior, 1983: 215). 그는 기호대수를 수용한 이후 연역 단계를 제시하였다.

면 D이다."와 같은 명제에서 "A이면 D이다."라는 명제를 추론할 수 있는데, 그는 만약 어떤 학생이 "A이면 B이다."를 이해하지 못하더라도 "A이면 B라는 것이 성립한다면 A이면 D이다."를 사용할 수 있게 해야 한다고 제안하였다. 즉, 드모르간은 학생들의 지적 수준을 향상시키기 위해 "A이면 B이다."를 잠정적으로 받아들이고, 그로부터 다양한 수학적 결과들을 연역하는 단계가 필요하다고 보았다. 이상에서 드모르간은 참인지의 여부가 불확실한 것을 잠정적으로 수용하는 가설적 추론을 교육적 도구로서 뿐만 아니라 중요한 교육 목적으로 간주하였다고 볼 수 있다.

4. 개인적 지식의 강조

드모르간은 학생들이 구체적인 결과, 경험적 지식들로부터 개념에 대한 아이디어를 구성하는 것을 중요하게 생각하였다. 그는 초보자들이 자신의 관념을 스스로 형성하는 경험을 권장하며 "어떤 규칙이나 과정에 도달하기 위해서 학생들은 스스로 이해하고 다른 문제에 적용할 수 있음을 증명할 수 있을 정도로 충분한 예들을 다루어야 한다(De Morgan, 1831/1910: 177)."고 주장하였다. 즉, 이론이 아니라 많은 결과들에 대한 관찰로부터 얻어진 자신의 규칙을 이끌어내는 능동적 활동을 강조했던 것이다 (De Morgan, 1831/1910: 104).

이처럼 인식주체의 판단에 근거해 객관적 지식을 형성해 간다는 드모르간의 교육관은 책임있는 지적활동을 강조한다는 점에서 과학철학자인 M. Polanyi(1891-1976)가 사용한 '개인적 지식(personal knowledge)' 틀로 재조명될 수 있다. 드모르간은 학생 자신이 수학적 활동 중 일어나는 마음의 작용에 주목하게 하는 것이 수학의 학습에서 중요하다고 생각하였다. 이와 관련해, 그는 특히 합리성과 학문하는 즐거움을 강조하였다. 이것은 표면적으로 인간의 심리에 대한 이해와 수학교육 이론의 연계성을 제기한 것처럼 보이지만, 그 이면에는 사실상 그가 수학교육을 통해 얻을 수 있는 가장 중요한 유용성을 인간의 심성을 도야하는 것으로 간주했음을 나타낸다(Anderson, 2006: 16-17; De Morgan, 1865: 4).

드모르간의 이러한 생각은 수학 교과의 평가에 대한 견해에서 더욱 두드러진다. 그는 단순히 몇몇 문제를 출제하고 이를 주어진 시간 내에 풀게 하는 기존의 평가 방식에 매우 반대하였다. 그는 그러한 평가에 좌우되는 수학교육으로 말미암아 지적 정직성과 진리 탐구에 대한 열망을 희생하게 된다고 경계하였다. 그는 학문에 대한 열정이 결코 외적인 경쟁에 의해 생기지 않는다는 점을 지적하며, 학생들이 수학하는 고유한 즐거움을 체험하도록 하는 것이 교사의 의무라고 단언하였다. 즉, 자신의 분야에 정통한 노련한 수학교사라면 학생들로 하여금 최상의 사고 작용인 추론을 사용하게 도우면서 건전한 사고 습관과 함께 지적 희열을 느끼게 해야 한다고 보았다(De Morgan, 1882/2005: 183-185).

한편, 드모르간이 수학을 공부하는 내재적 즐거움을 중시하였다는 사실은 그가 SDUK에서 주도적으로 활동했던 사실을 통해 더욱 명확히 드러난다. 그는 일반대중의 심성을 고양시킨다는 SDUK의 설립 취지에 적극적으로 동감해 수학 지식의 보급에 심혈을 기울였다. 물론, 이러한 점은 그가 수학의 유용성을 본질적으로 응용가능성에서 찾지 않았다는 점을 함의한다. 다시 말해, 그에게 있어서 수학은 다른 분야에 효과적으로 사용되어진다는 면에서뿐만 아니라 인간의 이성을 기르는 데 탁월하게 유용하다는 것을, 그리고 그러한 수학 지식의 보급이 인간성을 회복하는 유용한 길이라는 것을

의미하였다. 이때, 그는 학생들이 논리적으로 추론하는 기술을 습득하는 수학 학습을 통해 덕, 선의 개념과 관련된 즐거움을 누릴 것이라고 확신하였다(Phillips, 2005: 126-127). 그는 수학의 추상성과 유용성 사이의 간격을 수학하는 활동 그 자체의 즐거움으로 극복하려 했을 뿐만 아니라, 그러한 즐거움을 수학의 합리성을 체험하였다는 것에 대한 가장 확실한 준거로 간주하였다.

V. 결 론

드모르간은 기호대수학, 논리학, 그리고 미적분학에 공헌한 수학자 겸 논리학자이자 일반교육으로서의 수학교육의 기틀을 마련한 수학교육자이었다. 그는 일생을 통해 수학교육의 전형을 몸소 보여주었을 뿐 아니라 초보자를 위한 다수의 교재를 저술하였다. 그는 무엇보다 마음의 훈육을 통한 합리적 사고의 함양이 수학교육을 통해 이루어져야 한다고 보았다. 수학교육에 관한 그의 관점을 다음과 같이 요약할 수 있다. 첫째, 드모르간은 수학 교수-학습에 있어서 역사 발생의 과정을 고려해야 한다고 보았다. 그는 수학 발달의 실제 전개와 논리적인 전개 사이에 차이가 있을 수 있으며, 수학을 일반교양교과로서 가르치기 위해서는 그것을 과거의 마음과 연결할 필요가 있다고 생각하였다. 이러한 아이디어는 역사-발생적 원리와 일맥상통한다. 둘째, 드모르간은 학생의 수학적 개념작용이 점진적으로 형식화되어야 한다고 보았다. 그는 이론에 의해서가 아니라 관찰과 경험에서 얻어진 규칙을 이용하여 수학적 개념을 형식화하여야 한다고 보았다. 셋째, 드모르간은 귀납 단계에서 연역 단계로 넘어가는 과정에서 지속적으로 나타나는 오류를 학습에 이용하는 것이 중요하다고 하였다. 이러한 드모르간의 생각은 인식론적 장애를 강조한 Brousseau의 생각과 유사하다. 넷째, 드모르간은 개인적 지식을 강조하였다. 이와 관련해, 드모르간은 수학을 배워가면서 지적 책임감을 습득할 뿐만 아니라 지적 즐거움을 향유함으로써 인간성을 회복할 수 있다고 보았다.

하지만 수학교육에서 그의 이상이 결코 순탄하게 실현된 것은 아니다. Howson의 평가에 의하면, 엄격히 말해, 19세기 영국의 "노동자들은 빵을 원했지만, 드모르간은 안타깝게도 고상한 수학 케이크를 제공할 수 있었을 뿐이다(Howson, 1982: 87)." 일반 대중에게 육의 양식 대신에 그들로 하여금 수학의 세계에 입문시키려는 노력이 온전하게 결실을 맺었다고 보기는 힘들다. 하지만 그가 대중의 지적 필요를 직접 채우려 했던 것이 아니라 그러한 지적인 필요가 생길 수 있도록 했다는 점에 유의해야 한다. 그는 물질적 삶의 혜택을 올바른 방향으로 인도하는 길이 수학교육에 있다고 믿고, 눈에 보이지 않는 결과를 위해 부단히 노력하였다(Phillips, 2005: 128; Rogers, 2000: 8-9). 대중교육이 보편화되지 않았던 시대적 상황에서, 드모르간은 보다 많은 사람들이 수학교육을 통해 수학의 진정한 유용성이라 할 수 있는 합리성과 결부된 인간성을 체험하기를 원했다. 그는 훌륭한 교사와 학생용 교재의 부재가 그러한 교육에 근본적 제약이 된다고 보고, 많은 제자들을 수학에 대한 열정을 가진 교육자로 양육함으로써, 그리고 "교사의 혜택을 보지 못하는 학생들(De Morgan, 1831/1910: 1)"을 위한 교재를 개발함으로써 그 한계를 극복하려고 하였다(Rice, 1999; Phillips, 2005).

수학교육의 목적이라 할 수 있는 수학적 확실성에 대한 인식이 초보자들에게 쉬운 일은 아니다. 이런 점에서, 드모르간이 제기한 심정

적 확실성의 의미를 재해석할 수 있다. 드모르간이 앞서 제기한 네 가지 교육방법 모두는 수학적 확실성에 이르게 하기 위해 먼저 심정적 확실성을 경험하게 하려는 접근 방식이라 할 수 있다. 그가 제기한 심정적 확실성은 합리성과 인간성의 결합체로 플라토니즘과 일반대중 교육의 간격을 메우는 인식론적 도구이다.

감사의 글

이 논문을 위해 《The Quarterly Journal of Education》에 실린 De Morgan의 다음 논문 〈Method of teaching geometry, No. II〉, 〈On teaching arithmetic〉, 〈On the method of teaching fractional arithmetic〉, 〈On the method of teaching the elements of geometry〉 을 보내준 Adrian Rice(Randolph-Macon College)에게 감사의 말씀을 전합니다.

참고문헌

손홍찬・고호경(2007). 드모르간의 수학교육철학과 교수법의 재조명. **한국수학사학회지, 20**(4). 175-190.

우정호(2004). **학교수학의 교육적 기초(증보판)**. 서울: 서울대학교출판부.

Anderson, R. (2006). Augustus De Morgan's inaugural lecture of 1828. *The Mathematical Intelligencer, 28*(3). 16-17.

Arcavi, A. & Bruckheimer, M. (1989). The didactical De Morgan: a selection of Augustus De Morgan's thought on teaching and learning mathematics. *For the Learning of Mathematics, 9*(1), 34-39.

Beckers, D. (1999). Some changes in Dutch arithmetic textbooks, 1750-1850. *Paradigm, 27.*

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics didactique des mathématiques, 1970-1990.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Cajori, F. (1917/1957). *A history of elementary mathematics with hints on method of teaching.* London: Macmillan & Co, Ltd.

De Morgan, A. (1831/1910). *On the study and difficulties of mathematics.* Chicago: The open court publishing company.

De Morgan, A. (1833a). Method of teaching geometry, No. II. *The Quarterly Journal of Education, 5.* 237-251.

De Morgan, A. (1833b). On teaching arithmetic. *The Quarterly Journal of Education, 5.* 1-16.

De Morgan, A. (1833c). On the method of teaching fractional arithmetic. *The Quarterly Journal of Education, 5.* 209-222.

De Morgan, A. (1836). *The connection of number and magnitude: an attempt to explain the fifth book of Euclid.* London: Taylor and Walton.

De Morgan, A. (1865). Speech of professor De Morgan, president. At the First meeting of the London Mathematical Society, January 16th, 1865. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 1-9.

De Morgan, S. E. (1882/2005). *Memoir of Augustus De Morgan.* Adamant Media Corporation.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures.*

Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Guinness, G. (1992). An eye for method: Augustus De Morgan and mathematical education. *Paradigm,* 9.

Halsted, G. B. (1897). De Morgan. *The American Mathematical Monthly, 4*(1), 1-5.

Howson, A. G. (1982). *A history of mathematics education in England. Cambridge: Cambridge University Press.*

Klein, F. (1924/2004). *Elementary mathematics from an advanced standpoint: arithmetic, algebra, analysis.* New York: Dover Publications.

Koppelman, E. (1971). The calculus of operations and the rise of abstract algebra. *Archive for History of Exact Sciences, 8*(3). 155-242.

Macfarlane, A. (1916). Lectures on ten British mathematicians of the nineteen century. In M. Merriman & R. S. Woodward, *Mathematical Monographs* (No.17). Oxford, MS: Project Gutenberg Archive Foundation.

Phillips, C. (2005). Augustus De Morgan and the propagation of moral mathematics. *Studies in History and Philosophy of Science, 36.* 105-133.

Polanyi, M. (1958/2001). **개인적 지식: 후기 비판적 철학을 위하여.** 표재명 · 김봉미(역). 서울: 아카넷.

Pycior, H. M. (1983). Augustus De Morgan's algebraic work: the three stage. *Isis, 74*(1), 211-226.

Rauff, J. V. (1992). Augustus De Morgan on the teaching of mathematics. *The Mathematical Gazette, 76*(475). 97-99.

Rice, A. (1996a). Augustus De Morgan(1806-1871). *The Mathematical Intelligencer, 18*(3). 40-43.

Rice, A. (1996b). Augustus De Morgan: Historian of science, *History of Science, 34*, 201-240.

Rice, A. (1999). What makes a great mathematics teacher? The case of Augustus De Morgan. *The American Mathematical Monthly, 106*(6), 534-552.

Richards, J. L. (1987). Augustus De Morgan, the history of mathematics, and the foundations of algebra, *Isis, 78*(1), 6-30.

Rogers, L. (2000). Pedagogical traditions in mathematics teaching: English arithmetic books from 1780 to 1850. *Proceedings of the Second International Conference on Mathematics Education and Society, Faro, Portugal.* (332-342).

(인터넷 자료)

De Morgan, Augustus. (2008). In Encyclopædia Britannica. Retrieved February 27, 2008, from Encyclopædia Britannica Online:
http://www.britannica.com/eb/article-9029609

A Study on De Morgan's Perspectives on Mathematics Education

Choi, Ji Sun (Lecturer of Gyeongin National University of Education)
Yu, Mi Kyung (Dongdaemun Middle School)
Park, Sun Yong (Korea Institute for Curriculum and Evaluation)
Kwon, Seok Il (Gyeongin National University of Education)
Park, Kyo Sik (Gyeongin National University of Education)

In this paper, We focus on grasping De Morgan's perspectives on mathematics education systematically. His perspectives can be summarized as followings. First, historico-genesis of mathematics must be considered in the teaching and learning of mathematics. Second, mathematical conception of students must be formulated progressively. Third, it is important to use errors which come out continually in the process of passing from inductive stage to deductive stage. Fourth, personal knowledge of students is important in the teaching and learning of mathematics. These De Morgan's four perspectives are the way of approach for experiencing moral certainty first of all to get to mathematical certainty. Moral certainty which he presented is a combination of rationality and humanity to fill up gaps between Platonism and general public education.

* **Key words** : historico-genesis (역사-발생), error (오류), progressive formulation (점진적 형식화), permanence of equivalent forms (형식불역의 원리), personal knowledge (개인적 지식).

논문 접수: 2008. 3. 20
심사 완료: 2008. 5. 17